区间线性规划的标准型及其最优值区间①

郭均鹏，李汶华
(天津大学管理学院，天津 300072)

摘要：定义了区间线性规划的标准型.研究求解标准型区间线性规划的最好最优值和最差最优值，从而确定其最优值区间.分别对区间目标函数、区间不等式约束和区间等式约束作了讨论.基于此分别构造了求解区间线性规划最好最优值和最差最优值的确定型线性规划模型.最后给出一个算例并对一些特殊情况作了补充说明.

关键词：区间线性规划；标准型；最好最优值；最差最优值；最优值区间
中图分类号：O221.1　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1007-9807(2004)03-0059-05

0　问题的提出

用线性规划模型解决管理决策中的实际问题时，随着问题环境的变化，模型系数往往随之变化.例如市场条件变化会使价格系数 c 改变，技术革新会改变系数矩阵 A，资源的增加或减少会影响到资源系数 b.当已知这些系数的变化区间时，可用区间线性规划(interval linear programming，为区别于整数线性规划，简称 IvLP)的方法来解决此类问题.区间线性规划指系数含有区间数的线性规划，具体地说，指价格系数、技术系数以及资源系数全部或部分为区间数的线性规划.

目标函数最优值取值区间的求解是 IvLP 的研究课题之一.即求解 IvLP 的最好最优值(Max 型目标函数的最大最优值或 Min 型目标函数的最小最优值)和最差最优值(Max 型目标函数的最小最优值或 Min 型目标函数的最大最优值).已有多人对此做了研究.Tong[1]就 IvLP 的最优值区间作了研究，但没有讨论包含区间等式约束的情况，且没有充分考虑在求解过程中可能出现无可行解、无界解等情况.张吉军[2]也研究了区间线性规划的最优目标值的范围，并引入了通过决策者的风险承受能力来确定相应最优解的方法，但讨论的区间线性规划仍未包含区间等式约束，也没有讨论在转化为确定型线性规划后可能出现的解的各种情况.

本文在上述文献的基础上，首先定义一种标准形式的 IvLP，其中既包括区间不等式约束，又包括区间等式约束；然后讨论其最优值区间的求解；最后讨论在求解过程中可能出现的解的各种情况.

1　IvLP 的标准型与解的概念

定义如下一种标准类型的区间线性规划

$$
\begin{aligned}
&\operatorname{Min} Z = \sum_{j=1}^{n}[\underline{c}_j, \overline{c}_j]\, x_j \\
&\text{s.t.}\begin{cases}
\sum_{j=1}^{n}[\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]\, x_j \geq [\underline{b}_i, \overline{b}_i] \\
\qquad i = 1, \cdots, p \\
\sum_{j=1}^{n}[\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]\, x_j = [\underline{b}_i, \overline{b}_i] \\
\qquad i = p+1, \cdots, m \\
x_j \geq 0 \quad j = 1, \cdots, n
\end{cases}
\end{aligned} \tag{1}
$$

对 IvLP(1) 的说明：

1) Max Z 型的 IvLP 可通过 Min $Z' = -Z$ 变为

---

① 收稿日期：2002-11-26；修订日期：2003-5-11.
基金项目：天津大学管理学院青年教师科研基金资助项目.
作者简介：郭均鹏(1973—)，男，博士，讲师.

标准型;

2) 对 ≤型的约束,可通过两边同乘 -1 变为 ≥型的约束;

3) 若某 $x_j \le 0$,通过变量替换 $x_j' = -x_j$,则 $x_j' \ge 0$;

4) 若某 x_j 为自由变量,处理方法在后面第 4 节讨论;

5) 由于对区间不等式和区间等式进行解释的出发点不一样,故不能像一般确定型的 LP 问题那样,通过加入松弛变量把区间不等式约束变为等式约束,所以在模型(1) 中同时包含了等式约束和不等式约束.

定义 1 任取 $a_{ij} \in [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]$, $b_i \in [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$, IvLP(1) 的区间约束条件变为确定型约束条件,称满足该条件的 X 为 IvLP 的一个可行解. 任取 $a_{ij} \in [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]$, $b_i \in [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$, $c_j \in [\underline{c}_j, \overline{c}_j]$, IvLP(1) 变为确定型线性规划,称该线性规划的最优解为 IvLP 的一个最优解,相应的最优目标函数值称为 IvLP 的一个最优值.

