随机违约强度下的信用风险期限结构研究①

梁世栋, 郭 ⿰, 方兆本
(中国科学技术大学统计与金融系, 合肥 230026)

摘要: 构造了信用风险期限结构的框架性模型,属于强度模型流派. 并讨论了两因子模型的例子,给出了可违约债券的价格解析表示式,最后分析了信用风险衍生产品的定价问题.

关键词: 信用风险; 期限结构; 定价; 强度模型
中图分类号: F830.91 文献标识码: A 文章编号: 1007 - 9807(2005)04 - 0074 - 06

0 引 言

信用风险定价模型主要研究信用风险的期限结构,并在此基础上讨论信用风险及其衍生物的定价. 信用风险定价模型可以分成两类:1) 结构模型(structural model),或者称为公司价值模型(firm value model). 2) 强度模型(intensity model),或者称为简约模型(reduced form model).

结构模型的研究开始于 Merton[1] 的工作, Merton 的主要思想是:一个可违约债券②可以等效成一个无风险债券减掉一个标的为该可违约债券发行人市值的欧式看跌期权. 在 Merton 其后的模型拓展,大致可以分成两个方向:一个方向继承了期权定价的思想,称为期权理论模型(option theoretic models)[2~7]. 另一个方向是假定公司资产随机游走,一旦到达某一阈值,即被认为违约发生,这实际上是随机过程的首过时问题,所以称为首过时模型(first passage time models)[8~12]. 但是无论如何改进,公司资产市值③符合几何布朗运动的假定一直是结构模型最大的缺陷.

强度模型一般直接假定违约强度,虽然与违约强度有关的模型最早可以追溯到 1974 年的文献[13],不过一般认为强度模型的工作开始于 Jarrow 和 Turnbull 模型[14,15]. Jarrow 和 Turnbull 文中的违约强度假定为常数,而且违约过程与利率无关,这给后面的工作留下了很大空间[16~19].

本文构造的模型属于强度模型流派. 在违约强度为随机过程,违约强度与利率相关,以及无风险债券市值回收的条件下,构造了信用风险期限结构的框架性模型,并讨论了两因子模型,给出了可违约债券的价格解析表示式,最后分析了信用风险衍生产品的定价问题.

1 信用风险期限结构模型

假定 1 状态变量(state variables) $\vec{X}(t) = (x_1(t), x_2(t), \cdots, x_n(t))^{T}$ 满足具有强 Markov 性质的随机过程,形式表示如下:

$$\mathrm{d}\vec{X} = \vec{A}(\vec{X}, t)\,\mathrm{d}t + B(\vec{X}, t)\,\mathrm{d}\vec{Z}$$

其中: $\vec{A}(\vec{X}, t) = (a_1(\vec{X}, t), a_2(\vec{X}, t), \cdots, a_n(\vec{X}, t))^{T}$;

---

① 收稿日期: 2002 - 12 - 19; 修订日期: 2005 - 06 - 26.
作者简介: 梁世栋(1977 —),男,江苏启东人,博士.
② 由于本文讨论主题是信用风险,可违约债券是指至少具有违约风险的债券(default-able bond),而无风险债券仅仅是指无违约风险的债券(Default-free bond),但是有可能会包含利率等其他形式的风险.
③ 习惯上,公司的市值就是指公司股票在证券市场的市值,但是这里的公司资产的市值是指在市场上公开出售公司资产的价值,注意区别.

$$B(\vec{X},t)=\begin{pmatrix} b_{11}(\vec{X},t) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_{22}(\vec{X},t) & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & b_{nn}(\vec{X},t) \end{pmatrix}$$

$\mathrm{d}\vec{Z}=(\mathrm{d}z_1,\mathrm{d}z_2,\cdots,\mathrm{d}z_n)^{\mathrm{T}}$,是 n 维维纳过程.

如此,滤过(filtered)概率空间拓展为$(\Omega, F_{T^*}, \{F_t\}_{t=0}^{T^*}, P)$,其中 σ 域流(filtration) $F_t = F_t^X \vee G_t$, F_t^X 是状态变量 $\vec{X}(t)$ 产生的 σ 域流, G_t 是违约过程产生的 σ 域流, P 为真实概率测度. 假定基于概率空间$(\Omega, F_{T^*}^X, \{F_t^X\}_{t=0}^{T^*}, P^X)$的市场是一个无套利市场,等价鞅测度存在,设为 Q.

