

非线性混沌经济时序的预测方法及其应用研究¹马军海¹, 贾湖¹, 盛昭瀚²

(1. 天津大学管理学院, 天津 300072; 2. 南京大学管理科学与工程研究院, 南京 210093)

摘要:主要研究由非线性混沌经济时序所确定的动力系统的预测方法及其应用, 通过改进的最优化方法来估计模型的参数, 并在其相空间中对时序的未来值进行预测, 给出有代表性的实例对模型和算法进行验证, 结果发现选取最佳的模型阶数能增加预测的准确程度, 且混沌时序不可能进行长期的预测。

关键词:非线性; 混沌模型; 参数识别; 经济时序预测

中图分类号: O175 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2001)04-0049-06

0 引言

时序建模及其预测技术在自然科学和社会科学领域正日益起着重要的作用, 国内外学者^[1,2]对线性时序进行了比较详尽的研究, 其理论与方法已基本趋于完善和成熟, 然而现实问题中大量的时序问题归结为非线性混沌时序, 它们中有许多无法也不可能用线性模型去逼近, 因为这其中的一个重要原因是: 即使是一个低阶的非线性模型也不能用高阶的线性模型去描述它, 所以开展用非线性混沌模型去描述低维混沌时序的研究就变得越来越重要, 近十几年来, 国内外学者用神经网络理论^[3], 小波理论^[4]等对非线性时序开展了研究, 并取得了一定的成果, 文[5-17]分别对混沌时序的建模及预测开展了初步的研究, 由于混沌吸引子的内在行为具有相当的不规则性及混沌吸引子具有十分复杂的几何结构, 且不同的混沌吸引子具有的复杂结构也各不相同, 所以一般来说, 不同的混沌实测数据应该建立不同的混沌模型, 本文主要研究由非线性混沌时序所确定的动力系统的预测方法及其应用, 通过改进的最优化方法来估计模型的参数, 并在其相空间中对时序的未来值进行预测, 通过给出有代表性的实例对本文

的模型^[18]和算法进行验证, 表明选取最佳的模型阶数能增加预测的准确程度, 且混沌时序不可能进行长期的预测, 算例表明该方法是有效的。

1 模型的提出

令所得到的混沌时序为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$, 其中 x_i 的采样时间为 $\tau, i = 1, 2, 3, \dots, N, \Delta\tau = \tau_{i+1} - \tau$, 满足最佳时间采样间隔, 根据文[10]的结论假设其最佳嵌入维数为 m , 则可以在其相空间中重建 m 维向量 $v(n)$, 其满足式(1)

$$v(n) = (x_n, x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+m-1}) \\ n = 1, 2, \dots, N - m + 1 \quad (1)$$

基坐标框架由文[9]中式(47)确定, $v(n)$ 确立以后, 即

$$v(1), v(2), v(3), \dots, v(N - m + 1) \quad (2)$$

确立以后, 怎样用式(2)来预测 $v(N - m + 2), v(N - m + 3), \dots$, (其对应混沌时序中的 x_{N+1}, x_{N+2}, \dots), 是必须要解决的核心问题, 假设 R^m 上的函数 F 和参数

$$u = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_p) \quad (3)$$

满足式(4)

$$v(n+1) = F(v(n), u) \quad (4)$$

1. 收稿日期: 1999-03-29; 修订日期: 2001-04-14.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69874004).
作者简介: 马军海(1965-), 男, 山东莱阳人, 博士, 教授。

如果已经得到了映射 $F(v, a)$ 和已知 R^m 上的向量 v , 就可以得到

$$\begin{aligned} v &\rightarrow v(1) = F(v, a) \\ v(1) &\rightarrow v(2) = F(v(1), a) = F(F(v, a), a) = F^2(v, a) \\ v(2) &\rightarrow v(3) = F(v(2), a) = F(F(v(1), a), a) = F^2(v(1), a) = F^3(v, a) \\ v(3) &\rightarrow v(4) = F(v(3), a) = F(F^2(v(1), a), a) = F^3(v(1), a) = F^4(v, a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \dots & F^2(v, a) & \dots \\ v(n) &= F(v(n-1), a) = \\ & F(v(n-2), a) \dots = \\ & F^{n-1}(v(1), a) = F^n(v, a) \end{aligned} \quad (5)$$

