

# 顾客有最大、最小保留价的连续时间收益管理

魏轶华, 胡奇英

(西安电子科技大学经济管理学院, 西安 710071)

**摘要:**研究了具有如下特征的连续时间收益管理问题: 顾客的到达为时依强度的泊松过程, 每个顾客具有最大、最小保留价格, 其分布依赖于到达时间. 结果表明, 在一定条件下, 普通连续时间收益管理问题的所有结论依然成立.

**关键词:**定价; 收益管理; 非齐次泊松过程; 最优值函数; 最优策略

**中图分类号:** F275      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1007-9807(2002)06-0047-06

## 0 引言

在许多零售行业中, 如旅馆床位预定及飞机票销售, 由于短期内无法控制存贮, 且产品在销售期过后将作废. 因此, 企业要在给定销售期内尽量销售掉所存贮的产品, 它的目标是通过动态的价格调整使销售收入最大. 这类问题通常称为收益管理问题.

收益管理的概念是由 Littelwood<sup>[1]</sup>于 1972 年提出的. 文[2]首次研究了连续时间的收益管理模型, 其中, 需求为齐次泊松过程, 需求率为当前价格的函数, 并且满足假设: 需求率随价格递减; 需求率与价格一一对应; 收益率(需求率与价格的乘积)为需求率的有界连续凹函数, 当价格趋近于无穷大时收益率趋近于零. 他们的结论包括 3 类: 1) 最大期望收益函数的单调性及凹性; 2) 最优价格的单调性; 3) 最大期望收益的取值范围. [2]是连续时间收益管理研究的基础, 以后的文章基本上都是在它的基础上推广. 文[3]发现在下面情况下第 1、2 类的结论依然成立: 顾客的到达为时依强度的泊松过程, 只有当前的价格低于顾客的保留价格时, 顾客才购买产品, 因此实际需求是时依强度与价格有关的泊松过程, 其强度随价格递减. 文[4-7]研究了价格离散变化的连续时间收益管理

问题.

到目前为止, 所有的连续时间收益管理模型均假设需求率随价格递减. 但实际销售中, 特别是当顾客对产品不了解时, 经常存在下面的现象: 较低的价格会使顾客对产品的质量产生怀疑, 降低对产品的购买, 导致需求有时会随价格下降而下降<sup>[8]</sup>. 这种现象可以表示为顾客除了具有一个最大保留价外, 还具有一个最小保留价, 当产品的价格低于最小保留价时, 顾客也不购买产品. 在这种情况下, 太高或太低的价格都会导致较低的需求, 此时的需求率函数不是随价格递减的, 并且可能是不连续的. 本文的结果表明, 即使在顾客的到达为非齐次泊松过程时, 对这种不规则需求函数, 普通连续时间收益管理的结论依然成立.

## 1 模型

问题描述如下: 企业要在  $T$  时间内销售掉  $N$  件产品, 到期未销售掉的产品将作废. 企业通过动态地调整价格, 使期望收益最大. 可供选择的价格范围为  $[0, \lambda]$ . 顾客的到达服从时依强度为  $\lambda(t)$  的非齐次泊松过程. 在  $t$  时到达顾客的最大保留价格为  $p_{t, \max}$ , 最小保留价格为  $p_{t, \min}$ ,  $p_{t, \max} > p_{t, \min} > 0$ , 当产品的价格  $p_t$  满足  $p_{t, \min} < p_t < p_{t, \max}$

$p_{t, \max}$  时, 顾客购买一件产品. 记  $d_t = p_{t, \max} - p_{t, \min}$ , 假设  $d_t$  与  $p_{t, \min}$  相互独立, 分布函数分别为  $F_{1,t}$  与  $F_{2,t}$ . 则在  $t$  时, 对给定价格  $p$  来说, 顾客接受产品的概率为

$$u(p, t) = \int_0^p (1 - F_{1,t}(p - x)) dF_{2,t}(x)$$

于是需求率为  $(t) u(p, t)$ , 令  $u(\infty, t) = \lim_{p \rightarrow \infty} u(p, t) = 0$ . 称  $r(p, t) = p (t) u(p, t)$  为收益率.

