供应链分销系统双层优化模型①

孙会君, 高自友
(北方交通大学交通运输学院, 北京 100044)

摘要:分销渠道决策在整个供应链管理中非常关键,因为它直接影响着其它的市场决策.从供应链集成的角度出发,利用双层规划模型描述了二级分销网络优化问题,充分考虑了网络决策部门及客户双方的自身及共同利益.同时设计了启发式求解算法,最后用简单算例验证了模型及其算法的有效性.

关键词:供应链; 分销系统; 双层规划; 启发式算法
中图分类号:F273　　文献标识码:A　　文章编号:1007 - 9807(2003)03 - 0066 - 05

0 引 言

随着市场压力的增大,客户需求日益多样化,许多企业不得不重新评价他们的配送策略.特别是近年来信息技术的迅速发展以及新物流观念的产生,制造企业逐渐形成了多供应商、多地点制造、多客户的新供应链模式.而对供应链的研究主要包括三个阶段,即采购、制造和分销.在传统制造环境下的供应链管理中,重点考虑的是对采购和制造环节的管理.进入20世纪80年代,供应链的重心正逐渐向需求方转移,供应链表现为由市场和客户需求驱动的"需求链"[3,4,11,12].在面向客户的制造环境中,企业的驱动力已由生产转向通过分销和服务提供的附加值.因此,合理地建立分销网络,加强对分销环节的管理,是当前客户驱动的竞争环境下,提高客户的满意度,增强企业竞争力的重要途径[12].

供应链管理指的是对各个设施点之间的物流及信息流进行管理,如供货商、制造商、加工商、分销中心等.由于供应链管理的复杂性,在早期对其进行优化的过程中,一般是将供应链的三个阶段分别加以研究,并以足够的库存作为各阶段之间的缓冲.但随着研究的深入,人们认识到如果对供应链的各个阶段加以集成和协调,将会明显地降低整个供应链的运营费用,提高客户服务水平,从而增强企业的竞争力.

Cohen 和 Lee 提出了一个整数规划模型来描述制造、分销网络的决策行为[3].Brown 探讨了多产品的销售网络,并用混合整数规划模型求解了工厂开工与关闭、设备在各工厂的分配及产品从工厂向顾客的配送问题[2].Van Roy 探讨过多层生产及销售网络[8].国内有些学者也研究了分销网络优化问题[10].但这些模型多为单层规划,均不考虑客户对各个分销点的选择行为.事实上,某个客户的需求不但可以由多个分销中心共同满足,而且由每个分销中心配送的货物量取决于客户的选择行为,同时这种选择行为在很大程度上具有较高的随机性.尤其是在现代物流系统中,客户的需求应该放在首位.而传统的分销网络优化模型仅从网络规划人员自身角度出发,来考虑网络中设施位置及流量安排.而实际上,网络中的流量是根据客户的选择行为变化的,也就是说供应链网络中上下游企业各自的决策互相影响,互相制约,对其进行研究必须考虑双方的共同行为.因此,本文建立了双层规划模型对二级分销网络进行优化,不但考虑了制造企业自身的利益,还考虑了客

① 收稿日期:2002 - 05 - 21; 修订日期:2003 - 03 - 24.
基金项目:国家杰出青年基金资助项目(70225005).
作者简介:孙会君(1974 —),女,河北衡水人,博士生.

户的选择行为,使每个客户的费用最小.尽管双层规划理论在其它研究领域应用已经比较广泛,但其在物流供应链管理的应用还不多见. Taniguchi 应用双层规划讨论了公共物流站点选址问题[5],但其求解算法没有准确分析选址方案的变动对客户需求量的影响,也就是没有分析出反应函数的形式,这样计算结果就不一定准确.

