

航空公司收入管理价格与舱位控制的统一分析

李晓花¹, 萧柏春^{1,2}

(1. 四川大学工商管理学院服务管理研究所, 成都 610064; 2. 美国长岛大学管理系, 纽约 11548)

摘要: 收入管理对于改善民航企业的经济效益、增强民航企业的竞争能力具有重大意义. 文章运用随机过程理论和最大凹向包络原理, 探讨航空公司客运收入管理研究中动态价格与舱位控制的统一分析模型, 即在任意订票时刻, 决定航班的哪些舱位该开放, 以什么价格开放, 从而实现单个航班的收入最大化. 文章指出, 航空公司可通过三阶段方法来获取最优的动态价格与舱位控制策略, 即确定最优价格集、开放舱位数及最优价格. 最后给出了实例分析.

关键词: 收入管理; 动态价格; 舱位控制

中图分类号: F275

文献标识码: A

文章编号: 1007 - 9807(2004)06 - 0063 - 07

0 引言

在收入管理研究领域, 动态价格与舱位控制策略一直是研究的热点. Gallego 与 van Ryzin 提出易逝性产品定价综合模型, 并在需求函数为指数函数的条件下得出了最优解^[1]. Feng 与 Gallego 就需求函数是一般函数的情形提出了两级票价结构的收入管理模型, 并得出了最优定价策略^[2]. 随后, Feng 与 Xiao 又在考虑风险因素及多种票价的基础上提出了另一种两级票价结构的收入管理模型^[3]. 针对上述模型不允许价格逆向运动的不足, Feng 与 Xiao 就不断变化的价格情形提出了时间连续的、多级票价结构的动态定价模型, 并且指出这种不断变化的价格策略有利于收入与利润的增加^[4]. 此外, 他们还证明, 最优价格仅能从给定价格集的子集中取得, 即最大凹向包络理论.

在舱位控制研究中, Littlewood 就单航段、两级票价结构的舱位控制问题提出了边际座位收入的概念^[5]. 根据这一概念, 倘若某座位在高价上售出的期望值大于低价格, 则该座位就不应以低价格售出. Belobaba 通过将边际座位收入原则应用于多级票价结构提出了期望边际收入 (EMSR) 的

概念. 该概念的提出使得随着订座信息的增加, 航空公司决策者能够动态地调整各舱位等级的订座上限^[6,7]. Wollmer, Brumell 与 McGill 以及 Robinson 对单航段、多级票价结构的舱位控制问题进行了深入探讨, 并在航班满载概率已知的情况下得出了各舱位等级的订座上限^[8~10]. 他们同时还指出, Belobaba 的探索法只能得到局部最优解. Liang 及 Feng 和 Xiao 曾分别提出了连续时间动态舱位控制策略, 并各自独立地指出临界控制策略 (threshold control policy) 的最优性^[11,12]. Zhao 和 Zheng 指出, 对于考虑升舱、NO-SHOW 等情况的舱位控制问题, 类似的临界控制策略也是最优的^[13].

McGill 和 van Ryzin 在收入管理综述文章中指出, 虽然学术界对动态价格与舱位控制策略的研究很多, 但将两者综合考虑的研究却很少^[14]. Weatherford 曾提出价格和存量分配的综合收入管理模型, 并指出由于需求受价格影响, 综合模型中价格应成为决策变量. 但由于收入函数的表达式较复杂, 该模型未能得出精确分析解. 其算例表明, 未能同时考虑两个决策过程的次优解与最优解之间相差百分之三到百分之五^[15]. Feng 和 Xiao 提出了易逝性产品价格和存量控制的一般模型,

并讨论了该模型的最优解^[16].

国内学术界关于收入管理的研究近年来逐渐增加,但基本没有涉及价格和存量控制的综合策略分析.有关民航、酒店和易逝性高科技产品的收入管理研究可参见文献[17~31].

由于实际决策过程中航空公司必须同时考虑价格和舱位控制两个因素,因此两者的统一分析就显得尤为重要.本文在原有研究基础上,运用随机过程控制理论和最大凹向包络原理,探讨航空公司动态价格与舱位控制的最优统一策略,以实现单个航班的收入最大化,并在理论分析的基础上通过实例加以说明.

1 问题描述及模型

设某航班的座位总数为 M , 舱位等级数为 K , 飞机起飞时间为 T . 对于第 k 个舱位等级, 可行价格集合为 $P^k = \{p_1^k, p_2^k, \dots, p_{m_k}^k\}$. 假定 $p_1^k < p_2^k < \dots < p_{m_k}^k$ ($k = 1, 2, \dots, K$), 且 $p_{m_k}^k < p_{m_{k+1}}^{k+1}$, 即高舱位等级的最高价格高于低舱位等级的最高价格.

