第1卷第4期
1998年 12月
管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA
Vol. 1 No. 4
Dec. 1998

7

序列群评价法则的一些研究[①]

39-43　C934

郑应文[②]
(福州大学自动化研究所)

【摘要】建立了序列群评价系统模型,提出一种使群评价值的误差方差达到最小的群评价法则——递推自校正方法,分析了几种常用的群评价法则的性能,并通过仿真试验,对几种方法的结果进行验证比较.

关键词:群评价,最小方差,递推校正　决策
分类号:C934

0 引 言

群评价是指由多名专家对某个问题进行各自评价,然后由领导者综合这些评价意见,按照某种算法,得到一个总体评价,这个算法称为群评价法则,其结果称为群评价值[1]. 本文主要讨论客观评价问题[2]. 在这类问题中,评价者所评价的问题本身是有一个客观的真实值的. 例如讨论明天的天气情况,估计下个月公司产品的销售额,军事或经济对抗中对他方行为的估计,对体育或文艺选手在比赛中的评份,企业对某种设计产品投入生产后所产生的经济效益的预计,等等. 这些评价的问题有些可在今后的发展过程中得知确切的真实值(如天气情况,下月的产品销售额等),有些难以简单地得到真实值的验证(如比赛中的评分,对未实行的投资项目的评价,等等),但其本身也都应该有一个客观的合理值. 因此,领导者在制定群评价法则时,应该使得到的群评价值与客观的真实值尽可能接近,而不是简单地按照如"少数服从多数"等对主观评价问题适用的法则,因为有时多数人的意见未必一定正确,而少数人的评价值有可能更接近客观真实值. 所以,领导者在制定法则对问题进行群评价中,必须同时对各专家的评价水平进行评价[3],对于那些评价值更接近真实值的专家意见,应该给予更大的重视,这样才能使群评价值与真实值之间的误差减小[1].

序列群评价系统是指由一些相对固定的专家对一系列类似问题进行评价,例如逐次对下个月的销售额进行群预测,在比赛中裁判对各选手的评分,等等. 这里假定每次对问题的投票评分值可以标准化为从0至100之间的实数,共有 n 个专家参加投票,领导则从这 n 个评分值中经过加权平均计算,得到一个群评价值. 由于这样的评价问题进行多次,领导可以根据每位专家以往的投票记录,来对每个投票者进行评价,给出他们每人一个评价分,这个评份分,表示投票者的评价水平. 领导者将依此给予每个投票者评价意见不同的重视程度. 当某些投票者评价分过低时,可以取消他的投票权利. 这样,一方面可以促使投票者在评价时不会根据自身利益或喜好去投票,而是根据自己对问题的认识和对情况的分析来作出判断,尽量使自己的评价值接近真值,以提高自己的评价分;另一方面领导也要按照各投票者评价分的不同,制定最优的群评价法则,使群评价值尽可能地接近真实值.

本文建立一种序列群评价模型,从理论上得出最优群评价法则的条件,并提出一种递推方法

---

① 863计划CIMS主题项目(863—511—9607—004)与福建省自然科学基金资助项目(F96012).

② 郑应文:副研究员,研究方向:决策分析,离散事件对策,过程控制等. 通讯地址:福州大学自动化研究所. 邮编:350002. E-mail:zhengyw@fzu.edu.cn.

本文1998年7月16日收到.

对序列群评价问题进行计算的方法，并不断地对各专家的水平给出评价分，使群评价法则能够不断地进行自校正，以达到最优. 文中还对几种常用的群评价法则进行分析，并通过计算机仿真实验的方法，对各种群评价法则的结果进行比较.

1 模型与理论计算

设 n 个专家分别对问题 P 进行评价，每人给出一个 0 至 100 之间的评分值 $a_i(i = 1,2,\cdots,n)$，而问题的客观真实值是未知的 a_0，领导者要从这 n 个评分值中得到一个群评价值 $\bar{a}$，使之与 a_0 尽可能接近.

假定第 i 个投票者的评价值 a_i 与真实值 a_0 之间的差 ζ_i 是随机变量，它的均值是零，方差是 σ_i^2，并且相互独立，即有

$$E(\zeta_i,\zeta_j) = \begin{cases}\sigma_i^2 & i = j\\ 0 & i \neq j\end{cases}$$

假定 ζ_i 的均值是 0，是因为投票者都是这方面的专家，在序列群评价的投票过程中，能够积累经验，根据他们的评价值与真实值之间的比较，消除个体评价的系统偏差. 而方差 σ_i^2 的大小则表示第 i 个投票的评价水平. 相互独立是指投票时各人都不受其他人的影响.

