

# 生产性企业组织学习最优控制模型及其理论分析

杜荣<sup>1</sup>, 胡奇英<sup>2</sup>, 孟志青<sup>3</sup>

(1. 西安电子科技大学经济管理学院, 西安 710071; 2. 上海大学国际工商与管理学院, 上海 201800;  
3. 浙江工业大学经贸管理学院, 杭州 310032)

**摘要:** 运用最优控制理论研究生产性企业组织学习活动的动态最优决策问题. 以企业的概念性学习投资率和操作性学习投资率为决策变量, 累积知识量、生产率、单位成本和废品率等为状态变量, 计划期内的总利润为指标函数, 建立了一个最优控制模型, 其特点在于规范地描绘概念性学习和操作性学习对企业累积知识量、生产率、单位成本、质量以及企业利润的动态影响. 根据生产性企业组织学习和生产经营的实际情况, 提出了一些量化表达的假设和定义. 在假设和定义的基础上利用最大值原理分析了所建立的模型, 获得了关于动态最优概念性学习投资策略和操作性学习投资策略性质的一些结论, 将这些结论与实际问题相结合, 指出了在生产性企业组织学习实践上的含义.

**关键词:** 最优控制; 生产性企业; 组织学习; 概念性学习; 操作性学习

**中图分类号:** F224.0      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1007 - 9807(2005)02 - 0046 - 08

## 0 引言

调查了国内外大量的组织学习研究文献后, 作者认为: 已有的组织学习研究分为两个方向: 1) 提出概念化的组织学习理论, 然后通过对所调查实际情况的分析, 采取个案研究或实证研究的方法支持所提出的理论<sup>[1~5]</sup>. 2) 先对实际的组织学习活动进行抽象化的数学表达, 建立数学模型, 对模型进行理论分析, 得出一些结论, 然后将所得结论还原于实际应用<sup>[6~8]</sup>. 这两个方向上的研究可以互为补充, 互相印证. 但是, 利用数学方法对组织学习的成本和效益进行定量分析的研究不多, 而这样的定量分析对于企业实际工作中有关组织学习活动的决策和实施具有重要的现实意义.

国内外对组织学习的定义多种多样<sup>[9~11]</sup>, 但可以将组织学习的目的归纳为: 对组织已有知识的充分利用和对新知识的创造. 这样的目的激发了概念性学习和操作性学习两种不同形式的组织

学习. 前者通过培训、进修、经验和技能的交流等方式促进对已有显性知识的学习和掌握, 达到传播和利用现有知识的目的. 后者通过工作过程中的试验和实验等方式来促进对隐性知识的创造, 达到创造新知识并将其迅速地运用于生产和服务过程的目的. 这两种形式的组织学习都有助于提高生产率, 降低成本, 改进质量, 增加累积知识, 从而增加企业利润. 但它们的动态影响是不同的. 如何定量地刻画和分析这些不同影响是学者和实践者普遍关注的问题<sup>[12,13]</sup>.

为了解决上面提出的问题, 本文对组织学习的最优控制模型进行了理论分析, 分析了概念性学习的资金投入和操作性学习的资金投入与企业的累积知识量、单位成本、生产率、质量及利润等变量之间的复杂动态关系, 得出了一些关于概念性学习和操作性学习的最优资金投入策略的结论, 并将理论与实际问题结合起来, 对组织学习投入决策进行了探索性研究.

收稿日期: 2002 - 12 - 15; 修订日期: 2004 - 03 - 12.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70271021); 陕西省自然科学基金资助项目(2001G03); 陕西省软科学研究项目(2003KR31).

作者简介: 杜荣(1968—), 女, 陕西咸阳人, 博士, 副教授.

本文的创新性在于两个方面.首先,借鉴最优控制理论在动态产品定价决策和动态广告投入决策中的应用<sup>[14,15]</sup>,将其用于生产性企业的组织学习模型分析,对组织学习的成本和效益做了量化研究.其次,定量刻画了概念性学习和操作性学习对企业的不同动态影响.事实上,企业在开展组织学习活动时,需要精确地了解组织学习的成本和效益,也需要解决组织学习类型选择、组织学习实施时间选择、资金投入量决策等实际问题<sup>[16]</sup>,本文的研究可以为这些实际问题的解决提供一定理论依据.

## 1 生产性企业组织学习最优控制模型

本文中,生产性企业是指从事生产活动和与生产相关的服务活动,为满足社会需要自主经营、自负盈亏、追求利润的经济实体,与专门从事流通或信息服务的其它非生产性企业区分.生产性企业需要进行产品的加工和生产,涉及到生产能力、生产率、废品率、产品成本等方面的问题.因此,生产性企业的组织学习活动的目标就在于,通过组织学习来改善上述方面的绩效,提高企业利润.虽然组织学习对企业的长期绩效有利,但是,生产性企业的操作性学习往往需要占用甚至破坏机器设备,影响正常的生产.即使是概念性学习,也需要占用一定的人力和资金资源,并消耗一定的时间.这是生产性企业组织学习面临的实际问题.

