⑦

具有一般信息结构的模糊多属性决策方法①

41-44

O225
O159

李登峰②
(大连舰艇学院基础部)

摘要　对具有一般信息结构(即决策者偏好信息完全确知、完全不确知和部分不确知)的模糊多属性决策问题作了研究,建立了最大隶属度加权平均规划方法和最小隶属度加权平均偏差法. 实例说明这两种方法可行、有效且易实现,可为解决具有一般信息结构的模糊多属性决策问题提供新途径.

关键词: 多准则决策,隶属度,信息结构,权重　　模糊多属性决策,

0　引　言

多准 则决策(包括多目标决策和多属性决策)是目前决策科学、系统工程、管理科学和运筹学等学科研究中十分重要、非常活跃的领域. 解决多目标决策问题的关键是如何获得决策者的偏好信息(即目标权重). 现在,对于决策者偏好信息完全确知和完全不确知的多属性决策已经有了一些有效方法,例如TOPSIS 法、综合加权法[1]、模糊优选法[2,3]、最小隶属度方法[4]、加权平均规划方法[5]、模糊神经网络综合决策方法[6]、模糊迭代方法[1]、熵权模糊决策方法[7]及最小加权平均偏差方法[8]等. 但是,对于具有一般信息结构即决策者偏好信息完全确知、般信息结构的模糊多属性决策方法具有十分重要的理论与现实意义.

1　最大隶属度加权平均规划方法

设有 n 个决策方案构成方案集 $X = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$,每个方案要考虑 m 个目标,记目标集 $O = \{O_1, O_2, \cdots, O_m\}$,决策矩阵 $X = (x_{ij})_{m\times n}$. 这里 x_{ij} 是方案 x_j 的第 i 个目标值. 一般地,目标有4种类型[5]:效益型、成本型、固定型和区间型. 从而可划分为 $O^k(k = 1,2,3,4)$,且 $O = \bigcup_{k=1}^{4} O^k$, $O^k \cap O^l = \varnothing$, $k \neq l$, $k,l = 1,2,3,4$. 其中 $O^k(k = 1,2,3,4)$ 分别为效益型、成本型、固定型和区间型目标集. $\varnothing$ 为空集. 为消除不同物理量纲对决策结果的影响,可按文[1]和[5]中方法将决策矩阵转变为相对隶属度矩阵

$$R = (r_{ij})_{m\times n}$$

决策者偏好、期望等信息可通过目标权重来体现. 现设决策者部分偏好信息未事先确知,故权重向量中有些分量已知,有些分量则是待定的未知量. 不妨假定前 $p(p \geqslant 1)$ 个目标权重是待定的,而后 $m-p$ 个权重是已经给定的,即

$$\omega_i = \omega_i^* \geqslant 0, i = p+1, p+2, \cdots, m, \sum_{i=p+1}^{n} \omega_i^* < 1 \tag{1}$$

① 辽宁省博士起动基金资助项目(961095).
② 李登峰:博士,副教授. 研究方向为:对策,模糊系统分析、神经网络. 通讯地址:大连舰艇学院基础部,邮编:116018.

现记

$$\omega = (\omega^{0^{\mathrm{T}}}, \omega_{p-1}^{*}, \cdots, \omega_{m}^{*})^{\mathrm{T}}, \omega^{0}(\omega_{1}, \omega_{2}, \cdots, \omega_{p})^{\mathrm{T}}, d = 1 - \sum_{i=p+1}^{m} \omega_{i}^{*} \quad c = 1 - \sum_{i=p+1}^{m} \omega_{i}^{*2}$$

可得 x_j 的加权平均综合值

$$\beta_j(\omega^0) = \sum_{i=1}^{m} \omega_i r_{ij}, j = 1, 2, \cdots, n \tag{2}$$

显然,对于给定的 ω,$\beta_j(\omega^0)$ 越大则 x_j 越优. 因此,可建立如下多目标决策模型

$$\max\{\beta(\omega^0) = (\beta_1(\omega^0), \beta_2(\omega^0), \cdots, \beta_n(\omega^0)) \mid \sum_{i=1}^{p} \omega_i^2 = c\}$$

由于每个方案都是非劣的,不存在任何偏好关系,因此可将上述多目标决策问题等权重集结为如下等价的非线性规划问题

$$\max\{h(\omega^0) = \sum_{j=1}^{n} \beta_j(\omega^0) \Big/ n \Big| \sum_{i=1}^{p} \omega_i^2 = c\}$$

解之得

$$\omega_i' = \sum_{j=1}^{n} r_{ij} \sqrt{c \Big/ \sum_{i=1}^{p} (\sum_{j=1}^{n} r_{ij})^2} \qquad i = 1, 2, \cdots, p$$

一般地,要求权重向量规格化,因此可得

$$\omega_i^* = d \sum_{j=1}^{n} r_{ij} \Big/ \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{n} r_{ij} \qquad i = 1, 2, \cdots, p \tag{3}$$

将式(1)和(3)代入式(2)可得各个方案的加权平均综合值,并按其从大到小的顺序即得方案集的优序排列.