领导者取这 n 个评价值的某种加权平均作为群评价的值 $\bar{a}$，即取

$$\bar{a} = \sum_{i=1}^{n} c_i a_i$$

这里 $0 \leqslant c_i \leqslant 1$ 且 $\sum_{i=1}^{n} c_i = 1$. 这样 $\bar{a}$ 也是一个随机变量，它的均值是 a_0，方差为

$$\bar{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^{n} c_i^2 \sigma_i^2$$

要 $\bar{a}$ 尽量接近 a_0，就是要使得 $\bar{\sigma}^2$ 尽可能小，为此作 Lagrange 函数

$$\sum_{i=1}^{n} c_i^2 \sigma_i^2 + \lambda\left(\sum_{i=1}^{n} c_i - 1\right) = 0$$

求导数后为

$$\begin{cases} 2c_i\sigma_i^2 + \lambda = 0 \qquad (i = 1,2,\cdots,n)\\ \sum_{i=1}^{n} c_i - 1 = 0\end{cases}$$

解这个方程组，得到当 $c_i = \left(\sigma_i^2 \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2}\right)^{-1}$ $(i = 1,2,\cdots,n)$ 时，$\bar{a}$ 方差达到最小，为 $\bar{\sigma}^2 = M$，这里的 M 定义为 $\frac{1}{M} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2}$ 由此得到群评价的最优法则：

定理 在群评价中，如果 n 个投票者的评价值与真值的差是均值为 0，方差为 σ_i^2 的独立随机变量，则最优的群评价法则为 $\bar{a} = \sum_{i=1}^{n} c_i a_i$，这里 $c_i = \frac{M}{\sigma_i^2}$，而 $M^{-1} = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^{-2}$. 这时的群评价值 $\bar{a}$ 是对真值的无偏评价，其误差方差达到最小，为 M.

可以看出，领导者在计算群评价值 $\bar{a}$ 时，必须对参加投票的各个专家的水平进行评价，确定他们各自的评价方差 σ_i^2，以便在计算 $\bar{a}$ 时决定各专家投票值的加权系数. 在序列群评价问题中，根据以往各专家对评价问题的投票记录，可以计算各个投票人的评价方差. 例如对序列 $P(1),P(2),\cdots,P(k)$ 进行群评价，第 i 个投票人参加了这些投票，他每次的评价值分别是 $a_i(1),a_i(2),\cdots,a_i(k)$，而事后验证的结果，这些问题的真实值是 $a_0(1),a_0(2),\cdots,a_0(k)$，那么根据这些记录，可以算出第 k 次群评价后第 i 个投票人评价方差的近似值为

$$\sigma_i^2(k) = \frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k}[a_0(j) - a_i(j)]^2$$

在统计学中可以证明，当次数 $k \to \infty$ 时，$\sigma_i^2(k) \to \sigma_i^2$，即这个近似值将趋于投票人评价方差的准确值.

当投票人 i 进行 k 次投票后，以 $b_i = \frac{1}{\sigma_i^2(k)}$ 作为他对这类问题进行评价的评价水平分，随着 k 的增加，b_i 要不断地进行修正而趋于他的评价方差的倒数. 在进行下一次群评价时，群评价值是所有投票值的加权平均，而每人的加权值应与他们当时的评价水平分成比例，即群评价值应为 $\bar{a} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} b_i}\sum_{i=1}^{n} b_i a_i$. 经过第 $k+1$ 次投票后，第 i 个投票者的评价记录增加了一次，要用上述方法重新计算他的评价方差. 为了减少计算量和存储量，可以采用递推的方法，用第 $k+1$ 次评价时的误差平方，对原来的评价方差 $\sigma_i^2(k)$ 进行修正，计算公式为

$$\sigma_i^2(k+1)=\frac{1}{k+1}[k\sigma_i(k)+(a_o(k+1)-a_i(k+1))^2]$$

再以 $\sigma_i^2(k+1)$ 的倒数作为 i 投票人的 b_i，进行下一次的群评价．这种方法称为以真实值校正的递推方法．

在事后也难以准确知道每个评价问题真实性 $a_o(j)$ 的情况，则用由最优群评价法则得到的群评价值 $\bar{a}(j)$ 来代替 $a_o(j)$ 进行计算和校正．这种方法称为以评价值校正的递推方法．