令  $N_t$  表示到  $t$  时所销售出的产品数. 定价策略  $(p_t, 0 \leq t \leq T)$  必须满足下面条件

$$\int_0^T dN_t \leq N \quad (\text{a. s.}) \quad (1)$$

策略的全体记为  $U$ . 给定策略为  $\mu \in U$ , 定义期望收益如下

$$J_\mu(n, t) = E_\mu \left\{ \int_0^t p_s dN_s \right\} \quad 0 \leq t \leq T, n = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

其中

$$J_\mu(n, 0) = 0, \quad J_\mu(0, t) = 0$$

企业的目标是寻求最优的定价策略, 使期望收益最大, 即

$$J(n, t) = \sup_{\mu} J_\mu(n, t) \quad (3)$$

称  $J(n, t)$  为最优值函数, 它满足如下的哈密顿-雅可比最优方程

$$\frac{\partial J(n, t)}{\partial t} = \sup_p \{ (t) u(p, t) \cdot [p - J(n, t)] \} \quad (4)$$

其中,  $J(n, t) = J(n, t) - J(n - 1, t)$  称为边际收益. 为简便, 定义  $b(p, n, t) = u(p, t) [p - J(n, t)]$ . 使  $b(p, n, t)$  取上确界的最大价格  $p^*(n, t)$  即为此时的最优定价.

## 2 最优策略的性质

由  $J(n, t)$  的定义, 很容易得到下面性质.

性质 1  $J(n, t)$  随  $n$  递增, 随  $t$  递增.

就是说, 剩余的产品越多, 剩余销售时间越长, 期望收益就越大.

定理 1 对任意  $t, J(n, t)$  是  $n$  的凹函数, 即  $J(n, t)$  对  $n$  递减.

证明 它的充要条件是对任意  $n$ , 有

$$2J(n, t) \geq J(n - 1, t) + J(n + 1, t)$$

构造 4 组产品  $1, 2, \bar{1}, \bar{2}$ , 分别拥有  $n + 1, n - 1, n, n$  件产品. 每一个到达的顾客同时在这 4 组中购买产品. 显然, 这 4 组产品的最大期望收益分别为  $J(n + 1, t), J(n - 1, t), J(n, t), J(n, t)$ . 假设 1, 2 组的最优策略已知, 根据它来构造  $\bar{1}, \bar{2}$  组的定价策略, 使得它们在此定价策略下的期望收益之和等于  $J(n - 1, t) + J(n + 1, t)$ , 由于这个策略不一定是  $\bar{1}, \bar{2}$  的最优策略, 所以这个期望收益不超过  $2J(n, t)$ , 于是命题可证.

构造  $\bar{1}, \bar{2}$  组的定价策略的方法如下.

设 1, 2 在  $\bar{1}, \bar{2}$  的最优定价策略分别为  $p_1(\cdot)$  与  $p_2(\cdot)$ . 令  $\bar{1}$  的价格为  $p_2(\cdot)$ ,  $\bar{2}$  的价格为  $p_1(\cdot)$ , 则对每个到达的顾客, 若  $p_1(\cdot)$  在其保留价格范围内, 则他在 1 与  $\bar{2}$  中分别购买一件产品; 若  $p_2(\cdot)$  在其保留价格范围内, 则他在 2 与  $\bar{1}$  中分别购买一件产品; 若  $p_1(\cdot), p_2(\cdot)$  都在其保留价格范围内, 则他在这 4 组中都购买一件产品. 执行这个策略, 直到下面情况之一发生: (i) 1 比  $\bar{1}$  多销售掉一件产品; (ii) 销售期结束; (iii) 2 的产品已经销售完. 对这 3 种情况分别讨论:

(i) 当 1 比  $\bar{1}$  多销售一件产品时. 到此时为止, 1 与  $\bar{2}, 2$  与  $\bar{1}$  的销售收入相同, 且 1 与  $\bar{1}, 2$  与  $\bar{2}$  中剩余的产品数相同. 接着, 令  $\bar{1}$  执行 1 的定价策略  $p_1(\cdot)$ ,  $\bar{2}$  执行 2 的定价策略  $p_2(\cdot)$ . 则在余下的时间内, 1 与  $\bar{1}, 2$  与  $\bar{2}$  的销售收入相同. 因此在整个计划期内,  $\bar{1}, \bar{2}$  的总收益等于 1, 2 的收益.

(ii) 当销售期结束时, 由于 (i) 和 (ii) 都没有发生, 每一组产品都没有销售完, 在整个计划期内 1 与  $\bar{2}, 2$  与  $\bar{1}$  的销售收入相同.

