第 2 卷第 3 期
1999 年 9 月

管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA

Vol. 2 No. 3
Sep. 1999

6

一类两层规划问题模糊满意解的遗传算法

33-38

刘新旺[1] 达庆利
(东南大学经济管理学院)

【摘要】在现有两层规划问题求解方法的基础上，提出用浮点数编码的遗传算法求解该问题模糊满意解的新方法. 这种方法每次提供给决策者一组近似最优解，通过决策者的比较、评价和选择，在交互过程中得到各决策者都满意的解. 该方法不仅可以给决策者提供更多的决策环境信息，而且可以适应决策者偏好的变化，使得决策过程更合理，更符合人的认识过程.

关键词：两层规划，隶属度函数，遗传算法，模糊最优解

分类号：TP18

O242.23

0 引 言

递阶规划是一种在社会经济系统中广泛应用的决策模型. 其主要特征为：上层决策者利用其地位和信息的优先性率先宣布对自己最有利的策略，下层决策者者以上层决策为其约束条件优化自己的目标. 由于结构的关联性，上层决策时必须考虑下层为优化自己目标时所作出的反应；下层决策者通常要将其决策提交给上层，上层再根据自己的利益作出接受或拒绝的反应. 目前，研究比较多的是两层规划、两层分散规划和三层规划模型. 对于递阶规划问题，由于即使最简单的两层单目标线性规划问题也是非凸的，而且上层目标函数对其决策变量不是处处可微的，因此虽然有很多人对此进行过研究，但很久以来一直没有一种有效的方法. 已有的一些方法，如网格搜索法、轴向参数补偿法等，都只能用于求解某些特定类型的问题，对一般较大型的问题，算法往往变得十分复杂，甚至根本无法求解.

最近，Shih 和 Lai[2,3]根据实际决策过程的不确定性，提出使上下层都尽可能满意的折衷解求法；用模糊多目标规划的方法对目标函数进行集成，通过交互式的满意解搜索方式，得到每个决策者都满意的折衷解；还有人提出了两层规划问题随机全局优化方法[6]；文[1]则在上层解唯一的情况下，提出了求解两级非线性规划问题的模拟退火方法.

上述所有求解过程有一个共同特点，就是最后得到的都是单个最优解或满意解；同时，在求解过程中，对决策者满意度隶属函数作了一种很粗糙的线性假设，即把目标模糊满意度的隶属度函数视为梯形或三角形模糊数. 实际上，在很多情况下，由于决策者掌握信息的局限性和偏好的模糊性，决策者偏好往往随着决策信息的增多和认识的加深而不断修正，即决策者的偏好函数未必是固定的线性函数而往往是随决策过程而变化的非线性函数. 因此，一方面根据决策者最初的目标函数期望值和决策偏好所得到的最优解未必是决策者最终所期望的；另一方面决策者有时需要通过最优解附近多个解的比较以获取必要的决策信息，而决策者在单独面对唯一的一个解时，往往很难作出接受或拒绝的判断. 在上述分析的基础上，本文提出一种用浮点数编码的遗传算法来求解两层规划问题满意解的方法.

遗传算法是本世纪 60 年代发展起来的用于求解优化问题的一种有效工具. 由于其良好的收敛性，特别是对不可微甚至不连续优化问题的搜索能力，近年来发展成为求解通常数学方法无法处理的组合优化、车间调度等方面问题的有力工

1) 刘新旺：博士生. 通讯地址：江苏南京东南大学经济管理学院，邮编：210096
本文 1998 年 11 月 10 日收到.

具[4-7]. 传统的遗传算法用二进制编码表示，本文根据问题实际，采用浮点编码的遗传算法，与二进制编码的遗传算法相比，基于浮点数编码可以表示更大的可行域范围，设计更加灵活的遗传算子，避免了二进制编码算法效率会因基因的长度迅速增大而降低，以及基因编码设计对问题的依赖性. 最近，也有人将遗传算法的思想用于带柔性约束的线性规划问题[8,9,12]，但将基于浮点数的遗传算法用于两层规划的模糊优化方法目前尚未见报道.