设到时刻 t 为止, 舱位等级 k 以价格 p_l^k 售出的座位数为 $N_l^k(t)$, $N_l^k(t)$ 为泊松点过程.

$$\text{又设 } S_l^k(t) = \begin{cases} 1 & t \text{ 时刻舱位等级 } k \text{ 开放} \\ & \text{票价为 } p_l^k \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

设 $u = \{s_l^k(t), k = 1, 2, \dots, K, l = 1, 2, \dots, m_k; 0 \leq t \leq T\}$, 所有可供选择的 u 的组合记做 U . 因此, 在整个售票区间 $[0, T]$, 该航班的期望收入为

$$J_u(0, M) = E \left[\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{m_k} p_l^k s_l^k(s) 1_{\{n(s^-) > 0\}} dN_l^k(s) \right]$$

其中 $1_{\{n(s^-) > 0\}}$ 为示性函数, $n(s)$ 表示 s 时刻未售出的机票数. 同理, 对于时间段 $[t, T]$, 航班的期望收入为

$$J_u(t, n) = E \left[\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{m_k} p_l^k s_l^k(s) 1_{\{n(s^-) > 0\}} dN_l^k(s) \right] \quad (1)$$

记 $v(t, n) = \sup J_u(t, n) = J_{u^*}(t, n)$, $v(t, n)$ 称为给定 t 和 n 条件下的价值函数. 因此, 航空公司的决策目标为在任意时刻 t , 寻求最优策略 u^* , 使得 $J_{u^*}(t, n) = v(t, n)$.

令 $\mu_l^k(t)$ 为对应于 p_l^k 的需求密度, 则时刻 t 舱位等级 k 的价格与舱位分配的统一策略可表述为

$$\mu_l^k(t) = \begin{cases} \mu_l^k(t) & t \text{ 时刻舱位等级 } k \text{ 开放,} \\ & \text{票价为 } p_l^k \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

由控制理论可知, $v(t, n)$ 需满足以下哈密尔顿—雅可比方程式

$$\frac{\partial v(t, n)}{\partial t} + \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{m_k} \mu_l^k(t) \cdot [v(t, n-1) - v(t, n) + p_l^k] = 0 \quad (2)$$

式(2)的直观意义为: 若决策 u 是最优决策, 则单位时间的边际损失等于单位时间的边际收入.

为简化记号, 以下分析中假定 $\mu_l^k(t) = \mu_l^k$. 读者将发现所有结论均不依赖于此假设.

2 模型求解的三阶段方法

阶段1 利用最大凹向包络原理确定最优价格集

Feng 与 Xiao 证明^[4] 对于任一给定价格集合, 存在最大凹向包络子集, 最优价格只能从该子集中产生. 这一结果可推广到多舱位等级、需求密度随时间变化的一般情形.

定理1 设 t 时刻, 舱位等级 k 开放, 则最优价格 p_l^k 必定属于某个集合 $P_0^k \subset P^k$, 其中: $P^k = \{p_1^k, p_2^k, \dots, p_{m_k}^k\}$, $P_0^k = \{p_{i_1}^k, p_{i_2}^k, \dots, p_{i_r}^k\}$. P_0^k 满足: 1) $r(\cdot)$ 是 P^k 的递增凹函数, 其中 $r_{i_l}^k = p_{i_l}^k$; 2) 对于任一集合 $P_1^k, P_0^k \subset P_1^k \subseteq P^k$, $r(\cdot)$ 为 P_1^k 的非递增凹函数; 3) 若 $p_j^k \notin P_0^k$, 则在任意时刻 t , p_j^k 均不会开放.

注: 因篇幅有限, 证明从略.

由定理1可知, t 时刻若舱位等级 k 开放, 其最优价格只需从 P^k 的一子集 P_0^k 中选择, 从而减少了计算量. 称 P_0^k 为 P^k 的最大凹向包络, 亦即舱位等级 k 的最优价格集.

例 设某航班的经济舱有6种可行价格, 记为 p_i ($i = 1, 2, \dots, 6$). 在 t 时刻, 其对应的需求密度为 $\mu_i(t)$, 简记为 μ_i . 假定 p_i 为递增序列, 则 μ_i 为递减序列. $r(\cdot)$ 与 μ_i 之间的关系如图1:



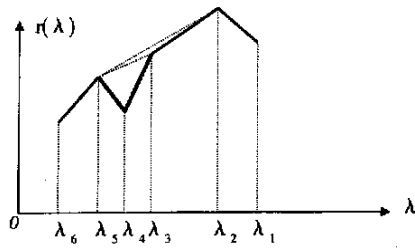


图 1 最大凹向包络线的确定

Fig. 1 Maximum concave envelope theory

由假设, $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6\}$. 根据定理 1 可得, $P_0 = \{p_2, p_5, p_6\}$. 这是因为 p_1, p_4 不满足“ $r(\cdot)$ 是 的递增函数”的条件, 而 p_3 不满足“ $r(\cdot)$ 是 的凹函数”的条件.