为了用数学模型刻画生产性企业组织学习的实际问题,提出概念性学习投资率和操作性学习投资率两个概念.某时刻的概念性学习投资率用该时刻单位时间内投入于岗前培训、脱岗培训、知识交流、经验交流等各种学习活动的资金的增量表示;某时刻的操作性学习投资率用该时刻单位时间内投入于研发实验、岗位试验、过程创新、质量成本控制等各种工程活动的资金的增量表示.此外,提出累积知识量的概念.某时刻的累积知识量用当时累积知识的价值表示(初始的累积知识量可以通过无形资产评估的方法获得).

假设企业生产单一产品,计划生产期为  $T$ .设时间  $t \in [0, T]$ ,  $s(t)$  为  $t$  时概念性学习投资率,  $p(t)$  为  $t$  时操作性学习率,  $S(t)$  为  $t$  时企业的累积知识量,  $q(t)$  为  $t$  时某产品生产能力的水平,  $c(t)$

为  $t$  时该产品的单位成本,  $w(t)$  为  $t$  时该产品的废品率.

生产性企业某产品在某时刻的利润跟当时该产品的累积知识量、生产能力、单位成本和废品率直接相关.因此,为了刻画利润的动态变化,用函数  $(S, q, c, w, t)$  表示  $t$  时产品的生产利润.

生产性企业进行概念性学习和操作性学习必然会产生成本,包括投入于相应组织学习的资金投入和由组织学习引起的损失和机会成本.因此,用函数  $c_1(s(t), t) \geq 0$  表示  $t$  时概念性学习的成本,  $c_2(p(t), t) \geq 0$  表示  $t$  时操作性学习的成本.

到计划期末,由于企业下一个计划期的产品生产往往与以前有一定关联,因此,前一个计划期末的累积知识量、生产能力、成本水平和质量水平等对以后而言会具有一定价值,可以用残值的形式表达.因此,设  $v_1(S(T))$ 、 $v_2(q(T))$ 、 $v_3(c(T))$ 、 $v_4(w(T))$  分别为期末时累积知识量、生产能力、单位成本水平和质量水平对企业有形或无形资产所贡献的残值.

以概念性学习投资率  $s$  和操作性学习投资率  $p$  为控制变量,以累积知识量  $S$ 、生产能力  $q$ 、单位成本  $c$  和废品率  $w$  为状态变量,假定它们均非负,并假定函数  $(S, q, c, w, t)$ 、 $c_1$ 、 $c_2$ 、 $v_1$ 、 $v_2$ 、 $v_3$ 、 $v_4$  均为已知函数.由于生产性企业的本质目标是追求利润最大化,则在不考虑资金时间价值的前提下,可以用企业在生产计划期内的总利润  $J$  作为指标函数,建立如下最优控制模型:

$$\max J = \int_0^T (S, q, c, w, t) - c_1(s(t), t) - c_2(p(t), t) dt + v_1(S(T)) + v_2(q(T)) + v_3(c(T)) + v_4(w(T)) \quad (1)$$

$$\text{s.t. } t \in [0, T]$$

$$\dot{S}(t) = \lambda_1(t)s(t) + \lambda_2(t)p(t),$$

$$S(0) = S_0$$

$$\dot{q}(t) = -\lambda_3(t)p(t) + \int_0^t f_1[S(\tau), p(\tau)] \lambda_4(t - \tau) d\tau, \quad q(0) = q_0 \quad (3)$$

$$\dot{c}(t) = \lambda_5(t)p(t) - \int_0^t f_2[S(\tau), p(\tau)] \lambda_6(t - \tau) d\tau, \quad c(0) = c_0 \quad (4)$$

$$\dot{w}(t) = \lambda_7(t)p(t) - \int_0^t f_3[S(\tau), p(\tau)] \lambda_8(t - \tau) d\tau, \quad w(0) = w_0 \quad (5)$$

由于概念性学习和操作性学习有助于增加累积知识量,因此,用式(2)刻画  $t$  时的累积知识量  $S(t)$  与此时概念性学习投资率  $s(t)$  和操作性学习投资率  $p(t)$  的关系. 其中,  $\lambda_1(t) \geq 0$  表示每单位的概念性学习投资额对企业累积知识量的贡献程度,  $\lambda_2(t) \geq 0$  表示每单位的操作性学习投资额对企业累积知识量的贡献程度.