本文将 Shih 和 Lai 提出的交互式方法与基于浮点数的遗传算法相结合，提出了一种基于遗传算法的两层规划问题模糊满意解求法. 与得到唯一最优解或满意解的方式不同，在决策者对方案作出接受或拒绝的判断时，每次提交给决策者的不是单个的最优解，而是围绕目前决策者偏好结构的精确最优解之一组近似最优解. 决策者可以通过对这组近似最优解的优劣比较，作出从目前解集中选择其中之一作为满意解或者修正隶属度函数的决定，也可以根据这些近似解了解最优解附近决策空间变化规律. 这种比较和判断过程一方面给决策者更大的选择余地，也使决策更加合理和决策过程更具柔性. 在算法实现过程中，通过适当定义遗传算法的适应度函数，由一组可行解组成的初始种群，进行选择、交叉和变异操作，得到精确最优解或满意解附近的一组近似解，基于这组近似解，便可采用人机交互的方式得到决策者所期望的解. 该方法虽然没有采用非线性的满意度隶属函数，但由于决策者可以在线性满意度隶属函数的最优解附近作出选择，因此实际上相当于得到了隐性非线性满意度隶属函数的最优解；此外这种方法还可以适应偏好函数在一定范围内的变化. 为简单起见，本文仅以两层线性规划问题为例阐述算法思想和主要过程，由于遗传算法本身对非线性模型的良好的收敛性和稳定性，因此本方法很容易推广到非线性两层规划或多层递阶规划问题的求解.

1 两层线性规划问题的满意解

两层线性规划问题可表述如下：

$$\max_{x_1} f_1(x_1,x_2) = c_{11}x_1 + c_{12}x_2$$

其中 x_2 解

$$\max_{x_2} f_2(x_1,x_2) = c_{21}x_1 + c_{22}x_2 \tag{1}$$

$$\text{s.t.}\ (x_1,x_2) \in F_2 = \{(x_1,x_2) \mid A_1x_1 + A_2x_2 \leqslant b,\ x_1,x_2 \geqslant 0\}$$

此处，c_{11}、c_{12}、c_{21}、c_{22} 和 b 均为常向量；A_1、A_2 为常量矩阵. 其模糊满意解的求解过程如下：

首先，各个决策者在不考虑其他决策者利益的情况下，单独优化自己的目标，得到各自目标函数期望值的上界；然后，根据该目标在其他目标单独决策时的值，并结合实际情况，确定目标函数值的下界，即上下层决策者分别求解问题(1) 和 (2)：

$$\begin{aligned}&\max_{x_1} f_1(x_1,x_2) = c_{11}x_1 + c_{12}x_2\\ &\text{s.t.}\ (x_1,x_2) \in F_2\end{aligned} \tag{1}$$

和

$$\begin{aligned}&\max_{x_2} f_2(x_1,x_2) = c_{21}x_1 + c_{22}x_2\\ &\text{s.t.}\ (x_1,x_2) \in F_2\end{aligned} \tag{2}$$

假设上层决策者和下层决策者的解分别为 $\{x_{11}^0, x_{12}^0, f_1^U\}$ 和 $\{x_{21}^0, x_{22}^0, f_2^U\}$，如果 $x_{11}^0 = x_{21}^0$、$x_{12}^0 = x_{22}^0$，那么最优解已经得到. 然而，在通常情况下，这些解是不同的. 上层决策者独立作出决策时，下层决策者可以得到的目标函数最小值为 $f_2^L = f_2(x_{11}^0, x_{12}^0)$，于是下层决策者可以得到的目标函数值就在区间$[f_2^L, f_2^U]$内，类似地，上层决策者可以得到的目标函数值在$[f_1^L, f_1^U]$其中 $f_1^L = f_1(x_{21}^0, x_{22}^0)$. 由此，上下层决策者的目标满意度隶属函数可定义为

$$\mu_i(f) = \begin{cases} 1 & f > f_i^U \\ \dfrac{f - f_i^L}{f_i^U - f_i^L} & f_i^L \leqslant f < f_i^U \quad i = 1,2 \\ 0 & f < f_i^L \end{cases} \tag{3}$$

用极小极大算子集成各目标的模糊满意度隶属函数，则有

$$\begin{aligned}\max\quad & \mu = \min(\mu_1, \mu_2)\\ \text{s.t.}\quad & \mu_1 \geqslant 0, \mu_2 \geqslant 0\\ & (x_1, x_2) \in F_2\end{aligned} \tag{4}$$

显然，该问题的可行域是凸的. 若各决策者对问题(4) 的最优解比较满意，计算终止；否则修正各自的隶属函数定义，继续计算.

