

非线性协整建模研究及沪深股市实证分析

樊智, 张世英

(天津大学管理学院, 天津 300072)

摘要: 讨论了线性协整和非线性协整的涵义, 指出在非线形系统中, 非线性协整可以更好地刻画多个时间序列之间的均衡关系. 提出了利用小波神经网络逼近非线性协整函数的方法, 并给出了训练小波神经网络的变尺度算法. 最后利用上海和深圳股指数数据进行了实证研究, 通过与BP神经网络的比较, 证实了小波神经网络在非线形协整建模中的有效性, 并说明沪深股市之间存在着非线性协整关系.

关键词: 协整; 非线性协整; 小波神经网络; 中国股市

中图分类号: F830

文献标识码: A

文章编号: 1007 - 9807(2005)01 - 0073 - 05

0 引言

向量时间序列中分量序列之间的均衡关系, 一直是计量经济学和金融研究中的一个热点问题, 具有很强的理论意义和应用价值. 当分量序列是单整序列时, 它们之间可能存在着线性均衡关系, Granger C. W. J. 由于创造性地提出研究单整时间序列之间均衡关系的协整理论成为 2003 年度诺贝尔经济学奖得主之一. 协整理论是研究单整序列之间线性均衡关系的工具, 但金融时间序列往往是非线性和分数维的, 这意味着单个时间序列本身具有非线性和分形特性, 序列之间的均衡关系往往也是非线性的. 此时, 原有的协整理论不再适用, 而应建立非线性协整理论, 以研究时间序列之间的非线性均衡关系, 非线性协整关系的检验和建模是研究的重点和难点. 本文提出利用小波神经网络进行向量时间序列的非线性协整研究, 给出了非线性协整的建模方法, 最后对沪深股指数数据进行了实证研究.

1 线性和非线性协整理论

许多经济时间序列都是非平稳的, 单整序列

是一种典型的非平稳过程.

定义 1 单整 (integration) 一个具有不确定性分量的时间序列 $\{X_t\}$ 经过 d 阶差分后, 具有平稳的、可逆的 ARMA 表现形式, 而该序列的 $d - 1$ 阶差分仍为非平稳的, 则称序列 $\{X_t\}$ 为 d 阶单整, 记为 $X_t \sim I(d)$, d 为大于零的整数^[1].

多个非平稳序列之间可能存在着共同的长期趋势, 协整理论的提出, 为研究多个单整序列之间的长期均衡关系提供了一个工具.

定义 2 协整 (cointegration) 对于 n 维向量时间序列 $\{X_t\}$, 其分量序列称为协整的, 如果

1) $\{X_t\}$ 的分量 x_{it} 均为 $I(d)$ 序列, $i = 1, 2, \dots, n$, d 为整数;

2) 存在 n 维向量 0 , 使 $Z_t = {}^T X_t \sim I(d - b)$, 其中 $b > 0$, b 为整数.

其中, 0 称为协整向量^[2].

协整理论描述单整序列之间的线性均衡关系, 这一线性关系可以通过协整向量 0 来刻画, 因此可以把这种协整关系称作线性协整. 但是, 时间序列往往不是整数维单整序列, 而是分数维单整序列, 即 d 可以取分数. 分数维单整序列在金融时间序列中是普遍存在的, 它反映了金融市场的分

收稿日期: 2002 - 09 - 20; 修订日期: 2004 - 11 - 11.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70471050).
作者简介: 樊智 (1976 -), 男, 山西人, 博士.

形和非线性特性^[3]. 同时,不同分量序列的分整阶数 d 往往是不相同的,分量序列之间的关系也不再是线性的^[4,5]. 此时,线性协整理论不再适用,解决这一问题的有效途径是非线性协整理论.

文献[6]给出了非线性协整的定义.

定义3 非线性协整(nonlinear cointegration) 对于向量时间序列 $X_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{mt})^T, \{X_t\}$ 的分量序列称为非线性协整的,如果

1) x_{it} 是依均值长记忆(long memory in mean, LMM) 序列, $i = 1, 2, \dots, n$;

2) 存在一个函数 $f(\cdot)$, 使得 $y_t = f(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{mt})$ 是一个零均值的依均值短记忆(short memory in mean, SMM) 序列.

