第5卷第2期 管理科学学报 Vol.5 No.2
2002年4月 JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA Apr., 2002

综述研究

期权定价方法综述①

刘海龙, 吴冲锋
(上海交通大学安泰管理学院, 上海 200052)

摘要: 介绍了期权定价理论的产生和发展; 然后对期权定价方法及其实证研究进行了较详细的分类综述, 突出综述了既适用于完全金融市场, 又适用于非完全的金融市场的确定性套利定价方法、区间定价方法和 ϵ-套利定价方法; 最后, 对各种方法的条件和特点进行了讨论和评价.

关键词: 综述; 期权定价; 蒙特卡罗模拟; 有限差分方法; ϵ-套利; 区间定价
中图分类号: F830.9 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807(2002)02-0067-07

0 引 言

期权是一种极为特殊的衍生产品, 它能使买方有能力避免坏的结果, 而从好的结果中获益, 同时, 它也能使卖方产生巨大的损失. 当然, 期权不是免费的, 这就产生了期权定价问题. 期权定价理论是现代金融理论最为重要的成果之一, 它集中体现了金融理论的许多核心问题, 其理论之深, 方法之多, 应用之广, 令人惊叹. 期权的标的资产也由股票、指数、期货合约、商品(金属、黄金、石油等), 外汇增加到了利率, 可转换债券、认股权证、掉期和期权本身等许多可交易证券和不可交易证券. 期权是一种企业、银行和投资者等进行风险管理的有力工具.

期权的理论与实践并非始于1973年Black-Scholes关于期权定价理论论文的发表. 早在公元前1200年的古希腊和古腓尼基国的贸易中就已经出现了期权交易的雏形, 只不过当时条件下不可能对其有深刻认识. 期权的思想萌芽也可以追溯到公元前1800年的《汉穆拉比法典》. 公认的期权定价理论的始祖是法国数学家巴舍利耶(Louis Bachelier, 1900年), 令人难以理解的是, 长达半个世纪之久巴舍利耶的工作没有引起金融界的重视, 直到1956年被克鲁辛格(Kruizenga)再次发现.

1973年芝加哥委员会期权交易所创建了第一个用上市股票进行看涨期权交易的集中市场, 首次在有组织的交易所内进行股票期权交易, 在短短的几年时间里, 期权市场发展十分迅猛, 美国股票交易所、太平洋股票交易所以及费城股票交易所纷纷模仿, 1977年看跌期权的交易也开始出现在这些交易所内. 有趣的是, 布来克和斯科尔斯(Black and Scholes)发表的一篇关于期权定价的开创性论文也是在1973年[1], 同年, 莫顿教授又对其加以推广和完善, 不久, Black-Scholes期权定价方程很快被编成了计算机程序, 交易者只需键入包括标的资产价格、标的资产价格的波动率、货币利率和期权到期日等几个变量就很容易解出该方程, 后来有人用这个方程对历史期权价格进行了验证, 发现实际价格与理论价格基本接近, 这一理论研究成果直接被应用到金融市场交易的实践中, 推动了各类期权交易的迅猛发展.

关于期权定价的理论研究[2-30]和综述文献[31-33]已相当丰富. 本文与以往综述类文献根本不同的特点是将金融市场分为完全的金融市场和非完全的金融市场. 突出了适用于非完全市场期

① 收稿日期: 2001-01-08; 修订日期: 2002-01-16.
基金项目: 国家自然科学基金(70173031)资助项目; 国家杰出青年科学基金(70025303)资助项目; 教育部跨世纪优秀人才基金资助项目.
作者简介: 刘海龙(1959-), 男, 吉林省吉林市人, 博士, 教授.

