基于 0-1 半无限规划的新产品开发计划方法①

万福才[1], 汪定伟[2]
(1. 沈阳大学信息工程学院, 沈阳 110044; 2. 东北大学信息科学与工程学院, 沈阳 110006)

摘要: 开发新产品, 加速产品更新换代, 是企业持续经营和不断发展的重要手段. 近年来随着 CIMS 技术的不断发展, 生产管理集成化程度的提高, 只对产品作定性的分析已远远不能满足企业发展的需要. 本文提出一种新产品开发计划的定量分析方法. 该方法将所有产品分为四种具有不同收益曲线与参数的产品类型. 每种类型产品的曲线参数由其经济特性确定. 在产品量化描述的基础上, 给出了一种利用 0-1 半无限规划(0-1 SIP)制订新产品开发计划的数学模型方法.

关键词: 新产品开发计划; 产品寿命周期; 产品收益曲线; 0-1 半无限规划; 计算机集成制造
中图分类号: TP301　　文献标识码: A　　文章编号: 1007-9807(2002)04-0028-06

0 引 言

在我国市场经济条件下, 由于科学技术的发展, 国内外市场发生了很大变化. 随着市场需求的变化, 人们消费水平的提高, 市场竞争日益激化, 产品寿命周期不断缩短, 任何一种产品都不可能长期占领某一市场, 必将逐渐被新产品所取代. 企业必须把握市场变化, 适时、准确地制订产品策略. 而以前的新产品开发计划只对产品进行定性的分析, 已不能满足市场经济发展的需要, 往往是新产品试制成功之时, 也是淘汰之日. 国内外对新产品开发已非常重视, 提出了很多关于新产品开发的策略方法[1, 2, 13]. 为了避免浪费, 提高新产品开发的命中率, 本文对产品进行了定量的分析, 用确定的数学曲线描述产品的收益情况, 并用 0-1 半无限规划制订新产品开发计划.

线性半无限规划最初是 1973 年由 Gustafson 和 Kortanek 共同提出的[3], Anderson 于 1987 年提出利用离散点的方法[4]加以解决, 但这种方法有其自身不能克服的缺点, 一是离散点的选择是一个很大的难点; 二是计算量较大; 最主要的是有可能把最优点漏掉. 以后有很多人着手研究线性半无限规划的解法[5- 7], 但一般都是用极大点法. 美籍华人方述诚教授于 1992 年提出线性半无限规划的非精确解法, 近年来随着内点法解决线性规划的进展, 已发展到运用内点法解决线性半无限规划问题[8, 9]. 国外已在能力平衡、生产计划、交货期确定等方面广泛应用线性半无限规划, 而到目前为止在国内尚无应用. 本文把线性半无限规划连续变量推广到整数 0 和 1 的情况, 即当时间 t 确定时, 可转化成 0-1 规划, 这一模型用于制订新产品开发计划, 就会使企业更加靠近市场, 为企业正确决策提供有力的支持.

1 产品市场寿命周期

产品市场寿命周期是指一个新产品试制成功后, 从投入市场到被市场淘汰为止的整个过程. 从产品的销售额和所获利润额的变化来衡量, 它一般情况下可划分为投入期、成长期、成熟期和衰退期四个阶段[10], 各阶段特点如图 1:

① 收稿日期: 2001-03-20; 修订日期: 2002-01-22
基金项目: 国家 863 计划主题资助项目(863-511-844-011); 国家自然科学基金资助项目(59990470).
作者简介: 万福才(1967-), 男, 辽宁人, 博士生, 讲师.