假定 2 无风险即时利率 $r(t)$ 是状态变量的函数, $r(t)=r(\vec{X},t)$

设在时刻 0 存入 1 元,并支付连续复利 $r(t)$ 的货币市场账户(money market account)在 t 时刻的价值为 $B(t)$,则 $B(t)=\mathrm{e}^{\int_0^t r(s)\mathrm{d}s}$.

设在到期时刻 T 支付 1 元的无风险债券在时刻 t 的价格为 $P(t,T)$,则

$$P(t,T)=B(t)E_t^Q\left[\frac{1}{B(T)}\right]=E_t^Q[\mathrm{e}^{-\int_t^T r(s)\mathrm{d}s}]$$

设在到期时刻 $T(t\le T\le T^*)$ 支付 1 元的可违约债券在时刻 t 的价格表示为 $V(t,T)$.

假定 3 无风险债券的市值回收,回收率(recovery rate)为常数 δ,即一旦违约在 τ 时刻发生,则债权人得到 $\delta P(\tau,T)$.

回收率的确定是一个很复杂的问题. 即使对于同一个公司的债券,其债务优先级别的不同也会带来很大的差异,如表 1 所示. 而在实际操作中,债务的优先级别常常被违反;甚至大股东的谈判能力、管理层持股比例都对其有很大的影响[20,21]. 假定回收率为常数,在实际使用中,根据其信用等级和债务优先级别,可以信用评级机构(如穆迪)提供的平均回收率作为其估计值.

表 1 投机级别的平均回收率(1982—2001)

Table 1 Average speculative-grade recovery rates (1982—2001)

优先级与安全性	1982—2000/ %	2001/ %
优先偿还担保银行贷款	67.06	54.68
设备信托	64.65	NA
优先偿还担保债务	52.09	58.00
优先偿还无担保债务	43.82	36.20
优先偿还从属债务	34.59	19.90
从属债务	31.88	16.45
后偿从属债务	22.48	NA

来源[22]:Moody's Report: Default and recovery rates of corporate bond issuers, a statistical review of Moody's Ratings performance 1970—2001

假定 4 若在时刻 τ 违约发生,债权人会将其回收的 $\delta P(\tau,T)$ 立即重投资到无风险债券 $P(\tau,T)$.

如果 t 时刻之前已经发生违约(也即 $\tau\le t$),则可违约债券退化成无风险债券 $P(t,T)$,这已和信用风险不再发生联系. 既然这样,假定违约时刻 $\tau>t$.

由假定出发,在时刻 τ 违约发生,债权人得到 $\delta P(\tau,T)$,然后重投资到 $P(\tau,T)$,则到时刻 T 时,得到 $\delta P(\tau,T)/P(\tau,T)=\delta$,也就是说无论违约在时刻 T 之前的何时发生,都可以认为是在时刻 T 得到 δ. 容易得到在条件 $\tau>t$ 下

$$V(t,T)=B(t)E_t^Q\left(\frac{\delta 1_{\{\tau\le T\}}+1_{\{\tau>T\}}}{B(T)}\right) \quad (1)$$

假定 3 和假定 4 主要是关于回收过程的,比 Duffie 和 Singleton 模型的相关假定合理[18]. Duffie 和 Singleton 模型假定违约发生时,债权人得到的回收值与可违约债券的市值成正比. 信用评级公司的平均回收率数据是相对于可违约债券的面值进行统计的,虽然他们在文中试图说明按照可违约债券的市值回收和按照面值回收对定价的影响

差别不大，但是他们也不得不承认：两者确实是存在差别的，特别是在信用风险比较显著的时候（例如垃圾债券），差别是非常明显的.

假定 5 违约过程为 Cox 过程，并且风险中性情况下的违约强度 $\lambda(t)$ 为状态变量的函数 $\lambda(t)=\lambda(\vec{X},t)$.

违约的可能性会带来两种风险：信用违约风险（credit default risk）和信用利差风险（credit spread risk）. 前者指因为合约方违约给对方造成直接损失的风险，后者指合约方违约概率的变化带来的风险，主要存在于盯市操作（mark-to-market）的投资组合中. 可以看出，要考虑信用利差风险，模型的违约强度必须随机化. 这也正是 Jarrow 和 Turnbull 的主要缺点所在[14]. Jarrow, Lando 和 Turnbull 的 Markov Chain 模型考虑了信用利差风险，不过 Markov Chain 的状态是有限的，而且他们还假定信用风险与利率无关[16].