权定价理论的研究成果 金融市场是完全的假设下的期权定价问题的研究已经取得了丰硕的成果[2-8]. 如今, 在金融市场不完全情况下的期权定价问题已经成为人们的研究热点[9-13]. 股票期权价格是以所对应的标的股票价格为基础的, 受股票价格的波动率及无风险收益率等参数的影响 目前关于期权定价方法研究的主要成果有: (1) 传统期权定价方法, (2) Black-Scholes 期权定价方法, (3) 二叉树期权定价方法, (4) 有限差分方法, (5) 蒙特卡罗模拟方法, (6) 确定性套利方法, (7) ϵ-套利定价方法, (8) 区间定价方法 为了更好地了解期权定价方法发展的脉络, 本文对此进行了较详细的叙述

1 传统期权定价方法

在 Black-Scholes 以前, 最早的期权定价模型的提出应当归功于法国的巴舍利耶, 他发表了他的博士论文"投机理论"(Theorie de la speculation)[13], 第一次给予了 Brown 运动以严格的数学描述, 他假设股票价格过程是一个没有漂移和每单位时间具有方差 σ^2 的纯标准布朗运动, 他得出到期日看涨期权的预期价格是

$$P(x, t) = x\Phi\left(\frac{x-k}{\sigma\sqrt{t}}\right) - k\Phi\left(\frac{x-k}{\sigma\sqrt{t}}\right) + \sigma\sqrt{t}\,\phi\left(\frac{x-k}{\sigma\sqrt{t}}\right) \tag{1}$$

其中 $P(x, t)$ 表示 t 时刻股票价格为 x 时期权的价值, x 表示股票价格, k 表示期权的执行价格, Φ 表示标准正态分布函数, ϕ 表示标准正态分布密度函数

现在来看, 巴舍利耶期权定价模型的主要缺陷是绝对布朗运动允许股票价格为负和平均预期价格变化为零的假设脱离实际, 而且没有考虑资金的时间价值

在巴舍利耶以后, 期权定价模型的最新发展, 当属斯普里克尔(Sprekle, 1961)[14], 他假设了一个股票价格服从具有固定平均值和方差的对数分布, 且该分布允许股票价格有正向漂移, 他得到的看涨期权价值公式为

$$P(x, t) = xe^{\alpha t}\Phi\left[\frac{\ln(x/k) + \left(\alpha + \frac{1}{2}\sigma^2\right)t}{\sigma\sqrt{t}}\right] - (1-\pi)K\Phi\left[\frac{\ln(x/k) + \left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t}{\sigma\sqrt{t}}\right] \tag{2}$$

其中参数 π 是市场"价格杠杆"的调节量, α 是股票预期收益率(不是无风险收益率), 这一模型也没有考虑资金的时间价值

这一期间, 卡苏夫(Kassouf, 1969)、博内斯(Boness, 1964) 和萨缪尔森(Samuelson, 1965) 也相继给出了看涨期权定价公式[15-17], 特别是博内斯和萨缪尔森的看涨期权定价公式基本上接近了 Black-Seholes 的期权定价公式

2 Black-Seholes 期权定价方法

Balck-Seholes 的期权定价理论假设条件如下[1]: (1) 标的资产价格变动比例遵循一般化的维纳过程, 该假定等价于标的资产价格服从对数正态分布; (2) 允许使用全部所得卖空衍生资产; (3) 没有交易费用和税收; (4) 不存在无风险套利机会; (5) 无风险利率 r 为常数且对所有到期日都相同

Black-Seholes 期权定价方法的基本思想是: 衍生资产的价格及其所依赖的标的资产价格都受同一种不确定因素的影响, 二者遵循相同的维纳过程 如果通过建立一个包含恰当的衍生资产头寸和标的资产头寸的资产组合, 可以消除维纳过程, 标的资产头寸与衍生资产头寸的盈亏可以相互抵消 由这样构成的资产组合为无风险的资产组合, 在不存在无风险套利机会的情况下, 该资产组合的收益应等于无风险利率, 由此可以得到衍生资产价格的 Black-Seholes 微分方程

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P(x, t)}{\partial t} - rP(x, t) + rx\dfrac{\partial P(x, t)}{\partial x} + \dfrac{1}{2}\sigma^2 x^2 \dfrac{\partial^2 P(x, t)}{\partial x^2} = 0 \\ P(x, T) = \max\{0, x - k\}, \quad x > 0 \end{cases} \tag{3}$$

其中 $P(x, t)$ 表示 t 时刻标的资产价格为 x 时看涨期权的价值, T 表示期权的有效期限, r 表示无风险利率, σ^2 表示标的资产收益率变化速度的方差, 描述的是标的资产价格的易变性 k 表示期权的执行价格 该方程的一个重要特性就是消去了预

