

# 证券市场流动性与交易者群体变动的混沌研究

庄新田, 黄小原

(东北大学工商管理学院, 沈阳 110004)

**摘要:**从证券市场微观结构角度,利用交易者群体可变的动态模型,分别在确定与不确定性金融环境下,研究离散交易状态下市场的形成过程,并分析了交易者群体变动的混沌条件.结果表明,市场流动性的最低标准是买卖双方的交易者群体要有一个恰当的比例,市场达到稳定流动性的时间与描述离开股市交易者的参数有关,通过交易制度对交易者群体参数的影响,可实现对市场过程的控制,最后给出仿真计算.

**关键词:**证券市场;流动性;交易者群体;混沌;仿真

**中图分类号:**F22      **文献标识码:**A      **文章编号:**1007-9807(2002)06-0034-05

## 0 引言

证券市场的微观结构研究对保证市场的流动性,维持合理的交易价格及市场的平稳发展具有重要意义.特别对新兴的证券市场来说,其研究结果对市场的制度建设具有积极的参考作用.文[1—3]利用统计方法,从最优轨迹、模糊优化角度,对证券组合问题进行了研究.文[4—10]利用混沌、分形非线性理论的方法,以实际数据给出证券市场存在混沌和分形的证据.文[11]以股市交易者群体为变量,分析了交易者群体变动对市场形成的影响.本文在文[11]基础上,以证券交易数量为变量,对证券市场的交易机理进行分析.将市场行为看作是个人交易行为的加总,在给定某类交易者群体内在决策的情况下,利用交易者群体可变的动态模型,分别在确定与不确定性金融环境下,研究离散交易状态下市场的形成过程,指出市场流动性的最低标准是买卖双方的交易者群体有一个恰当的比例,市场达到稳定流动性的时间与描述离开股市交易者的参数有关.并运用李雅普诺夫指数分析交易者群体变动的混沌条件,通过仿真计算,指出证券监管部门对市场调控的

依据.

## 1 证券市场交易者群体模型

### 1.1 连续状态下交易者群体模型

在证券交易市场中,证券的买方数量  $m_1$  和卖方数量  $m_2$  在某一时刻的状态,可归纳为4个要素的影响,即新加入到股市的证券交易数量,在该时刻成交的数量,因无法找到交易对手退出股市的证券交易数量,随价格的变化而改变买卖方向的证券交易数量.其数量描述如下<sup>[11]</sup>.

新加入到证券市场的证券交易数量,与市场的引力(证券的买卖双方数量之和)成正比,即

$$x_1^1 = x_1^2 = (m_1 + m_2) \quad m_1, m_2 > 0 \quad (1)$$

其中:  $x_1^1, x_1^2$  分别为新加入到证券市场的证券买方数量和卖方数量,参数  $a > 0$ .

在该时刻的成交数量,取决于买卖双方成交能量的大小.因交易者的资金有限,一旦完成交易就会停止继续交易或需要时间来做出下一步的决策,即

$$x_2^1 = x_2^2 = -bm_1m_2 \quad (2)$$

其中:  $x_2^1, x_2^2$  分别为该时刻的买卖成交数量,参数

收稿日期:2001-06-15; 修订日期:2001-12-11.  
基金项目:辽宁省自然科学基金资助项目(9910200208).  
作者简介:庄新田(1956—),男,吉林四平人,博士,副教授.

$b > 0$ .

找不到交易对手退出股市的证券交易数量取决于买卖双方数量的差异,即

$$\begin{cases} x_3^1 = -c(m_1 - m_2) & m_1 > m_2 \\ x_3^2 = -c(m_2 - m_1) & m_2 > m_1 \\ x_3^1 = x_3^2 = 0 & \text{其它情况} \end{cases} \quad (3)$$

其中: $x_3^1, x_3^2$  分别为离开股市的证券买方和卖方数量;参数  $c > 0$ , 为市场失去流动性的速率大小.