生产性企业的组织学习实际问题中,某时刻的生产能力、成本、质量水平会受到操作性学习造成的暂时性破坏,但是会从累积知识量和过去的操作性学习经验中获得好处. 因此,用式(3)、(4)、(5)分别刻画  $t$  时的生产能力水平  $q(t)$ 、单位成本  $c(t)$  和废品率  $w(t)$  与组织学习之间的关系. 其中,非负常数  $\alpha$ 、 $\beta$  和  $\gamma$  分别是刻画  $t$  时单位操作性学习投资额引起的生产能力立即损失程度,单位成本立即增加程度和废品率立即增加程度;对  $i = 1, 2, 3, f_i[S(t), p(t)] \geq 0$  分别用来刻画  $t$  时  $p$  单位的操作性学习和  $S$  单位的累积知识量给提高生产能力,降低单位成本和降低废品率带来的长期好处,  $\lambda_i(t - \tau)$  分别表示由于  $\tau$  时实施学习而在  $t$  时实现的生产能力增长的部分、单位成本降低的部分和废品率降低的部分,  $\tau \leq t$ .

## 2 模型的理论分析

按照最优控制理论<sup>[17]</sup>,可以用最大值原理求解上述最优控制问题. 设状态向量  $x = [S, q, c, w]^T$ , 控制向量  $u = [s, p]^T$ , 协态向量  $r = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T$ , 其中协变量  $\lambda_i(t) \geq 0$  表示  $t$  时一个单位累积知识量的非负边际价值,  $\lambda_1(t) \geq 0$ ,  $\lambda_2(t) \geq 0$  和  $\lambda_3(t) \geq 0$  分别表示增加一个单位生产能力的非负边际价值,单位成本增加一个单位的非正边际价值和废品率增加一个单位的非正边际价值. 根据文献<sup>[18]</sup>,前述最优控制问题的汉密尔顿函数为

$$\begin{aligned}
 H = & (S, q, c, w, t) - c_1(s, t) - \\
 & c_2(p, t) + \lambda_1 s + \lambda_2 p - \lambda_1 p + \\
 & \int_t^T \lambda_1(S(t), p(t)) \lambda_1(t - \tau) \lambda_1(\tau) d\tau + \\
 & \lambda_2 p - f_2(S(t), p(t)) \cdot \\
 & \int_t^T \lambda_2(t - \tau) \lambda_2(\tau) d\tau + \\
 & \lambda_3 p - f_3(S(t), p(t))
 \end{aligned}$$

$$\int_t^T \lambda_3(t - \tau) \lambda_3(\tau) d\tau \tag{6}$$

使企业计划生产期内净利润最大的问题就变为使汉密尔顿函数  $H$  取得最大值的问题. 对  $i = 1, 2, 3$ , 令  $x_i(t) = \int_t^T \lambda_i(t - \tau) \lambda_i(\tau) d\tau$  分别表示  $t$  时一个单位操作性学习投资额的滞后好处从  $t$  到  $T$  期间对生产能力、单位成本和废品率带来的累积影响. 根据用最大值原理求解终端时间固定、终端状态自由的控制问题的必要条件<sup>[18]</sup>和式(1)~(6),如果  $(S^*, q^*, c^*, w^*, s^*, p^*)$  使  $H$  达到最大,那么其必须满足前面的状态方程(2)~(5),下面的协态方程式(7)~(10),初始条件、终端条件(11)、(12)以及式(13).

$$\begin{aligned}
 \dot{\lambda}_1^* = & - \frac{\partial H}{\partial S} \Big|_{*} = - \lambda_1^* - \\
 & \frac{\partial f_1(S^*, p^*)}{\partial S} x_1(t) + \\
 & \frac{\partial f_2(S^*, p^*)}{\partial S} x_2(t) + \\
 & \frac{\partial f_3(S^*, p^*)}{\partial S} x_3(t) \tag{7}
 \end{aligned}$$

$$\dot{\lambda}_2^* = - \frac{\partial H}{\partial q} \Big|_{*} = - \lambda_2^* - q \tag{8}$$

$$\dot{\lambda}_3^* = - \frac{\partial H}{\partial c} \Big|_{*} = - \lambda_3^* - c \tag{9}$$

$$\dot{\lambda}_4^* = - \frac{\partial H}{\partial w} \Big|_{*} = - \lambda_4^* - w \tag{10}$$