期收益率 μ, 从而不包含任何反映投资者风险偏好的变量. 由于风险偏好对期权定价不产生影响, 因此, 所有投资者都是风险中性的假定是没有必要的. 通过求解偏微分方程(3) 可得欧式看涨期权的定价公式

$$P(x, t) = x\Phi(d_1) - k\Phi(d_2) \cdot \exp[-r(T-t)] \tag{4}$$

其中 $\Phi(\cdot)$ 是标准累积正态分布函数

$$d_1 = \frac{\ln(x/k) + (r + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(x/k) + (r - \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

同理, 可以得到欧式看跌期权的定价公式为

$$P(x, t) = -x\Phi(-d_1) + k\Phi(-d_2)\exp[-r(T-t)] \tag{5}$$

期权定价方程可以用来制定各种金融衍生产品的价格, 是各种金融衍生产品估价的有效工具. 期权定价方程为西方国家金融创新提供了有力的指导. Black-Scholes 期权定价方法是现代期权定价理论的又一创举. 自从布来克和斯科尔斯的论文发表以后, 由默顿、考克斯、鲁宾斯坦等一些学者相继对这一理论进行了重要的推广并得到了广泛的应用[4-6].

3　二叉树方法

二叉树方法是由Cox, Ross 和Robinstein 提出来的[3], 其基本思想是: 把期权的有效期分为若干个足够小的时间间隔, 在每一个非常小的时间间隔内假定标的资产的价格从开始的 x 运动到两个新值, 运动到比现价高的值xu 的概率为p, 运动到比现价低的值 xd 的概率为 1 - p. 由于标的资产价格的变动率服从正态分布, 运用风险中性定价原理, 可以求得

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad d = \frac{1}{u} = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$P = \frac{e^{\Delta t} - d}{u - d} \tag{6}$$

假设初始时刻时间为 0, 已知标的资产的价格为 x; 时间为 Δt 时, 标的资产价格有两种可能: xu 和 xd; 时间为 $2\Delta t$ 时, 标的资产价格有 3 种可能: xu^2, xud 和 xd^2. 注意在计算每个结点标的资产价格时要使用 $u = \frac{1}{d}$ 这一关系. 一般情况下, $i\Delta t$ 时刻, 标的资产价格有 $i + 1$ 种可能

$$xu^j d^{i-j} \quad j = 0, 1, \cdots, i \tag{7}$$

如果是看涨期权, 其价值应为 $\max(x - k, 0)$, 这样, 在已知到期日的股价之后, 可求出二叉树的$M + 1$ 个末端期权的价格. 依据风险中性定价原理, $T - \Delta t$ 时刻每个节点上期权的价格都可由 T 时刻期权价格的期望值以无风险利率 r 折现求得. 以此类推, 可由期权的未来值回溯期权的初始值. 值得注意的是, 二叉树方法是由期权的未来值回溯期权的初始值, 因此可以用于美式期权计算. 美式期权在某个节点期权的价格是如下两个价格之中的较大者: 一个是立即执行时的价格; 另一个是继续持有 Δt 时间的折现值.

假设一个不付红利股票的美式期权的有效期被分成N 个长度为Δt 的小段. 设 c_{ij} 为 $i\Delta t$ 时刻股票价格为 $xu^j d^{i-j}$ $(0 \le i \le N, 0 \le j \le i)$ 时的期权价值, 也就是结点(i, j) 的期权值. 由于美式看涨期权在到期日的价值为 $\max(x - k, 0)$, 因此

$$c_{Nj} = \max[xu^j d^{N-j} - k, 0] \quad j = 0, 1, \cdots, N \tag{8}$$

在 $i\Delta t$ 时刻股票价格 $xu^j d^{N-j}$ 从结点(i, j) 向$(i + 1)\Delta t$ 时刻结点$(i + 1, j + 1)$ 移动的概率p, 即移动到股票价格为 $xu^{j+1} d^{i-j}$; 向结点$(i + 1, j)$ 移动的概率为 1 - p, 即移动到股票价格为 $xu^j d^{i+1-j}$. 假设不提前执行, 风险中性倒推公式为

$$c_{ij} = e^{-r\Delta t}[p c_{i+1, j+1} + (1 - p) c_{i+1, j}] \quad (0 \le i \le N - 1, 0 \le j \le i) \tag{9}$$