因价格变动而改变买卖方向的证券交易数量与交易者的类型及其效用函数有关,指数型效用函数下的转化比率,即

$$\begin{aligned} r_{1,2} &= r \exp(U) \\ r_{2,1} &= r \exp(-U) \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $r_{1,2}, r_{2,1}$  分别表示从卖方转向买方和从买方转向卖方的比率; $U = p^{-1} dp/dt + (p_r - p)$ .  $U$  中右边的第 1 项描述了投机类型的交易者行为,第 2 项描述了投资类型的交易者行为. $p_r$  为股票的内在价值, $r$  是交易者行为特征的参数.

根据式(1) ~ (4),连续状态下交易者群体模型可用如下微分方程给出,即

$$\begin{cases} dm_1/dt = \sum_{i=1}^3 x_i^1 + r_{1,2} m_2 - r_{2,1} m_1 \\ dm_2/dt = \sum_{i=1}^3 x_i^2 + r_{2,1} m_1 - r_{1,2} m_2 \end{cases} \quad (5)$$

为讨论交易者群体变动对市场形成的影响,假定价格保持不变,即取  $r_{1,2} = r_{2,1} = 0$ ,当初始条件满足  $m_2(0) - m_1(0) = n_2 > 0$ ,即当证券卖方数量出现过剩时,有

$$\begin{cases} dm_1/dt = (m_1 + m_2) - b m_1 m_2 \\ dm_2/dt = (m_1 + m_2) - b m_1 m_2 - c(m_2 - m_1) \end{cases} \quad (6)$$

此时

$$d(m_2 - m_1)/dt = -c(m_2 - m_1)$$

其解为

$$m_2 - m_1 + n_2 \exp(-ct) \quad (7)$$

同理,当初始条件满足  $m_1(0) - m_2(0) = n_1 > 0$ ,即当证券买方数量出现过剩时,则有

$$m_1 - m_2 = n_1 \exp(-ct) \quad (8)$$

### 1.2 离散状态下交易者群体模型

理论上,股市交易可看成是连续的时间过程.但对市场的实际观察所搜集到的数据是离散的,表现出离散时间序列的特征.因此,把时间变量纳

入到模型的参数中,将连续时间模型转换成离散时间模型,更符合实际的市场状况.下面仅对  $m_2(0) - m_1(0) = n_2 > 0$  情形进行讨论.

对离散系统而言,取时间间隔为  $t$ ,式(6)可写成如下形式

$$\begin{cases} m_{1,k+1} = m_{1k} + a_0(m_{1k} + m_{2k}) - b_0 m_{1k} m_{2k} \\ m_{2,k+1} = m_{2k} + a_0(m_{1k} + m_{2k}) - b_0 m_{1k} m_{2k} - c_0(m_{2k} - m_{1k}) \end{cases} \quad (9)$$

其中: $a_0 = t a; b_0 = t b; c_0 = t c$ .

式(7)可写成  $m_{2k} - m_{1k} = n_2 \exp(-ck)$ ,代入式(9),整理有

$$\begin{cases} m_{2,k+1} = -b_0 n_2^2 + (1 + 2a_0 + b_0 n_2 \exp(-ck)) \cdot m_{2k} - (a_0 + c_0) n_2 \exp(-ck) \\ m_{1,k+1} = m_{2,k+1} + (c_0 - 1) n_2 \exp(-ck) \end{cases} \quad (10)$$

当初始条件为证券卖方数量过剩时,式(10)描述了交易者群体的变化过程.

## 2 证券市场交易者群体的随机过程模型

证券交易是在金融市场环境下进行的,上述证券市场交易者群体模型的讨论是在确定性金融市场环境下进行的.而现实的证券交易中,通常信息是不充分的,利用不充分或不完全信息做出决策必然导致交易波动,这就需要考虑市场所面临的不确定金融环境.目前,对不确定金融环境还没有一个统一定义,主流的定义是与概率事件相联系,用随机变量的方差来描述该变量的不确定性及其不确定性的变动大小.下面讨论不确定金融环境下的交易者群体之和变动对市场形成过程的影响.当初始条件满足  $m_2(0) - m_1(0) = n_2 > 0$  时,由式(6)有

$$\begin{aligned} dn/dt &= d(m_1 + m_2)/dt = \\ &= 2n - 2b m_1 m_2 - c(m_2 - m_1) = \\ &= 2n - \frac{1}{2} b [n^2 - (m_2 - m_1)^2] - c(m_2 - m_1) = \\ &= 2n - \frac{1}{2} b n^2 + \frac{1}{2} b n_2^2 \exp(-2ct) - c n_2 \exp(-ct) \end{aligned} \quad (11)$$

其中,  $n = m_1 + m_2$ .