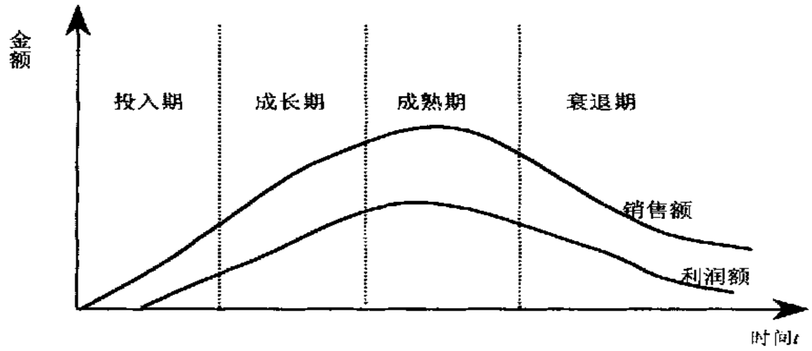

图 1　产品生命周期曲线

产品生命周期曲线只是一条经验曲线, 不一定所有产品的发展变化都经过四个阶段 事实上, 具体产品销售额及利润随时间的变化曲线是多种多样的, 常见的几种形式如下:

1) 有些产品因性能好, 受到消费者欢迎, 但不久以后, 因为仿制品的竞争而使销售量下降; 产品经过改进后又吸引了顾客, 销售量又迅速增加 当销售量又开始下降时, 再次改进, 如增加产品的使用功能, 使产品再次畅销, 如此反复波浪型上升.

2) 有些产品因为采取了现代科学技术的新成果, 产品性能不断提高, 持续受到广大顾客的欢迎, 市场销售始终保持上升的趋势

3) 某些产品由于设计、性能等不适合消费者的要求, 使得它一进入市场便在竞争中被淘汰

4) 某些产品虽然其性能、质量和外形等方面都能满足顾客的要求 但由于推销不得力, 消费者对它们缺乏了解而造成销路不好; 经过高促销或改进营销组合手段以后, 终于被顾客了解和接受, 销售量很快上升.

5) 有些赶时髦产品, 进入市场后, 发展很快 但由于开发该产品时, 忽略了国情及时间因素, 只是昙花一现, 很快就没有了销路

6) 某些产品投放市场以后, 起初增长快, 后来下降也快, 最后平稳上升, 保持较好的销售势头

2　产品收益的数学模型与曲线

虽然实际产品千变万化, 但在一定时期内可以用确定的曲线近似描述它们的利润情况, 以制订新产品开发计划 假定新产品开发计划的计划期为 T, 那么上述六种实际的产品类型除第三种外, 其余五种可以用以下四种数学曲线来描述(为讨论问题方便, 以下均假设产品的利润额 $f(t) \geq 0$, 虽然有时产品的利润额小于零, 但可以选取足够大的正整数 M, 使得对任意的 $0 \leq t \leq T$, 都有 $f_1(t) = f(t) + M \geq 0$, 因为 $f_1(t)$ 与 $f(t)$ 只差一个常数, 所以确定了 $f_1(t)$ 的参数, 也就确定了 $f(t)$ 的参数), 以下公式中, t 为时间, T 为计划期

1) 稳定增长型

如图 2 曲线①, 这是一种较理想的产品类型, 其收益曲线为

$$f(t) = \begin{cases} a e^{b/t}, & 0 < t \leq T \\ 0, & t = 0 \end{cases} \tag{1}$$

其中, a、b 为待定参数, 且 $a > 0, b < 0$.

2) 远景开发型

如图 2 曲线②, 这种产品投入市场后期效益显著, 其收益曲线为

$$f(t) = (a + b e^{-ct})^{-1}, \quad 0 \leq t \leq T \tag{2}$$

这是一种 S 形曲线[11], 其中 a, b, c 为待定参数, 且 $a > 0, b > 0$.

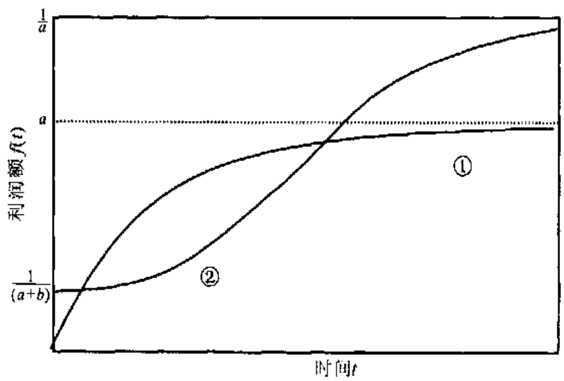

图 2　稳定增长型、远景开发型产品收益曲线

3) 冲击型

如图 3 曲线①, 这种类型的产品见效快, 正好可以弥补新旧产品更替阶段利润的不足 其收益曲线是对数—正态分布[12]密度函数的 c 倍, 为如下函数:

$$f(t)=\begin{cases}\dfrac{c}{tb\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\dfrac{(\ln t-a)^2}{2b^2}\right), & 0<t\leq T\\ 0, & t=0\end{cases}\qquad(3)$$