选择映射函数 $F(v, a)$ 如式(6)所示:

$$F(v, a) = \sum_{n=1}^{N-1} v(n+1) f_s(v, v(n), a) \quad (6)$$

这里 $v(n)$ 是由式(1)所确定的 m 维时序向量, $f_s(v, v(n), a)$ 是由式(7)所确定的 R^n 维空间上的迭代映射.

$$f_s(v, v(n), a) = \frac{\exp[-|v - v(n)|^2/\sigma^2][a_1 - a_2 v(n)(v - v(n)) + \sum_{k=1}^p a_k (|v - v(n)|/\sigma)^{m_k}]}{\sum_{n=1}^{N-1} \exp[-|v - v(n)|^2/\sigma^2][a_1 + \sum_{k=1}^p a_k (|v - v(n)|/\sigma)^{m_k}]} \quad (7)$$

a 是 p 维时序向量, m_k 为正整数, σ 为时序 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的均方差.

建立如下的预测映射

$$v(m+1) = \sum_{k=1}^L X_k F^k(v(m), a) = \sum_{k=1}^L X_k F^k(v(m-k+1), a) \quad (8)$$

这里 L 的值可取成时序的最佳嵌入维数 m . 式(8)中的每一迭代项为 $X_k v(m-k+1)$, 这就要求 X_k 应满足式(9)

$$\sum_{k=1}^L X_k = 1 \quad (9)$$

为了保证预测的准确性要求

$$X_k \geq X_{k+1} \quad (10)$$

通过式(11)来求参数 $a = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_p)$ 和参数 $X = (X_1, X_2, \dots, X_L)$

$$C(X, a) = \frac{\sum_{n=1}^{N-1} [|v(n+1) - \sum_{k=1}^L X_k F^k(v(n-k+1), a) |^2]}{\sum_{n=1}^N |v(n) - v(n)|^2} \quad (11)$$

由式(7)可以看出如果已知 R^m 上的向量 v 和已知的相空间中的第 n 个向量 $v(n)$ 相等则 $f_s(v, v(n), a) = 1$; 反之, 若 $|v - v(n)|$ 非零, 则 $f_s(v, v(n), a)$ 的值下降的很快.

2 模型参数辨识方法

借鉴文[10]的成功经验在参数辨识过程中采取如下方法:

将式(11)的目标函数写为

$$f(D) = C(X, a) \quad (12)$$

这里

$$D = [X, a] = [X_1, X_2, \dots, X_L, a_1, a_2, a_3, \dots, a_p]^T \quad (13)$$

其中上标 T 表示转置, N 为样本值, 则该参数识别问题变为问题

$$\min_D f(D) \quad (14)$$

由于目标函数 $f(D)$ 中包括 $m+p$ 个待求参数, 而且 $f(D)$ 是一个多峰函数, 而非单峰函数, 其全局极值点可能有多, 如果直接用优化理论进行参数识别, 其可能由于初值选择的不好, 最终导致搜索不到全局最小值点, 而使搜索值停留在全局某个局部极值点附近, 为克服上述缺陷, 本文在初略估计的各参数的存在区间[即下文的区间 (p_R, q_R) 和区间 (c_S, d_S)] 先采用计算机随机大量投点的方法, 经多次搜索逐步逼近到目标函数 $f(D)$ 的全局最少值点附近, 再将所得到的各参数值作为用优化理论搜索的初值, 具体方法如下:

选取初值

$$D_0 = [X_0, a_0] = [X_{10}, X_{20}, \dots, X_{L0}, a_{10}, a_{20}, a_{30}, \dots, a_{p0}]^T \quad (15)$$