定义 2 IvLP(1) 最优值的集合记为 Ω. 称 $\underline{Z} = \mathrm{Min}\{Z \mid Z \in \Omega\}$ 为 IvLP(1) 的最好最优值, $\overline{Z} = \mathrm{Max}\{Z \mid Z \in \Omega\}$ 为 IvLP(1) 的最差最优值. 称 $[\underline{Z}, \overline{Z}]$ 为 IvLP(1) 的最优值区间.

2 区间线性规划最优值的取值区间

定义 3 任取 $c_j \in [\underline{c}_j, \overline{c}_j]$,称 $Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ 为区间目标函数 $Z = \sum_{j=1}^{n} [\underline{c}_j, \overline{c}_j] x_j$ 的特征目标函数;任取 $a_{ij} \in [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]$, $b_i \in [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$,称 $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \ge b_i$ 为区间不等式 $\sum_{j=1}^{n} [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}] x_j \ge [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$ 的特征不等式,称 $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i$ 为区间等式 $\sum_{j=1}^{n} [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}] x_j = [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$ 的特征等式.

2.1 区间目标函数讨论

定义 4 对于 IvLP(1),若存在它的一个特征目标函数 $Z = \sum_{j=1}^{n} c_j^* x_j$,使得 $\forall c_j \in [\underline{c}_j, \overline{c}_j]$,有 $\sum_{j=1}^{n} c_j^* x_j \le (\ge) \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$,则称该特征目标函数为该区间目标函数的最优(劣) 目标函数,简称该 IvLP 的最优(劣) 目标函数.

为了求解 IvLP(1) 的最好(差) 最优值,对于目标函数,只需将模型中的区间目标函数分别用其最优(劣) 目标函数代替即可. 关于求解 IvLP(1) 的最优(劣) 目标函数,易证有如下定理.

定理 1 IvLP(1) 的最优目标函数为 $Z = \sum_{j=1}^{n} \underline{c}_j x_j$,最劣目标函数为 $Z = \sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j x_j$.

2.2 区间不等式的讨论

定义 5 记 $T_i = \{t \mid t = (a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in}, b_i)\}$, $a_{ij} \in [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]$, $b_i \in [\underline{b}_i, \overline{b}_i]\}$,其中 $(a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in}, b_i)$ 为 $n+1$ 重有序组,称 $S(t) = \left\{ x \,\middle|\, \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ge b_i \right\}$ 为特征不等式 $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ge b_i$ 的解集.

定义 6 记 $\overline{S}_i = \bigcup_{t \in T_i} S(t)$, $\underline{S}_i = \bigcap_{t \in T_i} S(t)$,对于区间不等式 $\sum_{j=1}^{n} [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}] x_j \ge [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$,若存在它的一个特征不等式 $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}^* x_j \ge b_i^*$,使得其解集等于 $\overline{S}_i(\underline{S}_i)$,则称该特征不等式为该区间不等式的最大(小) 范围不等式.

为了求解 IvLP(1) 的最好(差) 最优值,对于不等式约束,只需将模型中的区间不等式分别用其最大(小) 范围不等式代替即可.

定理 2 区间不等式 $\sum_{j=1}^{n} [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}] x_j \ge [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$, $x_j \ge 0$ 的最大范围不等式为 $\sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij} x_j \ge \underline{b}_i$,最小范围不等式为 $\sum_{j=1}^{n} \underline{a}_{ij} x_j \ge \overline{b}_i$.

证明 首先证前半部分. 记 $\overline{S(t)} = \left\{ x \,\middle|\, \sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij} x_j \ge \underline{b}_i \right\}$,显然有 $\overline{S(t)} \subseteq \bigcup_{t \in T_i} S(t)$,故只需证 $\bigcup_{t \in T_i} S(t) \subseteq \overline{S(t)}$. 事实上,任取 $x \in \bigcup_{t \in T_i} S(t)$,则必存在 $a_{ij} \in [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]$, $b_i \in [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$,使得 $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ge b_i$. 又由 $x \ge 0$,故有 $\sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij} x_j \ge \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ge b_i \ge \underline{b}_i$,

即 $x \in \overline{S(t)}$.　　证毕.

再证后半部分. $\underline{S(t)} = \left\{ x \,\middle|\, \sum_{j=1}^{n} \underline{a}_{ij} x_j \geq \overline{b}_i \right\}$, 显然有 $\bigcap_{t \in T_i} S(t) \subseteq \underline{S(t)}$, 故只需证 $\underline{S(t)} \subseteq \bigcap_{t \in T_i} S(t)$. 事实上,任取 $x \in \underline{S(t)}$,则对于 $\forall a_{ij} \in [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]$, $\forall b_i \in [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$,由 $x \geq 0$,有 $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq \sum_{j=1}^{n} \underline{a}_{ij} x_i \geq \overline{b}_i \geq b_i$,即 $x \in \bigcap_{t \in T_i} S(t)$.　　证毕.