其中, $a>0, b>0, c>0$

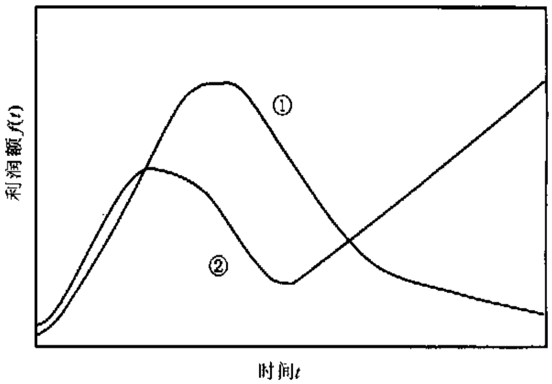

图 3　冲击型、混合型产品收益曲线

4) 混合型

如图 3 曲线②, 其收益曲线为

$$f(t)=at+b+\frac{c}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(t-d)^2}{2}\right), 0\leq t\leq T\qquad(4)$$

其中, a, b, c, d 均为大于零的待定参数

3　曲线参数的确定

如果通过市场预测可得到下列数值: 产品在 T 年内的总利润额 q, 销售达高峰的时间 r 及最大利润额 p, 最初利润额 s 其中混合型中用到的 p, r 为第一次达到销售高峰的利润值及时间 则各种类型产品曲线的参数确定如下:

1) 稳定增长型

由 $t=T$ 时, $ae^{b/T}=p$, 得 $a=pe^{-b/T}$, 由总利润额为 q, 可知:

$$\int_0^T f(t)\mathrm{d}t=\int_0^T pe^{-b/T}e^{b/t}\mathrm{d}t=q,$$ 求参数 b 的问题就转换成求

$f_1(b)=\int_0^T e^{b/t}\mathrm{d}t-qe^{b/T}/p$ 的零点问题, 虽然 $f(t)$ 为不可积函数, 但由此函数的性质知, $b(b<0)$ 越大, $f(t)$ 与 X 轴及 $x=T$ 围成的面积越大, 且 $f_1(b)$ 在 $b<0$ 时只有一个零点, 所以 $|f_1(b)|$ 为最小值为零的单谷函数, 可以用直线搜索求得 b 的近似值 直线搜索中用积分求和公式 $h(b)=\sum_{i=1}^{n}e^{b/t_i}T/n, t_i=iT/n(i=1,2,\cdots,n)$, 逼近 $f(t)$ 在 $t\in[0,T]$ 上的积分, 为使收敛速度加快, 可用 $(ae^{2b/T}+3p/5)T/2\approx q$ 与 $ae^{b/T}=p$ 求得初始的 b_0

2) 远景开发型

显然 $t=0$ 时, $s=1/(a+b)$, 而 $1/a\approx p$, 再由 $\int_0^T 1/(a+be^{-ct})\mathrm{d}t=q$, 可得

$c=p(\ln(1/p)-\ln(1/s))/(q-pT), a=1/p, b=1/s-a$

3) 冲击型

由分布密度函数的性质可以知道 $c\approx q$, 在 $t=\exp(-b^2+a)=r$ 时, 产品利润达最大值 $c\exp(-b^2/2)/rb\sqrt{2\pi}=p$, 即 $c\exp(-b^2/2)-prb\cdot\sqrt{2\pi}=0$ 当 $b>0$ 时, $h(b)=c\exp(-b^2/2)-prb\sqrt{2\pi}$ 为减函数, 所以有唯一零点 即 $|h(b)|$ 为最小值是零的单谷函数, 可以用直线搜索求得其零点 b_0, 从而有

$c=q, a=\ln r+b_0^2$

4) 混合型

首先有 $d=r$, 即当 $t=d=r$ 时, 销售利润最大即 $p=ar+b+\dfrac{c}{\sqrt{2\pi}}$;