式(1)并不容易直接求解，考虑一种特殊情况，即回收率 $\delta=0$，记 $H(t,T)=\{V(t,T)\mid\delta=0\}$，由 Cox 过程的性质，知

$$E^Q\left(1_{\{\tau>T\}}\mid F_T^X\vee G_t\right)=1_{\{\tau>1\}}\exp\left(-\int_t^T\lambda(s)\,\mathrm{d}s\right)$$

那么

$$\begin{aligned}H(t,T)&=E^Q\left[\exp\left(-\int_t^T r(s)\,\mathrm{d}s\right)1_{\{\tau>T\}}\mid F_t\right]=\\&E^Q\left[\exp\left(-\int_t^T r(s)\,\mathrm{d}s\right)E_t^Q\left(1_{\{\tau>T\}}\mid F_T^X\vee G_t\right)\mid F_t\right]=\\&1_{\{\tau>t\}}E^Q\left[\exp\left(-\int_t^T[r(s)+\lambda(s)]\,\mathrm{d}s\right)\mid F_t\right]=\\&1_{\{\tau>t\}}E^Q\left[\exp\left(-\int_t^T[r(s)+\lambda(s)]\,\mathrm{d}s\right)\mid F_t^X\right]\end{aligned}$$

上式中最后一步的 σ 域替代参见 Lando[23]. 由于原先假定违约时刻 $\tau>t$，所以

$$H(t,T)=E^Q\left[\exp\left(-\int_t^T[r(s)+\lambda(s)]\,\mathrm{d}s\right)\mid F_t^X\right]\tag{2}$$

从式(2)中看到，$H(t,T)$ 现金流的折现因子为 $\exp\left(-\int_t^T[r(s)+\lambda(s)]\,\mathrm{d}s\right)$，即短期利率加上违约风险的补偿. 由状态变量 $\left(t,x_1(t),x_2(t),\cdots,x_n(t)\right)$ 的强 Markov 性质，$H(t,T)$ 是 $\left(t,x_1(t),x_2(t),\cdots,x_n(t)\right)$ 的可测函数，根据 Feynman-Kac 公式，$H(t,T)$ 实际上是下列偏微分方程的解

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\sum_{i=1}^n\left[a_i(\vec{X},t)-\phi_i(\vec{X},t)\,b_{ii}(\vec{X},t)\right]\frac{\partial H}{\partial x_i}+\sum_{i=1}^n\frac{b_{ii}^2(\vec{X},t)}{2}\frac{\partial^2 H}{\partial x_i^2}=(r+\lambda)H\tag{3}$$

其中：初始值为 $H(T,T)=1$，$\vec{\Phi}(\vec{X},t)=\left(\phi_1(\vec{X},t),\phi_2(\vec{X},t),\cdots,\phi_n(\vec{X},t)\right)$ 为状态变量的风险市场价格（market price of risk）.

由式(1)，可以得到

$$V(t,T)=B(t)\,E_t^Q\left[\frac{\delta(1-1_{\{\tau>T\}})+1_{\{\tau>T\}}}{B(T)}\right]=\delta P(t,T)+(1-\delta)H(t,T)$$

即如果解决偏微分方程(3)，就可以得到可违约债券的价格表达式.

2 信用风险期限结构的两因子模型

两因子模型实际上是上述框架性模型具体化的一个例子.

假定 6 对于某个可违约债券而言，存在两个状态变量，$\vec{X}(t)=\left(x_1(t),x_2(t)\right)^{\mathrm{T}}$，满足随机过程

$$\begin{cases}\mathrm{d}x_1=(a-bx_1)\,\mathrm{d}t+c\sqrt{x_1}\,\mathrm{d}Z_1\\\mathrm{d}x_2=(d-fx_2)\,\mathrm{d}t+g\sqrt{x_2}\,\mathrm{d}Z_2\end{cases}$$

其中，风险市场价格（market price of risk）分别为 $(\phi_1\sqrt{x_1},\phi_2\sqrt{x_2})$.