因此, 通过定理 1, 可以获得各个舱位等级的最优价格集 $\{P_0^1, P_0^2, \dots, P_0^k\}$.

阶段 2 舱位控制

由哈密尔顿—雅可比方程式(2)可推知:

定理 2 在任意时刻 t , 舱位等级 $k(k = 1, 2, \dots, K)$ 开放的充要条件为

$$v(t, n) - v(t, n - 1) < \max_{l=1,2,\dots,m_k} \{p_l^k\} = p_{m_k}^k, k = 1, 2, \dots, K$$

其中, $v(t, n) - v(t, n - 1)$ 表示第 n 个座位的期望价值.

由于 $p_{m_{k+1}}^{k+1} > p_{m_k}^k$, 从定理 2 可引出下列推论:

推论 1 设 t 时刻, 舱位等级 k 开放, 则舱位等级 $k + 1, k + 2, \dots, K$ 也需开放.

由推论 1 可知, 任意时刻 t , 若低票价等级开放, 则高票价等级也需开放, 即舱位开放策略遵循嵌套价格结构(nested fare structure).

阶段 3 开放舱位等级的最优价格选择

令 $l, j = \frac{p_i^k - p_j^k}{p_i^k - p_j^k}$, 则当 $j < l$ (即 $i < j$) 时,

$k_{l,j}$ 表示舱位等级 k 从价格 p_l^k 变到价格 p_j^k , 多卖一张票的平均收入; 当 $j > l$ (即 $i > j$) 时, $k_{l,j}$ 表示舱位等级 k 从价格 p_l^k 变到价格 p_j^k , 少卖一张票的平均损失.

对单一价格等级的情形, Feng 和 Xiao^[4] 证明了最大凹向包络集中某一价格成为最优价格的充要条件. 运用同样的方法, 可从哈密尔顿—雅可比方程式(2)导出:

定理 3 设 t 时刻, 舱位等级 k 开放, 则舱位

等级 k 以价格 p_l^k 开放的充要条件为^[4]

$$v(t, n) - v(t, n - 1) < \frac{p_i^k - p_j^k}{p_i^k - p_j^k}, \forall j = l + 1, l + 2, \dots, m_k \quad (3)$$

这里 l 为集合 $\{1, 2, \dots, K - 1\}$ 中满足式(3)的最小整数.

3 模型求解

为简化起见, 记舱位等级 k 价格集合的最大凹向包络 $P^k = \{p_1^k, p_2^k, \dots, p_{m_k}^k\}$. 根据定理 2 和定理 3, 时刻 t 的价值函数 $v(t, n)$ 和最优策略 $u^*(t)$ 是同时确定的. 因此, 要获得任意时刻 t 的最优策略 $u^*(t)$, 只需计算此时的价值函数 $v(t, n)$.

1) 求解 $v(t, 1)$

由 $v(T, 1) = 0, v(t, 0) = 0$, 可推知当 $t = T$ 时, $v(t, 1) = 0$. 则在 T 的左邻域内,

$$v(t, 1) - v(t, 0) < \frac{p_i^k - p_j^k}{p_i^k - p_j^k} < \max_{l=1,\dots,m_k} \{p_l^k\}, k = 1, 2, \dots, K; i, j = 1, 2, \dots, m_k.$$

因此, 所有的舱位均需开放, 且对于舱位等级 $k(1 \leq k \leq K)$, 其最优价格为 p_l^k .

由式(2)可得

$$\frac{\partial v(t, 1)}{\partial t} + \sum_{k=1}^K p_l^k [1 - v(t, 1) + p_l^k] = 0 \Rightarrow$$

$$v^1(t, 1) = \sum_{k=1}^K p_l^k \int_{t=1}^T e^{-\int_1^t (s-t)} ds =$$

$$\sum_{k=1}^K \frac{p_l^k}{K} \left[1 - e^{-\int_1^t p_l^k} \right]$$

令 $l, 2 = \min_{1 \leq k \leq K} \{l, 2\}, 1 \leq l \leq K$. 定义

$$z_{1,1}^1 = \inf\{0 \leq t \leq T: v^1(t, 1) = l, 2\},$$

$$\text{即} \begin{cases} v^1(t, 1) < l, 2, z_{1,1}^1 < t \leq T, \\ v^1(t, 1) = l, 2, t = z_{1,1}^1, \\ v^1(t, 1) > l, 2, 0 \leq t < z_{1,1}^1. \end{cases}$$

若 $z_{1,1}^1 > 0$, 则当 $t = z_{1,1}^1$ (即 t 在 $z_{1,1}^1$ 的左邻域内变化) 时, 舱位等级 l 的最优价格为 p_l^l .