取时间间隔为  $t$ , 采用高斯噪音方式描述不确定金融环境, 将式(11) 离散化, 即

$$n_{k+1} = n_k + 2 \cdot 0 n_k - \frac{1}{2} b_0 n_k^2 + \frac{1}{2} b_0 \cdot 2 \exp(-2ck) - c_0 \cdot 2 \exp(-ck) + (k) \quad (12)$$

其中,  $(k) = \text{rand}(e, 2)$ , 是比例系数. 为防止出现负的证券交易数量, 当  $n_k < 0, k = 0, 1, \dots$  时, 令  $n_k = 0$ .

当初始条件为证券卖方数量过剩时, 式(12) 描述了不确定金融环境下市场形成的交易者群体变化过程, 可用于观察市场的流动性.

### 3 证券市场交易者群体变动的李雅普诺夫指数

李雅普诺夫指数是判断系统混沌的重要工具. 对一个用确定方程表示的系统, 李雅普诺夫指数是方程稳定性的平均度量, 也就是混沌的度量. 李雅普诺夫指数, 即<sup>[12,13]</sup>

$$= \min_n \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \log_2 |f'(x_k)| \quad (13)$$

其中

$$f'(x_k) = \frac{df(x_k)}{dx_{k-1}} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

李雅普诺夫指数其实就是映射  $x_k = f(x_{k-1})$  在迭代点处斜率值的对数平均值. 对于一维差分方程来说, 若最大的李雅普诺夫指数  $> 0$ , 表明

系统对初始条件的敏感依赖性, 是此方程迭代值序列混沌的证明.

对于交易者群体的动态过程, 就式(10) 证券卖方动态的导数  $m_{2, k+1}$  而言, 即

$$\frac{dm_{2, k+1}}{dm_{2k}} = -2b_0 m_{2k} + [1 + 2 \cdot 0 + b_0 \cdot 2 \exp(-ck)] \quad (15)$$

当  $k$  充分大时,  $\log_2 \left| \frac{dm_{2, k+1}}{dm_{2k}} \right| > 0$  时, 则  $> 0$ , 系统存在混沌. 由  $\log_2 \left| \frac{dm_{2, k+1}}{dm_{2k}} \right| > 0$ , 且  $m_{2k} > 0$ , 有  $|-2b_0 m_{2k} + [1 + 2 \cdot 0]| > 1 \quad (16)$

解之得到  $m_{2k} < \frac{-0}{b_0}$ , 或者  $m_{2k} > \frac{1+0}{b_0}$ , 则交易者群体  $m_{2k}$  的李雅普诺夫指数  $> 0$ , 此时, 卖方群体  $m_{2k}$  存在混沌. 当然买方群体  $m_{1k}$  也存在混沌.

### 4 仿真计算

在  $a, b, c$  3 个参数中,  $a, b$  两个参数决定市场交易群体的混沌, 参数  $c$  决定市场的流动性. 下面分别对卖方群体、买方群体及不确定金融环境下交易双方群体之和变动对市场流动性的影响进行分析, 最后对交易者群体变动的混沌条件进行分析.

对式(10), 取初始值  $m_1(0) = 0.05, m_2(0) = 0.30, t = 1, a = 0.04, b = 0.25, c = [0.05, 0.80, 1.20, 2.0]$  时, 图1、图2 分别给出了卖方、买方交易者群体变动的市场形成. 图中从左至右 4 条曲线分别对应  $c = 0.05, 0.80, 1.20, 2.0$ .