初始条件

$$S^*(0) = S_0, q^*(0) = q_0$$

$$c^*(0) = c_0, w^*(0) = w_0$$

终端条件

$$\lambda_1^*(T) = \frac{\partial v_1}{\partial S} \Big|_{s^*(T)}, \lambda_2^*(T) = \frac{\partial v_2}{\partial q} \Big|_{q^*(T)} \tag{11}$$

$$\lambda_3^*(T) = \frac{\partial v_3}{\partial c} \Big|_{c^*(T)}, \lambda_4^*(T) = \frac{\partial v_4}{\partial w} \Big|_{w^*(T)} \tag{12}$$

$s$  和  $p$  使  $H$  取得最大值的必要条件

$$\frac{\partial H}{\partial s^*} = 0, \frac{\partial H}{\partial p^*} = 0 \tag{13}$$

为了对模型进行理论分析,需要一些假设条件. 文献<sup>[13]</sup>对生产性企业概念性学习和操作性学习的实际情况以及生产经营实际情况进行了分

析,并提出了一些符合实际的定性化假设.这里,给出这些假设的数学表达.

#### 假设 A

1)  $\partial f_i / \partial p > 0, \partial^2 f_i / \partial p^2 < 0, i = 1, 2, 3$ . 表示操作性学习投资率越大,给生产能力的提高(单位成本、废品率的降低)带来的长期好处越大,但随着操作性学习投资率的瞬时增加,对生产能力(单位成本、废品率)的长期好处的增加率会下降.

2)  $\partial f_i / \partial S > 0, i = 1, 2, 3$ . 表示累积知识量越多,对生产能力(单位成本、废品率)的长期好处越多.

3)  $0 < \dot{x}_i(t) < 1, \int_0^t \dot{x}_i(t) dt = 1, i = 1, 2, 3$ . 表示  $t$  时的学习对提高生产能力(降低单位成本、废品率)是完全有效的.

4) 对于  $t \in [0, T], s(t)$  和  $p(t)$  已知,表示前面各个计划生产期的学习情况是给定的.

5)  $\partial H / \partial S > 0$ , 表示生产利润是累积知识量的非减函数.

6)  $\partial c_1 / \partial s > 0, \partial^2 c_1 / \partial s^2 > 0, \partial c_2 / \partial p > 0, \partial^2 c_2 / \partial p^2 > 0$ , 表示随着学习的增加,学习的成本也会增加,而且增加速率在增大.

7)  $\partial^2 c_1(s, t) / \partial s \partial t < 0$ , 表示概念性学习的边际成本是时间的非减函数.

8)  $d \dot{x}_1(t) / dt > 0$ , 表示概念性学习对累积知识量的边际贡献是时间的非增函数.

#### 假设 B

1)  $\partial H / \partial q > 0, \partial^2 H / \partial q^2 < 0$ , 表示经营利润是生产能力水平的非减函数,但由于边际收益递减规律,随着生产能力水平的提高,利润增加率会降低.

2)  $\partial H / \partial c > 0, \partial^2 H / \partial c^2 < 0$ , 表示经营利润是单位成本的非增函数,但随着单位成本的降低,利润增加率会降低.

3)  $\partial H / \partial w > 0, \partial^2 H / \partial w^2 < 0$ , 表示经营利润是废品率的非增函数,但随着废品率的降低,利润增加率会降低.

4)  $\partial v_2 / \partial q(T) > 0$ , 表示生产能力水平的残值是期末生产能力水平的非减函数.

下面针对给定的  $(S, q, c, w, s, p)$  满足式(7)~(10)和假设A、假设B的情况,讨论概念性学习投资率  $s$  和操作性学习投资率  $p$  关于  $H$  的变化对

企业目标的影响.本文将重点证明一些中间性结论和最终分析性结论.

**引理 1**  $x_1(t) > 0, x_2(t) > 0, x_3(t) > 0$ , 且  $x_1(T) = 0, x_2(T) = 0, x_3(T) = 0$ .

**证明** 由假设A的3)可知  $0 < \dot{x}_i(t) < 1, \int_0^T \dot{x}_i(t) dt = 1$ , 又有  $\dot{x}_1(t) > 0, \dot{x}_2(t) > 0, \dot{x}_3(t) > 0$ , 因此,  $x_1(t) > 0, x_2(t) > 0, x_3(t) > 0$ . 由  $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$  的定义可推出  $x_1(T) = 0, x_2(T) = 0, x_3(T) = 0$ . 证毕.

**引理 2** 如果  $(S, q, c, w, s, p)$  满足式(7), 则  $\dot{H}(t)$  是时间的非增函数, 即  $\dot{H}(t) < 0$ .

**证明** 根据协态方程(7), 有  $\dot{H}(t) = -\partial H / \partial S = -s - (\partial f_1(S, p) / \partial S) x_1(t) + (\partial f_2(S, p) / \partial S) x_2(t) + (\partial f_3(S, p) / \partial S) x_3(t)$

由假设A的2)和5)以及引理1可推出  $\dot{H}(t) < 0$ . 证毕.