(iii) 当 2 中产品已经销售完时, 到此时为止, 由于 (i) 没有发生, 1 与  $\bar{2}, 2$  与  $\bar{1}$  的销售收入相同, 且  $\bar{1}$  中还剩一件产品, 1 和  $\bar{2}$  中分别还剩  $a$  和  $a - 1$  ( $a \geq 2$ ) 件产品. 接着, 令  $\bar{1}$  的价格为无穷大直到 (i) 或 (ii) 发生, 若 (i) 发生则执行其策略. 则在余下的时间内  $\bar{1}, \bar{2}$  的总收益等于 1 的收益. 因此在整个计划期内,  $\bar{1}, \bar{2}$  的总收益等于 1, 2 的收益. 证毕.

由这个定理可以看出, 边际收益  $J(n, t)$  对  $n$  递减. 当期初的存贮量为决策变量时, 若边际成本(增加单位存贮所带来的成本) 递增(或为常数), 由这个定理很容易得到, 边际收益大于边际

成本的最大的  $n$  就是最优的期初存贮量。

**定理 2** 对任意  $n$ ,  $J(n, t)$  随  $t$  递增, 即实际收益随剩余销售时间递增。

**证明** 类似于文[3]的定理 2。证毕

**定理 3** 若销售过程为齐次泊松过程, 即  $\lambda(t) = \lambda$ ,  $F_{1,t} = F_1$ ,  $F_{2,t} = F_2$ , 则对任意  $n$ ,  $J(n, t)$  为  $t$  的凹函数。

**证明** 在定理的条件下,  $u(p, t) = u(p)$ , 下面来证明  $\frac{\partial J(n, t)}{\partial t}$  对  $t$  非增。

对任意的  $t_1 > t_2$ , 令  $p_1 = p^*(n, t_1)$ ,  $p_2 = p^*(n, t_2)$ , 则

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(n, t_1)}{\partial t_1} &= u(p_1)(p_1 - J(n, t_1)) \\ &\quad - u(p_1)(p_1 - J(n, t_2)) \\ &\quad - u(p_2)(p_2 - J(n, t_2)) = \\ &\quad \frac{\partial J(n, t_2)}{\partial t_2} \end{aligned}$$

其中:第 1 个不等式来自于  $J(n, t)$  随  $t$  递增, 第 2 个不等式来自于  $p_2$  的定义。

于是, 可得到  $J(n, t)$  为  $t$  的凹函数。证毕

定理 3 说明, 最大期望收益随时间增加而增加, 但增加的程度越来越小。

令  $\bar{p}_t = \max\{p \mid u(p, t) = \sup_p u(p, t)\}$  表示使需求率取到上确界的最大价格,  $p_t^* = \max\{p \mid pu(p, t) = \sup_p pu(p, t)\}$  表示使收益率取到上确界的最大价格。

**定理 4** 1) 对任意  $p > p^*(n, t)$ ,  $u(p, t) < u(p^*(n, t), t)$ ; 2) 对任意  $p > p_t^*$ ,  $u(p, t) < u(p_t^*, t)$ ; 3)  $p^*(n, t) \leq p_t^* \leq \bar{p}_t$ 。

**证明** 令  $p = p^*(n, t)$ 。

1) 当  $u(p, t) = 0$  时, 由  $p$  的定义可知  $p = \bar{p}_t$ , 定理显然成立。

当  $u(p, t) > 0$  时, 根据  $p$  的定义可知, 对任意  $p > p$

$$\begin{aligned} u(p, t)(p - J(n, t)) \\ &\quad - u(p, t)(p - J(n, t)) \end{aligned}$$

而由性质 1 及式(4)可知, 当  $u(p, t) > 0$  时,  $p > p^*(n, t)$ 。因此上式等价于

$$\begin{aligned} u(p, t) - u(p, t) \frac{p - J(n, t)}{p - J(n, t)} < \\ u(p, t) \end{aligned}$$

2) 用反证法。设存在  $p > p_t^*$  使  $u(p, t) = u(p_t^*, t)$ , 则

$$pu(p, t) = p_t^* u(p_t^*, t)$$

这与  $p_t^*$  的定义矛盾, 因此假设错误。

3) (i) 首先证明  $p_t^* \leq \bar{p}_t$ 。用反证法。设  $p_t^* < \bar{p}_t$ , 则

$$p_t^* u(p_t^*, t) < \bar{p}_t u(\bar{p}_t, t)$$

这与  $p_t^*$  的定义矛盾, 故假设错误。

(ii) 接下来证明  $p \leq p_t^*$ 。

当  $u(p, t) = 0$  时, 由于  $p = \bar{p}_t$ , 定理显然成立。

当  $u(p, t) > 0$  时, 用反证法。设  $p < p_t^*$ , 则有

$$\begin{aligned} b(p, n, t) = u(p, t)p - u(p, t)J(n, t) \\ u(p_t^*, t)p_t^* - p_t^*J(n, t) = b(p_t^*, n, t) \end{aligned}$$