1　网络表示

市场分销渠道决策是企业管理部门面临的最重要的决策之一,一个企业的渠道决策直接影响到其它每一个市场营销决策.制造企业建立分销渠道的途径主要包括通过中间分销商销售和建立企业自己的分销网络两种[12].由于建立企业自己的分销网络具有便于管理、可加快企业对市场需求变化的响应速度等优点,所以对于有较强经济实力的企业来说,通常重点考虑自建分销网络.

进行分销网络设计主要是确定配送中心、工厂及其它设施节点的数量、选址、客户的总需求量在各节点的分配等.随着市场的全球化趋势,制造企业必须为地理上分散的多个客户提供产品和相关的服务.为了加快反应速度,往往建立多个工厂来满足客户需求.本文仅研究包括一个制造企业,多个分销中心和多个客户的情形,假定制造企业(或仅为中心仓库)有固定的位置,它要在各地建立分销中心,从制造企业到各个分销中心为第一级网络.各个分销中心向客户供货,其为第二级网络.需要确定分销中心的位置、数量及分别从工厂和向客户分配的货物量.其网络结构如图 1 所示.

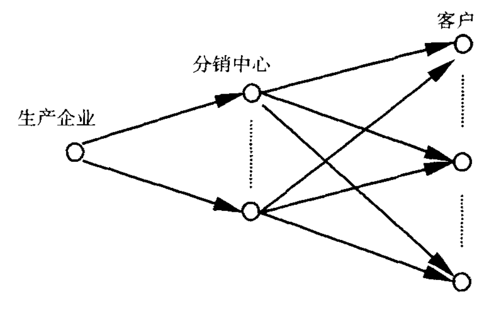

图 1　分销系统基本结构图

2　双层规划模型简介

可以把分销网络的优化问题看作一个指导者 - 跟随者(leader-follower)问题,其中制造企业的决策部门是指导者(leader),客户对分销中心的选择行为或者客户需求在各分销中心的分配为跟随者(follower).决策部门可以通过政策和管理来改变某个分销中心的位置和配送成本,从而影响客户对分销中心的选择,但不能控制他们的选择.客户则对现有的分销中心进行比较,根据自己的需求特点和行为习惯来选择分销中心.这种关系可以用双层规划模型(bi-level programming)来进行描述,其基本思想为下面的数学模型:

$$(\mathrm{U0})\quad \min_{x} F(x,y)$$

$$\mathrm{s.t.}\quad G(x,y)\leqslant 0$$

其中: $y = y(x)$ 由下述规划求得

$$(\mathrm{L0})\quad \min_{y} f(x,y)$$

$$\mathrm{s.t.}\quad g(x,y)\leqslant 0$$

双层规划模型是由两个子模型(U0)和模型(L0)组成,其中(U0)称为上层规划,(L0)称为下层规划. F 是上层规划所确定的目标函数, x 为上层规划的决策变量, G 是对变量的约束; f 为下层规划所确定的目标函数, y 为下层规划的决策变量, g 是对变量 y 的约束.上层决策者通过设置 x 的值影响下层决策者,因此限制了下层决策者的可行约束集,而下层决策者的行为反过来又会通过 y 影响上层的决策.所以下层决策变量 y 是上层决策变量 x 的函数,即 $y = y(x)$,这个函数一般称为反应函数.

供应链分销网络优化问题涉及到两种具有明显不同目标函数的决策者 ——制造企业和用户,因此,采用双层规划模型描述这种关系是适宜的.

3　供应链分销系统双层优化模型

在本文中,上层规划(U)可以描述为决策部门在允许的固定投资范围内确定最佳的分销中心的地点以使得总成本最小(包括固定成本和变动成本).而下层规划(L)则描述了在多个分销中心存在的条件下,客户需求量在不同分销中心之间的分配模式,它的目标是使每个客户的费用最低.具体模型如下所示:

本模型的上层规划为传统的离散选址模型:

$$(\mathrm{U})\quad \min\ F = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}(x_{ij})\, x_{ij} -$$

$$\theta\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^{n}u_j \geq 1 \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n}g_j u_j \leq B \quad (3)$$

$$u_j \in \{0,1\} \quad (4)$$

其中：$C_{ij}(\cdot)$ 为第 i 个客户由 j 地点的分销中心提供服务的广义单位费用 $(i = 1, \cdots, m, j = 1, \cdots, n)$，这里假定它仅是需求量的函数，一般随着分配需求量的增大，广义费用也增加；x_{ij} 为第 i 个客户在 j 地点的分销中心得到满足的需求量；g_j 为在 j 地建分销中心的固定投资；u_j 为 0 - 1 变量，在 j 地建分销中心时，此值为 1，否则为 0；B 为建立分销中心的总预算；θ 为匹配投资费用与需求量单位的系数.

上层目标函数是从决策者的角度出发使分销系统的广义费用和客户需求量之差最小，表示既要最小化总费用，又要尽可能多地容纳客户需求. 第 1 个约束保证至少建一个新的分销中心；第 2 个约束保证修建的物流中心费用不超过其总投资额；第 3 个约束为 0 - 1 变量约束. 模型(U) 为 0 - 1 整数规划问题，若给定 x_{ij}，则可用分枝定界法求解. 值得指出的是(U) 中 x_{ij} 由下层规划(L) 求得.

下层规划描述客户对分销中心的选择行为，显然，分销中心的吸引能力与它的社会、经济、文化发达程度有关，用一个吸引测度指标 M_j 来表示，M_j 值越大，j 点的吸引能力越强，就有越多的客户选择 j 点提供服务. 但是，还有一个因素必须考虑，即选择 j 点的费用值大小. 一般假设客户在做出决策前，总同时考虑两方面的因素：试图到达吸引力最大的地点和试图花费最少的费用，这两种因素的交叉作用，会达到一个吸引力与费用之间的平衡. 客户 i 谋求 M_j 最大和他选择分销中心 j 的费用最小，即在选择分销中心时，应尽量使 $(M_j - f_{ij})$ 最大(f_{ij} 为客户 i 选择分销中心 j 的费用)，称 $(M_j - f_{ij})$ 为净费用值. 故在平衡状态，从客户 i 到所选的分销中心之间的净费用值都相等，且为最小净费用值，而没有选择的分销中心的净费用值大于最小净费用值. 用数学公式表达出来如下：

$$(\text{L}) \min \ T = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\int_0^{x_{ij}} f_{ij}(w)\,\mathrm{d}w -$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}M_j x_{ij} \quad (5)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^{n}x_{ij} = W_i \quad \forall i = 1, \cdots, m \quad (6)$$

$$x_{ij} \leq N u_j \quad \forall i = 1, \cdots, m \quad \forall j = 1, \cdots, n \quad (7)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (8)$$

其中：W_i 为客户点 i 的总需求量；$f_{ij}(\cdot)$ 为需求函数的反函数；N 为一任意大的正数.

下层规划表示客户选择最优的分销中心，即各个用户在各分销中心间分配需求量以使其总费用最小. 第 1 个约束保证每个用户的需求都能得到满足；第 2 个约束保证需求量总是在拟建的分销中心处分配；最后一个约束为变量的非负约束. 同时对于给定的 u 可以计算出目标函数的 Hessan 矩阵是正定的，因此模型(L) 有唯一解，下面简单证明模型(L) 满足用户平衡条件.

分析下层问题中的约束(7) 可以看出，由于 u_j 是已知的，如果 $u_j = 0$，则 $x_{ij} = 0$，可以将此约束去掉；如果 $u_j = 1$，那么 $x_{ij} \leq N$，N 为一任意大的数，此约束自然满足，也可以去掉. 也就是说，对于一固定的 $u_j(\forall j)$，下层问题中的约束可以省去.