此时式(2)转化为

$$\frac{\partial v(t, 1)}{\partial t} + \frac{1}{2} [1 - v(t, 1) + p_l^l] +$$

$$\sum_{k=1, k \neq l}^K [l - v(t, 1) + p_1^k] = 0 \Rightarrow$$

$$v^1(t, 1) = \int_t^{z_{1,1}^1} e^{-(s-t)} ds + \int_{1,2} e^{-(z_{1,1}^1-t)} =$$

$$1 - \left(\int_{1,2} - 1 \right) e^{-(z_{1,1}^1-t)}$$

此处 $= \frac{1}{2} + \sum_{k=1, k \neq l}^K \frac{1}{k} = \frac{1}{2} p_2^l + \sum_{k=1, k \neq l}^K \frac{1}{k} p_1^k$

令 $= \min_{k \in K, k \neq l} \{ \frac{1}{k}, \frac{1}{2,3} \}$, 考虑两种情形.

$= \frac{1}{2,3}, 1 \leq i \leq K, i \neq l$, 定义

$$z_{1,2}^1 = \inf \{ 0 \leq t \leq T : v^1(t, 1) = \frac{1}{2,3} \}$$

即 $\begin{cases} v^1(t, 1) < \frac{1}{2,3}, z_{1,2}^1 < t \leq T, \\ v^1(t, 1) = \frac{1}{2,3}, t = z_{1,2}^1, \\ v^1(t, 1) > \frac{1}{2,3}, 0 \leq t < z_{1,2}^1 \end{cases}$

若 $z_{1,2}^1 = 0$, 则在整体预定区间 $[0, T]$ 内, 所有的舱位均需开放, 且对于舱位等级 $i (i = 1, 2, \dots, l-1, l+1, \dots, K)$, 仅以价格 p_i^i 开放. 对于舱位等级 l , 在区间 $[0, z_{1,2}^1]$ 内, 以价格 p_2^l 开放; 在区间 $[z_{1,2}^1, T]$ 内, 以价格 p_1^l 开放.

若 $z_{1,2}^1 > 0$, 则当 $t = z_{1,2}^1$ 时, 舱位等级 i 的最优价格为 p_2^i .

此时式(2)可转化为

$$\frac{\partial v(t, 1)}{\partial t} + \int_{1,2} [l - v(t, 1) + p_2^l] +$$

$$\int_{1,2} [l - v(t, 1) + p_2^l] +$$

$$\sum_{k=1, k \neq l, i}^K [l - v(t, 1) + p_1^k] = 0 \Rightarrow$$

$$v^1(t, 1) = \int_t^{z_{1,2}^1} e^{-(s-t)} ds + \int_{1,2} e^{-(z_{1,2}^1-t)} =$$

$$1 - \left(\int_{1,2} - 1 \right) e^{-(z_{1,2}^1-t)}$$

此处 $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \sum_{k=1, k \neq l, i}^K \frac{1}{k} = \frac{1}{2} p_2^i + \frac{1}{2} p_2^l$

$+ \sum_{k=1, k \neq l, i}^K \frac{1}{k} p_1^k$
 $= \frac{1}{2,3}$, 定义 $z_{1,2}^1$ 为

$$z_{1,2}^1 = \inf \{ 0 \leq t \leq T : v^1(t, 1) = \frac{1}{2,3} \}$$

当 $t = z_{1,2}^1$ 时, 舱位等级 l 的最优价格为 p_3^l .

此时式(2)可转化为

$$\frac{\partial v(t, 1)}{\partial t} + \int_{1,3} [l - v(t, 1) + p_3^l] +$$

$$\sum_{k=1, k \neq l}^K [l - v(t, 1) + p_1^k] = 0 \Rightarrow$$

$$v^1(t, 1) = \int_t^{z_{1,2}^1} e^{-(s-t)} ds + \int_{1,3} e^{-(z_{1,2}^1-t)} =$$

$$1 - \left(\int_{1,3} - 1 \right) e^{-(z_{1,2}^1-t)}$$

此处 $= \frac{1}{3} + \sum_{k=1, k \neq l}^K \frac{1}{k} = \frac{1}{3} p_3^l +$

$\sum_{k=1, k \neq l}^K \frac{1}{k} p_1^k$.