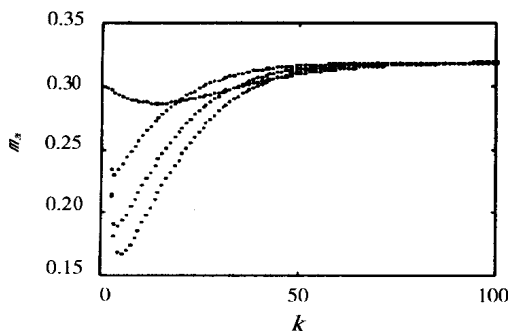


图1  $m_{2k}$  的市场形成

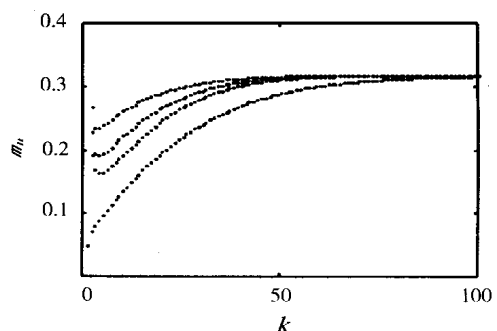


图2  $m_{1k}$  的市场形成

对式(12), 取  $m_1(0) = 0, m_2(0) = 0$ , 则  $n(0) = 0$ , 其它参数同上,  $(k) = 0.01 * \text{rand}(0,$

1), 图3 描述了不确定金融环境下, 一个初始市场的形成过程.

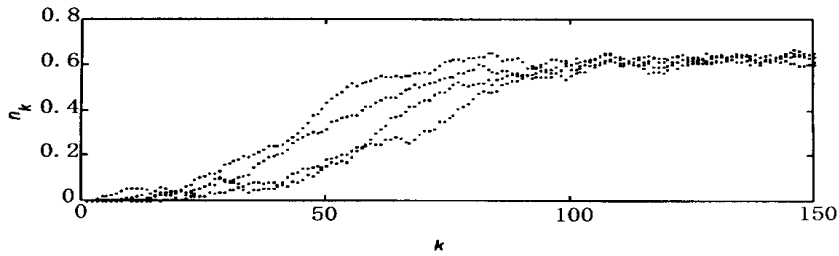


图 3  $n_k$  的初始市场形成

对式(10),取  $m_1(0) = 0.01, m_2(0) = 0.02$ , 如图 4 所示;  $b = 1.0$ , 不同  $a$  取值下的  $m_2$  交易群体混沌情况如图 5 所示。  
 $a = 1.30$ , 不同  $b$  取值下的  $m_2$  交易群体混沌情况

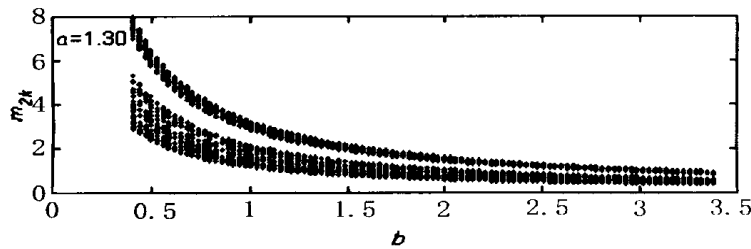


图 4  $m_{2k}$  的混沌

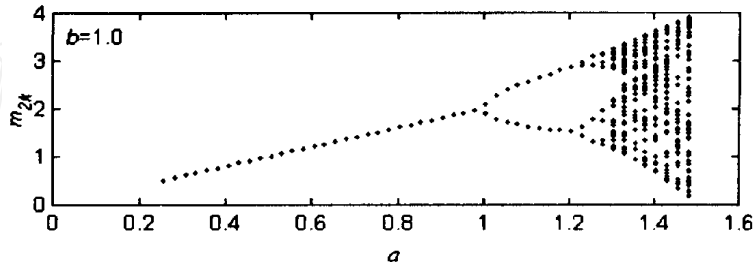


图 5  $m_{2k}$  的混沌

## 5 结论

本文讨论了交易者群体可变的动态离散模型,在确定与不确定金融环境下,分析参数  $c$  的不同取值对实现市场流动性时间的影响,并给出交易者群体变动产生混沌的条件。