2　浮点数编码的遗传算法

由于线性规划问题的可行域总是凸集 S，结合两层规划问题的实际情况，本文用到的浮点数遗传算子如下：

1）基因表示

为了提高算法效率和灵活性，遗传算法基因用浮点数表示，对基因池中的个体 j，用向量

$$x(j)=[x_1^{\mathrm{T}}(j),x_2^{\mathrm{T}}(j)]^{\mathrm{T}},j=1,2,\cdots,N \tag{5}$$

表示，N 为群体人口数. 第 k 代基因池的第 j 个体记为 $x^k(j)$.

2）评价函数

根据上下层目标集成方式的不同，评价函数可以有多种选择，为便于比起见，仍采用极大极小算子进行集成，即评价函数为

$$F(j)=\min(\mu_1(f_1(x(j))),\mu_2(f_2(x(j)))) \tag{6}$$

3）选择算子

为了保持群体的多样性，采用通常的适应度比例方法，按赌轮原则进行群体选择. 具体方法如下：

（1）计算每个个体的适应度比例

$$P(j)=F(j)/\sum_{i=1}^{N}F(i)\quad j=1,2\cdots,N \tag{7}$$

（2）计算

$$S(j)=\sum_{i=1}^{j}P(i)\quad j=1,2,\cdots,N \tag{8}$$

（3）产生一组均匀分布的随机数 $\zeta_j\in[0,1]$，$j=1,2,\cdots,N$，若 $S(j-1)<\zeta_j<S(j)$，则选 $S(j)$ 作为新一代个体成员.

4）交叉算子

根据浮点数基因的特点，采用的交叉算子如下：对第 k 代的两个交叉基因 $x^k(l)$ 和 $x^k(m)$，其标量形式为

$$x^k(l)=(x_1^k(l),x_2^k(l),\cdots,x_n^k(l))^{\mathrm{T}}$$

$$x^k(m)=(x_1^k(m),x_2^k(m),\cdots,x_n^k(m))^{\mathrm{T}}$$

$x^{k-1}(l)$ 和 $x^{k+1}(m)$ 分别是 $x^k(l)$ 和 $x^k(m)$ 的凸组合，即

$$x^{k+1}(l)=a\cdot x^k(l)-(1-a)\cdot x^k(m)$$

$$x^{k-1}(m)=a\cdot x^k(m)+(1-a)\cdot x^k(l) \tag{9}$$

如上定义的交叉算子保证了在凸可行域的情况下，由交叉运算所产生的新基因的可行性.

5）变异算子

为使遗传基因随着代数的增加趋于稳定和收敛，采用文献[7]提出的自适应变异算子：

首先确定要变异的基因位 i，并随机产生一机器数位 r，

$$x_i^{k-1}(l)=\begin{cases}x_i^{k+1}(l)+\Delta(k,u^{x_i}-x_i^{k+1}(l))\ r=0\\ x_i^{k+1}(l)+\Delta(k,x_i^{k+1}(l)-l^{x_i})\ r=1\end{cases} \tag{10}$$

其中 u^{x_i} 和 l^{x_i} 分别是染色体的第 i 基因位所表示的决策分量在可行域内变化的上下界. $\Delta(k,y)$ 为一随机数，随着代数 k 的增加，越来越接近于 0，其具体形式如下：

$$\Delta(k,y)=(1-r^{(1-\frac{k}{T})^{\beta}})y \tag{11}$$

r 是[0,1]之间的随机数，T 是群体的最大代数，β 是根据群体的一致性确定的参数. 该种变异算子可以使变异所产生的新基因总在可行域的范围之内，并且随着迭代次数的增加，其变异幅度越来越小，从而保证了算法的收敛性和稳定性.