假定 7 无风险即时利率 $r(t)$ 是状态变量的函数，$r(t)=\alpha x_1(t)$；风险中性违约强度 $\lambda(t)$ 状态变量的函数，$\lambda(t)=\beta x_1(t)+\gamma x_2(t)$.

$$\begin{cases}\mathrm{d}r=(a\alpha-br)\,\mathrm{d}t+c\sqrt{\alpha r}\,\mathrm{d}Z_1\\\mathrm{d}\lambda=\left(a\beta+\mathrm{d}\gamma-\frac{(b-f)\beta}{\alpha}r-f\lambda\right)\mathrm{d}t+\\\qquad c\beta\sqrt{\frac{r}{\alpha}}\,\mathrm{d}Z_1+g\gamma\sqrt{\frac{\alpha\lambda-\beta\gamma}{\alpha\gamma}}\,\mathrm{d}Z_2\end{cases}$$

由此，关于状态变量，也可以理解为 $x_1(t)$ 表征共同经济风险因子，$x_2(t)$ 表征与可违约债券有关的个别风险因子. 可以看出利率过程 $r(t)$ 实际上就是 CIR 利率模型[24~26]，根据 CIR 模型的结论，无风险债券的价格

$$P(t,T)=A(t,T)\,\mathrm{e}^{-B(t,T)\,r}$$

其中

$$A(t,T)=\left[\frac{2\phi e^{(\phi+ab+\phi_1 c)(T-t)/2}}{(\phi+ab+\phi_1 c)(e^{\phi(T-t)}-1)+2\phi}\right]^{2a/c^2}$$

$$B(t,T)=\frac{2(e^{\phi(T-t)}-1)}{(\phi+ab+\phi_1 c)(e^{\phi(T-t)}-1)+2\phi}$$

$$\phi=\sqrt{(ab+\phi_1 c)^2+2c^2\alpha}$$

而回收率为零的可违约债券 $H(t,T)$ 则满足偏微分方程

$$\frac{\partial H}{\partial t}+[a-(b+\phi_1 c)x_1]\frac{\partial H}{\partial x_1}+[d-(f+\phi_2 g)x_2]\cdot\frac{\partial H}{\partial x_2}+\frac{c^2x_1}{2}\frac{\partial^2 H}{\partial x_1^2}+\frac{g^2x_2}{2}\frac{\partial^2 H}{\partial x_2^2}=[(\alpha+\beta)x_1+\gamma x_2]H \qquad (4)$$

其中:初始值为 $H(T,T)=1$.

偏微分方程可以通过分离变量的方法得到解析解:

令 $H(t,T)=e^{E(t,T)+F(t,T)x_1+G(t,T)x_2}$,初始值 $E(T,T)=F(T,T)=G(T,T)=0$,代入偏微分方程(4),整理可以得到

$$H:\ \frac{\partial E}{\partial t}+aF+dG=0 \qquad (5)$$

$$Hx_1:\ \frac{\partial F}{\partial t}-(b+\phi_1 c)F+\frac{c^2}{2}F^2=\alpha+\beta \qquad (6)$$

$$Hx_2:\ \frac{\partial G}{\partial t}-(f+\phi_2 g)G+\frac{g^2}{2}G^2=\gamma \qquad (7)$$

求解式(5),(6),(7),容易得到

$$H(t,T)=e^{E(t,T)+C(t,T)r+D(t,T)\lambda}$$

其中

$$C(t,T)=\frac{F(t,T)}{\alpha}-\frac{G(t,T)\beta}{\alpha\gamma}$$

$$D(t,T)=\frac{G(t,T)}{\gamma}$$

$$F(t,T)=\frac{2(\alpha+\beta)[e^{-\varepsilon(T-t)}-1]}{(\varepsilon-b-\phi_1 c)[e^{-\varepsilon(T-t)}-1]+2\varepsilon}$$

$$\varepsilon=\sqrt{(b+\phi_1 c)^2+2c^2(\alpha+\beta)}$$

$$G(t,T)=\frac{2\gamma[e^{-\eta(T-t)}-1]}{(\eta-f-\phi_2 g)[e^{-\eta(T-t)}-1]+2\eta}$$

$$\eta=\sqrt{(f+\phi_2 g)^2+2g^2\gamma}$$

$$E(t,T)=\ln\left(\frac{2\varepsilon}{(\varepsilon-b-\phi_1 c)[e^{-\varepsilon(T-t)}-1]+2\varepsilon}\right)^{\frac{2a}{c^2}}\cdot\left(\frac{2\eta}{(\eta-f-\phi_2 g)[e^{-\eta(T-t)}-1]+2\eta}\right)^{\frac{2d}{g^2}}-\left[\frac{2a(\alpha+\beta)}{\varepsilon+b+\phi_1 c}+\frac{2d\gamma}{\eta-f-\phi_2 g}\right](T-t)$$