然后在计算机上产生 $[0, 1]$ 区间内的随机数, 不妨令 γ 为 $[0, 1]$ 上服从均匀分布的一个随机数. 取

$$X_{Rk} = p_R + (q_R - p_R)\gamma \quad (16)$$

$$a_{ik} = c_S + (d_S - c_S)\gamma \quad (17)$$

$R = 1, 2, 3, \dots, L; S = 1, 2, 3, \dots, p;$

$k = 1, 2, \dots$ (为第 k 次迭代)

(p_k, q_k) 为粗略估计的 X_{k+1} 的存在区间, (c_k, d_k) 为粗略估计的 a_{k+1} 的存在区间, 由式(14) 令 D_k (参数的第 k 次迭代) 为

$$D_k = [X_k, a_k] = [X_{1,k}, X_{2,k}, \dots, X_{m,k}, a_{1,k}, a_{2,k}, a_{3,k}, \dots, a_{p,k}]^T \quad (18)$$

若

$$f(D_k) < f(D_{k-1}) \quad (19)$$

则保留 D_k , 若不满足式(19) 则重选 D_k , 直到满足式(19) 为止. 若 $f(D_k)$ 已比较小, 则 D_k 中各参数的估计已接近模型的全局极小点附近, 然后再将其作为新的变尺度法参数估计的初值.

由式(14)、(15) 可以看出: 耗散函数 $f(D)$ 是向量 D 的连续可微函数, 其导数为

$$\nabla f(D) = \left[\frac{\partial f(D)}{\partial X_1}, \frac{\partial f(D)}{\partial X_2}, \dots, \frac{\partial f(D)}{\partial X_m}; \frac{\partial f(D)}{\partial a_1}, \frac{\partial f(D)}{\partial a_2}, \dots, \frac{\partial f(D)}{\partial a_p} \right]^T \quad (20)$$

记

$$\nabla f(\hat{D}_k) = \nabla f(D) |_{n=D_k} \quad (21)$$

通过式(15)~式(21) 已将目标函数的初值通过 k 次迭代后, 其迭代值 D_k 已在全局极小点附近, 所以问题(14) 可用如下的变尺度法求解. 将式(19) 得到的 D_k 中的各值作为用变尺度法进行参数估计的初值重新进行搜索, 这样便避免了直接用变尺度法有可能搜索不到全局极小值的错误. 从而最终导致式(13) 中 $m+p$ 个参数的计算值不准确. 变尺度法的求解过程如下:

Step1 置初值 D_0 , $k=0$, 对称正定的 Hessian 矩阵的初值矩阵 H_0 , 控制误差 ϵ , (取 $H_0 = E$), 转 Step2;

Step2 计算 $\nabla f(D_k)$, 并求搜索方向 $P_k = -H_k \nabla f(D_k)$ 转 Step3;

Step3 以 D_k 为新的起始点, 求一维搜索问题 $\min_{\lambda > 0} (D_k + \lambda P_k) = f(D_k + \lambda P_k)$ 得 λ_k , 置 $D_{k+1} = D_k + \lambda_k P_k$, 转 Step4;

Step4 若 $\|D_{k+1} - D_k\| \leq \epsilon$, 置 $\hat{D} = D_{k+1}$, 迭代结束, 则求出了最优解. 否则转 Step5;

Step5 计算 $\nabla f(D_{k+1})$, 令 $y_k = \nabla f(D_{k+1}) - \nabla f(D_k)$,

$$s_k = D_{k+1} - D_k$$

实验数据的修正 H_k 阵为 $H_{k+1} = H_k +$

$$\frac{S_k S_k^T}{S_k^T S_k} - \frac{H_k y_k y_k^T H_k}{y_k^T H_k y_k} \quad k+1 \Rightarrow k$$

Step6 若 $k=n$, 则 $D_k \Rightarrow D_0$, 转到 Step1, 若 $k < n$, 则转向 Step3.

