

基于可变参数优化的相关证据合成方法研究

杨善林, 朱卫东, 任明仑

(合肥工业大学管理学院, 合肥 230009)

摘要:总结了相关证据合成的理论方法,分析了已有合成方法的不足,对相关证据的相关焦元的分布情况进行了分析,提出一种面向问题的基于可变参数的相关证据的合成方法.方法只对相关焦元的基本可信数进行修正,克服了对相关证据所有焦元进行修正的弱点,使修正的对象更加合理,修正系数可用基于学习的寻优方法得到.在相关证据的相关焦元的基本可信数未知的情况下也可进行相关证据的合成.计算结果表明该方法对合成的结果有明显的改进.

关键词:证据理论; 证据合成; 相关证据; 相关焦元; 可变参数优化

中图分类号: TP18 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007 - 9807(2003)05 - 0012 - 05

0 引言

自1976年美国学者G Shafer发表《证据的数学理论》以来,证据理论取得了很大的发展,在应用上也取得了丰富的成果^[1,2].证据理论在多分类器融合、不确定性推理、专家意见综合、多准则决策、模式识别及综合诊断等领域都得到了较好的应用^[3~5].证据合成是证据理论的核心内容,一般使用Dempster合成规则进行证据的合成.但是,Dempster合成规则要求被合成的证据是独立的,使用条件较为苛刻^[6],实际使用中的证据往往不满足独立性要求,因此,不独立的相关证据如何合成成为证据理论的重要研究内容.

相关证据合成方法可分为两大类,一类是将相关证据分解成独立证据的相关证据合成方法,另一类是调整相关证据基本可信数函数的相关证据合成方法.本文总结了相关证据合成的研究成果,提出了面向具体应用问题,基于可变参数优化的相关证据合成方法.

1 D-S 证据理论体系

1.1 信度、证据、识别框架及基本可信数和信度函数

Shafer证据理论给概率一种新的构造性解释,认为概率是某人在证据基础上构造出的对一命题为真的信任程度,简称信度. Shafer指出,证据指的是人们的经验和知识的一部分,是人们对某命题所作的观察和研究的结果^[7].

对一个判决问题,设所能认识到的可能结果用集合 Ω 表示,所关心的任一命题都对应 Ω 的幂集中的某一元素. Ω 称为识别框架.识别框架依赖于人们的认识水平.若 $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$,则有 $2^\Omega = \{\emptyset, \{\omega_1\}, \{\omega_2\}, \Omega\}$.

定义1 设 Ω 为识别框架.如果集函数 $m: 2^\Omega \rightarrow [0, 1]$ (2^Ω 为 Ω 的幂集)满足:

$$(1) m(\emptyset) = 0$$

$$(2) \sum_{A \subseteq \Omega} m(A) = 1$$

称 m 为框架 Ω 上的基本可信度分配; $\forall A \subseteq \Omega$,

收稿日期:2002-07-02; 修订日期:2003-06-30.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(70171033); 教育部人文社科十五规划项目(01JA630061); 安徽省自然科学基金资助项目(00043607).

作者简介:杨善林(1948—),男,安徽怀宁人,教授,博士生导师.

$m(A)$ 称为 A 的基本可信数。

定义 2 设 Ω 为识别框架, $m:2\Omega \rightarrow [0,1]$ 为框架 Ω 上的基本可信度分配, 则称由

$$\text{Bel}(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad (\forall A \subseteq \Omega) \quad (1)$$

所定义函数 $\text{Bel}:2\Omega \rightarrow [0,1]$ 为 Ω 上的信度函数。信度函数表达了对每个命题的信度。

如果 $m(A) > 0$, 则称 A 为信度函数 Bel 的焦点, 所有焦点的并成为它的核。

1.2 Dempster 合成法则

设 $\text{Bel}_1, \text{Bel}_2$ 是同一识别框架 Ω 上的信度函数, m_1, m_2 是对应的基本可信度分配, 焦点分别为 A_1, A_2, \dots, A_k 和 B_1, B_2, \dots, B_l , 如果 $\text{Bel}_1 \oplus \text{Bel}_2$ 存在且基本可信度分配为 m , 则 Dempster 合成法则为

$$m(A) = \begin{cases} K \sum_{A_i \cap B_j = A} m_1(A_i) m_2(B_j) & A \neq \emptyset \\ 0 & A = \emptyset \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$K = \left(1 - \sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i) m_2(B_j) \right)^{-1} \quad (3)$$