则可违约债券的价格为

$$V(t,T)=\delta A(t,T)e^{-B(t,T)r}+(1-\delta)e^{E(t,T)+C(t,T)r+D(t,T)\lambda}$$

从价格的解析表达式可以看到:回收率 δ 把可违约债券的价格一分为二,一份是不管是否违约都可以得到的部分债权资产,实际上就是违约发生时的资产回收部分,用无风险债券价格 $P(t,T)$ 贴现;另一份是没有违约的情况下才可以得到的部分债权资产,用 δ 为零的可违约债券价格 $H(t,T)$ 贴现.而在后者,δ 为零的可违约债券价格 $H(t,T)$,可以表示为 $H(t,T)=e^{E(t,T)}e^{C(t,T)r}\cdot e^{D(t,T)\lambda}$,即利率和违约强度得到很好的分离.而且 $P(t,T)$ 和 $H(t,T)$ 的形式也比较单纯,表达式中的 $A(t,T)$、$B(t,T)$、$C(t,T)$、$D(t,T)$、$E(t,T)$ 均只与时间有关,由各参数决定,而与利率和违约强度无关.

3　信用风险衍生产品定价

期限结构模型有助于更好地理解信用风险,而更重要的作用在于对信用衍生产品的定价.目前市场上常见的信用衍生产品有违约看涨(看跌)期权、违约期权、违约掉期、信用利差期权、信用利差掉期、资产掉期、首次违约合约等.限于篇幅,本文只讨论标准型的违约期权(default options).假定该违约期权标的为可违约债券 $V(t,T)$,合约的购买方在期初支付费用 $O(t,T)$.当标的资产在时刻 $\tau<T$ 发生违约,标的资产以市值回收 $\delta P(\tau,T)$,违约期权的合约销售方向合约购买方支付标的资产的未回收资产的市值 $(1-\delta)P(\tau,T)$,即违约期权的损益可以表示为 $[P(\tau,T)-\delta P(\tau,T)]1_{\{\tau\le T\}}$.

根据前文模型对可违约债券的分析,违约期权价格可以表达为

$$O(t,T)=B(t)E_t^Q\cdot\left\{\frac{[P(\tau,T)-\delta P(\tau,T)]1_{\{\tau\le T\}}}{B(\tau)}\right\}=(1-\delta)[P(t,T)-H(t,T)]$$

结论非常简单,也很容易验证其正确性.考虑一个组合:同时购买一份可违约债券和一份以该可违约债券为标的资产的违约期权,该组合应该等效于购买了一份无风险债券.而

$$O(t,T)+V(t,T)=(1-\delta)[P(t,T)-H(t,T)]+\delta P(t,T)+(1-\delta)H(t,T)=P(t,T)$$

显然,计算的结论与直观的结论一致.

4 结束语

本文在违约强度为随机过程,违约强度与利率相关,以及无风险债券市值回收的条件下,构造了信用风险期限结构的框架性模型,并讨论了两因子模型的例子,给出了可违约债券的价格解析表示式,最后分析了信用风险衍生产品的定价.在模型的实际应用中,通过可违约债券和无风险债券的期限结构估计出模型的各参数,然后可以给各种信用风险衍生产品定价;或者通过信用风险衍生产品的价格来估计模型的各参数,从而给可违约债券或者别的信用风险衍生产品定价.

参 考 文 献:

[1]Merton R C. On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates[J]. Journal of Finance, 1974, 29: 449—470.

[2]Geske R. The valuation of compound options[J]. Journal of Financial Economics, 1977, 7: 63—81.

[3]Gerke R, Johnson H E. The valuation of corporate liabilities as compound options: A correction[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1984, 19(2): 231—232.

[4]Chance D M. Default risk and the duration of zero coupon bonds[J]. Journal of Finance, 1990, 45(1): 265—274.