显然,$p = m$ 即偏好信息完全不确知时,有 $d = 1$,从而式(3)与文[5]中的结果完全一致,由此可见,式(3)可看作文[5]结果的拓展,而后者仅为前者的特殊情况. 此外,易于看到,若偏好信息完全确知即 ω 已知时,直接利用式(2)便可做出决策. 因此,式(2)和(3)是一种适用于一般信息结构的模糊多属性决策方法.

2 最小隶属度加权平均偏差法

根据模糊优化决策的相对性[1],可定义相对理想方案为

$$G = (g_1, g_2, \cdots, g_m)^{\mathrm{T}}$$

式中 $g_i = r_{i1} \vee r_{i2} \vee \cdots \vee r_{in}, i = 1, 2, \cdots, m$. 这里"$\vee$"为模糊算子. 显然,决策方案 x_j 越接近 G,x_j 就越优. 因此,可用方案 x_j 偏离 G 的程度来度量其优劣. 现选取下列偏差指标来刻划

$$f_j(\omega^0) = \sum_{i=1}^{m} \omega_i (g_i - r_{ij}) \qquad j = 1, 2, \cdots, n \tag{4}$$

即对于给定的 ω,$f_j(\omega^0)$ 越小则 x_j 越优. 于是,可建立如下多目标决策模型

$$\min\{f(\omega^0) = (f_1(\omega^0), f_2(\omega^0), \cdots, f_n(\omega^0)) \Big| \sum_{i=1}^{p} \omega_i^2 = c\}$$

类似于前面的讨论,可将上述多目标决策集结为下列非线性规划

$$\min\{ \sum_{j=1}^{n} f_j(\omega^0) \Big/ n \Big| \sum_{i=1}^{p} \omega_i^2 = c\}$$

不难求得

$$\omega_i^* = \sum_{j=1}^{m} (g_i - r_{ij}) \sqrt{c \Big/ \sum_{i=1}^{p} [\sum_{j=1}^{n} (g_i - r_{ij})]^2} \qquad i = 1, 2, \cdots, p$$

对上述权重作规范化可得

$$\omega_i^{**} = d\sum_{j=1}^{n}(g_i - r_{ij})\Big/\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{n}(g_i - r_{ij}) \qquad i = 1,2,\cdots,p \tag{5}$$

将权重式(1) 和(5) 代入式(4) 可得各方案的隶属度加权偏差值，并按其由小到大的上升顺序可得方案集 X 的优序排列.

不难看出，上述最小隶属度加权平均偏差法同样适用于偏好信息完全不确知的多目标决策问题，即 $p = m$. 若偏好信息完全确知时，直接利用式(4) 便可做出决策. 因此，式(4) 和(5) 是另一种适用于一般信息结构的模糊多属性决策方法.

3 与其它现有方法的比较分析研究

为便于作比较分析，现选文[4] 中的应用实例. 某煤矿界外有丰富储量，为了提高原煤产量初步拟定 3 个扩建方案. 需要考虑的指标有 8 个：总投资(万元)、建井周期(年)、增占农田(亩)、年增产量(万吨)、达产前各方案可产煤量(万吨)、安全条件、可采年限(年)、全员生产率(吨 / 人)，分别记作目标 O_1，O_2，…，O_8. 其指标特征矩阵和相对隶属度矩阵分别为

$$X = \begin{bmatrix} 18\,400 & 3 & 100 & 80 & 300 & 0.6 & 40 & 1.2 \\ 19\,600 & 4 & 120 & 100 & 400 & 0.8 & 40 & 1.3 \\ 29\,360 & 6 & 540 & 120 & 150 & 1 & 50 & 1.5 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 0.667 & 0.750 & 0.600 & 0.800 & 0.800 \\ 0.939 & 0.750 & 0.834 & 0.834 & 1.000 & 0.800 & 0.800 & 0.867 \\ 0.627 & 0.500 & 0.185 & 1.000 & 0.375 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

(1) 偏好信息完全确知时. 假定已知 $\tilde{\omega}_i = 0.125$，$i = 1,2,\cdots,8$(即等权重)，直接使用式(4) 和(2) 可得

$$f^0(\tilde{\omega}) = (f_1^0(\tilde{\omega}_1),f_2^0(\tilde{\omega}_2),f_3^0(\tilde{\omega}_3)) = (0.827\,1,0.852\,9,0.710\,9)$$

$$\beta^0(\tilde{\omega}) = (\beta_1^0(\tilde{\omega}_1),\beta_2^0(\tilde{\omega}_2),\beta_3^0(\tilde{\omega}_3)) = (0.172\,9,0.147\,1,0.289\,1)$$

因此，两种方法得到的方案集 X 的优序排列为 $x_2 \succ x_1 \succ x_3$，与利用最小隶属度方法[4] 和群体 AHP 方法[9] 得到的结果完全一致.