Dempster 合成法则是一个反映证据的联合作用的法则。给出同一识别框架上基于不同证据的信度函数, 如果这几个证据不是完全冲突的, 就可以用 Dempster 合成法则计算出一个信度函数作为那几个证据联合作用下产生的信度函数。

Dempster 合成法则只适用于证据独立的情况, 实际应用中常常要处理相关证据的合成问题。

2 相关证据合成方法

当两个证据中某些焦点的基本可信数由同一证据源(或依据相同特征、属性)产生时, 称这样的焦点为相关焦点, 称这两个证据互为相关证据。

在相关证据的证据合成中, 若不考虑证据的相关性, 而用 Dempster 合成方法进行相关证据的合成, 将会产生其合成结果的超估计。

相关证据合成方法主要有两种: 一种是在相关证据合成时将基本可信数函数乘以一个调整系数, 力图将相关证据转化为相当的独立证据, 再按 Dempster 规则进行合成^[8]。另一种是将两个相关

证据在已知相关源证据的条件下分解两个相关证据为 3 个独立的源证据, 再将相互独立的源证据按 Dempster 规则进行合成^[9]。

2.1 相关证据分解成独立证据的合成方法

将两个相关证据看成为 3 个独立证据的合成^[9,10]。设 E_1, E_2 是两个相关证据, E_a, E_x, E_b 是 3 个独立的证据, E_1 由 E_a 和 E_x 合成, E_2 由 E_b 和 E_x 合成。 E_x 是相关源证据。

证据 E_1, E_2, E_a, E_x, E_b 对应的基本可信数函数分别为 m_1, m_2, m_a, m_x, m_b 。则有

$$m_1 = m_a \oplus m_x \quad (4)$$

$$m_2 = m_b \oplus m_x \quad (5)$$

若直接用 D-S 理论合成 E_1 与 E_2 , 则有

$$m' = m_1 \oplus m_2 = m_a \oplus m_x \oplus m_b \oplus m_x$$

在上式合成中独立的源证据 E_x 被多用了一次。合成证据的 m 函数应为

$$m = m_a \oplus m_x \oplus m_b$$

若已知独立的相关源证据 E_x 的基本可分配数 m_x , 则可由式(4)、(5)反向求出独立源证据 E_a, E_b 的基本可分配数 m_a, m_b , 然后, 用 Dempster 合成方法对独立源证据 E_a, E_b, E_x 合成求出 E_1, E_2 合成证据的基本可信数函数 m 。

相关证据分解成独立证据的合成方法, 从理论上说合理可行。但是, 用该方法处理的相关证据要具备一些条件: 只适用于相关焦点集合 C 的构成元素与相关证据 E_1, E_2 的核 A, B 的构成元素相等的情况, 该条件是相关证据的特殊情况。

要求已知独立的相关源证据 E_x 及其 m_x , 这是应用该方法解决问题的关键^[10]。用 Dempster 合成公式反向求出独立源证据 E_a, E_b 的基本可分配数 m_a, m_b , 计算工作量大, 且计算结果不唯一。上述 3 个条件限制了该合成方法在一般相关证据合成中的应用。

2.2 调整相关证据基本可信数函数的合成方法

在相关证据的证据合成中为了减少用 Dempster 合成方法进行相关证据的合成而产生其合成结果的超估计, 产生了对相关证据的基本可信数进行衰减, 以减少其合成结果的超估计, 使相关证据合成的结果更接近独立证据源的合成结果。文献[8,11]基于这一思想对相关证据的合成

方法理论与实践进行了有价值的探讨。

文献[8] 定义了规范证据相关度. 规范证据相关度与证据相关强度成正比, 证据相关度越大, 相关证据的基本可信数对相关证据合成时的影响就越大, 为了消除其影响, 应对相关证据的基本可信数进行更大的修正, 为此, 用(1 - 规范证据相关度) 为修正系数.