当 $t=0$ 时, $s=b+\dfrac{c}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\dfrac{r^2}{2})$, 注意到 $\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\dfrac{(t-d)^2}{2}\right)$ 为正态分布密度函数, 其在区间 $[0,T]$ 上的积分近似于 1, 从而有

$$q=\int_0^T\left(at+b+\frac{c}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(t-d)^2}{2})\right)\mathrm{d}t\approx\frac{1}{2}aT^2+bT+c$$

解得

$$d=r$$

$$c=\frac{\sqrt{2\pi}(2qr-pT^2-2rsT+sT^2)}{T^2-T^2\exp(-\frac{r^2}{2})-2\sqrt{2\pi}r+2rT\exp(-\frac{r^2}{2})}$$

$$b=s-\frac{c}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{r^2}{2})$$

$$a = \frac{1}{r}\left(p - b - \frac{c}{\sqrt{2\pi}}\right)$$

4　产品投放市场时间及数学模型的确定

经过科学的分析及实践证明, 当老产品处于成熟期的早期或中期时, 将新产品打入市场, 一般会取得最佳效果 因为老产品在成熟期的早期或中期时, 处于销售旺季, 可以用较多的收入来弥补新产品投入可能带来的损失 经过一段时期新产品进入成熟期时, 老产品正好进入衰老期, 此时又可用新产品的收益来补偿老产品由于衰退而可能带来的亏损 这样, 新老产品互补, 可为企业保持稳定的良好经济效益

制订新产品开发计划的原则是: 在兼顾企业收益目标的前提下, 用较小的投入成本换取较大的利润 因此, 可用下面的方法来确定开发哪几种产品

设有 n 种新产品待开发或引进, 第 i 种产品 $(i = 1, 2, \cdots, n)$ 的开发贴现成本或引进成本为 c_i, 收益曲线 $f_i(t)$, 企业的目标收益曲线为 $s(t)$, 老产品的收益曲线为 $p(t)$, 计划期为 T, 即 t 的变化区间为 $[0, T]$.

令 $g(t) = s(t) - p(t)$, 则有

$$\min \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{n} x_i f_i(t) \geq g(t), \forall t \in [0, T] \tag{5}$$

其中, $x_i = 0$ 或 1.

这是一个具有有限变量和无限约束的 0-1 规划, 称之为 0-1 半无限规划 (0-1 SIP), 其中, $S(t) = s(1 + r)^t$ (s 为当年收益目标, r 为增长率), 因为开发时间定在老产品的成熟期, 老产品的收益曲线可表示为

$$p(t) = a \exp(-t^2/2b^2)/b\sqrt{2\pi}$$

如果用 p 表示老产品当年利润额, q 表示 T 年内总利润额的预测值, 很容易得出 $a = 2q, b = 2q/p\sqrt{2\pi}$

5　算法的基本思想

从问题的特点看, 解此规划必然最终归结为解 0-1 规划 参照文[4] 提出的非精确算法, 本文给出一种便于计算的算法, 其基本思想为:

设法构造一个收敛的 0-1 规划序列, 使得这个序列的最优解收敛到式(5) 的最优解, 具体做法如下: 在第 K 步迭代时, 令 $T_k = \{t_1, t_2, \cdots, t_k\}$ 是区间 $[0, T]$ 中有 K 个点的集合(称作约束条件集), 并考虑如下 0-1 规划

$$\min \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{n} x_i f_i(t_j) \geq g(t_j), \quad j = 1, 2, \cdots, k \tag{6}$$

$$x_i = 0 \text{ 或 } 1$$

然后求出式(6) 的最优解 $x_k = (x_1^k, x_2^k, \cdots, x_n^k)^{\mathrm{T}}$.

令 $\phi_{k+1}(t) = \sum_{i=1}^{n} f_i(t) x_i^k - g(t)$, 并在 $[0, T]$ 上求出 $\phi_{k+1}(t)$ 的最小点 t_{k+1} 和最小值 $\phi_{k+1}(t_{k+1})$.