(2) 偏好信息不完全确知时，假定前 6 个指标的权重未知即 $p = 6$，而后 2 个指标已知且 $\omega_7^* = 0.15$，$\omega_8^* = 0.20$. 分别利用式(4) 和(5)、式(2) 和(3) 可得

$$f^1(\omega^{**}) = (f_1^1(\omega^{**}),f_2^1(\omega^{**}),f_3^1(\omega^{**})) = (0.168\,1,0.147\,6,0.295\,8)$$

$$\beta^1(\omega^*) = (\beta_1^1(\omega^*),\beta_2^1(\omega^*),\beta_3^1(\omega^*)) = (0.821\,0,0.852\,0,0.762\,9)$$

易于看出，两种方法得到方案集 X 的优序排列仍为：$x_2 \succ x_1 \succ x_3$，与利用最小隶属度方法[4] 和群体 AHP 方法[9] 得到的结果完全一致.

(3) 偏好信息完全不确知时，此时 $p = 8$，$d = 1$. 由式(4) 和(5)、式(2) 和式(3) 可得

$$f^2(\omega^{**}) = (f_1^2(\omega^{**}),f_2^2(\omega^{**}),f_3^2(\omega^{**})) = (0.158\,4,0.144\,5,0.386\,6)$$

$$\beta^2(\omega^*) = (\beta_1^2(\omega^*),\beta_2^2(\omega^*),\beta_3^2(\omega^*)) = (0.823\,4,0.852\,4,0.735\,7)$$

方案集 X 优序排列仍为 $x_2 \succ x_1 \succ x_3$. 这与利用熵权模糊决策方法[7]、最小加权平均偏差方法[8]、群体 AHP 方法[9] 和模糊交叉算法[10] 得到的结果完全一样，但要比它们简单易行.

4 结束语

前面针对具有一般信息结构的模糊多属性决策问题建立了两种全新的最大隶属度加权平均规划方法和最小隶属度加权平均偏差法，它们确定目标权重的方法实质上都是客观赋权法，从而决策或评价结果相对比较合理、客观，并且可操作性强、易实现. 因此，本文提出的方法能为解决具有复杂信息结构的多目标决策问题提供一条崭新途径.

参考文献

1 李登峰. 复杂模糊系统多层次多目标多人决策理论模型方法与应用研究[博士学位论文]. 大连：大连理工大学，1995
2 陈守煜，赵瑛琪. 模糊优选理论与模型. 模糊系统与数学，1990，4(2)：87～91
3 李登峰，陈守煜. 时序多目标决策问题的模糊优选法. 系统工程与电子技术，1994，16(3)：12～18
4 胡秦生，郑春勇，王惠卿. 模糊多目标系统实用最优决策法及应用. 系统工程理论与实践，1996，16(3)：1～6
5 王应明等. 运用无限方案多目标决策方法进行有限方案多目标决策. 控制与决策，1993，8(1)：25～29
6 李登峰等. 多属性决策问题的模糊神经网络综合决策方法. 系统工程理论方法应用，1995，4(2)：45～52
7 唐 克. 目标的熵权模糊决策. 系统工程理论与实践，1992，12(5)：68～73
8 李登峰，刘德铭. 作战方案优选的最小加权平均偏差方法. 信息与决策系统，1997，2(1)：30～34
9 杨永清，许先云. 群体 AHP 方法判断矩阵的构造及应用. 系统工程，1994，2(3)：43～46
10 李登峰，陈守煜. 多目标优化问题的模糊交叉算法与收敛性. 应用数学，1997，10(3)：107～109

Fuzzy Multiattribute Decision Making Methods With General Information

Li Dengfeng
Department of Basics, Dalian Naval Academy

Abstract This paper investigated fuzzy multiattribute decision making problems with general information structure (i. e., decision maker' preference information complete known, and complete unknown and incomplete known), established the maximum membership average weighted programming method and the minimum membership average weighted deviation method. The real example demonstrated feasibility and effectiveness of the two methods proposed in this paper. A new way is presented to solve the fuzzy multiattribute decision makings with general information structure.

Keywords: multicriterion decision making, membership, information structure, weight