文献[8] 给出相关证据合成方法存在以下两个不足之处. 首先定义的修正系数具有较强的假设性, 它假设相关证据合成时(1 - 规范证据相关度) 与相关证据对合成证据焦元的基本可信数的超估计成比例, 这样用修正后的证据可看成是独立证据, 用 Dempster 合成方法. 其次, 修正计算未考虑相关证据中相关焦元与非相关焦元的区别, 而用修正系数对相关证据的所有焦元进行修正.

3 基于可变参数优化的相关证据合成方法

3.1 相关证据的相关焦元分布情况分析

设相关证据 E_1, E_2 对应的基本可信度分配分别为 m_1, m_2 , 对应的焦元分别为 $A(A_1, A_2, \dots, A_n), B(B_1, B_2, \dots, B_m)$, 相关焦元为 $C(C_1, C_2, \dots, C_k)$, E_1, E_2 的焦元的交集为 G , 则相关证据的焦元的集合情况可用图 2 表示.

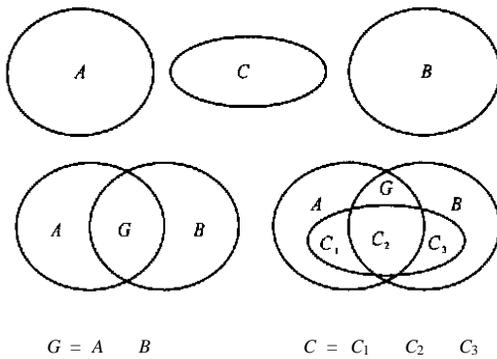


图2 相关焦元集合 C 与 A, B, G 的关系

对图 2 分析可知, 一般情况下, 相关焦元的集合 C 满足: $C \subseteq A \cap B$. C 集合可分解成 C_1, C_2, C_3 3 部分, $C_2 \subseteq G, C_1 \subseteq A, C_3 \subseteq B$. 当焦元都是单点元素时, $C \subseteq A \cap B$, 并且, C_1 与 C_3 为空集. 一般情况, 相关证据的焦元可分为相关焦元与非相关焦元两个部分.

3.2 基于可变参数优化的相关证据合成方法

基于消除上述相关证据合成方法存在的弱点, 考虑相关证据的相关焦元分布的一般情况, 基于可变参数优化的相关证据合成方法如下.

设 Bel_1, Bel_2 是同一识别框架 Ω 上的两个相关证据 E_1, E_2 的信度函数, m_1, m_2 是对应的基本可信度分配, 对应的焦元分别为 A_1, A_2, \dots, A_k 和 B_1, B_2, \dots, B_l , 相关焦元集合为 $C(C_1, C_2, \dots, C_j)$, 如果 $Bel_1 \oplus Bel_2$ 存在, $m_1(A_i) m_2(B_j) < 1$, $A_i, B_j = \emptyset$ 且基本可信度分配为 m , 则

$$m(A) = \begin{cases} K & A_i, B_j \subseteq A \cap B \\ m_1(A_i) m_2(B_j) & A \cap B \neq \emptyset \\ 0 & A = \emptyset \end{cases} \quad (6)$$

其中

$$K = \left(1 - \prod_{A_i, B_j = \emptyset} m_1(A_i) m_2(B_j) \right)^{-1} \quad (7)$$

$$m_1(A_i) = \begin{cases} m_1(A_i) & A_i \subseteq C \\ m_1(A_i) & A_i \not\subseteq C, A_i \subseteq A \\ 1 - m_1(A_i) & A_i = \emptyset \end{cases} \quad (8)$$

$$m_2(B_j) = \begin{cases} m_2(B_j) & B_j \subseteq C \\ m_2(B_j) & B_j \not\subseteq C, B_j \subseteq B \\ 1 - m_2(B_j) & B_j = \emptyset \end{cases} \quad (9)$$

本方法主要从以下方面进行了改进:

首先, 在相关证据的合成中, 产生合成证据焦元的基本可信数的超估计的原因是相关焦元的基本可信数被重复运用于证据的合成, 所以应只对相关焦元的基本可信数进行衰减, 而不应对相关证据所有的焦元进行衰减. $m_1(A_i), m_2(B_j)$ 的修正计算用式(8)、(9). 该方法只对相关焦元进行修正, 这样使修正对象比文献[8] 给出的修正公式更加合理.