对于 $x_j \leq 0$ 的情形,该定理的结论有所不同. 此时只需做变换 $x_j' = -x_j (x_j' \geq 0)$,即可将 $\sum_{j=1}^{n} [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}] x_j \geq [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$ 等价化为 $\sum_{j=1}^{n} [-\overline{a}_{ij}, -\underline{a}_{ij}] x_j' \geq [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$,并得到相应结论.

2.3　区间等式的讨论

为了求解 ILP(1) 的最好(差)最优值,对于等式约束,理论上需将模型中的区间等式分别用其特征等式并求解最优值,然后再找出其中最小(大)者. 实际计算中显然不能如此求解. 首先证明如下定理.

定理3　分别记 $A = \left\{ x \,\middle|\, \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \forall a_{ij} \in [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}], b_i \in [\underline{b}_i, \overline{b}_i], x_j \geq 0, j = 1, \cdots, n \right\}$, $B = \left\{ x \,\middle|\, \sum_{j=1}^{n} \underline{a}_{ij} x_j \leq \overline{b}_i \text{且} \sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij} x_j \geq \underline{b}_i, x_j \geq 0, j = 1, \cdots, n \right\}$,则有 $A = B$.

证明　首先证 $A \subseteq B$. $\forall x^* = A$,则 $\exists a_{ij} \in [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]$, $b_j \in [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$,使得 $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j^* = b_i, x_j^* \geq 0$. 故有 $\sum_{j=1}^{n} \underline{a}_{ij} x_j^* \leq \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j^* = b_i \leq \overline{b}_i$ 和 $\sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij} x_j^* \geq \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j^* = b_i \geq \underline{b}_i$ 同时成立. 所以 $x^* \in B$.

再证 $B \subseteq A$. $\forall x^* \in B$,构造 n 元函数 $f(a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j^*$,则有 $f(\overline{a}_{i1}, \overline{a}_{i2}, \cdots, \overline{a}_{in}) = \sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij} x_j^* \overset{\Delta}{=} \overline{f} \geq \underline{b}_i$ 和 $f(\underline{a}_{i1}, \underline{a}_{i2}, \cdots, \underline{a}_{in}) = \sum_{j=1}^{n} \underline{a}_{ij} x_j^* \overset{\Delta}{=} \underline{f} \leq \overline{b}_i$ 同时成立. 由于函数 $f(a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in})$ 在闭区域 $\prod_{j=1}^{n} [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]$ 上连续, $\forall b_i \in [\underline{f}, \overline{f}] \subseteq [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$,由连续函数的介值定理,必 $\exists a_{ij} \in [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}], j = 1, \cdots, n$,使得 $f(a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j^* = b_i$. 所以 $x^* \in A$.

由该定理可知,为了求解含有区间等式约束的 ILP 的最好最优值,可将每个区间等式约束 $\sum_{j=1}^{n} [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}] x_j = [\underline{b}_i, \overline{b}_i] (x_j \geq 0, j = 1, \cdots, n)$ 化为两个确定型不等式约束 $\sum_{j=1}^{n} \underline{a}_{ij} x_j \leq \overline{b}_i$ 和 $\sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij} x_j \geq \underline{b}_i$,再进行求解.

对于含有区间等式约束的 ILP 的最差最优值的求解,有如下定理:

定理4　含有区间等式约束 $\sum_{j=1}^{n} [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}] x_j = [\underline{b}_i, \overline{b}_i] (x_j \geq 0, j = 1, \cdots, n)$ 的 ILP 的最差最优解必满足下面中的一个约束

$$\sum_{j=1}^{n} \underline{a}_{ij} x_j = \overline{b}_i \qquad (2)$$

或

$$\sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij} x_j = \underline{b}_i \qquad (3)$$

证明　$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i$ 为区间等式的任一特征等式约束,令其代替 ILP 中的区间等式约束,并记最优值为 z. 分别令式(2)和(3)代替 ILP 中的区间等式约束,并记最优值为 z' 和 z''. 式(2)和(3)为区间等式簇构成区域(即定理3中的集合 B)的两个边界,显然该区域为一凸集,故由线性规划的解的性质理论有 $z \leq \max\{z', z''\}$. 所以 $\overline{z} = \max\{z', z''\}$ 为 ILP 的最差最优值. 定理得证.