重复上述步骤, 且定义

$$z_{1, n_1}^1 = \inf \{ 0 \leq t \leq T : v^1(t, 1) = p_{m_1}^1 \}$$

即在时刻 z_{1, n_1}^1 之前, 舱位等级 1 不开放.

设 $t = z_{1, n_1}^1$ (即 t 在 z_{1, n_1}^1 的右邻域内变化) 时, 舱位等级 2, 3, ..., K 的最优价格分别为 $p_{j_2}^2, p_{j_3}^2, \dots, p_{j_K}^2$, 则在 z_{1, n_1}^1 时刻, 舱位等级 2, 3, ..., K 的最优价格仍旧是 $p_{j_2}^2, p_{j_3}^2, \dots, p_{j_K}^2$.

所以式(2)可转化为

$$\frac{\partial v(t, 1)}{\partial t} + \sum_{k=1}^K [j_k^k [l - v(t, 1) + p_{j_k}^k] = 0 \Rightarrow$$

$$v^1(t, 1) = \int_t^{z_{1, n_1}^1} e^{-\sum_{j=2}^K j^i (s-t)} ds +$$

$$p_{m_1}^1 e^{-\sum_{j=2}^K j^i (z_{1, n_1}^1 - t)} =$$

$$\sum_{k=2}^K \frac{j_k^k p_{j_k}^k}{K} - \left[\sum_{k=2}^K \frac{j_k^k p_{j_k}^k}{K} - p_{m_1}^1 \right] e^{-\sum_{j=2}^K j^i (z_{1, n_1}^1 - t)}$$

依次类推, 可得

$$z_{1,1}^2, z_{1,2}^2, \dots, z_{1, n_2}^2, \dots, z_{1,1}^K, z_{1,2}^K, \dots, z_{1, n_K}^K$$

对于 $z_{1, n_k}^k (k = 1, 2, \dots, K)$, 定义其为

$$z_{1, n_k}^k = \inf \{ 0 \leq t \leq T : v^k(t, 1) = p_{m_k}^k \}$$

即 $\begin{cases} v^k(t, 1) < p_{m_k}^k, z_{1, n_k}^k < t \leq T, \\ v^k(t, 1) = p_{m_k}^k, t = z_{1, n_k}^k, \\ v^k(t, 1) > p_{m_k}^k, 0 \leq t < z_{1, n_k}^k \end{cases}$

当 $k = K$ 时, $z_{1, n_K}^K = 0$, 这说明舱位等级 K 在整个预定区间 $[0, T]$ 均开放.

2) 求解 $v(t, n) (n \geq 2)$

假设 $v(t, n-1)$ 已知, 则 $v(t, n)$ 的求解与上述求解过程类似. 比如, 当 $t = T$ 时, 所有的舱位均需开放, 最优价格为 $p_1^k (k = 1, 2, \dots, K)$, $v^1(t, n)$ 为

$$v^1(t, n) = \int_t^T \sum_{k=1}^K [l - v(s, n-1) + p_1^k]$$

$$e^{-\sum_{j=1}^K \lambda_j^{(s-n)}} d_s$$

当存在多价格等级且每一等级的价格均给定时, Feng 和 Xiao^[3] 证明座位的边际价值是时间的递减函数. 这一结果可推广至价格不给定的情形, 并类似地定义时间阈值 z_{n, n_k}^k . 因篇幅限制, 具体过程从略.

4 实例分析

某航空公司 B11 航班的基本信息如下:

座位总数 (M) = 100; 航班全价为: 1 240 元; 航班提前两周售票, 即航班售票区间为 [0, 14], T = 14.

表 1 B11 航班的价格 - 需求密度表

Table 1 Price-demand intensity of flight B11

| 舱位等级 | 价格 (p :元) | | 需求密度 () | 收入 (r = p × :元) |
|----------|-----------|----------------------|----------|-----------------|
| Class 1A | p_1^1 | 1 240 × 0.6 = 744 | 2.245 | 1 670 |
| Class 1B | p_2^1 | 1 240 × 0.65 = 806 | 2.08 | 1 676.48 |
| Class 1C | p_3^1 | 1 240 × 0.75 = 930 | 1.2 | 1 116 |
| Class 1D | p_4^1 | 1 240 × 0.8 = 992 | 1.155 | 1 145.76 |
| Class 1E | p_5^1 | 1 240 × 0.9 = 1 116 | 0.785 | 876.06 |
| Class 1F | p_6^1 | 1 240 × 0.95 = 1 178 | 0.385 | 453.53 |
| Class 2A | p_1^2 | 1 240 | 0.3 | 372 |
| Class 2B | p_2^2 | 1 240 × 1.5 = 1 860 | 0.13 | 241.8 |