定义3中函数 $f(\cdot)$ 是非线性的,称作非线性协整函数(nonlinear cointegration function).

经济系统中不同变量往往受一些共同因素的影响,同时它们之间也存在着相互作用,因此变量之间的变化往往是相关的,并可能呈现出长期的共同趋势,这便是系统的均衡特性.在线性协整系统中,由于单个序列是线性时间序列,它们之间的协整关系也是线性的,可以通过协整向量来反映,即可以通过对序列的线性组合来消除共同的长期趋势,刻画系统的均衡关系.但在非线性系统中,单个时间序列往往是分数维和非线性的,时间序列之间的相关关系也是非线性的.此时,线性协整向量无法揭示变量之间的共同趋势,只有通过非线性协整函数 $f(\cdot)$ 来刻画系统内部的非线性均衡特性.相对于线性系统而言,非线性系统更具一般性,因此非线性协整具有更强的适用性,当系统是线性时,线性协整便成为非线性协整的一个特例.

2 利用小波神经网络进行非线性协整建模

非线性协整研究目前尚处于起步阶段.文献[6]给出了向量分整序列非线性协整的若干性质,文献[7]对于非线性协整关系的存在性进行了研究,文献[8]则把非线性协整系统当作一个复杂系统,对其进行了变结构分析.非线性协整函数 $f(\cdot)$ 的估计,是非线性协整研究中的重点和难

点问题,原有的线性协整研究方法不再适用.文献[6]将神经网络引入非线性协整研究,利用神经网络进行非线性协整系统的建模和检验.近些年来,小波分析以其良好的时频特性,成为数据处理和非线性系统辨识中的重要工具,将小波理论与神经网络相结合而成的小波神经网络,也具有其显著优势.本文利用小波神经网络进行非线性协整建模研究.

文献[9]最早提出了小波神经网络,它利用小波函数作为前馈神经网络隐层节点的激活函数.同使用S型激活函数的前馈神经网络一样,小波神经网络具有任意逼近非线性函数的能力,同时,由于小波变换具有良好的时频特性,可以通过对尺度参数和平移参数的训练,更快、更好地逼近非线性函数^[10],小波神经网络还可以避免神经网络训练过程中的局部最优问题.

根据非线性协整系统的结构特点,可以构造如图1所示的小波神经网络模型.

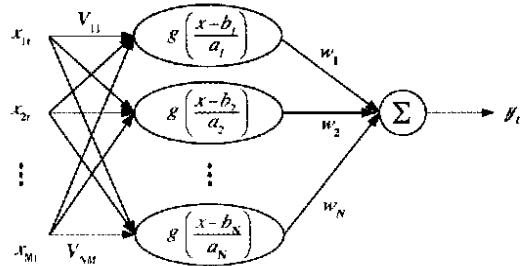


图1 用于非线性协整建模的小波神经网络模型

Fig. 1 Nonlinear cointegration modeling based on wavelet neural network

网络分为三层,输入层 $X_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{Mt})^T (t = 1, 2, \dots, T)$, 表示 M 维输入向量时间序列, T 为样本个数;隐层节点基函数 $g\left(\frac{x - b_n}{a_n}\right)$ 为小波函数, $n = 1, 2, \dots, N$;由输入层节点 m 到隐层节点 n 的连接权重为 v_{mn} ,由隐层节点 n 到输出节点的连接权重为 $w_n (m = 1, 2, \dots, M; n = 1, 2, \dots, N)$. 需要学习的参数向量为 $\theta = (v_{11}, \dots, v_{1N}, \dots, v_{M1}, \dots, v_{MN}, a_1, b_1, \dots, a_N, b_N, w_1, \dots, w_N)^T$.