其中, 不等式可由  $p_t^*$  的定义及定理 4 之 1) 得到。

这与  $p$  的定义矛盾, 故假设错误。证毕。

定理 4 表明, 最优价格不小于使收益率最大的价格  $p_t^*$ , 因此在决策时只需考虑不小于  $p_t^*$  的价格。

**定理 5** 对任意给定  $t$ ,  $p^*(n, t)$  随  $n$  递减。

**证明** 只需证明对任意的  $p > p^*(n, t)$ ,

$b(p, n+1, t) < b(p, n+1, t)$ 。由定理 4 之 1) 可知, 此时,  $u(p, t) < u(p, t)$ , 结合文[3]的定理 3, 命题可证。证毕。

这个定理说明, 最优价格随存贮量递减。在考虑最优价格随时间的变化情况前, 参照文[3], 给出下面的条件。

**条件 1** 对任意  $p_1 > p_2$ ,  $u(p_1, t)/u(p_2, t)$  随  $t$  递增。

当顾客保留价格的分布与时间无关时, 条件 1 显然成立。

**定理 6** 在条件 1 下,  $p = p^*(n, t)$  随  $t$  递增, 即最优价格随销售期递增。

**证明** 只需证明对任意  $t < t$  有

$$p^*(n, t) \leq p$$

(i) 当  $u(p, t) = 0$  时,  $p = \bar{p}_t$ , 定理显然成立。

(ii) 当  $u(p, t) > 0$  时, 只需证明对任意  $p > p$ ,  $b(p, n, t) < b(p, n, t)$ 。

此时,  $p > p^*(n, t) > p^*(n, t)$ 。由  $p$  的定义有  $b(p, n, t) < b(p, n, t)$ 。整理后得

$$\frac{u(p, t)}{u(p, t)} < 1 - \frac{p - p^*(n, t)}{p - J(n, t)}$$

又因为  $u(p, t)/u(p, t)$  随  $t$  递增,  $J(n, t)$  随  $t$  递增, 所以

$$\frac{u(p, t)}{u(p, t)} = \frac{u(p, t)}{u(p, t)} \left( 1 - \frac{p - p}{p - J(n, t)} \right)$$

$$1 - \frac{p - p}{p - J(n, t)}$$

整理后可得  $b(p, n, t) = b(p, n, t)$ . 证毕

**引理 1** 若  $u(p, t)$  为  $p$  的凹函数, 则当  $p \in [p_t^*, \bar{p}_t]$  时,  $pu(p, t)$  为单调递减的连续凹函数.

**证明** 分 4 步来证明

(i) 首先证明  $pu(p, t)$  在  $p \in (0, \bar{p}_t)$  内连续. 由于  $u(p, t)$  为  $p$  的凹函数, 由文[9](定理 4.16) 可知它在  $p \in (0, \bar{p}_t)$  内连续. 因此  $pu(p, t)$  在  $p \in (0, \bar{p}_t)$  内连续.

(ii) 接着证明  $pu(p, t)$  在  $p \in [\bar{p}_t, p_t^*]$  上递减.

对任意  $\bar{p}_t < p_1 < p_2$ , 由于  $u(p, t)$  为凹函数, 则有  $(0, 1)$  使  $p_1 = \bar{p}_t + (1 - \alpha)p_2$ , 从而

$$u(p_1, t) = u(\bar{p}_t, t) + (1 - \alpha)u(p_2, t)$$

$$u(p_2, t) + (1 - \alpha)u(p_2, t) = u(p_2, t)$$

其中, 第 2 个不等式来自  $\bar{p}_t$  的定义. 于是可证得, 当  $p \in [\bar{p}_t, p_t^*]$  时,  $u(p, t)$  随  $p$  递减.