Step6 中为保持共轭方向的优越性, 一般迭代 n 次后就要重新开始, 即令 $H_0 = E, D_0 = \hat{D}_n$.

3 计算结果

取两组数据对算法进行验证:

第1组 对 Lorenz 系统

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sigma(y - x) \\ \frac{dy}{dt} = -xz + rx - y \\ \frac{dz}{dt} = xy - bz \end{cases}$$

取 $\sigma = 10, r = 13.926, b = 8/3$ 同缩分岔的情况, 前 1000 点作为暂态点去掉, 把后 6000 点作为第 1 组原始数据点. 其 (x_n, x_{n+1}) 相图如图 1a, 其 (x_{n+1}, x_{n+2}) 相图如图 1b, 其 (x_n, x_{n+2}) 相图如图 1c, 其 (x_n, x_{n-1}, x_{n+1}) 相图如图 1d. 在此参数状态下, Lorenz 系统为标准同缩分岔的情况, 两同缩轨道为边界的两片叶子组成, 这两片叶子只交于唯一的平衡点 p , 因此任何其中一片叶子的轨道都不可能到达另一片叶子, 因此由此轨道组成的集合 A_p 不是吸引集, 这在图 1d 中表现的非常清楚, 其它复杂的情况如:

- 集合 A_p 含有两个吸引子的情況,
- 集合 A_p 含有倍周期分岔的情況,
- 集合 A_p 含有吸引盆的情況,

d) 集合 A_p 含有预湍流区域等的情况因涉及到更深的现代数学及优化理论知识, 处理起来比较困难, 将在以后的工作中陆续给予报道.

第2组 用所得到的混沌经济数据 6000 点作为实验数据, 其时间历程图如图 2. 其 (x_n, x_{n+1}, x_{n+2}) 相图如图 3. 经多次反复计算后比较发现: 对本文选取的非常有代表性的 2 组数据, 预测模型(8) 中取式(9) 模型阶数 L 为最佳嵌入维数 m , 或 $m+1$, 其预测结果较为准确. 反之, 若 L 再增加或减少, 则误差 $C(X, a)$ 都再直线增加.

1) 对 Lorenz 系统其 $m=3$, 取 $L=3, p=4, m_k=2$, 样本点 $N=4096$ (点), 计算中得到 $C(X, a) = 2.3724 \cdot 10^{-5}, X_1 = 0.68568, X_2 = 0.185762, X_3 = 0.128558, a_1 = 13.67978, a =$

0.034 977, $a_3 = 6.927 302, a_4 = -0.109 752$. 用这组参数进行预测得到相对误差不超过 35% 的预测值长度 $N_f = 103$, 其预测值 (x_n, x_{n+1}, x_{n+2})

的相图如图 4a 所示, 其样本值、预测值 (x_n, x_{n+1}, x_{n+2}) 的混合相图如图 4b 所示.