其次, 修正系数 α, β 是可变参数. 由于相关证据合成在实际应用中都是面向具体问题的, 修正系数 α, β 的确定可根据相关证据合成所解决的具体问题来确定. α, β 可以用已有的解决具体决策问题的数据为学习样本, 通过神经网络、遗

传算法等软计算方法来优化确定^[12~14]. 这样面向具体问题, 不知相关焦元的基本可信数也可进行相关证据合成的修正计算, 并使合成方法具有更好的通用性.

在式(8)、(9)中 $A、B \in [0, 1]$. 当 E_1 与 E_2 互为独立证据时, $A = 0, B = 0$, 此时, 修正的证据合成公式(8)、(9)还原成 $m_1(A_i)、m_2(B_j)$, 式(6)、(7)还原为 Dempster 合成公式(2)、(3). 可以证明由式(6)、(7)计算得到的基本可信数满足基本可信数函数定义 1 的要求.

3.3 在企业经营特性综合分析中的应用

分析评价企业经营特性, 首先要确定反映企业经营特性的对企业经营活动过程及结果的测量指标, 其次在测量指标的基础上建立分析评价经营特性的指标体系, 最后对各分析评价指标的评价结果进行综合得到对经营特性的综合评价. 测量指标与评价指标之间的关系并不是一一对应的, 有时用几个测量指标的组合计算构造评价指标. 这样构造的评价指标成为相关指标, 在综合分析评价时要注意相关指标对综合评价结论的影响.

如对企业技术创新特性分析评价, 可从企业的人力资源、技术与装备、资金资源与使用效益方面分析^[15]. 企业的人力资源情况可分析技术人员数量与结构, 人才培养状况, 组织学习能力与人才创新精神等. 技术与装备情况可分析新技术、新产品与新装备的数量和结构, 技术、产品与装备的先进程度等. 资金资源与使用效益情况可分析技术研究的资金投入数量与用途, 新产品与新技术

产生的经济收益的数量与结构等.

企业技术创新综合评价可以看做一个证据合成问题. 可将技术创新状况分成好、一般、差 3 个等级, 识别框架为 $\{1, 2, 3\}$, 1 代表好, 2 代表一般, 3 代表差. 从企业人力资源的情况可对技术创新做出评价得到基本可信数 m ; 从技术与装备情况对技术创新做出评价得到基本可信数 m_b , 从资金资源与使用效益对技术创新做出评价得到基本可信数 m_x . 这三个证据是相互独立的, 可用 Dempster 合成规则合成上述 3 个方面分析评价的结果得到综合评价.

企业技术创新分析评价往往采用将企业人力资源情况和资金资源和使用效益情况相结合, 将技术与装备情况和资金资源与使用效益情况相结合对技术创新进行评价. 对第一种结合评价可用单位职员的人才培养资金投入, 单位职员创造的技术创新资金收益等评价指标. 对第二种结合评价可用单位新设备、新产品或技术的资金投入, 单位新设备、新产品或技术创新的资金收益等. 这样从第一种分析得到评价的基本可信数 m_1 , 从第二种分析得到评价的基本可信数 m_2 . 由于 m_1, m_2 共用了资金资源与使用效益的数据指标, 故它们是相关证据, 应满足 $m_1 = m_a \oplus m_x$ 和 $m_2 = m_b \oplus m_x$, 在证据合成时应对它们进行修正.

通过对上述相关指标的测定与分析, 专家对该企业的技术创新特性的状况给出评价, 其结果为基本可信数, 据之可计算各种合成方法的合成结果, 如表 1 所示.