由该定理可知,为了求解含有区间等式约束的 ILP 的最差最优值,可将每个区间等式约束 $\sum_{j=1}^{n} [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}] x_j = [\underline{b}_i, \overline{b}_i] (x_j \geq 0, j = 1, \cdots, n; i = p + 1, \cdots, m)$ 分别化为式(2)和(3),得到 2^{m-p} 个确定型线性规划,分别求解,并选择其中目标值最劣者.

为了讨论方便,称 $\sum_{j=1}^{n} \underline{a}_{ij} x_j = \overline{b}_i$ 和 $\sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij} x_j = \underline{b}_i$

为区间等式 $\sum_{j=1}^{n}[\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}]=[\underline{b}_i,\overline{b}_i](x_j\geq 0,j=1,\cdots,n)$ 的边界等式,称 $\sum_{j=1}^{n}\underline{a}_{ij}x_j\leq\overline{b}_i$ 和 $\sum_{j=1}^{n}\overline{a}_{ij}x_j\geq\underline{b}_i$ 为由区间等式 $\sum_{j=1}^{n}[\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}]x_j=[\underline{b}_i,\overline{b}_i](x_j\geq 0,j=1,\cdots,n)$ 生成的边界不等式.

2.4 区间线性规划最优值取值区间的求解

综上所述,IvLP(1) 的最优值的取值区间的求解,可按如下算法进行.

1) 求解最好最优值

区间目标函数用其最优目标函数代替,每一个区间不等式约束用其最大范围不等式代替,并把每一个区间等式约束用由其生成的两个边界不等式代替,得到一个确定型的线性规划,进行求解,得最好最优值 $\underline{Z}$;

2) 求解最差最优值

区间目标函数用其最差目标函数代替,每一个区间不等式约束用其最小范围不等式代替,并把每一个区间等式约束分别用其两个边界等式代替,得到 2^{m-p}($m-p$ 为区间等式约束的个数) 个确定型的线性规划,分别进行求解,得 2^{m-p} 个最优值,再在这些最优值中选取最大者为最差最优值 $\overline{Z}$;

3) $[\underline{Z},\overline{Z}]$ 即为 IvLP(1) 的最优值的取值区间.

3 算例分析

例 1 求解下面 IvLP 的最优值区间

$$\text{Min}\quad Z=[-1,2]x_1+x_2$$
$$\text{s.t.}\begin{cases}-x_1+[1,2]x_2\geq[-2,-1]\\ [2,3]x_1+x_2=[3,4]\\ x_2\leq 3\\ x_1,x_2\geq 0\end{cases}$$

解 求解最好最优值的模型为

$$\text{Min}\quad Z=-x_1+x_2$$
$$\text{s.t.}\begin{cases}-x_1+2x_2\geq -2\\ 3x_1+x_2\geq 3\\ 2x_1+x_2\leq 4\\ x_2\leq 3\\ x_1,x_2\geq 0\end{cases}$$

求解得 $\underline{X}^*=(2,0)$, $\underline{Z}^*=-2$.

为求解最差最优值,需考虑两个模型:

$$\text{Min}\quad Z=2x_1+x_2$$
$$\text{s.t.}\begin{cases}-x_1+x_2\geq -1\\ 3x_1+x_2=3\\ x_2\leq 3\\ x_1,x_2\geq 0\end{cases}$$

$$\text{Min}\quad Z=2x_1+x_2$$
$$\text{s.t.}\begin{cases}-x_1+x_2\geq -1\\ 2x_1+x_2=4\\ x_2\leq 3\\ x_1,x_2\geq 0\end{cases}$$

分别求解得 $X_1^*=(1,0,)$ $Z_1^*=2$; $X_2^*=(5/3,2/3)$, $Z_2^*=4$. 所以 $\overline{Z}^*=\max\{2,4\}=4$, $\overline{X}^*=(5/3,2/3)$.

该 IvLP 的最优值区间为 $[-2,4]$.