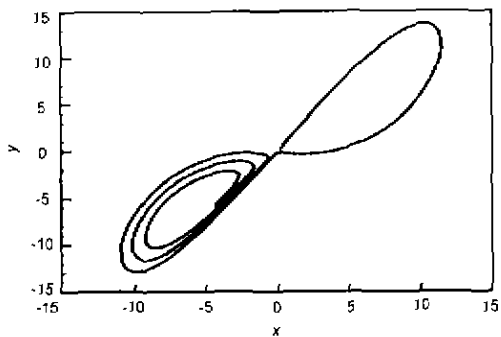


图 1a 第 1 组数据的 (x_n, x_{n+1}) 相图

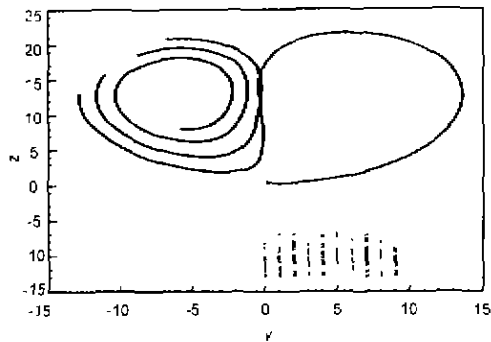


图 1b 第 1 组数据的 (x_n, x_{n+1}, z) 相图

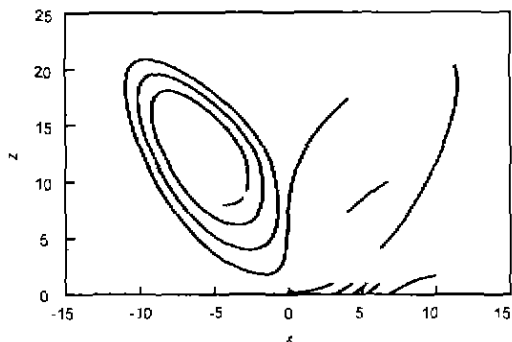


图 1c 第 1 组数据的 (x_n, x_{n+1}, z) 相图

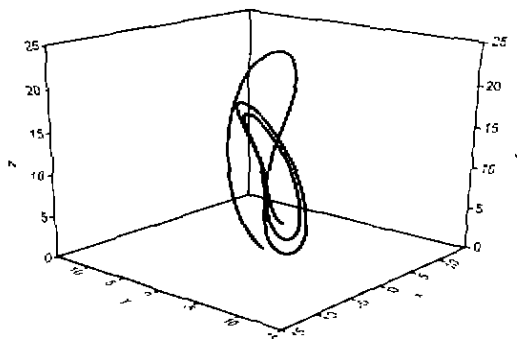


图 1d 第 1 组数据的 (x_n, x_{n+1}, z, y) 相图

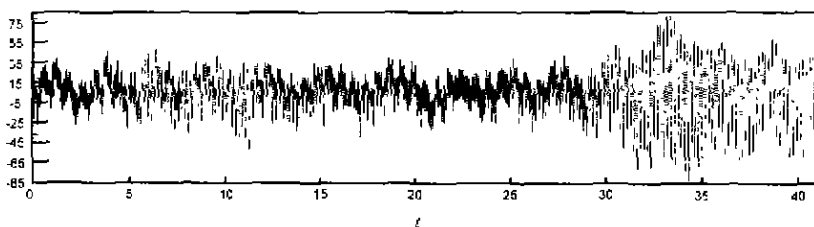


图 2 第 2 组经济数据的时间历程图

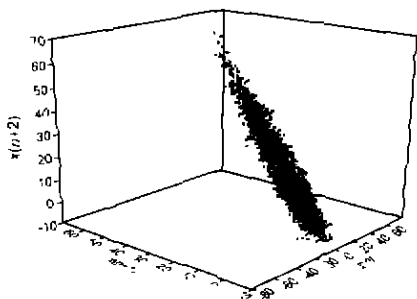


图 3 第 2 组经济数据的 (x_n, x_{n+1}, x_{n+2}) 相图

2) 对第 2 组经济数据混沌情况其 $m = 4$ (根据文[11]的结论), 取 $L = 5, p = 6, m_k = 3$ 样本点 $N = 4 000$ (点), 计算中得到:

$$C(X, \alpha) = 6.193 576 \times 10^{-4}$$

$$X_1 = 0.414 437, X_2 = 0.257 96, X_3 = 0.150 832,$$

$$X_4 = 0.106 023, X_5 = 0.070 748$$

$$a_1 = 37.064 23, a_2 = 0.040 201, a_3 = 6.293 25,$$

$$a_4 = -0.776 3, a_5 = 2.722 48, a_6 = 0.025 936.$$

用这组参数进行预测得到相对误差不超过 35% 的预测值长度 $N_f = 93$, 其预测值 (x_n, x_{n+1}, x_{n+2})