**引理 3** 如果  $(S, q, c, w, s, p)$  满足式(8)~(10), 则  $\dot{x}_1(t)$  是时间的非增函数,  $\dot{x}_2(t)$  和  $\dot{x}_3(t)$  是时间的非减函数, 即  $\dot{x}_1 < 0, \dot{x}_2 > 0, \dot{x}_3 > 0$ .

**证明** 根据  $\dot{x}_i$  满足的协态方程(8)~(10)和假设B的1)~(3)可立即得证. 证毕.

企业在概念性学习的实际工作中,希望寻求尽量满意的方案.根据这个实际情况,定量分析不追求数学意义上严格的最优策略.为了便于后面的分析,根据企业的实际需要,给出如下定义.

#### 定义 1

$$\dot{H}(s, t) = \partial H / \partial s = -\partial c_1(s, t) / \partial s + \dot{x}_1(t) \quad (14)$$

1) 如果对于任何  $t \in [0, T], s^*(t)$  使  $\dot{H}(s^*(t), t) = 0$ , 则称  $s^*(t)$  为最优概念性学习投资策略.

2) 如果对于某个  $t \in [0, T], s(t)$  使得  $\dot{H}(s(t), t) > 0$ , 则称在  $t$  时刻进行概念性学习投资对企业有利. 否则, 称在  $t$  时刻进行概念性学习投资对企业不利.

式(14)右边第1项表示  $t$  时概念性学习的边际成本, 第2项表示  $t$  时概念性学习对收入的边际贡献.

**定理 1** 如果  $(S, q, c, w, s, p)$  使式(7) ~ (10) 成立, 并且  $\dot{s}(t) \geq 0 (\forall t \in [0, T])$ . 如果存在  $\bar{t}$  使得  $c_1(s(t), t) = 0$ , 则在  $t \in [0, \bar{t}]$  期间进行概念性学习投资对企业有利, 在  $t \in [\bar{t}, T]$  期间进行概念性学习投资对企业不利.

**证明** 由式(14) 求  $c_1(s(t), t)$  关于  $t$  的导数, 得

$$\frac{d}{dt} c_1(s, t) = - \frac{\partial^2 c_1(s, t)}{\partial s^2} \frac{ds}{dt} - \frac{\partial^2 c_1(s, t)}{\partial s \partial t} + c_1(t) \dot{(t)} + (t) \dot{c}_1(t)$$

由假设 A 的 6) 和  $\dot{s}(t) \geq 0$  知上式右边第 1 项不大于 0, 由假设 A 的 7) 可知,  $\partial^2 c_1(s, t) / \partial s \partial t \geq 0$ ; 由引理 2) 知  $\dot{(t)} \geq 0$ , 又有  $c_1(t) \geq 0, (t) \geq 0$ , 由假设 A 的 8) 知  $\dot{c}_1(t) \geq 0$ . 则  $d c_1(s, t) / dt \geq 0$ . 因此,  $c_1(s, t)$  是时间  $t$  的单调非增函数. 已知  $c_1(s(t), t) = 0$ , 则  $t \leq \bar{t}$  时,  $c_1(s(t), t) \geq 0$ ; 而  $t > \bar{t}$  时,  $c_1(s(t), t) < 0$ . 根据定义 1, 在  $t \in [0, \bar{t}]$  期间一直进行概念性学习投资对企业有利, 而在  $t \in (\bar{t}, T]$  期间进行概念性学习投资对企业不利.

**定理 2** 如果  $(S, q, c, w, s, p)$  使式(7) ~ (10) 成立, 并且  $\dot{s}(t) \geq 0 (\forall t \in [0, T])$ .

1) 若  $\partial c_1(s, T) / \partial s \geq c_1(T) (T)$ , 则在整个产品计划期, 以最大概念性学习投资率  $\bar{s}$  进行概念性学习投资对企业有利.

2) 若  $\partial c_1(s, T) / \partial s > c_1(T) (T), \partial c_1(s, 0) / \partial s < c_1(0) (0)$ , 则存在  $t_0 \in (0, T)$ , 在  $0 < t < t_0$  时, 以增加的速率进行概念性学习投资对企业有利; 在  $t_0 < t < T$  时, 不进行概念性学习投资对企业有利.

3) 若  $\partial c_1(s, 0) / \partial s \geq c_1(0) (0)$ , 则在整个计划期内不进行概念性学习投资对企业有利.

**证明** 1) 由  $\partial c_1(s, T) / \partial s \geq c_1(T) (T)$ , 得  $c_1(s(T), T) \geq 0$ , 由定理 1 可知, 在  $t \in [0, T]$  时,  $\partial H / \partial s(t) \geq 0$ , 故在整个产品计划期内以最大投资率进行概念性学习投资对企业有利.