表 1 相关证据合成方法的比较

基本可信数	{ 1 }	{ 2 }	{ 3 }
m_a	0.3	0.2	0.5
m_b	0.3	0.4	0.3
m_x	0.6	0.3	0.1
m_1	0.65	0.29	0.06
m_2	0.58	0.37	0.05
$m' = m_1 \ominus m_2$	0.75	0.24	0.01
合理的合成结果: $m = m_a \ominus m_x \ominus m_b$	0.62	0.35	0.03
文献[8]方法合成的 m	0.48	0.23	0.29
改进方法寻优合成的 $m(A = 0.29, B = 0.99)$	0.61	0.34	0.05

从表 1 的计算结果中可看出, 用合理的合成结果 m 作为比较的标准, 改进的合成方法用随机搜索^[16]得到优化的修正系数 $A = 0.29、B = 0.99$, 用该系数对 m_1, m_2 修正后合成得到的结果比文献[8]方法有明显改进. 可对不同的企业建立学习样本, 分析计算优化的相关证据合成修正

系数, 用相关证据及其合成的方法对企业的经营特性进行评价.

4 结束语

本文在总结前人研究的基础上, 基于相关焦元

分析,提出了基于可变参数优化的相关证据合成方法.该方法为相关证据合成提供了一种通用的理论方法和解决方案.在应用时,如何确定相关焦元的修正系数 A 、 B 是解决问题的关键,神经网络、遗传算法等基于学习的参数寻优的软计算方法为解决该问

题提供了理论与方法.该方法适用于能建立学习样本的证据合成问题.可重复系统的证据合成问题用该方法可得到较好的解决.该方法扩展了证据理论的应用范围,为专家意见的合成、信息的融合和综合决策等提供了理论与方法.

参 考 文 献:

- [1]段新生.证据理论与决策、人工智能[M].北京:中国人民大学出版社,1993. 13—19
- [2]Yager R Y, Fedrizzi M, Kacprzyk J. Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence[M]. New York: Wiley, 1994. 534—554
- [3]Smets P. The combination of evidence in the transferable belief model[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(5): 447—458
- [4]杨 春,李怀祖.一个证据推理模型及其在专家意见综合中的应用[J].系统工程理论与实践, 2001, (4): 43—48
- [5]Beynon M, Curry B, Morgan P. The Dempster-Shafer theory of evidence: An alternative approach to multicriteria decision modeling [J]. Omega (The International Journal of Management Science), 2000, (28): 37—50
- [6]Voorbraak F. On the justification of Dempster's rule of combination[J]. Artificial Intelligence, 1991, (48): 171—197
- [7]Shafer G. A Mathematical Theory of Evidence[M]. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1976. 35—57
- [8]肖人彬,王 雪,费 奇,等.相关证据合成方法的研究[J].模式识别与人工智能, 1993, (9): 227—234
- [9]孙怀江,杨静宇.一种相关证据合成方法[J].计算机学报, 1999, (9): 1004—1007
- [10]孙怀江,胡钟山,杨静宇.基于证据理论的多分类器融合方法研究[J].计算机学报, 2001, (3): 231—235
- [11]肖志宏,罗志增,叶 明.用证据理论实现多信息融合的一种改进算法[J].机器人, 2000, (1): 7—11
- [12]Shavlik Jude W. A Framework for Combining Symbolic and Neural Learning[R]. 1123, Computer Science Department, University of Wisconsin-Madison, 1992
- [13]Goldberg D E. Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning[R]. MA: Addison Wesley, Reading, 1989
- [14]Jang J S R, Sun C T, Mizutani E. Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence[M]. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1997. 1—12, 121—137
- [15]马 宁,官建成,高柏杨.我国高新技术企业规模与创新分布[J].管理科学学报, 2001, (1): 75—80
- [16]Solis F J, Wets J B. Minimization by random search techniques[J]. Mathematics of Operations Research, 1981, 6(1): 19—30

Combination theory and method for interrelated evidences based optimal adjustment coefficient

YANG Shan-lin, ZHU Wei-dong, REN Ming-lun

School of Management, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China

Abstract: This paper summarized theories and methods for the combination of interrelated evidences, discussed the source of current combination methods, and presented a new combination method for interrelated evidences through analysis of focal element of interrelated evidences. The method focuses on the adjustment of basic probability numbers of interrelated focal element. It improves current adjustment methods that adjust all focal elements, makes the adjustment object more reasonable. The adjustment coefficient can be obtained through learning based optimal methods. This method can be used to combine interrelated evidences while the basic probability numbers of interrelated evidences are unavailable. An experimental computing shows the results is satisfactory.

Key words: theory of evidence; evidence combination; interrelated evidence; focal element of interrelated evidence; optimal adjustment coefficient