上面所示的小波神经网络可实现映射

$$f: R^M \rightarrow R \tag{1}$$

并具有函数形式

$$y_t = \sum_{n=1}^N w_n g\left(\left(\frac{\sum_{m=1}^M v_{nm} x_{mt} - b_n}{a_n}\right)\right) \tag{2}$$

当网络输入序列 $\{x_{mt}\} (m = 1, 2, \dots, M)$ 为 LMM 序列, 而网络输出序列 $\{y_t\}$ 为一 SMM 序列时, 根据定义 3, 说明向量时间序列 $\{X_t\}$ 存在非线性协整关系, 且映射 $f(\cdot)$ 即为 $\{X_t\}$ 向量时间序列的非线性协整函数。

对于网络中参数的训练, 可以通过极小化如下形式的误差函数来实现

$$E(k) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (y_t - d_t)^2 \quad (3)$$

其中 d_t 为教师输出, 这里取均值为常数的短记忆时间序列。

对式 (3) 进行优化的方法通常有最速下降法、变尺度法等。相对于最速下降法, 变尺度法可以提高优化的速率, 并且可以避免二阶导数矩阵的求逆, 因此本文采用了这一算法。为了在提高学习速率的同时不导致震荡, 这里采用了自适应的学习速率, 在参数学习中加入了动量项^[11]。具体实现如下:

$$\begin{cases} k_{k+1} = k + \alpha_k P_k + \beta_k \\ P_k = - H(k)^{-1} \nabla E(k) \\ \alpha_k = \operatorname{argmin}_k E(k + \alpha_k P_k + \beta_k) \end{cases} \quad (4)$$

其中 k_k 表示迭代 k 步后得到的参数向量; $\beta_k = k - k_{k-1}$; P_k 为第 k 步搜索方向; α_k 为第 k 步搜索步长; β_k 为动量系数; $H(k)$ 为误差函数的 Hessian 矩阵。

对于式 (3)

$$\nabla E(k) = \sum_{t=1}^T (y_t - d_t) \frac{\partial y_t}{\partial \theta} \quad (5)$$

其中

$$\frac{\partial y_t}{\partial v_{nm}} = w_n g(\cdot) \frac{x_{mt}}{n} \quad m = 1, 2, \dots, M; n = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

$$\frac{\partial y_t}{\partial w_n} = g\left(\left(\sum_{m=1}^M v_{nm} x_{mt} - b_n\right) / n\right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial y_t}{\partial b_n} = -w_n g(\cdot) \left(\sum_{m=1}^M v_{nm} x_{mt} - b_n\right) / n^2 \quad (8)$$

$$\frac{\partial y_t}{\partial b_n} = -w_n g(\cdot) / n \quad (9)$$

对于 Hessian 矩阵的逆阵, 则采用尺度矩阵作为近似, 有

$$H(k_{k+1})^{-1} \approx \bar{H}_{k+1} = \bar{H}_k + \frac{k_{k+1}(\bar{G}_{k+1})^T}{(\bar{G}_k)^T k_{k+1}}$$

$$\frac{\bar{H}_k \bar{G}_k (\bar{G}_k)^T \bar{H}_k}{(\bar{G}_k)^T \bar{H}_k \bar{G}_k} \quad (10)$$

其中: \bar{H}_{k+1} 称作尺度矩阵, $\bar{H}_1 = I$ 为单位阵; $\nabla \bar{G}_k = \nabla E(k_{k+1}) - \nabla E(k_k)$ 。

重复式 (4) 进行参数训练, 直至满足结束条件, 如达到最大迭代次数, 或者一定的收敛精度, 即误差函数 E 或 $\partial E / \partial \theta$ 小于给定值, 等等。

3 实证研究

本文选择 1999 - 01 - 04—2001 - 12 - 31 时间段上证综合指数 (SH) 和深证成分指数 (SZ) 每日收盘价共 718 对数据作为样本。图 2 给出了沪深股指波动图。

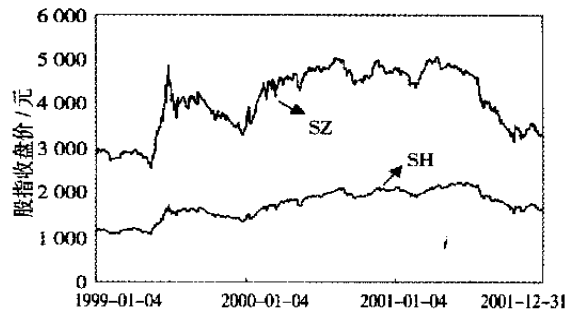


图 2 沪深股指波动图 (2001/01/02—2001/12/31)