3　基于遗传算法的两层规划模糊满意解求解方法

求解方法如下：

1）由(1)～(3)，建立各决策者的模糊满意度的隶属函数；

2）在约束可行域内产生一组初始方案，作为遗传算法的初始种群；

3）建立方案评价函数(6)并设定遗传算法的种群人口数 N、进化迭代次数 G、交叉概率 p_c、变异概率 p_m 以及自适应变异算子参数 β；

4）由(7)～(8)，根据评价函数来选择种群个体；

5）根据交叉概率 p_c 确定交叉基因个数并使其为偶数，选择交叉基因，随机配对，按(9)进行交叉运算；

6）根据变异概率 p_m 确定变异基因个数，随机选择变异基因，按(10)和(11)进行变异运算；

7）根据收敛情况以及决策者的主观判断，决定是否终止优化过程；

8）选出一组近似最优方案；

9）由决策者对方案作出分析、评价、选择、若

决策者认为目前方案中有其所需的满意解，计算结束；否则修正满意度隶属函数，转 4).

由遗传算法实际循环次数为 G，初始种群数为 N，则每次进化过程将搜索 $G \times N$ 个方案点，因此在决策者偏好结构不变或者变化不大的情况下，可以很快找出决策者需要的满意解. 此外，还可以进一步用加权极小极大算子或加权算术平均算子替代式(6) 作为评价函数，还可以采用类似两阶段法的模糊方法[10] 作进一步优化.

4 算 例

为表明上述优化方法的有效性，考虑如下算例[3]. 某外贸管理部门及其下属出口型生产企业，该企业在生产能力范围内生产两种产品 A 和 B. 对这两种产品，企业可分别获得 1 亿元 / 万件和 2 亿元 / 万件的销售利润，而管理部门则分别获得 2 亿元 / 万件的外汇收入和需进口 1 亿元 / 万件的原材料，上层管理部门和下层生产企业分别控制产品 A 和产品 B 的产量，管理部门要求外汇收入最大，生产企业则要求利润最大. 该问题可描述为如下的两层线性规划问题：

$$\max_{x_1} f_1 = 2x_1 - x_2$$

其中 x_2 解：

$$\max_{x_2} f_2 = x_1 + 2x_2$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & 3x_1 - 5x_2 \leqslant 15 (\text{生产能力约束}) \\ & 3x_1 - x_2 \leqslant 21 (\text{管理层约束}) \\ & 3x_1 - x_2 \leqslant 21 (\text{空间约束}) \\ & 3x_1 + 4x_2 \leqslant 45 (\text{原材料约束}) \\ & x_1 + 3x_2 \leqslant 30 (\text{劳动力约束}) \\ & x_1, x_2 \leqslant 0 \end{aligned} \tag{12}$$

各决策者单独决策时的最优解和目标函数值分别为 $x^1 = (7.5, 1.5)$，$f_1^U = 13.5$；$x^2 = (3, 0.9)$，$f_2^U = 21$；各决策者在对方决策时的目标函数值为 $f_1^L = -3$，$f_2^L = 10.5$，以此分别作为各自目标函数的上下界，可得各自的目标函数满意度函数为

$$\mu_1(x) = \frac{x+3}{16.5}, \quad \mu_2(x) = \frac{x-10.5}{10.5}$$

用极小极大算子集成各模糊目标函数，可得精确最优解为 $x^* = (7.18, 5.45)$，$\mu = 0.722$. 采用本文方法求解，设 $N = 20$，$G = 100$，$p_c = 0.4$，$p_m = 0.03$，$\beta = 1$，在选择过程中，采用了一般的赌轮原则. 每一代的演化过程如图 1 和图 2 所示. 从图 1 和图 2 可以看出，遗传算法表现出良好的收敛性，当进化过程达到一定程度，每一代群体都集中在精确的最优解附近，而且，其最优个体已基本上达到精确最优解.