表 2 最优动态价格与舱位控制策略 — z_{n, n_k}^k

Table 2 Optimal dynamic pricing and seat inventory control policy z_{n, n_k}^k

| n | $z_{1,1}^1$ | $z_{1,2}^1$ | $z_{1,3}^2$ | $z_{1,4}^1$ | $z_{1,5}^1$ |
|----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1 | 13.54 | 13.27 | 13.19 | 12.08 | 11.21 |
| 2 | 13.29 | 12.78 | 12.58 | 11.26 | 2.43 |
| 3 | 13.14 | 12.45 | 12.07 | 10.59 | 2.37 |
| 4 | 13.03 | 12.19 | 11.73 | 10.02 | 0.64 |
| 5 | 12.95 | 12.0 | 11.42 | 9.52 | 0.56 |
| 6 | 12.88 | 11.83 | 11.16 | 9.07 | 0.31 |
| 7 | 12.83 | 11.69 | 10.94 | 8.68 | 0.12 |
| 8 | 12.78 | 11.57 | 10.75 | 8.33 | 0.05 |
| 9 | 12.73 | 11.46 | 10.58 | 8.01 | 0.03 |
| 10 | 12.69 | 11.36 | 10.42 | 7.72 | 0.02 |
| 11 | 12.66 | 11.27 | 10.29 | 7.47 | 0 |
| 12 | 12.62 | 11.19 | 10.16 | 7.22 | 0 |
| 13 | 12.59 | 11.11 | 10.04 | 7.00 | 0 |
| 14 | 12.56 | 11.04 | 9.93 | 6.79 | 0 |
| 15 | 12.56 | 10.98 | 9.83 | 6.60 | 0 |
| 16 | 12.51 | 10.91 | 9.73 | 6.42 | 0 |
| 17 | 12.49 | 10.86 | 9.64 | 6.25 | 0 |
| 18 | 12.46 | 10.79 | 9.54 | 6.08 | 0 |
| 19 | 12.44 | 10.74 | 9.46 | 5.93 | 0 |
| 20 | 12.42 | 10.69 | 9.38 | 5.78 | 0 |
| 21 | 12.40 | 10.64 | 9.31 | 5.65 | 0 |
| 22 | 12.39 | 10.61 | 9.25 | 5.53 | 0 |

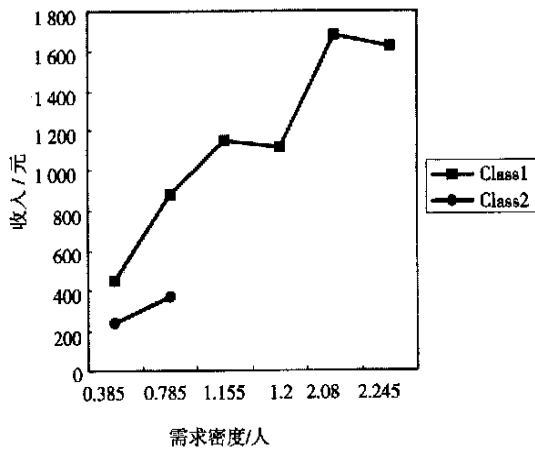


图 2 r - 关系图

Fig. 2 r -

阶段 1 利用最大凹向包络原理确定最优价格集.

由图 2 可知, 舱位等级 1 的最优价格集为 $P_0^1 = \{ p_2^1, p_4^1, p_5^1, p_6^1 \}$. 同理可得舱位等级 2 的最优价格集为 $P_0^2 = \{ p_1^2, p_2^2 \}$.

阶段 2 ~ 3 舱位控制与最优价格选择

表2中的时间阈值意义如下(以 $n = 2$ 为例):

若 $0 < t < 2.43$, 则仅舱位 2 开放, 最优价格为 1 860 元; 若 $2.43 < t < 11.26$ 则两个舱位都开放且选择最高价格. 舱位 1 和舱位 2 的最优价格分别为 1 178 元和 1 860 元; 当 t 介于 11.26 和 12.58 之间时, 两个舱位均开放, 最优价格分别为 1 116 元和 1 860 元; 当 $12.58 < t < 12.78$ 时, 两个舱位的最优价格变为 1 116 元和 1 240 元; 在时刻 12.78 和 13.29 之间, 舱位 1 和舱位 2 的最优价格分别为 992 元和 1 240 元; 最后, 当 $13.29 < t < 14$ 时, 两个舱位均开放且实行最低价格, 分别为 806 元和 1 240 元.