若考虑提前执行时, 式中的C_{ij} 必须与看涨期权的内涵价值进行比较, 因此可以得到

$$c_{ij} = \max\{xu^j d^{i-j} - k, e^{-r\Delta t}[p c_{i-1, j+1} + (1 - p) c_{i+1, j}]\} \tag{10}$$

因为计算是从 T 时刻倒推回来的, 所以 $i\Delta t$ 期权价值不仅反映了在 $i\Delta t$ 时刻提前执行这种可能性对期权价值的影响, 而且也反映了在后面的时间里提前执行对期权价值的影响. 当Δt趋于0时, 可以获得准确的美式看涨期权价值. 如果不考虑提前执行, 就得出欧式看涨期权价值.

4　蒙特卡罗模拟方法

蒙特卡罗模拟方法是一种对欧式衍生资产估

值方法[18], 其基本思想是: 假设已知标的资产价格的分布函数, 然后把期权的有效期限分为若干个小的时间间隔, 借助计算机的帮助, 可以从分布的样本中随机抽样来模拟每个时间间隔股价的变动和股价一个可能的运行路径, 这样就可以计算出期权的最终价值 这一结果可以被看作是全部可能终值集合中的一个随机样本, 用该变量的另一条路径可以获得另一个随机样本 更多的样本路径可以得出更多的随机样本 如此重复几千次, 得到 T 时刻期权价格的集合, 对几千个随机样本进行简单的算术平均, 就可求出 T 时刻期权的预期收益 根据无套利定价原则, 把未来 T 时刻期权的预期收益 X_T 用无风险利率折现就可以得到当前时刻期权的价格

$$P = e^{-rT}E(X_T) \tag{11}$$

其中, P 表示期权的价格, r 表示无风险利率, $E(X_T)$ 为 T 时刻期权的预期收益

蒙特卡罗模拟方法的优点在于它能够用于标的资产的预期收益率和波动率的函数形式比较复杂的情况, 而且模拟运算的时间随变量个数的增加呈线性增长, 其运算是比较有效率的 但是, 该方法的局限性在于只能用于欧式期权的估价, 而不能用于对可以提前执行合约的美式期权 且结果的精度依赖于模拟运算次数

5 有限差分方法

有限差分方法主要包括内含有限差分方法和外推有限差分方法, 其基本思想是通过数值方法求解衍生资产所满足的微分方程来为衍生资产估值, 将微分方程(3) 转化为一系列差分方程之后, 再通过迭代法求解这些差分方程(详见文[18]). 总的来看, 有限差分方法的基本思想与二叉树方法基本相似, 它们既可以用来求解欧式期权的价格又可以用来求解美式期权的价格

6 确定性套利方法

确定性套利的期权定价方法是在金融市场是广义完全的假设下提出来的[19], 广义完全的金融市场是指在金融市场中对于任意衍生资产 v, 总存在 v 的强复制策略 记期权 v 的强复制策略构成的集合为 $H(v) = \{\theta \mid D^T\theta \geq v\}$, 则期权 v 的价格 $p^*(v)$ 定义为

$$p^*(v) = \min_{\theta \in H} q^T\theta \tag{12}$$

其中 v 为期权, $p^*(v)$ 为期权价格, $q = [q_1, \cdots, q_n]^T \in R^n$ 为标的资产期初价格向量, D 表示风险资产在不确定状态下的价格矩阵, $\theta = [\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n]^T \in R^n$ 表示风险资产组合向量 一般来说, 期权的卖方要构造一个强复制策略来对他的潜在负债进行套期保值, 因此期权的卖方要求期权价格不低于它的套期保值成本