Fig. 2 Volatility of Chinese stock markets

由图 2 可以看出, 上海和深圳股票市场表现出相似的波动趋势, 这与通常的直观认识是一致的, 因为两个市场都与中国的宏观经济波动保持着较强的一致性。下面试图利用线性或非线性协整理论来对两个市场进行研究。

首先对两个样本进行长记忆性检验。Lo^[12] 提出了用于长记忆检验的修正 R/S 统计量 Q_n

$$Q_n = \frac{1}{n(q)} \left[\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x}_n) - \min_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x}_n) \right] \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} n(q) &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x}_n)^2 + \frac{2}{n} \sum_{j=1}^q (x_j - \bar{x}_n) \sum_{i=j+1}^n (x_i - \bar{x}_n) \end{aligned} \quad (12)$$

其中: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j$; $j(q) = 1 - \frac{j}{q+1}$, 对于 $q <$

$n; q$ 为参数.

在 $\{X_t; t = 1, 2, \dots, n\}$ 是短记忆序列的零假设下, Q_n 具有分布函数

$$F(v) = 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (1 - 4k^2 v^2) e^{-2(kv)^2} \quad (13)$$

其中: v 为分位数; $F(v) = P(x < v)$. 表 1 给出了 SH 和 SZ 的 Q 检验结果.

表 1 Q 统计检验
Table 1 Q Testing

样本	sh	sz
Q	2 140.29	1 937.75
$F(Q)$	1	1

从表 1 可以看出,在任意显著性水平下,二个序列的长记忆性都非常显著,这说明 SH 和 SZ 二个序列都是非线性的. 计算两个序列的分维数, SH 的 $d = 0.149$, SZ 的 $d = 0.121$,二者显著不等. 根据文献[5]中结论,线性协整的研究方法将不再适用,而应该利用非线性协整理论来分析两个市场之间的关系. 下面利用前面提出的小波神经网络,来探测沪深股市之间是否存在非线性协整关系. 经过实验比较分析,最终建立了具有二个输入节点,八个隐层节点和一个输出节点的单隐层小波神经网络,小波基函数采用了 Mallet 小波,利用 718 对训练样本,使用具有自适应学习速率的变尺度法对网络参数进行了训练,取学习步长 0.1,动量系数 0.3. 网络训练过程中误差函数如图 3 所示.

为了检验所建立的网络是否能反映沪深股市之间的非线性协整关系,对网络输出序列进行长记忆的检验,结果 $Q = 1.571$,显著性水平为 0.87,认为输出序列不具有长记忆性. 由定义 3,说明沪深股市之间存在非线性协整关系,同时,这一非线性协整关系可以通过建立的小波神经网络来刻画.

作为对比,建立了具有二个输入节点,第一隐层五个节点,第二隐层八个节点,以及一个输出节点的前馈型神经网络,隐层节点激活函数采用

Sigmoid 函数,对网络的训练采用 BP 算法. 同样利用 718 对训练样本,对网络进行了训练. 网络训练过程中误差函数如图 3 所示.

由图 3 可以看出,小波神经网络比 BP 网络具有更快的收敛速度和更高的收敛精度.

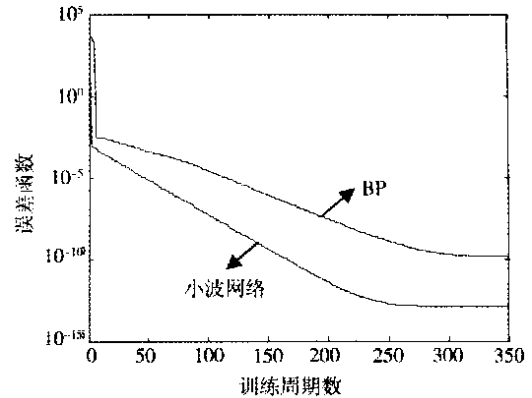


图 3 网络训练过程误差函数图

Fig. 3 Error function of neural networks

同样,对 BP 网络的输出序列进行长记忆 Q 检验,结果 $Q = 1.603$,显著性水平为 0.891,输出序列不具有长记忆性,验证了小波神经网络实验的结论:沪深股市之间存在非线性协整关系.