的相图如图 5a 所示,其样本值、预测值(x_n, x_{n+1}, x_{n+2} , x_{n+3})混合相图如图 5b 所示。

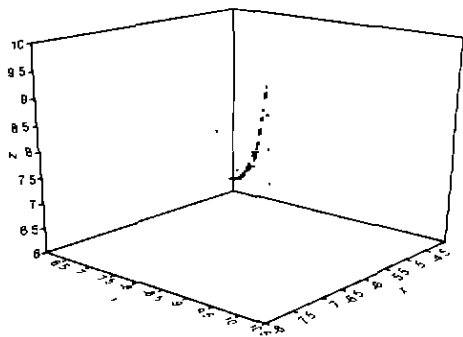


图 4a 第 1 组数据的预测值(x_n, x_{n+1}, x_{n+2})的相图

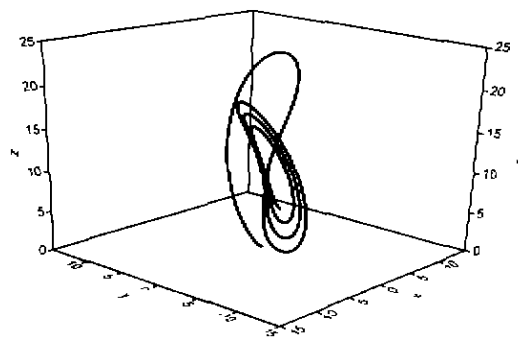


图 4b 第 1 组数据样本值,预测值的
(x_n, x_{n+1}, x_{n+2})混合相图

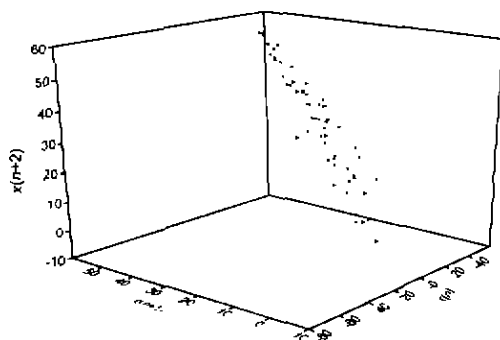


图 5a 第 2 组数据的预测值(x_n, x_{n+1}, x_{n+2})的相图

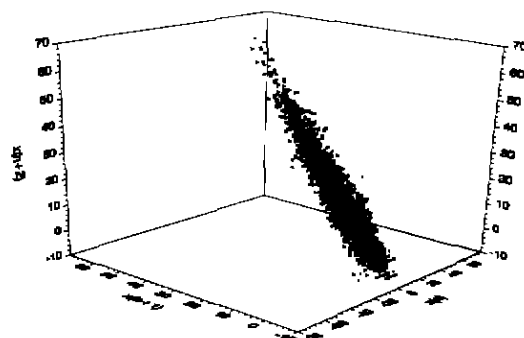


图 5b 第 2 组数据样本值,预测值的
(x_n, x_{n+1}, x_{n+2})混合相图

4 结论

1) 随着样本值 N 的变化,预测模型中参数 X_L, a_p 也发生一定变化,但只要 N 大于低维混沌时序样本值所要求粗略的估计值(见文[11]), $C(X, a)$ 的变化就在所允许的良性范围内。

2) 模型阶数 L 取最佳嵌入维数 m , 或 $m+1$, 其预测结果较为准确,反之,若 L 再增加或减少则误差 $C(X, a)$ 都再直线增加,预测值便不再准确。

3) p 值和 m_k 值的选择目前在理论上无法给出定论,但作者反复研究了多个低维混沌时序发现该模型中 p 一般在 3 到 6 范围内取值; m_k 一般在 2 到 4 范围内取值,否则会导致预测精度下降、预测长度减小以及再次加大参数辨识的难度等相关问题的发生。

4) 若用预测模型中的同一参数 X_L, a_p 值则不可能进行长期的时序预测,反之,当预测误差大于实际问题所允许的范围时,样本值中加入新产生的时序真值,则可以重复前一过程继续预测。