7 ϵ- 套利定价方法

在非完全市场不存在完全复制策略的情况下, 传统期权定价方法、Black-Scholes 期权定价方法、二叉树期权定价方法和有限差分方法就不适用了. ϵ- 套利定价方法的基本思想是[20]: 对于任意期权 v, 如果对于给定 ϵ, 能够构造一个资产组合 θ 满足 $\|D^T\theta - v\| \leq \epsilon$, 则称 θ 是一个 ϵ- 不完全复制策略, 那么 ϵ- 不完全复制策略 θ 与标的资产期初价格向量 q 的内积就是期权的价格 记期权 v 的 ϵ- 复制策略构成的集合为 $H_\epsilon(v) = \{\theta \mid \|D^T\theta - v\| \leq \epsilon\}$, 则有期权的定价公式

$$p^*(v) = \{q^T\theta \mid \min_{\theta \in H_\epsilon(v)} \|D^T\theta - v\|\} \tag{13}$$

其中 v 为期权, $p^*(v)$ 为期权价格, $q = [q_1, \cdots, q_n]^T \in R^n$ 为标的资产期初价格向量, D 表示风险资产在不确定状态下的价格矩阵, $\theta = [\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n]^T \in R^n$ 表示风险资产组合向量

8 区间定价方法

区间定价方法与确定性套利定价方法和 ϵ- 套利定价方法一样既适用于完全的金融市场, 又适用于非完全的金融市场 它的基本思想是仍然采用无套利定价原理[21]. 但由于在非完全的金融市场不存在完全的复制策略, 因此期权价格不是一个确定的值, 而是一个区间, 只不过用了买方无套利和卖方无套利确定区间的两个端点 若记衍生资产 v 的买方强复制策略构成的集合 $H(v) = \{\theta \mid v - D^T\theta \geq 0\}$, 记衍生资产 v 的卖方强复制策

略构成的集合 $G(v)=\{\theta\ D^{T}\theta-v\geq 0\}$, 定义

$$a=\max_{\theta\in H(v)} q^{T}\theta \tag{14}$$

$$b=\min_{\theta\in G(v)} q^{T}\theta \tag{15}$$

衍生资产的卖方通过构造的强复制策略来对他的潜在负债进行套期保值所确定的衍生资产的价格就是衍生资产的买方的无套利价格 衍生资产的买方通过构造的强复制策略对他的潜在负债进行套期保值所确定的衍生资产的价格就是衍生资产的卖方的无套利价格

非完全市场衍生资产价格区间为

$$[a,b]=[\max_{\theta\in H(v)} q^{T}\theta,\ \min_{\theta\in G(v)} q^{T}\theta] \tag{16}$$

9 各种期权定价方法的比较

上述各种定价方法从求解角度看可分为解析方法与数值方法, 前者包括传统期权定价方法和 Black-Scholes 方法; 后者包括蒙特卡罗模拟方法、二叉树方法、有限差分方法、确定性套利方法、ϵ- 套利方法和区间定价方法 从应用的角度看可分为只适用完全金融市场的方法和既适用完全金融市场又适用非完全金融市场的方法, 前者包括 Black-Scholes 方法、蒙特卡罗模拟、二叉树方法和有限差分方法; 后者包括确定性套利定价方法、ϵ- 套利定价方法和区间定价方法

Black-Scholes 期权定价方法的主要优点是: 该方法能够得到套期保值参数和杠杆效应的解析表达式, 从而为衍生资产的交易策略提供较清晰的定量结论, 解析解本身没有误差, 当需要计算的期权的数量较小时, 直接使用 Black-Scholes 公式比较方便 但是, 该方法也存在不足之处, 即只能给出欧式期权的解析解, 而且, 该方法也难以处理期权价格依赖于状态变量历史路径及其它的一些较复杂的情况

数值计算方法各有其优缺点 蒙特卡罗模拟方法的优点在于能处理较复杂的情况且计算的相对效率较高, 但由于该方法是由初始时刻的期权值推导未来时刻的期权值, 它只能用于欧式期权的计算, 而不能用于对可以提前执行合约的美式期权 二叉树方法和有限差分方法是由期权的未来值回溯期权的初始值, 因此可以用于美式期权的计算, 但这两种方法不仅计算量大、计算效率低, 而且难以计算期权依赖于状态变量历史路径的复杂情况 就二者之间的优劣比较而言, Geske-Shastrid 的研究结果进一步表明, 二叉方法更适用于计算少量期权的价值, 而从事大量期权价值计算时有限差分方法更有效率