4 结束语

非线性协整理论可以更好地研究非线性和分形市场中多个变量之间的均衡关系,而非线性协整函数的估计是其中的一个重要问题. 本文利用小波神经网络来逼近非线性协整函数,给出了利用小波神经网络进行非线性协整建模的方法. 值得指出的是,非线性协整理论的研究尚属起步阶段,诸如非线性协整关系的检验,非线性协整函数的估计等问题,都有待于更加深入的研究. 同时,在非线性协整理论研究和模型建立的基础上,应利用各种类型的金融数据进行实证研究,以检验非线性协整理论及建模方法的有效性,并探求金融市场波动的内在规律.

参 考 文 献:

[1] Granger C W J. Developments in the study of cointegrated economic variables[J]. Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 1986, 48: 213—228.
 [2] Engle R F, Granger C W J. Co-integration and error correction: Representation, estimation, and testing[J]. Econometrica, 1987,

55(2): 251—276.

- [3]樊 智,张世英. 金融市场的效率与分形市场理论[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(3): 13—19.
Fan Zhi, Zhang Shiyong. Efficiency of financial market and fractal market theory[J]. Systems Engineering—Theory and Practice, 2002, 22(3): 13—19. (in Chinese)
- [4]Granger C W J. Modeling nonlinear relationships between extended memory variables[J]. Econometrica, 1995, 63(2): 265—279.
- [5]程细玉,张世英. 向量分整序列的协整研究[J]. 系统工程学报, 2000, 15(3): 253—257.
Cheng Xiyu, Zhang Shiyong. Research on the cointegration for vector fractional integration series[J]. Journal of Systems Engineering, 2000, 15(3): 253—257. (in Chinese)
- [6]张喜彬,孙青华,张世英. 非线性协整关系及其检验方法研究[J]. 系统工程学报, 1999, 14(1): 57—68.
Zhang Xibin, Sun Qinghua, Zhang Shiyong. Research on nonlinear cointegration and its testing method[J]. Journal of Systems Engineering, 1999, 14(1): 57—68. (in Chinese)
- [7]孙青华,张喜彬,张世英. 非线性协整关系的存在性研究[J]. 管理科学学报, 2000, 3(2): 65—74.
Sun Qinghua, Zhang Xibin, Zhang Shiyong. Research on the existence of nonlinearly cointegrated relationship[J]. Journal of Management Sciences in China, 2000, 3(2): 65—74. (in Chinese)
- [8]孙青华,张世英. 复杂系统的变结构分析[J]. 系统工程学报, 2000, 15(4): 344—351.
Sun Qinghua, Zhang Shiyong. Structure change analysis of complex system[J]. Journal of Systems Engineering, 2000, 15(4): 344—351. (in Chinese)
- [9]Zhang Q, Benveniste A. Wavelet networks[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1992, 3(6): 889—898.
- [10]李明国,郁文贤. 神经网络的函数逼近理论[J]. 国防科技大学学报, 1998, 20(4): 70—76.
Li Mingguo, Yu Wenxian. On neural networks function approximation[J]. Journal of National University of Defense Technology, 1998, 20(4): 70—76. (in Chinese)
- [11]袁曾仁. 人工神经网络及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999.
Yuan Zengren. Artificial Neural Networks and Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1999. (in Chinese)
- [12]Lo W. Long-term memory in stock market prices[J]. Econometrica, 1991, 59(5): 1279—1313.
- [13]张世英,樊 智. 协整理论与波动模型——金融时间序列分析及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
Zhang Shiyong, Fan Zhi. Cointegration Theory and Volatility Models—Financial Time Series Analysis and Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese)

Study on modeling of nonlinear cointegration and empirical analysis of China's stock markets

FAN Zhi, ZHANG Shi-ying

School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China

Abstract: The paper discusses the significations of linear and nonlinear cointegration, and indicates that nonlinear cointegration theory can detect the equilibrium between time series more effectively in the nonlinear system. We use wavelet neural network to construct the nonlinear cointegration function, and give the DFP algorithm for network training. In the end, we give out the analysis of Shanghai and Shenzhen stock markets, and the results show the validity of wavelet neural network in nonlinear cointegration modeling. The results also testify the nonlinear cointegration existing between two markets.

Key words: cointegration; nonlinear cointegration; wavelet neural network; China's stock markets