2) 由已知, 得  $c_1(s(T), T) < 0$  和  $c_1(s(0), 0) > 0$ , 根据定理 1,  $c_1(s, t)$  是时间  $t$  的单调非增函数, 因此, 存在  $t_0 \in (0, T)$  使得  $c_1(s(t_0), t_0) = 0$ , 根

据定理 1, 知结论成立.

3) 根据定义 1, 由定理 1 显然推得. 证毕.

企业在操作性学习的实际工作中, 也希望寻求尽量满意的方案. 因此, 给出如下定义.

**定义 2** 令  $c_2(p, t)$  表示  $H$  关于  $p$  的偏导数, 则

$$c_2(p, t) = - \partial c_2(p, t) / \partial p - c_1(t) + c_2(t) + c_3(t) + c_2(t) (t) + (\partial f_1 / \partial p) x_1(t) - (\partial f_2 / \partial p) x_2(t) - (\partial f_3 / \partial p) x_3(t) \quad (15)$$

1) 如果对于任何  $t \in [0, T], p^*(t)$  使  $c_2(p^*(t), t) = 0$ , 则称  $p^*(t)$  为最优操作性学习投资策略.

2) 如果对于某个  $t \in [0, T], p(t)$  使得  $c_2(p(t), t) \geq 0$ , 则称在  $t$  时刻进行操作性学习投资对企业有利. 否则, 称在  $t$  时刻进行操作性学习投资对企业不利.

式(15) 右边第 1 项表示  $t$  时操作性学习的边际成本, 第 2 至第 4 项分别表示  $t$  时实施操作性学习给生产能力、单位成本和质量带来负面影响造成的边际损失, 第 5 项表示  $t$  时操作性学习以形成累积知识量的形式对收入的边际价值, 第 6 至第 8 项分别表示  $t$  时操作性学习的滞后好处与累积知识量共同作用通过增加生产能力、降低单位成本和提高质量给收入带来的好处.

通过对式(15) 的分析可得出如下结果: 累积知识量  $S(t)$  较多的企业在  $t$  时采取较大的操作性学习投资率  $p(t)$  对企业有利; 具有较高累积知识量水平的企业在计划期内对操作性学习的投资量较大. 表明了企业的知识水平与其操作性学习投资策略之间的联系. 由此可看到累积知识量对于最优操作性学习投资策略的关键作用.

**定理 3** 如果  $(S, q, c, w, s, p)$  使式(7) ~ (10) 成立, 且  $p$  为最优操作性学习投资策略, 若式(16) 右端为正(负), 则  $t$  时最优操作性学习投资率是时间的增(减) 函数.

$$\begin{aligned} p \dot{p} [ \partial^2 c_2 / \partial p^2 - (\partial^2 f_1 / \partial p^2) x_1(t) + (\partial^2 f_2 / \partial p^2) x_2(t) + (\partial^2 f_3 / \partial p^2) x_3(t) ] = \\ - \partial^2 c_2 / \partial p \partial t - \dot{c}_1(t) + \dot{c}_2(t) + \dot{c}_3(t) + \partial [ c_2(t) (t) ] / \partial t + [ \partial f_1 / \partial p ] \dot{x}_1(t) + \\ [ \partial^2 f_1 / \partial p \partial S ] \dot{S}(t) x_1(t) - [ \partial f_2 / \partial p ] \dot{x}_2(t) - [ \partial^2 f_2 / \partial p \partial S ] \dot{S}(t) x_2(t) - \\ [ \partial f_3 / \partial p ] \dot{x}_3(t) - [ \partial^2 f_3 / \partial p \partial S ] \dot{S}(t) x_3(t) \end{aligned} \quad (16)$$

并且,在整个产品计划期内进行操作性学习投资对企业有利。

**证明**  $p$  为最优操作性学习投资策略,由定义 2 可知  $\lambda_2(p, t) = 0$ 。根据式 (15)  $\lambda_2(p(t), t) = 0$  及  $\partial [ \lambda_2(p, t) ] / \partial t = 0$  可推出式 (16)。

由假设 A 的 1) 和 6) 可知  $\partial^2 c_2 / \partial p^2 < 0$ ,  $\partial^2 f_1 / \partial p^2 < 0$ ,  $\partial^2 f_2 / \partial p^2 < 0$ ,  $\partial^2 f_3 / \partial p^2 < 0$ , 由引理 1 可知,  $x_1(t) > 0$ ,  $x_2(t) > 0$ ,  $x_3(t) > 0$ 。因此,可知式 (16) 左端方括号内的值非负。若右端为正(负),则  $\dot{p}(t) > 0$  ( $\dot{p}(t) < 0$ ), 即  $p(t)$  随时间递增(递减)。