模型(L) 的拉格朗日函数可写为

$$(\text{L1}) \min \ L(x, v) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\int_0^{x_{ij}} f_{ij}(w)\,\mathrm{d}w -$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}M_j x_{ij} + \sum_{i=1}^{m}v_i\Big(w_i - \sum_j x_{ij}\Big) \quad (9)$$

$$\text{s.t.} \quad x_{ij} \geq 0 \quad (10)$$

其中：v_i 为约束(6) 的拉格朗日乘子.

问题(L1) 的一阶条件是

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial x_{ij}} \geq 0, \ \frac{\partial L(\cdot)}{\partial x_{ij}}x_{ij} = 0 \quad \forall i, j \quad (11)$$

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial v_i} = 0, \ x_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \quad (12)$$

由于

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial x_{ij}} = f_{ij} - M_j - v_i \quad (13)$$

所以对式(11)，(12) 整理后得到下层问题的一阶条件：

$$(f_{ij} - M_j - v_i)\,x_{ij} = 0 \quad \forall i, j \quad (14)$$

$$f_{ij} - M_j - v_i \geq 0 \quad \forall i, j \quad (15)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \quad (16)$$

v_i 可以理解为从客户 i 分配需求量到各分销中心的最小净费用值,式(14),(15)保证,如果从 i 到 j 上确实分配需求量(即 $x_{ij} \geq 0$),则其净费用值($f_{ij} - M_j$)必定等于 v_i. 结果是,从客户 i 到达所有分配需求量的分销中心,其净费用值是相等的,且该值小于或等于未分配需求量的分销中心的净费用值. 也就是说所有客户选择分配需求量的分销中心的净费用值相等,且是最小的,即下层规划满足用户最优原则.

4　模型求解

一般来说,双层规划问题的求解都是非常复杂的,原因之一就是由于双层规划问题是一个 NP-hard 问题,Ben-Ayed 和 Blair 深入探讨了这一问题,指出:即使是很简单的双层线性规划问题也是 NP-hard 问题,不存在多项式求解算法. 双层规划的非凸性是造成双层规划问题求解异常复杂的另一重要原因,即使上层问题和下层问题均是凸问题,整个双层问题仍然为非凸问题的可能性非常大. 而双层问题的非凸性表明:即使能找出双层问题的解,通常也只可能是局部最优解而非全局最优解[1,8]. 这样,即使是对于某类双层规划存在精确算法,显然对于本文所欲研究的分销系统优化问题也不一定适宜.

求解双层规划问题的关键在于找到反应函数的具体形式,显然,这是比较难的. 对于连续变量情况,可以通过灵敏度分析方法得出变量之间的导数关系,这样可以利用泰勒展开式对反应函数进行近似,从而简化反应函数以求解双层规划问题,这是基于灵敏度分析方法的启发式算法 SAB(sensitivity analysis based algorithm). Yang 和 Yagar 应用灵敏度分析方法求解了交通控制问题[7],高自友等用灵敏度分析方法求解了交通连续平衡网络设计的双层规划模型[8]. 但由于本文的部分变量为离散变量,不能应用连续变量的灵敏度分析方法.

对模型(L)进行分析可以看出,约束条件(7)已经表示出了平衡状态下,客户在各个分销中心分配的需求量与分销中心选址方案之间的关系[19]. 虽然对于一固定的 $u_j(\forall j)$,下层问题中的约束可以省去,但为了得到反应函数的具体形式,可以将约束(7)化为如下形式(但不加入模型中):

$$x_{ij} = Nu_j - y_{ij}$$

$$\forall i = 1, \cdots, m,\ \forall j = 1, \cdots, n \qquad (17)$$

其中:y_{ij} 为松弛变量. 当 $u_j = 0$ 时,可以直接得出 x_{ij} 及 y_{ij} 的值,当 $u_j = 1$ 时,可以利用已有的方法解下层模型(L),求得平衡状态下客户在各分销中心分配的需求量 x_{ij}^*,然后利用式(17)计算松弛变量 y_{ij}^* 的值. 这样得到的所有反应函数的关系都可以写为

$$x_{ij} = Nu_j - y_{ij}^* \qquad (18)$$

将上述关系代入上层目标函数中,可用已有的方法进行求解,如分枝定界法,对于从上层问题求出的最优解,再一次求下层问题,就可以得到客户需求量在各分销中心的分配,重复上面的思路,又可以得到一组新的选址方案. 如此重复计算,最后有望收敛于双层规划模型的最优解. 求解算法实际上是一个基于式(18)的启发式算法. 具体计算步骤如下:

第 1 步　设定一个初始解 u_j^0,令迭代次数 $k = 0$;

第 2 步　对于给定的 u_j^k,求解下层问题,得到 x_{ij}^k;

第 3 步　根据式(17),计算 y_{ij}^k,将关系式 $x_{ij} = Nu_j - y_{ij}^k$ 代入上层目标函数,求解上层问题,得到一组新的 u_j^{k+1} 值;

第 4 步　如果 $|F^{k+1} - F^k| \leq \varepsilon$,停止;否则,令 $k = k + 1$,转第 2 步. 其中 ε 为迭代精度.

5　算例分析

本节用一个简单的例子来说明双层规划模型在二级分销网络设计决策中的应用. 为了计算方便,算例中的数值及函数形式都是假定的. 在实际应用中,应通过实际观测用统计方法来校正.

假设系统中只有三个客户(A1、A2、A3),三个分销中心的候选点(B1、B2、B3). 分销中心的广义费用函数形式为 $C_{ij}(x_{ij}) = a_{ij}(x_{ij})^{b_{ij}} - V_{ij}$,需求函数的反函数也采用广义费用函数的形式,其中,a_{ij}, b_{ij} 为参数,参数值如表 1(其中 i 为客户,j 为分销点). 客户需求量 $W_1 = 400$, $W_2 = 300$, $W_3 =$

500. 可令 $V_{11} = 2u_1$, $V_{12} = 2u_2$, $V_{13} = 3u_3$, $V_{21} = u_1$, $V_{22} = u_2$, $V_{23} = 2u_2$, $V_{31} = 3u_1$, $V_{32} = 6u_2$, $V_{33} = u_3$. 新建分销中心的固定成本为 $g_1 = 13$, $g_2 = 17$, $g_3 = 8$. 同时,令 $N = 1\,200$, $\theta = 0.5$, $B = 31$, $M_1 = 14$, $M_2 = 10$, $M_3 = 16$.

表 1 费用函数的参数值

ij	参数		*ij*	参数		*ij*	参数	
	a	*b*		*a*	*b*		*a*	*b*
11	0.2	0.5	21	0.25	0.5	31	0.18	0.5
12	0.4	0.5	22	0.3	0.5	32	0.2	0.5
13	0.15	0.5	23	0.2	0.5	33	0.4	0.5

其计算步骤为:

第 1 步 初始化. 设所有候选物流配送中心全部修建, $u = (1,0,0)$, 并置 $k = 0$.

第 2 步 求解下层问题,得到均衡条件下客户需求量在各分销中心的分配 x^* 及反应函数的关系:

$$x^* = \begin{pmatrix} 400 & 0 & 0 \\ 300 & 0 & 0 \\ 500 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$x_{11} = 1\,200u_1 - 800$, $x_{21} = 1\,200u_2 - 1\,200$, $x_{31} = 1\,200u_3 - 1\,200$

$x_{12} = 1\,200u_1 - 900$, $x_{22} = 1\,200u_2 - 1\,200$, $x_{23} = 1\,200u_3 - 1\,200$

$x_{13} = 1\,200u_1 - 700$, $x_{23} = 1\,200u_2 - 1\,200$, $x_{33} = 1\,200u_3 - 1\,200$

第 3 步 将所得线性关系代入上层规划目标函数中,利用分枝定界技术求得上层问题一组新的选址方案: $u_1 = 0$, $u_2 = 0$, $u_3 = 1$.