如果 $\phi_{k+1}(t_{k+1}) \geq 0$, 那么 x_k 一定是式(5) 的最优解, 这是因为式(6) 比式(5) 具有更大的可行域, 这样式(6) 的最优解至少不劣于式(5) 的最优解, 又由 $\phi_{k+1}(t_{k+1}) \geq 0$ 这个条件, 说明式(6) 的最优解满足式(5) 的全局约束, 所以一定是式(5) 的全局最优解

否则, $\phi_{k+1}(t_{k+1}) < 0$, 令 $T_{k+1} = T_k \cup \{t_{k+1}\}$, 继续迭代

篇幅所限, 关于算法收敛性的详细证明(可以归结为线性半无限规划算法的收敛性证明) 参见文[4].

6　半无限规划的非精确解法

依据以上的算法思想, 设计算法步骤如下:

步骤 1　给定 $\epsilon > 0$, 置 $k = 1, T_1 = \{t_1\}$.

步骤 2　求如下 0-1 整数规划的最优解 $x_k = (x_1^k, x_2^k, \cdots, x_n^k)^{\mathrm{T}}$

$$\min \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{n} x_i f_i(t_j) \geq g(t_j)$$

$$j = 1, 2, \cdots, k \tag{7}$$

其中, $x_i = 0$ 或 1

令 $\phi_{k+1}(t) = \sum_{i=1}^{n} f_i(t) x_i^k - g(t)$, 并在 $[0, T]$ 上求出 $\phi_{k+1}(t)$ 的最小点 t_{k+1} 和最小值 $\phi_{k+1}(t_{k+1})$. 其中, 求解 0-1 规划用分支定界法, 求 t_{k+1} 用直线搜索中的黄金分割法

步骤 3　如果 $\phi_{k+1}(t_{k+1}) > -\epsilon$, 那么 x_k 一定是式(5) 的最优解, 计算停止. 否则置 $k = k + 1$, 令 $T_{k+1} = \{t_1, t_2, \cdots, t_{k+1}\}$, 即增加一个约束到式(7), 然后转步骤 2

步骤 2 所用的直线搜索, 其搜索区间确定如下:

找出所有被选中产品 i 的 $r[i]$ 以及区间 $[r[i], T]$ 上产品曲线距 $g(t)$ 最近的点作为区间分界点, 把区间 $[0, T]$ 分成若干个小区间, 在每个小区间上求出 $\phi_{k+1}(t)$ 的极小点, 再比较这些极小点求出最小点

7　计算结果及分析

制订新产品开发计划之前, 必须进行周密的市场分析, 才能使企业打入并抢占市场, 增强竞争能力. 而且根据现有资料以及经验判断, 可以估计每个产品适合那种收益曲线. 假设有 15 种待开发产品, 通过市场调查得到的预测值如表 1:

为计算方便, 所有数值均不计单位, 第一、第二种产品初次获最大利润的时间设为零. 第三、第四种产品中的 P、Q 分别表示产品初次获最大利润时的利润额及时间

如果老产品开发当年的利润额为 90, T 年内总利润额的预测值为 450. 企业当年的目标收益为 120, 年增长率为 0.1.

给定 $\epsilon = 0.000\,01$, $t_1 = 0$ 时, 可以得到如表 2 的计算结果:

实验证明: 给定不同的初始值 t_1, 得到的最优解相同, 只是迭代次数不同. 见表 3.

由计算结果可以看出: 虽然有些产品贴现成本较高, 最后也被选上了; 而有些贴现成本较低的产品虽然在迭代过程中被选上, 但在最后却被淘汰了. 这样, 就可在保证企业目标收益的前提下, 编制出最优的产品开发计划

8　结论

本文分析了产品生命周期, 并对其进行量化描述, 在此基础上提出了一种定量的新产品开发计划方法. 如果进行了周密的市场分析, 确定出产品类型, 运用该方法进行辅助决策, 可为企业制订适应市场竞争的产品策略提供可靠的依据