由定义 2 可知,在整个产品计划期内进行操作性学习投资对企业有利。证毕。

### 3 理论分析对于解决实际问题的意义

理论分析的中间性结论和最终结论对于解决生产性企业组织学习中的实际问题都具有现实意义。

引理 1 表明,生产性企业任何时刻的操作性学习都会因为隐性知识的学习和创造而为以后积累经验教训,对该时刻以后的企业活动产生滞后好处,这个滞后的好处有助于提高生产能力,降低成本,改进质量。这个引理可以帮助企业相关人员正确认识现实中操作性学习的作用机理。

引理 2 表明,虽然组织学习可以增加企业的累积知识量,但是累积知识量的边际价值随着时间的延续会发生贬值,充分反映了旧知识的快速淘汰。这一点可以让企业有关人员了解到不断组织学习、增加新知识的重要性。

引理 3 表明,虽然组织学习的滞后好处有助于提高生产能力,降低成本,改进质量,但是随着时间的延续,提高生产能力,降低成本,改进质量的边际价值会降低,充分反映了企业和整个市场的动态发展。企业从这个结论可以看到,自己在设法提高生产能力,降低成本,改进质量,其他企业也在设法这样做,如果行动迟缓,就会吃亏落后。

定理 1 表明,如果生产性企业非常注重概念

性学习,投入于概念性学习的资金的增量递增,即投入的人力、财力、物力都呈增加趋势,则存在一个时间界限,此时概念性学习的边际利益为 0。在此时间界限之前进行概念性学习投资对企业是有利的,而在此之后再投入于概念性学习就会对企业不利。

定理 2 表明:1) 如果计划期末概念性学习的边际成本依然小于边际利益,那么,企业在整个计划期内以最大的增长率投入于概念性学习对企业有利;2) 如果计划期末概念性学习的边际成本大于边际利益,而计划期初概念性学习的边际成本小于边际利益,那么,存在一个时间界限,在此之前企业不断增加概念性学习投入对企业有利,在此之后停止概念性学习投入对企业有利;3) 如果计划期初概念性学习的边际成本就大于边际利益,那么,企业在整个计划期内不投入于概念性学习对企业最有利。

定理 1 和定理 2 可以帮助企业根据自身实际状况解决概念性学习资金和时间的合理安排问题。

定理 3 表明,企业在整个计划期内一直投入于操作性学习对企业有利,但是投入的增减取决于操作性学习对企业利益的边际回报的变化。这个结论可以帮助生产性企业认识到:旨在创造新知识的操作性学习对于每个企业都是十分重要的,但是不同的企业应该视自己的具体情况安排适当的操作性学习。

### 4 结 论

本文建立了生产性企业组织学习的最优控制模型,基于一系列假设和定义对模型进行了理论分析,得出了一些关于最优概念性学习投资策略和最优操作性学习投资策略的结论,将这些理论与生产性企业的实际问题联系起来,阐述了它们在企业管理方面的含义。进一步的研究课题是:收集企业组织学习方面的数据,通过个案研究或实证分析检验本文所得出的结论。