在非完全市场情况下, 传统期权定价方法、Black-Scholes 期权定价方法、二叉树期权定价方法、有限差分方法和蒙特卡罗模拟方法都不适用 衍生资产价格不是一个确定的值, 而是一个区间 ϵ- 套利定价方法所得到的结果位于运用区间定价方法所得到的区间内 在完全金融市场情况下, 这个区间就退化为一个点, 这时衍生资产区间定价方法与二叉树定价方法和 ϵ- 套利定价方法得到的结果是一致的

二叉树定价方法是确定性套利定价方法、区间定价方法和 ϵ- 套利定价方法的特殊情况, 确定性套利定价方法、区间定价方法和 ϵ- 套利定价方法是二叉树定价方法在非完全金融市场的推广, 运用 ϵ- 套利定价方法所得到的结果一定在运用区间定价方法所得到的区间内, 确定性套利定价方法、区间定价方法和 ϵ- 套利定价方法都既适用于完全金融市场, 又适用于非完全的金融市场

本文是在离散时间单期假设下给出的确定性套利定价方法、区间定价方法和 ϵ- 套利定价方法, 事实上, 这些方法完全可以推广到多期模型和连续时间模型, 只不过计算更为复杂 确定性套利定价方法应用价值不大, 区间定价法和 ϵ- 套利定价法较符合实际 在多期模型假设下, 区间定价法需要解二个多层次线性规划, ϵ- 套利需要解一个多层次二次规划

另外, 完全可以寻找解决非完全市场的 Black-Scholes 期权定价方法、二叉树定价方法和有限差分方法 比如在一定假设条件下, 按买方无套利和卖方无套利原则求解两个 Black-Scholes 期权定价方程, 就可以得到连续时间框架下期权定价区间, 当然, 也可以按类似的思路、用其它方法解决此问题 应该充分认识到现在和将来, 迫切需要创造性地研究出既符合实际又计算灵活方便的期权定价方法

10 结束语

综上所述, 无论是在连续时间模型框架下, 还

是在离散时间模型框架下; 无论在完全市场假设下, 还是在非完全市场假设下; 无论是对欧式期权、美式期权、亚式期权的定价, 还是对其它复杂的衍生资产的定价, 无套利定价原则都是一个普遍适用的基本原则. 正如我国金融工程学科的主要创导者之一, 宋逢明教授在文[22]中所述,"不懂得无套利均衡分析, 就是不懂得现代金融学的基本方法论, 当然, 也就不懂得金融工程的基本方法论."

可以说有关各类期权定价方法的研究还在不断的探讨和发展[23-30], 因为从理论上讲期权发展是无止境的, 从实际上讲期权是复杂多变和应用广泛的, 因此, 研究探讨期权定价方法的共性和个性, 对于深入研究复杂期权的定价有重要意义. 在这方面文[28]和[34]既有理论意义又有实用价值, 值得深入研究.

参 考 文 献:

[1] Black F, Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities[J]. Journal of Political Economy, 1973, 81(3): 637-654

[2] Davis M, Panas V G, Zariphopoulou T. European option pricing with transaction costs[J]. SIAM J. Of Control and Optimization 1993, 31(2): 470-493

[3] Cox J C, Ross S A, Rubinstein M. Option pricing: a simplified approach[J]. Journal of Financial Economics, 1979, 9(7): 229-263

[4] Merton R. Theory of rational option pricing[J]. Bell Journal of Economics and Management Science, 1973, 4(1): 141-183

[5] Cox J, Ross S. The valuation of options for alternation stochasic processes[J]. Journal of Financial Economics, 1976, 3(3): 145-166

[6] Rubinstein M. The valuation of uncertain income streams and the pricing of options[J]. Bell Journal of Economics and Management Science, 1976, 7(2): 407-425

[7] Cox J, Ross S. A survey of some new results in financial option pricing theory[J]. Journal of Financial, 1976, 31(2): 383-402

[8] 黄小原. 一种新的期权价格估计方法[J]. 预测, 1996, 15(2): 59

[9] Toft K. On the mean-variance tradeoff in option replication with transactions costs[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1996, 31: 233-263