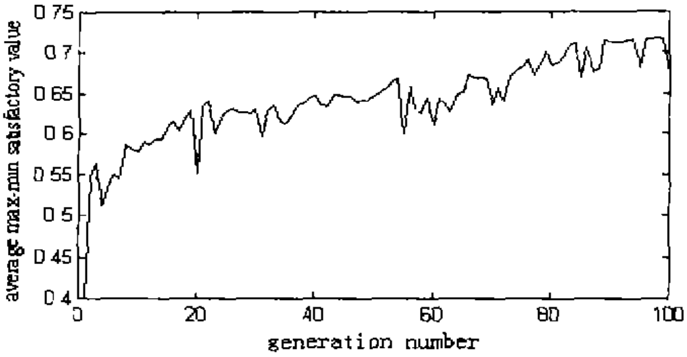

图 1 每一代群体的平均最小满意度曲线

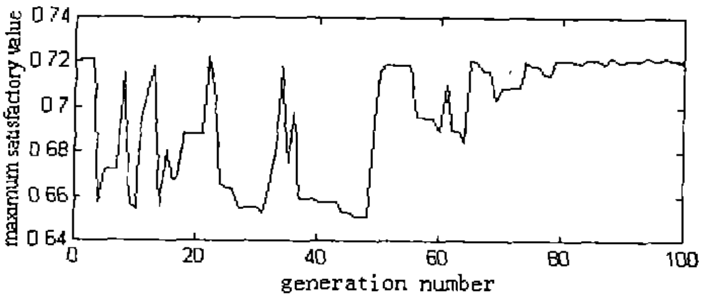

图 2 每一代群体的最优个体最小满意度曲线

从每一代的近似最优解中，决策者可以得到有关在目前的目标满意度隶属函数定义下，目标函数在最优解附近的变化规律，以作为进一步优化和决策的依据. 以第 98 代的 20 个近似最优解为例，其优化结果和目标函数相关线分别如表 1 和图 3 所示. 从中可以看出，这组近似最优解实际上给出，在目标函数空间中两个目标函数折衷呈现出线性变化规律，由此决策者可以决定是否接受其中的某个解为满意解，若不能接受则调整隶属函数值重新求解.

表 1 第 98 代群体的目标函数值及其满意度

序号	x_1	x_2	f_1	f_2	μ_{f_1}	μ_{f_2}	μ
1	7.192	5.424	8.960	18.040	0.725	0.718	0.718
2	7.203	5.392	9.013	17.987	0.728	0.713	0.713
3	7.205	5.384	9.026	17.974	0.729	0.712	0.712

续表 1

序号	x_1	x_2	f_1	f_2	μ_{f_1}	μ_{f_2}	μ
4	7.185	5.444	8.926	18.074	0.723	0.721	0.721
5	7.192	5.424	8.960	18.040	0.725	0.718	0.718
6	7.194	5.417	8.972	18.028	0.726	0.717	0.717
7	7.189	5.434	8.943	18.057	0.724	0.720	0.720
8	7.205	5.385	9.025	17.975	0.729	0.712	0.712
9	7.185	5.444	8.926	18.074	0.723	0.721	0.721
10	7.188	5.437	8.938	18.062	0.723	0.720	0.720
11	7.194	5.417	8.972	18.028	0.726	0.717	0.717
12	7.192	5.424	8.960	18.040	0.725	0.718	0.718
13	7.189	5.434	8.944	18.056	0.724	0.720	0.720
14	7.192	5.424	8.960	18.040	0.725	0.718	0.718
15	7.186	5.443	8.928	18.072	0.723	0.721	0.721
16	7.185	5.444	8.926	18.074	0.723	0.721	0.721
17	7.203	5.392	9.013	17.987	0.728	0.713	0.713
18	7.179	5.463	8.894	18.106	0.721	0.724	0.721
19	7.205	5.385	9.024	17.976	0.729	0.712	0.712
20	7.178	5.465	8.892	18.108	0.721	0.725	0.721
精确解	7.183	5.450	8.917	18.083	0.722	0.722	0.722

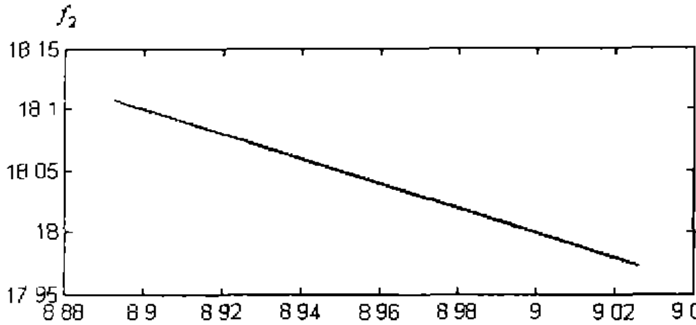

图 3　第 98 代群体上下层目标函数值的相关线

5 结　论

本文提出了用遗传算法求解两层线性规划问题模糊满意解的交互式求解方法．针对决策信息不完整和决策者偏好变化的特点，该方法提供一组近似最优解而不是单个精确最优解供决策者评价和选择．这样不仅可以提供给决策者更多的决策信息，而且可以适应决策者偏好的在一定范围内的变化，因而使决策更容易、更接近于一类实际决策过程．