第 4 步 收敛判断,显然 $|F^{k+1} - F^k| \geq 0.1$, 令 $k = k + 1$, 转到第 2 步.

最后,经过迭代,得到分销中心所选地点的合理值为 $u_1 = 1$, $u_2 = 0$, $u_3 = 1$, 即实际分销中心只在第一、三个候选地点建,另一个候选地点不建. 此时客户的需求量在各分销中心的分配为

$$x = \begin{pmatrix} 37.82 & 0 & 362.18 \\ 362.18 & 0 & 227.33 \\ 260.96 & 0 & 239.04 \end{pmatrix}$$

6 结论

本文用双层规划模型描述了二级分销网络设计问题,充分考虑了在确定分销中心的过程中客户的选择行为和社会经济发展状况,可以对供应链的协调起到良好的控制作用. 模型还可以扩展为考虑多层系统及多类产品的情况.

参 考 文 献:

[1]Ben-Ayed O, Boyce D E, Blair C E. A general bilevel linear programming formulation of the network design problem[J]. Transportation Research, 1988, 22B: 311—318

[2]Brown G G, Graves G W, Honczarenko M D. Design and operation of a multicommodity production/ distribution system using primal goal decomposition[J]. Management Science, 1987, 33(11): 1469—1479

[3]Cohen M A, Lee H L. Strategic analysis of integrated production-distribution system: Model and methods[J]. Operations Research, 1988, 36(2): 216—228

[4]Douglas J T, Paul M G. Coordinated supply chain management[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 94: 1—15

[5]Taniguchi E. Optimal size and location planning of public logistics terminals[J]. Transportation Research, 1999, 35E: 207—222

[6]Van Roy T J. Multi-level production and distribution planning with transportation fleet optimation[J]. Management Science, 1989, 35(12): 1443—1451

[7]Yang H, Yagar S. Traffic assignment and signal control in saturated road network[J]. Transportation Research, 1995, 29A: 125—139

(下转第 93 页)

Study on bullwhip effect in supply chain

DA Qing-li[1], *ZHANG Qin*[1], *SHEN Hou-cai*[2]

1. School of Economic and Management, Southeast University, Nanjing 210096, China;
2. Graduate School of Management Science and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210093, China

Abstract: The bullwhip effect badly affects the enterprises even whole country. It has been being noted and studied for many years, and have not been cognized more clearly until the recent year. This paper argues its phenomenon, causes and countermeasures of elimination or mitigation based on some literatures, and points out the future research directions on the effect.

Key Word: supply chain; bullwhip effect; demand; inventory; information sharing

---

(上接第 70 页)

[8]高自友等. 城市交通连续平衡网络设计 ——理论与方法[M]. 北京:中国铁道出版社, 2000
[9]高自友, 孙会君. 现代物流与交通运输系统[M]. 北京:人民交通出版社, 2003
[10]王迎军, 高峻峻. 供应链分销系统优化及仿真[J]. 管理科学学报, 2002, 5(5): 79 -84
[11]翟恩东, 汪定伟. 考虑库存分配的多年度二级分销网络优化模型[J]. 东北大学学报, 2001, 22(2): 175 -178
[12]赵晓煜, 汪定伟. 供应链中二级分销网络的优化设计模型[J]. 管理科学学报, 2001, 4(4): 22 -26

Bi-level optimization model for distribution system of supply chain

SUN Hui-jun, *GAO Zi-you*

School of Traffic and Transportation, Northern Jiaotong University, Beijing 100044, China

Abstract: Distribution channel decision is one of the most important decision in supply chain management, because it has direct effect on other marketing decisions. From the point of integration of the supply chain, a bi-level programming model is proposed to describe the two-echelon distribution network design problem, which considers the benefits both the network design departments and the customers. It also develops a new heuristic algorithm to solve the model, and at the same time a numerical example is given to illustrate the application of the model and its algorithm.

Key words: supply chain; distribution system; bi-level programming; heuristic algorithm