(iii) 第 3 步, 证明当  $p \in [\bar{p}_t, p_t^*]$  时,  $pu(p, t)$  为凹函数

对任意  $p_1 > p_2 \in [\bar{p}_t, p_t^*]$ , 有

$$\frac{p_1 u(p_1, t) + p_2 u(p_2, t)}{2} = \frac{p_2}{2} (u(p_1, t) +$$

$$u(p_2, t)) + \frac{p_1 - p_2}{2} u\left(\frac{p_1 + p_2}{2}, t\right)$$

$$p_2 u\left(\frac{p_1 + p_2}{2}, t\right) + \frac{p_1 - p_2}{2} u(p_1, t)$$

$$p_2 u\left(\frac{p_1 + p_2}{2}, t\right) + \frac{p_1 - p_2}{2} u\left(\frac{p_1 + p_2}{2}, t\right) =$$

$$\frac{p_1 + p_2}{2} u\left(\frac{p_1 + p_2}{2}, t\right)$$

其中: 第 1 个不等式来自  $u(p, t)$  为凹函数; 第 2 个不等式来自于当  $p \in [\bar{p}_t, p_t^*]$  时  $u(p, t)$  随  $p$  递减. 于是, 可证得当  $p \in [\bar{p}_t, p_t^*]$  时,  $pu(p, t)$  为凹函数.

(iv) 第 4 步, 与第 2 步类似, 可以证明当  $p \in [p_t^*, \bar{p}_t]$  时,  $pu(p, t)$  单调递减. 证毕

**条件 2** 对任意  $t, r(p, t) = 0, u(p, t)$  为  $p$  的凹函数, 最大、最小保留价与时间无关, 即

$$F_{1,t} = F_1, F_{2,t} = F_2.$$

$u(p, t)$  是  $p$  的凹函数在许多实际问题中都是成立的,  $r(p, t) = 0$  保证了不会选择无效的价格. 当保留价与时间无关时,  $u(p, t), p_t^*$  与  $t$  无关, 分别记为  $u(p), p^*$ .

**定理 7** 若条件 2 成立, 则最大期望收益  $J(n, t)$  满足下面不等式

$$J^{\text{OFP}}(n, t) \geq J(n, t)$$

$$\frac{\sqrt{\min[n, u(p^*)G(t)]}}{\sqrt{\min[n, u(p^*)G(t)] - 1}} J^{\text{FP}}(n, t) \quad (5)$$

其中:  $G(t) = \int_0^t (s) ds, J^{\text{FP}}(n, t)$  是价格固定为  $p^D = m \times \{p^*, p^0\}$  ( $p^0$  是使  $u(p) = n/G(t)$  的最大价格) 时的期望收益;  $J^{\text{OFP}}(n, t)$  是在固定价格下的最大期望收益.

**证明** 由于  $r(p, t) = 0$ , 则  $p^* < \bar{p}_t$ , 因此  $0 < pu(p) \leq p^* u(p^*) \leq p^* < \bar{p}_t$ , 即  $pu(p)$  有界. 由定理 4 可知, 决策时只需考虑不小于  $p^*$  的价格. 又因为当  $p \in [p^*, \bar{p}_t]$  时,  $r(p, t) = (t) pu(p)$  为  $p$  的单调递减有界连续凹函数, 且  $r(p, t) = 0$ , 由 Gallego 和 Ryzin(1994) (定理 8) 可知  $J(n, t)$  满足不等式(5). 证毕

### 3 算例

考虑  $r(p, t) = \min\{e^{p-2}, e^{-p}\}$  的形式, 此时条件 1 是满足的. 令  $\alpha = e^{-t}$ . 表 1 分别给出了  $t = 5, 10, 15, 20$  及  $n = 1, 2, \dots, 20$  时的最优定价及最大期望收益. 其结果很好地验证了本文的结论.

### 4 结束语

本文研究了顾客到达为时依强度的泊松过程, 且每个顾客具有最大、最小保留价格时的连续时间收益管理问题. 结果表明, 在一定条件下, 普通连续时间收益管理问题的结论全部成立. 以后的研究可以考虑价格离散变化或当前需求与以前价格有关的情况.