参 考 文 献:

- [1] Gallego G, van Ryzin G. Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand over finite horizons[J]. *Management Science*, 1994, 40: 999—1020.
- [2] Feng Y, Gallego G. Optimal stopping times for end of season sales and optimal stopping times for promotional fares[J]. *Management Science*, 1995, 41: 1371—1391.
- [3] Feng Y, Xiao B. Optimal policies of yield management with multiple predetermined prices[J]. *Operations Research*, 2000, 48: 332—343.
- [4] Feng Y, Xiao B. A continuous-time yield management model with multiple prices and reversible price changes[J]. *Management Science*, 2000, 46(5): 644—657.
- [5] Littlewood K. Forecasting and Control of Passengers[C]. 12th AGIFORS Symposium Proceedings, 1972, 103—105.
- [6] Belobaba P P. Airline yield management: An overview of seat inventory control[J]. *Transportation Science*, 1987, 21: 63—73.
- [7] Belobaba P P. Application of a probabilistic decision model to airline seat inventory control[J]. *Operations Research*, 1989, 37: 183—197.
- [8] Wollmer R D. An airline seat management model for a single leg route when lower fare classes book first[J]. *Operations Research*, 1992, 40: 26—37.
- [9] Brumelle S L, Walczak D. Dynamic Allocation of Airline Seat Inventory with Batch Arrivals[D]. 1997 Air Transport Research Group of the WCTR Society Proc. 3, Faculty of Commerce and Business Administration, University of British Columbia, Vancouver, BC. 1997.
- [10] Robinson L W. Optimal and approximate control policies for airline booking with sequential fare classes[J]. *Operations Research*, 1995, 43: 252—263.
- [11] Liang Y. Solution to the continuous time dynamic yield management model[J]. *Transportation Science*, 1999, 33: 117—123.
- [12] Feng Y, Xiao B. A dynamic airline seat inventory control model and its optimal policy[J]. *Operations Research*, 2001, 49: 938—949.
- [13] Zhao W, Zheng Y S. Optimal dynamic pricing for perishable assets with non-homogeneous demand[J]. *Management Science*, 2000, 46: 375—388.
- [14] McGill J I, van Ryzin G J. Revenue management: Research overview and prospects[J]. *Transportation Science*, 1999, 33: 233—256.
- [15] Weatherford L R. Using prices more realistically as decision variables in perishable-asset revenue management problems[J]. *Journal of Combinatorial Optimization*, 1997, 1: 277—304.
- [16] Feng Y, Xiao B. Integration of Pricing and Capacity Allocation for Perishable Products. To be published in *European Journal of Operational Research*.

5 结 论

本文运用随机过程理论和最大凹向包络原理探讨航空公司客运收入管理研究中动态价格与舱位控制的统一分析模型. 文章假设单个航班可提供多个舱位等级, 每个舱位等级又有多种价格可供选择. 为了实现单个航班的收入最大化, 航空公司在任意给定时刻决定哪些舱位应该开放, 以什么价格开放. 本文提出获取最优动态价格与舱位控制策略的三阶段方法, 即利用最大凹向包络原理确定最优价格集、舱位控制与单个舱位等级的最优价格选择.