表 1　产品信息

产品序号	曲线类型	贴现成本 C	产品的市场预测值			
			p	Q	R	s
1	4	60	40	250	2.0	5
2	2	220	448	698	0	30
3	1	160	50	540	0	0
4	3	15	50	150	1.0	0
5	3	10	100	150	1.5	0
6	3	16	50	150	2.5	0
7	1	125	55	480	0	0
8	3	18	90	300	3	0
9	3	8	40	115	3.5	0
10	3	17	85	290	4	0
11	3	15	65	165	4.5	0
12	3	3	40	120	5	0
13	4	185	50	600	3	8
14	2	40	180	500	0	10
15	2	50	78	300	0	3

表 2　$t_1 = 0$ 时的计算结果

迭代次数	0-1 整数规划的最优解	t_{k+1}	$\Phi(t_{k+1})$
1	0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	14.999 996	-234.848 022
2	0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1	6.440 623	-24.058 472
3	0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 1 1	8.410 164	-13.024 445
4	0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 1 1 0	9.364 378	-2.394 714
5	0 1 0 1 0 0 0 0 1 1 0 1 1 1 0	9.503 698	-0.046 906
6	0 1 0 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0	9.538 42	-0.000 275
7	0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1	6.559 474	5.551 697
最优解	0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1		
最优目标值	295.000		

表 3　t_1 取不同值的计算结果

初值 t_1	迭代次数	最优解	最优目标值
0	7	0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1	295.000
3	5	0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1	295.000
5.1	6	0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1	295.000
10	2	0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1	295.000
10.5	4	0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1	295.000
15	6	0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1	295.000

参 考 文 献:

[1] Zirger B J, Maidique M A. A model of product development: An empirical test[J]. Management Science, 1990, 36 (7): 867- 883

[2] Ali A, Kalwani M U, Kovenock D. Selecting product development projects: Pioneering versus incremental innovation tragies[J]. Management Science, 1993, 39(3): 255- 274

[3] Guatafson S A, Kortanek K. Numerical treatment of a class of semi-infinite programming problems[J]. Naval, Research Logistics Quarterly, 1973, (20): 473- 504

[4] Anderson E J, Nash P. Linear programming in infinite-dimensional space[M]. Chichester: Wiley, 1987

[5] Guatafson S A, Kortanek K. Numerical treatment of a class of semi-infinite programming problems[J]. Naval Research Logistics Quarterly, 1973, 20: 473- 504

[6] Ferris M C, Philpott A B. An interior point algorithm for semi-infinite linear programming[J]. Mathematical Programming, 1989, 43: 257- 276

[7] Guatafson S A, Glashoff K. Linear optimization and approximation[M]. New York: Springer-Verlag, 1982

[8] Fang S C, Wu S Y. An inexact approach to solving linear semi-infinite programming problems[J]. Optimization, 1994, 28: 291- 299

[9] Chih-Jen Lin, Shu-Cherng Fang, Soon-Yi Wu. An unconstrained convex programming approach to linear semi-infinite programming[J]. SIAM Journal on Optimization, 1998, 8(2): 443- 456

[10] 李进芳, 张士军. 工业企业经营管理[M]. 沈阳: 东北工学院出版社, 1992

[11] 王式安等. 数理统计方法及应用模型[M]. 北京: 北京科学技术出版社, 1992

[12] 焦宝仁等译. 机械制造中的统计方法[M]. 北京: 机械工业出版社, 1987

[13] 陈国权, 马　新. 高科技企业新产品开发设想来源的实证研究[J]. 管理科学学报, 1999, 2(1): 96- 101

0-1 semi-infinite programming approach for new product development planning

WAN Fu-cai[1], *WANG Ding-wei*[2]

1. School of Information Engineering, Shenyang University, Shenyang 110044, China;

2. School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110006, China

Abstract: Developing new product and accelerating the update of product are important means for enterprise to continuous operation and development. With the advance of CMS technology, the traditional non-quantified methods are not satisfactory to the managers of enterprises to make the decision about new product development. This paper proposes a quantified approach for new product development planning. It classifies all products into 4 different categories with different profit curves and parameters. The curve's parameters of each product can be determined by its economic characters. Based upon the quantified product description, this paper presents a 0-1 semi-Infinite programming model to solve the problem of new product development planning.

Key words: new product development planning; life cycle of products; curves of product profit; 0-1 semi-infinite programming; CMS