表1 需求率为  $\lambda \cdot \min\{e^{-p-2}, e^{-p}\}$  时的最优定价与最大期望收益

n	t = 5		t = 10		t = 15		t = 20	
	$p^*(n, t)$	$J(n, t)$						
1	2.79	1.79	3.40	2.40	3.77	2.77	4.04	3.04
2	2.13	2.92	2.71	4.11	3.08	4.86	3.35	5.40
3	1.75	3.67	2.32	5.43	2.68	6.54	2.95	7.35
4	1.51	4.18	2.04	6.47	2.40	7.94	2.67	9.01
5	1.34	4.52	1.83	7.30	2.18	9.12	2.45	10.46
6	1.21	4.73	1.66	7.96	2.01	10.12	2.27	11.73
7	1.13	4.86	1.53	8.49	1.86	10.98	2.12	12.84
8	1.07	4.93	1.41	8.90	1.73	11.72	1.99	13.83
9	1.04	4.97	1.32	9.22	1.62	12.34	1.97	14.70
10	1.02	4.99	1.24	9.46	1.53	12.87	1.77	15.47
11	1.01	4.99	1.18	9.64	1.44	13.31	1.68	16.16
12	1.00	5.00	1.13	9.77	1.37	13.68	1.60	16.76
13	1.00	5.00	1.09	9.85	1.31	13.99	1.53	17.28
14	1.00	5.00	1.06	9.91	1.25	14.24	1.46	17.74
15	1.00	5.00	1.04	9.95	1.20	14.43	1.40	18.15
16	1.00	5.00	1.02	9.97	1.16	14.59	1.35	18.49
17	1.00	5.00	1.01	9.99	1.12	14.71	1.30	18.79
18	1.00	5.00	1.01	9.99	1.09	14.80	1.25	19.04
19	1.00	5.00	1.00	10.0	1.07	14.87	1.21	19.25
20	1.00	5.00	1.00	10.0	1.05	14.91	1.17	19.42

## 参考文献:

- [1] Littlewood K. Forecasting and Control of Passenger Bookings[M]. AGIFORS Symposium Proceedings, 1972. 95—117
- [2] Gallego G, van Ryzin G. Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand over finite horizons[J]. Management Science, 1994, 40(8): 999—1020
- [3] Zhao W, Zheng Y S. Optimal dynamic pricing for perishable assets with nonhomogeneous demand[J]. Management Science, 2000, 46(3): 375—388
- [4] Chatwin R E. Optimal dynamic pricing of perishable products with stochastic demand and a finite set of prices[J]. European Journal of Operational Research, 2000, 125(1): 149—174
- [5] Feng Y Y, Xiao B C. A continuous-time yield management model with multiple price and reversible price changes [J]. Management Science, 2000, 46(5): 644—657
- [6] Feng Y Y, Xiao B C. Optimal policies of yield management with multiple predetermined prices[J]. Operation Research, 2000, 48(2): 332—343.
- [7] Feng Y Y, Gallego G. Perishable asset revenue management with Markovian time dependent demand intensities[J]. Management Science, 2000, 46(7): 941—956
- [8] Siving M. Price-endings when prices signal quality[J]. Management Science, 2000, 46(12): 1617—1629
- [9] 阿佛里耳. 非线性规划[M]. 上海: 上海科技出版社, 1982. 66—77
- [10] 胡奇英, 刘建庸. 马尔可夫决策过程引论[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2000
- [11] 唐小我. 二度价格歧视的进一步研究[J]. 管理科学学报, 2001, 4(1): 7—11
- [12] 赵道致. 垄断竞争市场定价策略的微分对策模型研究[J]. 管理科学学报, 1999, 2(4): 34—38

## Continuous time revenue management with maximal & minimal reservation prices

WEI Yi-hua , HU Qi-ying

School of Economics & Management , Xi 'an Electronic Science & Technology University , Xi 'an 710071 ,China

**Abstract :** This paper discusses a continuous time yield management model with the following characters : customers arrive according to a nonhomogeneous Poisson process , each arriving customer has maximal & minimal reservation prices , the distribution of which depends on the time of arrival . We find that all results of the general yield management model still hold .

**Key words :** pricing ; yield management ; nonhomogeneous Poisson process ; optimal value function ; optimal policy

---

(上接第 33 页)

## Stochastic simulation based genetic algorithm for solving portfolio problem with probability criterion

WANG Yan-qing , TANG Wan-sheng , HAN Qi-heng

Institute of Systems Engineering , School of Management , Tianjin University , Tianjin 300072 , China

**Abstract :** A stochastic simulation base genetic algorithm is devised for solving portfolio investment model with probability criterion . The algorithm is programmed by using Matlab . It can solve all kinds of problems of any distribution form , even not considering the distribution of rate of the return . Examples show that this algorithm is convergent and efficient .

**Key words :** probability criterion ; portfolio investment ; genetic algorithm ; stochastic simulation ; Matlab