2　几种群评价法则分析

在日常的许多群评价问题中，人们采用了各种的群评价法则，现在用上面的分析结果，对这些评价法则进行分析比较，研究它们的适用范围和性能好坏．

2.1　算术平均法

对几个投票人的评价值采用算术平均得到群评价值，这是最常用的法则之一．这里的加权准则为对所有的投票人都是 $c_i=\frac{1}{n}$，群评价值的误差方差为 $\bar{\sigma}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2$，当所有的 σ_i^2 都相等时，算术平均法与最优法则相同，其群体评价误差方差为 $\frac{\sigma_i^2}{n}$，达到最小．这说明在投票人的评价水平相同或相接近时，这种群评价方法比单个人评价要准确，且参加评价的人数越多，与真值的误差越小．当投票人的评价水平不同时，算术平均法不是最优的，各 σ_i^2 的差距越大，算术平均法与最优法则的差距就越大．算术平均法的群评价值的误差方差有时会大于最好的个人评价方差，但一定会小于最差的个人评价误差方差．因此，算术平均的群评价法则可用在评价者的评价水平相当，或者是由于缺乏各人的评价者历史记录，而只能对大家采取一视同仁态度的场合．

2.2　中间值法

中间值法就是在竞赛评分中常用的"去掉1个（或几个）最高分，去掉1个（或几个）最低分，其余的有效分取算术平均值的方法．这是不同于最优法则的另一种加权方法．除非所去掉的评分者的评价方差是无穷大，而其余人的方差又全都相等这样一种极端情况之外，这个法则都将异于最优法则．但是当有某几个评价者的评价水平的误差方差很大，而又无法事先对各个评价者的具体评价水平高低作出估计时，采用中间值法可能是有益的．由于最大最小的评分值经常是由 σ_i^2 大的投票者产生，中间值法相当于将他们的加权系数降为0，而适当加大其余投票者的加权系数，显然在各 σ_i^2 相差很大时这比算术平均法会更接近最优法则．中间值法可用在缺乏各投票者的评价记录，但假定各投票者的评价水平参差不齐的情况．中间值法对于个别评价者有意不按客观情况，而按自身利益进行评价的做法，也有一定的防范作用．

2.3　取个别专家的评价值

领导者根据以往评价记录，只考虑一个或几个专家的评价值而不考虑其他评价者的评价值．这种评价法则显然不是最优的，但有时却是可靠的，比如领导者认为一个或几个评价者的评价水平很高，他们的评价方差都小于一个阈值 σ^2，那么取他们的评价值进行评价，就能保证得到的群评价值不会与真值相距太大，可以达到领导者满意度的水平．而如果加上其它未知水平的评价者的意见，反而有可能使群评价值变差，达不到所要求的精确程度．因此，对于那些只要求群评价值达到一定水平的情况，领导者可以采取这种谨慎的群评价法则，只考虑部分评价水平高的专家的意见，对于那些新参加评价的或评价记录不佳的投票者，可以参加投票，但不考虑他们的评价值，只有当某个投票者的评价记录证明了他的评价误差方差小到一定的阈值时，才开始将他的评价值放到群评价公式中进行计算．

2.4　以真实值校正的递推方法

这种法则已在前面详细加以介绍．它适应于序列群评价系统，要求事后能知道所评价问题的真实值，并要保存每个投票者的评价记录．它充分利用了投票者所有评价记录的信息，并按照最优群评价法则进行加权计算，能使群评价误差方差达到最小．

2.5　以评价值校正的递推方法

这种法则适应于事后无法知道所评价问题真实值的序列群评价系统．由于它用以前的群评价值代替真实值进行计算，所以某次群评价值与真

实值的误差大小，与以前各次群评价值的质量有关. 在初始进行群评价时，因为没有评价记录，要采用算术平均法或中间值法进行群评价，然后才能采用以前的各项评价记录进行递推群评价.

2.6　修正的递推方法

有时领导者认为各投票者的评价水平是发生变化的，则可以用有限长度来估计他的评价水平方差，比如当某个投票者的投票次数超过 K 次时，不采用他的全部评价记录，而只采用最近的 K 次评价记录与真实值(或群评价值)的误差来计算他的评价水平方差，并以此来决定在下一次群评价中该投票者的评价水平分. 或者更一般地采用遗忘因子法来估计投票人的评价水平，在计算投票人的评价水平的方差时，对他以前各次评价时的误差平方加上不同的权，时间越早的所加的权重越小，由此推出投票人评价误差方差的估计式. 这些方法也有相应的递推公式，这里就不赘述了.

3　仿真试验与结果比较

仿真试验分 8 组进行. 在每组试验中，有 6 个投票人对 100 个不同的序列群评价问题逐一进行投票. 同组中第 i 个投票人每次投票的评价误差方差设为 $\sigma_i^2 (i = 1,2,\cdots,6)$，他每次投票的评价值与真实值的差都是由相同的 σ_i^2 为参考方差所得到的伪随机数而产生的. 对每个评价问题，6 个投票人将产生 6 个评价值. 用 4 种不同的群评价准则，可给出 4 种群评价值，这 4 种准则是：

Ⅰ　算术平均法；

Ⅱ　中间值法(去掉 1 个最高值，1 个最低值，其余进行平均)；

Ⅲ　以真实值校正的递推方法；

Ⅳ　以评价值校正的递推方法.