- [17]杨思梁,刘军.关于航空客运收益管理的一些基本概念[J].民航经济与技术,1998,(4):37—41.
Yang Siliang, Liu Jun. Some basic concepts about revenue management in airline passenger transportation[J]. China Airlines Economy and Technology, 1998, (4): 37—41. (in Chinese)
- [18]杨思梁.航空客运收益管理的发展与重要性(上)[J].民用航空,1998,(5):42—44.
Yang Siliang. Development and significance of airline revenue management[J]. Civil Aviation, 1998, (5): 42—44. (in Chinese)
- [19]黄为,刘永俊.航空公司收益管理初探[J].民航经济与技术,1998,(5):25—28.
Huang Wei, Liu Yongjun. A preliminary study of airline revenue management[J]. China Airlines Economy and Technology, 1998, (5): 25—28. (in Chinese)
- [20]邵龙.航空收益管理的理论与应用[J].民航经济与技术,1999,(6):19—23.
Shao Long. Theory and applications of airlines revenue management[J]. China Airlines Economy and Technology, 1999, (6): 19—23. (in Chinese)
- [21]乐卫松.航空客运营销实务[M].北京:东方出版中心,2000.
Le Weisong. Marketing Tactics of Airline Passenger Transportation[M]. Beijing: Oriental Publishing House, 2000. (in Chinese)
- [22]刘军,邱莞华.航空客运收益管理的结构模型[J].北京航空航天大学学报,2000,13(4):17—21.
Liu Jun, Qiu Guanhua. A structural model for the airline revenue management[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2000, 13(4): 17—21. (in Chinese)
- [23]耿淑香.航空公司运营管理方略[M].北京:中国民航出版社,2000.
Geng Shuxiang. Strategies of Airline Operations Management[M]. Beijing: China Civil Airlines Publishing House, 2000. (in Chinese)
- [24]徐栖玲,赵新元.餐厅收益管理新策略[J].商业经济文荟,2000,(6):61—63,42.
Xu Xiling, Zhao Xinyuan. Innovative strategies of restaurant revenue management[J]. Commercial Economy Corpus, 2000, (6): 61—63, 42. (in Chinese)
- [25]张国坤.机票超售建模和数值分析[J].中国民航飞行学院学报,2001,12(1):45—48.
Zhang Guokun. An overbooking model for air ticket sales and numerical analysis[J]. Journal of China Civil Aviation Flying College, 2001, 12(1): 45—48. (in Chinese)
- [26]鞠彦兵,冯允成,王爱华.航空客运超售风险研究[J].北京航空航天大学学报,2002,28(5):593—596.
Ju Yanbing, Feng Yuncheng, Wang Aihua. Risk analysis of airline overbooking policy[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2002, 28(5): 593—596. (in Chinese)
- [27]魏轶华,胡奇英.顾客有最大、最小保留价的连续时间收益管理[J].管理科学学报,2002,5(6):47—52.
Wei Yihua, Hu Qiyang. Continuous time revenue management with maximal and minimal reservation prices[J]. Journal of Management Sciences in China, 2002, 5(6): 47—52. (in Chinese)
- [28]刘晖.论我国民航的收益管理[J].技术经济,2003,(4):28—30.
Liu Hui. An overview of airline revenue management in China[J]. Technology Economy, 2003, (4): 28—30. (in Chinese)
- [29]曾波.收益管理在旅游产品价格策略中的应用[J].江西社会科学,2003,(4):242—243.
Zeng Bo. Applications of revenue management to pricing strategies of tourist products[J]. Jiangxi Social Science, 2003, (4): 242—243. (in Chinese)
- [30]陈旭.酒店收益管理的研究进展与前景[J].管理科学学报,2003,6(6):72—78.
Chen Xu. Hotel revenue management: Research overview and prospects[J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(6): 72—78. (in Chinese)
- [31]刘德文,萧柏春,鲁若愚.易逝性高新技术产品在衰退期的收益管理问题[J].管理科学学报,2003,6(6):66—71,84.
Liu Dewen, Xiao Baichun, Lu Ruoyu. Revenue management of perishable hi-tech products in their declining stage[J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(6): 66—71, 84. (in Chinese)

(下转第93页)

Study on Stackelberg game of supply chain coordination with uncertain delivery

LU Zhen, HUANG Xiao-yuan

School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110004, China

Abstract : Coordinating producer and supplier is one of main issues of supply chain with uncertain delivery. Considering interaction between the members in supply chain, there is a Stackelberg game in supply chain. The nature of the Stackelberg game is discussed in this paper. The solution of the game is deduced. As the leader, the producer in supply chain initializes the optimal order quantity and penalty cost policy for minimizing his cost, while as the follower, the supplier responds with the optimal extra capacity policy for maximizing his profit. Applying genetic algorithm, a simulation about tail rolled steel products is done based on Shanghai BaoSteel industry & trade co.. The solution is adopted for implementing JIT in the supply system of Shanghai BaoSteel industry & trade co.. The simulation solution shows that Stackelberg game is effective and practical.

Key words : Stackelberg game ; supply chain ; coordination ; uncertain ; genetic algorithm

(上接第 69 页)

Comprehensive analysis of pricing and seat inventory control in airline revenue management

LI Xiao-hua¹, XIAO Bai-chun^{1, 2}

1. Service Management Institute, Business School, Sichuan University, Chengdu 610064, China ;

2. Department of Business, Long Island University, New York 11548, U. S. A

Abstract : Pricing and seat inventory control are primary strategies for airlines to improve their profitability and competitiveness. In the past, however, research in these two areas has been carried out independently. This article proposes a comprehensive model that integrates the two decision processes in airline revenue management. It assumes that the airline serves multiple fare classes. Demand of each fare class follows a Poisson process whose intensity is time dependent. Given the state of remaining seats and time-to-go, the airline determines an optimal fare-mix and an optimal fare for the customer class if it is open. It develops a three-stage strategy for the optimal policy which is fairly simple and tractable. Numerical examples are provided.

Key words : revenue management ; dynamic pricing ; inventory control