参考文献:

- [1] Chen C.H. Applied timeseries analysis[M]. Beijing: World Scientific Publishing Cor, 1989
- [2] Yang Shuzi, Wu Ya. Applied timeseries analysis in engineering[M]. Beijing: World Scientific Publishing Cor, 1992
- [3] Zhang Qinghua. Wavelet networks[J]. IEE Transactions on Neural Networks, 1992, 6(11): 889-898
- [4] Cao Liangyue, Hong Yiguang, Fang Haiping, He Guowei. Predicting chaotic timeseries with wavelet networks[J]. Phys. D, 1995, 85(5): 225-238
- [5] Martin C. Nonlinear prediction of chaotic time series[J]. Phys. D, 1989, 35(7): 335-356

- [6] Davies M E. Reconstructing attractors from filtered timeseries[J]. Phys. D, 1997, 101(6): 195-206
- [7] Alexei P. Distortions of reconstruction for chaotic attractors[J]. Phys. D, 1997, 101(9): 207-226
- [8] Henry D I, Reggie B, James B K. Prediction and system identification in chaotic nonlinear systems: time series with broadband spectra[J]. Phys. Lett A, 1989, 133(8): 401-407
- [9] 盛昭瀚, 马军海. 管理科学: 面对复杂性—混沌时序经济动力系统重构技术[J]. 管理科学学报, 1998, 1(1): 31-42
- [10] 马军海. 混沌时序动力系统非线性重构[D]. 天津: 天津大学力学系, 1997
- [11] Diambra L, Plastino A. Modelling time series using information theory[J]. Phys. Lett A, 1996, 216(3): 278-282
- [12] Kevin J, Alistair M. Modeling chaotic motions of a string from experimental data[J]. Phys. D, 1996, 92(8): 221-236
- [13] Gary MG, Nabeel B A, Mark S. Recurrence matrices and the preservation of dynamical properties[J]. Phys. Lett A, 1997, 237(12): 43-47
- [14] Christian G S, Tim S, Edward O, James A Y. Predicting chaotic most of the time from embeddings with self-intersections[J]. Phys. Rev Lett., 1998, 80(7): 1410-1413
- [15] Castillo E, Gutierrez J M. Nonlinear time series modeling and prediction using functional networks[J]. Extracting information masked by chaos. Phys. Lett A, 1998, 244(6): 71-84
- [16] Kevin J, Alistair M. Embedding as a modeling problem[J]. Phys. D, 1998, 120(10): 273-286
- [17] Kugiumtzi D, Langixrde O C, Christophersen N. Regularized local linear prediction of chaotic time series[J]. Phys. D, 1998, 112(2): 344-363
- [18] Henry D I, Reggie B, James B K. Prediction in chaotic nonlinear system: methods for time series with broadband Fourier spectra[J]. Phys. Rev A, 1990, 41(4): 1782-1807

Prediction method and application about chaotic economic timeseries

MA Jun-hai¹, JIA Hu¹, SHENG Zhao-han²

1. School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Graduate School of Management Sciences & Engineering, Nanjing University, Nanjing 210093, China

Abstract: We consider the problem of prediction and system identification for chaotic economic timeseries that arise from the intrinsic nonlinear dynamics of the system. We give a procedure for constructing parameterized maps which evolve points in the phase space into the future. The predictor of future points in the phase space is a combination of operation on past points by the map and its iterates. Thus the map is regarded as a dynamical system and not just a fit to the data. The invariants of the dynamical system is used as constraints on the choice of mapping parameters. The parameter values are chosen through the improved optimization method. We also discuss the motivation and methods we utilize for choosing the form of our parametric maps. We give detailed examples to testify the algorithm in this paper. We find we are able to select the optimal rank of the model^[1] that can increase the precision of prediction, and nonlinear chaotic models can not provide long period superior predictions.

Key words: non-linear; chaotic model; parameter identification; economic timeseries prediction