对每组的 100 个评价问题，用其中的一种法则可以得到 100 个群评价值，这些群评价值与真值之间的偏差大小，可以用这的 100 个偏差的方差来表示，例如法则 Ⅰ 的偏差方差为 $\frac{1}{100}\sum_{i=1}^{100}(a_o(i) - a_I(i))^2$，这里 $a_o(i)$ 是 100 个真实值，$a_I(i)$ 是用法则 Ⅰ 得到的 100 个群评价值. 显然，这个偏差的方差越小，说明这种群评价法则越好.

这样的仿真试验共进行 8 组. 对每组中 6 个投票者的评价误差的参考方差选用不同的组合形式，分别算出由不同的群评价法则所得到偏差方差. 其仿真结果如下表：

组别	6 个评价者投票误差的参考方差	按不同法则得到群评价结果与真值的偏差方差			
		法则 Ⅰ	法则 Ⅱ	法则 Ⅲ	法则 Ⅳ
1	1,11,1,11,1,11	2.278 5	2.587 7	2.098 6	2.392 7
2	3.2,2.8,2.2,5.6,3.12,1.7	0.478 1	0.490 8	0.368 1	0.430 4
3	13.2,12.8,22,11.1,9.12,17	2.352 5	2.495 7	1.793 7	2.129 1
4	0.2,0.08,0.2,0.6,0.12,17	0.522 9	0.083 9	0.035 8	0.058 0
5	1.1,1.1,1.1,1.1,1.1,11	0.876 1	0.645 0	0.320 3	0.390 6
6	9.1,8.1,6.1,0.1,0.1,0.1	0.717 4	0.453 1	0.028 7	0.071 4
7	0.1,2.1,6.1,11,13,11	1.251 9	1.161 8	0.105 0	0.472 9
8	0.1,8.1,6.1,11,13,11	1.387 5	1.421 3	0.112 6	0.620 7

从仿真结果可以看出：

3.1　在可以得到真实值的序列群评价问题中，以真实值校正的递推方法(法则 Ⅲ)是最好的，其群评价结果与真值的偏差方差达到最小，特别是在评价人的评价水平相差较大时，它的优点十分明显.

3.2　以评价值校正的递推方法(法则 Ⅳ)也能得到较好结果，它的群评价的偏差方差虽然比法则 Ⅲ 要大一些，但在一般情况下，比法则 Ⅰ、法则 Ⅱ 都要好.

3.3　对于算术平均法与中间值法则，仿真结果表明，当各投票人评价水平相同或相距不大(第 1、2、3 组)，或只有个别的评价误差方差很小(第 8 组)时，用算术平均法较好；而在投票人评价水平相距较大的其他场合，用中间值法得到的群评价结果较好.

4　结　论

群评价方法，是决策民主化科学化的重要形式[4]. 在对客观事物的群评价时，要制定科学的优化群评价法则，才能提高决策水平. 本文对于序列群评价系统，提出一套自校正方法来进行群评价，从理论分析和仿真试验结果来看，这个方法都是比较好的.

已制作一套可应用软件，将这个方法用在某

企业专家组对产品设计方案的群评价上去.在不同的实际环境中使用这个法则,还需在运行中继续修正与完善.

参考文献

1 陈珽.决策分析.北京:科学出版社,1987

2 王宗军.综合评价的方法、问题及其研究趋势.管理科学学报,1998,1(1):73~79

3 Eschenauer. Koki. Osycake. Multicriteria design optimization. Springer, 1990

4 Steuer R E. Multiple criteria optimation: theory, computation and application. John Wiley & Sons, Inc. 1986

A Study of Series Group Evaluation Criteria

Zheng Yingwen

Institute of Automation, Fuzhou University

Abstract A model of series group evaluation systems is established. An evaluation criterion with minimal variance, the recurrence adjustment approximation, is presented. Some evaluation criteria are analysed, and their simulation results are compared.

Keywords: group evaluation, minimal variance, recurrence adjustment

(上接第19页)

Management Science to Face with Complicated Problems Ⅱ —Study on Some Problems About Fractral and Chaotic of the Economic Dynamical Time Series

Sheng Zhaohan, Ma Junhai, Chen Guohua

Institute of Systems Engineering, Southeast University

Abstract The paper presents a new method about statistic estimation. The relationship about embedding dimension are studied carefully. According to the theory the concrete paradigram, as well as the selected method of calculating length of the economic time series were proposed. The proposed method in this paper was proved by calculating examples to be effective.

Keywords: nonlinear, statistic estimation, chaotic economic timeseries, fractral