1) 市场流动性的最低标准是买卖双方的交易者群体都要存在,这对如何培育市场的参加者,维持必要的流动性提出了一个简单的准则,就是在启动市场之初,无论在法规建设还是在交易制度制定上,要尽可能保证市场买卖双方的交易者群体有一个恰当的比例。

2) 参数  $c$  越大,市场达到一个稳定流动性的时间越长,表明市场流动性对参数  $c$  有较强的敏

感性。这对市场管理者来说,政策的制定应考虑到对参数  $c$  的影响,以尽快促成交易者群体满足稳定的流动性要求。

3) 由式(11)可以得出,当  $t$  足够大,即买卖双方的交易者群体之和趋近于稳定状态时,  $n \approx 4a/b$ 。

4) 参数  $a$  描述了新加入到市场的证券买方、卖方数量的相对量,受政策导向的利好消息影响,如降低交易印花税、增设投资基金、保险金入市、放宽资金入市限制,等等。

5) 参数  $b$  描述了市场在某时刻的证券交易数量的相对量,受具体交易制度的影响,如最低交易数量、每日涨跌幅限制、 $T+0$  或  $T+1$  交易制度等因素影响。参数  $a, b$  决定了交易者群体变动的混沌,这为管理层调控证券市场提供了实践依据。

## 参 考 文 献:

- [1] 卢祖帝, 赵泉水. 上海股票市场的投资组合分析: 基于均值 - 绝对偏差的折中方法[J]. 管理科学学报, 2001, 4(1): 12—23
- [2] 周 奕, 陈 收, 汪寿阳. 资本结构作用下市场投资组合轨迹的研究[J]. 管理科学学报, 2000, 3(3): 75—81
- [3] 郭存芝, 郑垂勇. 一种证券组合投资的模糊多目标规划方法[J]. 系统工程理论与实践, 2001, 21(1): 21—24
- [4] Lux T, Marchei M. Scaling and criticality in a stochastic multi-agent model of a financial market[J]. Nature, 1999, 397(11): 498—500
- [5] Bak P, Paceski M, Shubik M. Price variations in a stock market with many agents[J]. Physics A, 1997, 246(4): 430—453
- [6] Sornette D, Johansen A. Large financial crashes[J]. Physics A, 1997, 245(4): 411—422
- [7] 高红兵, 潘 瑾, 陈宏民. 我国证券市场混沌的判据[J]. 系统工程, 2000, 102(6): 28—32
- [8] Yoshikadu I, Shoz O T. Evaluation of stock option prices by using the prediction of fractal time series[J]. Journal of the Operations Research Society of Japan, 1999, 42(1): 18—31
- [9] 伍青山, 张兴福, 蔡来兴. 金融危机的混沌控制方法初探[J]. 系统工程, 2001, 19(2): 11—17
- [10] 宋学峰, 顾世清. 深沪证券市场股价波动的混沌度及其调控方法[J]. 管理科学学报, 2000, 3(1): 53—57
- [11] Schmidt A B. Modeling the birth of liquid market[J]. Physics A, 2000, 283(4): 479—485
- [12] Peters E E. 资本市场的混沌与秩序[M]. 北京: 经济科学出版社, 1999. 97—105
- [13] 卢 侃, 孙近兵, 等. 混沌动力学[M]. 上海: 上海翻译出版公司, 1990. 337—348

**Research of securities market liquidity and chaos of bargainer colony change**

ZHUANG Xin-tian, HUANG Xiao-yuan

Faculty of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110004, China

**Abstract:** From the angle of the microcosmic structure of the securities market, using alterable dynamic model of the bargainer colony, separately under ascertained and incertitude finance circumstance, we have studied the form process of the market under disperse bargaining estate and we have analysis chaos conditions of bargainer colony of alteration. Result indicates that lowest standard of market liquidity is that bargainer colony of buyer and seller both must have an appropriate proportion. The time achieving stable liquidity of the market has relation to parameter for bargainer to leave the stock market. Through influence of bargaining system on parameter of bargainer colony, the control of market process can be realized. Finally simulation calculation is given.

**Key words:** securities market; liquidity; bargainer colony; chaos; simulation