参 考 文 献

1　杨若黎，顾基发．一类非线性规划问题的模拟退火解．系统工程理论与实践，1997；17(7)：502～508

2　Lai Y J. Hierarchical optimization：a satisfactory solution. Fuzzy Sets and Systems. 1996；77：321～333

3　Shih H S，Lai Y J，Lee E S. Fuzzy approach for multilevel programming problem. Computers Ops. Res.，1996；23(1)：73～91

4　陈国良，王煦法，庄镇泉等．遗传算法理论与应用．北京：人民邮电出版社，1996

5　严庆红．决策者具有博弈关系的优化问题研究．天津：天津大学博士学位论文，1991

6　仲伟俊．几类复杂非凸大系统的优化方法及其应用研究．南京：东南大学博士学位论文，1991

7　刘　勇，康立山，陈毓屏．非数值并行算法— 遗传算法．北京：科学出版社，1995

8　Zibghiev Machalewicz. Genetic algorithm — data structure＝evolution programs. Berlin：Springer-Verlag，1994

9　Wang Dingwei. A inexact approach for linear programming problems with fuzzy objective and resources. Fuzzy Sets and Systems，1997；89：61～68

10　Wang Dingwei，Fang S H. A genetic-based approach for aggregated production planning in a fuzzy environment. IEEE Trans. on Systems Man and Cybernetics. Part. A—Systems and Humans，1997；27：637～645

11　Lee E S，Li R J. Fuzzy multiple objective programming and compromise programming with Pareto optimum. Fuzzy Sets and Systems，1993；53：275～288

12　Tang Jiafu，Wang Dingwei，etc. Model and method based on GA for nonlinear programming problems with fuzzy objective and resources. International Journal of Systems Science，1998；29(8)：907～913

A Fuzzy Approach for the Bi-level Programming with Genetic Algorithm

Liu Xinwang Da Qingli

School of Economics and Management, Southeast University

Abstract On the current research of bi-level programming, a new approach to get its fuzzy satisfactory solution with floating code genetic algorithm is proposed. The approach provides the decision makers (DMs) with a group of inexact optimal solutions, so that in the process of interactive comparison, evaluation and selection, a satisfactory solution can be got easily. Moreover, the approach can give the DMs more information about the decision environment and can adapt to the changes of the DM's preference, which makes the decision process more reasonable and flexible.

Keywords: bi-level programming, membership function, genetic algorithm, fuzzy optimal solution

(上接第 32 页)

13 Kosko B. Neural networks and fuzzy systems: a dynamical systems approach to machine intelligence. NJ: Prentice-Hall, 1992

14 Wang Lixin. Fuzzy systems are universal approximators. IEEE Fuzzy'92, 1992. 1163～1170

15 王士同. 神经模糊系统及其应用. 北京:北京航空航天大学出版社, 1998

16 孙庆凯. 平均预测法的应用条件. 预测, 1985; 2: 18～21

17 杨桂元, 唐小我, 马永开. 最优加权几何平均组合预测方法研究. 统计研究, 1996; 2: 55～58

Nonlinear Combination Forecasting Method Based on Fuzzy Logic Systems

Dong Jingrong, Yang Xiutai

School of Business Administration, Chongqing University

Abstract In this paper, a new nonlinear combination forecasting method based on fuzzy logic system is presented to overcome the limitation in linear combination forecasting. Furthermore, the corresponding back propagation learning algorithm is put forward to identify the parameter of the fuzzy system model and partitions of fuzzy subsets. Theoretical analysis and forecasting examples all show that the new techniques has reinforced learning properties and universalized capabilities. With respect to combined modeling and forecasting of non-stationary time series in nonlinear systems, which have some uncertainties, the method are feasible and effective.

Keywords: combination forecasting, fuzzy logic system, back propagation learning algorithm