[10] Hull J C. Options, futures, and other derivative securities[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall Inc., 1993

[11] McEneaney W M. A robust control framework for option pricing[J]. Math. of Operations Research, 1997, 22: 202-221

[12] 马超群, 陈牡妙. 标的资产服从混合过程的期权定价模型[J]. 系统工程理论与实践, 1999, 19(4): 41-46

[13] Bachelier L. Theorie de la speculation[A]. Coonter P H. Annales de I'ecole Normale Superieure. English Translation in the Random Character of Stock Market Prices[D]. Cambridge: M IT Press, 1964. 17-78

[14] Sprenkle C M. Warrant prices as indicators of expectations and preferences[J]. Yale Economic Essays, 1961, 1(2): 178-231

[15] Kassouf S T. An econometric model for option price with implications for investors expectations and audacity[J]. Econometrica, 1969, 37(4): 685-694

[16] Boness A J. Elements of a theory of stock option value[J]. Journal of Political Economy, 1964, 72(2): 163-175

[17] Samuelson P A. Rational theory of warrant pricing[J]. Industrial Management Review, 1965, 6(2): 13-32

[18] Hull J C. 期权、期货和衍生证券[M]. 张陶伟译. 北京: 华夏出版社, 1997. 205-252

[19] 郑立辉, 张 近. 确定性套利——非完备市场中期权定价的新概念[A]. 吴冲锋, 黄培清. 亚太金融研究: 亚太金融学会第七届年会论文选[C]. 上海: 上海交通大学出版社, 2001. 28-36

[20] 刘海龙, 吴冲锋. 非完全市场期权定价的 ε-套利方法[J]. 预测, 2001, 20(4): 17-19

[21] Musiela M, Kutkowski M. Martingale methods in financial modeling theory and application[M]. Beling

Heidelberg, New York: Springer-Verlay, 1997. 126-180

[22] 宋逢明. 金融工程原理[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999

[23] Duffie D. Dynamic assets pricing theory[M]. New Jersey: Princeton University Press, 1992

[24] Galitz L. 金融工程学[M]. 唐 旭译. 北京: 经济科学出版社, 1998. 220-228

[25] Phelim P B, Vorst T. Option replication in discrete time with transaction costs[J]. Journal of Finance, 1992, 47(1): 271-293

[26] David S B, Johnson H. The American put option and its critical stock price[J]. Journal of Finance, 2000, 55(5): 2333-2356

[27] 党开宇, 吴冲锋. 亚式期权定价及其在期股激励上的应用[J]. 系统工程, 2000, 18(2): 27-32

[28] 顾 勇, 吴冲锋. 基于回售条款的可换股债券的定价研究[J]. 管理科学学报, 2001, 4(4): 9-15

[29] Zhang P G. Exotic options: a guide to second generation options[M]. Singapore, New Jersey, London, Hongkong: World Scientific, 1998. 126-198

[30] 郑立辉. 基于鲁棒控制的期权定价方法[J]. 管理科学学报, 2000, 3(3): 60-64

[31] 宋逢明. 期权定价理论和 1997 年度诺贝尔经济学奖[J]. 管理科学学报, 1998, 1(2): 6-10

[32] 罗开位, 候振挺, 李致中. 期权定价理论的产生和发展[J]. 系统工程, 2000, 18(6): 1-5

[33] 沈艺峰. 斯科尔斯和莫顿的期权理论评价[J]. 投资研究, 1998, 5: 44-48

[34] 王承炜, 吴冲锋. 上市公司可转换债券价值分析[J]. 系统工程, 2001, 19(4): 47-53

Survey of option pricing methods

LIU Hai-long, WU Chong-feng

Aetna School of Management, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200052, China

Abstract: This paper first introduces the emergence and development of option pricing theory, then gives a more detailed description of the theoretical and empirical researches on the method. In particular, we focus on the such methods as deterministic arbitrage, ϵ-arbitrage and interval pricing, with applications to both complete markets and incomplete markets. Finally, conditions and characteristics of the various option pricing methods are discussed.

Key words: survey; option pricing; Monte Carlo simulate; finite difference method; ϵ-arbitrage; interval pricing