4 特殊情况说明

在求解 IvLP 的过程中有可能出现一些特殊情况,需补充说明:

1) 若某 x_j 为自由变量,由上面的讨论可知,一般不像确定型的 LP 那样采取变量替换 $x_j=x_j'-x_j''(x_j',x_j''\geq 0)$,因为这样将使求解最好(差) 最优值的确定型线性规划中同一约束条件中的 x_j'、x_j''的系数不一样,变换也就失去了意义. 此时可分别设 $x_j\geq 0$ 和 $x_j\leq 0$,将一个 IvLP 转化为两个 IvLP,再分别求解并选其中使目标函数最小(大) 者作为最好(差) 最优值;

2) 若求解最好最优值的模型不可行,则求解最差最优值的模型也不可行,整个 IvLP 不可行;

3) 若求解最差最优值的模型为无解界,则求解最好最优值的模型也为无解界,整个 IvLP 为无解界;

4) 若求解最差最优值的模型可行且有最优值 $\overline{Z}$,求解最好最优值的模型为无解界,则 IvLP 的最优值区间为 $[-\infty,\overline{Z}]$;

5) 若求解最好最优值的模型可行,而求解最差最优值的模型不可行,则文中的有些结论需另行讨论. 例如,若例 1 中区间等式约束的右端项变为 $[3,12]$,则求解最差最优值的第二个模型中的等式约束变为 $2x_1+x_2=12$,这使得该模型不可

行. 可验证当取特征等式 $2x_1 + x_2 = 11$ 时, IvLP 达到最差最优值 $\overline{Z}^* = 11$, $\overline{X}^* = (4,3)$.

5　结束语

定义了区间线性规划的标准型并讨论了其最优值区间的求解. 对于一般非标准型的 IvLP, 均可通过适当变换化成标准型, 所以本文的理论与方法具有普遍适用性.

当区间等式约束的数目(即 $m - p$) 较大时, 2.4 节给出的求解最差最优值的算法成为 NP 问题, 求解困难, 需做进一步的研究. 值得庆幸的是, 实际问题中区间等式约束往往较少.

参 考 文 献:

[1] Tong S. Interval number and fuzzy number linear programming[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 66: 301—306.

[2] 张吉军. 区间数线性规划问题的最优解[J]. 系统工程与电子技术, 2001, 23(9): 53—55.
Zhang J J. The optimal solution of interval number linear programming program[J]. System Engineering and Electronics, 2001, 23(9): 53—55. (in Chinese)

[3] 宋业新, 姜礼平, 陈绵云. 一类模糊线性规划模型的模糊最优区间值[J]. 模糊系统与数学, 2002, 16(2): 86—91.
Song Y X, Jiang L P, Chen M Y. Fuzzy optimal interval value for a fuzzy linear programming model[J]. Fuzzy Sets and Mathematics, 2002, 16(2): 86—91. (in Chinese)

[4] Chinneck J W, Ramadan K. Linear Programming with interval coefficients[J]. Journal of the Operational Research Society, 2000, 51: 209—220.

[5] 管梅谷, 郑汉鼎. 线性规划[M]. 山东: 山东科学技术出版社, 1983. 7—9.
Guan M G, Zheng H D. Linear Programming[M]. Shan Dong: Shandong Science & Technology Press, 1983. 7—9. (in Chinese)

[6] 陈传璋, 金福临, 朱学炎, 等. 数学分析[M]. 第 2 版. 北京: 高等教育出版社, 1992. 85—86.
Chen C Z, Jin F L, Zhu X Y, *et al*. Mathematical Analysis[M]. The second edition. Beijing: Higher Education Press, 1992. 85—86. (in Chinese)

[7] Ishibuchi H, Tanaka H. Multiobjective programming in optimization of the interval objective function[J]. European Journal of Operational Research, 1990, 48: 219—225.

[8] Chanas S, Kuchta D. Multiobjective programming in optimization of the interval objective functions-A generalized approach[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 94: 594—598.

[9] Atanu S, Tapan K P, Debjani C. Interpretation of inequality constraints involving interval coefficients and a solution to interval linear programming[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 119: 129—138.

[10] 刘新旺, 达庆利. 一种区间数线性规划的满意解[J]. 系统工程学报, 1999, 14(2): 123—128.
Liu X W, Da Q L. A satisfactory solution for interval number linear programming[J]. Journal of Systems Engineering, 1999, 14(2): 123—128. (in Chinese)

[11] Maleki H R, Tata M, Mashinchi M. Linear programming with fuzzy variables[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 109: 21—33.

[12] Guu S M, Wu Y K. Two-phase approach for solving the fuzzy linear programming problems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1999, 107: 191—195.

Standard form of interval linear programming and its optimal objective interval value

GUO Jun-peng, LI Wen-hua

School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China

Abstract: A standard form of interval linear programming was defined. The solution of the best optimal objective value and the worst optimal objective value of the standard form was studied. Interval objective function, interval inequality constraints and interval equality constraints were discussed separately. By this way, exact linear programming to find the best and the worst optimal objective value of IvLP can be built. Finally an example was given and some complementary comments were made.

Key words: interval linear programming (IvLP); standard form; best optimal objective value; worst optimal objective value; optimal objective interval value