## 参 考 文 献:

- [1] Lapre M, Mukherjee A, Wassenhove V. Behind the learning curve: Linking learning activities to waste reduction[J]. *Management Science*, 2000, 46(5): 597—601.
- [2] Ittner C D, Nagar V, Rajan M V. An empirical examination of dynamic quality-based learning models[J]. *Management Science*, 2001, 47(4): 563—578.
- [3] 陈国权, 李赞斌. 学习型组织中的“学习主体”类型与案例研究[J]. *管理科学学报*, 2002, 5(4): 51—60.  
Chen Guoquan, Li Zanbin. Studies on “learning entity” in learning organization: Types and case studies[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2002, 5(4): 51—60. (in Chinese)
- [4] 杜 荣, 杨天宇. 基于质量的动态组织学习模型的实证研究[J]. *中国管理科学*, 2002, 10(专辑): 97—100.  
Du Rong, Yang Tianyu. An empirical study of dynamic quality-based organizational learning models[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2002, 10(special issue): 97—100. (in Chinese)
- [5] 陈国权. 学习型组织的过程模型、本质特征和设计原则[J]. *中国管理科学*, 2002, 10(4): 86—94.  
Chen Guoquan. Studies on the process model, design principles and nature of learning organization[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2002, 10(4): 86—94. (in Chinese)
- [6] Chand S, Moskowitz H, Novak A. Capacity allocation for dynamic process change with quality and demand considerations[J]. *Operations Research*, 1996, 44(8): 964—975.
- [7] Li G, Rajagopalan S. Process improvement, quality, and learning effects[J]. *Management Science*, 1998, 44(11): 1517—1532.
- [8] Carrillo J E, Gaimon C. Improving manufacturing performance through process change and knowledge creation[J]. *Management Science*, 2000, 46(2): 265—288.
- [9] 陈国权. 组织与环境的关系及组织学习[J]. *管理科学学报*, 2001, 4(5): 39—49.  
Chen Guoquan. Relationship between organization and its environment and organizational learning[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2001, 4(5): 39—49. (in Chinese)
- [10] 万伦来, 达庆利. 虚拟企业: 一种学习型联盟的组织[J]. *管理科学学报*, 2002, 5(6): 71—76.  
Wan Lunlai, Da Qingli. Virtual enterprises: Organizations of learning alliances[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2002, 5(6): 71—76. (in Chinese)
- [11] 王众托. 信息化与管理变革[J]. *管理科学学报*, 2000, 3(2): 1—8.  
Wang Zhongtuo. Information technology and management transformation[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2000, 3(2): 1—8. (in Chinese)
- [12] 陈国权, 马 萌. 组织学习评价方法和学习工具的研究及在 30 家民营企业的应用[J]. *管理工程学报*, 2002, 16(1): 25—29.  
Chen Guoquan, Ma Meng. Studies on the assessment system and tool of organizational learning[J]. *Journal of Industrial Engineering and Engineering Management*, 2002, 16(1): 25—29. (in Chinese)
- [13] 杜 荣, 胡奇英, 万威武. 生产性企业的概念性学习和操作性学习研究[J]. *中国管理科学*, 2003, 11(5): 80—84.  
Du Rong, Hu Qiying, Wan Weiwu. Study of conceptual learning and operative learning in manufacturing firms[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2003, 11(5): 80—84. (in Chinese)
- [14] 杜 荣, 胡奇英, 魏轶华. 两方竞争情况下产品动态定价研究[J]. *管理工程学报*, 2003, 17(1): 20—24.  
Du Rong, Hu Qiying, Wei Yihua. A study on dynamic optimal pricing for two competitive products[J]. *Journal of Industrial Engineering and Engineering Management*, 2003, 17(1): 20—24. (in Chinese)
- [15] Du Rong, Hu Qiying. A dynamic optimal advertising model for new products[J]. *Journal of Systems Science and Complexity*, 2003, 16(1): 85—94.
- [16] 万伦来, 达庆利. 企业柔性的本质及其构建策略[J]. *管理科学学报*, 2003, 6(2): 89—94.

Wan Lunlai , Da Qingli. Nature of flexibility about enterprises and the strategy for constructiong the flexibility of enterprises[J]. Journal of Management Sciences in China , 2003 , 6(2) : 89 —94. (in Chinese)

[17]刘兴良. 最优控制及应用[M]. 北京：科学出版社，1990. 28—59.

Liu Xingliang. Optimal Control and its Application[M]. Beijing: Science Press , 1990. 28—59. (in Chinese)

[18]Hartl R F , Sethi S P. Optimal control of a class of systems with continuous lags : Dynamic programming approach and economic interpretations[J]. J. Optim. Theory Appl. , 1984 , 43(1) : 73 —88.

## Optimal control model and theoretical analysis for organizational learning in manufacturing firms

*DU Rong*<sup>1</sup> , *HU Qi-ying*<sup>2</sup> , *MENG Zhi-qing*<sup>3</sup>

1. School of Economics and Management , Xidian University , Xi'an 710071 , China ;

2. College of Business and Management , Shanghai University , Shanghai 201800 , China ;

3. College of Business and Administration , Zhejiang University of Technology , Hangzhou 310032 , China

**Abstract :** This paper attempted to apply the optimal control theory to dynamic optimal solutions of organizational learning in manufacturing firms. We built an optimal control model for organizational learning , taking investing rates for conceptual learning and operative learning as decision variables , cumulative knowledge level , productivity , production cost per unit , and defective product ratio as state variables , and total profit in the planning horizon as index function. The distinct feature of the presented model is that it can normatively characterize the dynamic impacts of conceptual and operational learning on level of cumulative knowledge , productivity , production cost per unit , and product quality , and even the aggregate impact on profit. Proceeding from the natures of practical learning and operating activities in manufacturing firms , we proposed some quantitatively described assumptions and definitions. On the basis of them we used the Maximum Value principle to analyze the model. We obtained some results about the properties of dynamic optimal investing policies for conceptual and operational learning. Finally , we related these results to the practical problems and gave the managerial implications.

**Key words :** optimal control ; manufacturing firms ; organizational learning ; conceptual learning ; operational learning