[5]Shimko D C, Tejima N, Deventer D R V. The pricing of risky debt when interest rates are stochastic[J]. Journal of Fixed Income, 1993, 3(2): 58—65.

[6]Wang D F. Pricing defaultable debt: Some exact results[J]. International Journal of Theory Application in Finance, 1999, 2: 95—99.

[7]Szatzschneider W. CIR Model in Financial Markets[R]. Working Paper, Anahuac University, 2000.

[8]Black F, Cox J C. Valuing corporate securities: Some effects of bonds indenture provisions[J]. Journal of Finance, 1976, 31: 351—367.

[9]Kim J, Ramaswamy K, Sundaresan S. Does default risk in coupons affect the valuation of corporate bonds: A contingent claim model, Financial Management, 1993, 22(3): 117—131.

[10]Nielsen L T, Saa-Requejo J, Santa-Clara P. Default Risk and Interest-rate Risk: The Term Structure of Default Spreads[R]. Discussion Paper, INSEAD, 1993.

[11]Longstaff F A, Schwartz E S. A simple approach to valuing risky fixed and floating rate debt[J]. Journal of Finance, 1995, 50: 789—819.

[12]Briys E, Varenne F. Valuing risky fixed rate debt: An extension[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1997, 32(2): 239—248.

[13]Pye G. Gauging the default premium[J]. Financial Analysts Journal, 1974, 30(1): 49—52.

[14]Jarrow R A, Turnbull S M. Pricing derivatives on financial securities subject to credit risk[J]. Journal of Finance, 1995, 50(1): 53—85.

[15]Bielecki T R, Rutkowski M. Credit Risk: Modeling, Valuation and Hedging[M]. Berlin: Springer, 2002.

[16]Jarrow R A, Lando D, Turnbull S M. A markov model for the term structure of credit risk spreads[J]. The Review of Financial Studies, 1997, 10(2): 481—523.

[17]Madan D B, Unal H. Pricing the risks of default[J]. Review of Derivatives Research, 1998, 2: 121—160.

[18]Duffie D, Singleton KJ. Modeling term structures of default-able bonds[J]. The Review of Financial Studies, 1999, 12(4): 687—720.

[19]Madan D B, Unal H. A two-factor hazard rate model for pricing risky debt and the structure of credit spreads[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 2000, 35(1): 43—65.

[20]Weiss L A. Bankruptcy resolution: Direct costs and violations of priority of claims[J]. Journal of Financial Economics, 1990, 27: 285—314.

[21]Schwartz A. Bankruptcy workouts and debt contracts[J]. Journal of Law and Economics, 1993, 36: 595—632.

[22]Moody Default and recovery rates of corporate bond issuers: A statistical review of Moody's Ratings performance 1970—2001. [ED/OL] http://www.moodys.com/, 2002.

[23]Lando D. On Cox processes and credit-risky securities[J]. Review of Derivatives Research, 1998, 2: 99—120.

[24]Vasicek O. An equilibrium characterization of the term structure[J]. Journal of Financial Economics, 1977, 5(2): 177—188.

[25]Cox J C, Ingersoll J E, Ross S A. An intertemporal general equilibrium model of asset prices[J]. Econometrica, 1985, 53: 363—384.

[26]Cox J C, Ingersoll J E, Ross S A. A theory of the term structure of interest rates[J]. Econometrica, 1985, 53: 385—407.

Study of credit risk term structure with stochastic default intensity

LIANG Shi-dong, GUO Bing, FANG Zhao-ben

Department of Stat. & Finance, University of Science & Technology of China, Hefei 230026, China

Abstract: The credit risk pricing model constructed in this paper belongs to the Intensity Model Category. We constructed the frame model for term structure model of credit risk, discussed the example of two-factors models and got the closed-form solution to the price of default-able bonds. Finally, we analyzed the pricing problem of credit risk derivatives.

Key words: credit risk; term structure; pricing; intensity model

(上接第 73 页)

Comprehensive variance reduction techniques of Monte Carlo simulation methods for pricing options

MA Jun-hai, ZHANG Wei, LIU Feng-qin

1. Post-Doctor Work Station of Computer Science and Technology, Northeastern University, Shenyang 110004, China;

2. Tianjin University of Finance and Economics, Tianjin 300222, China;

3. Zhejiang University of Finance and Economics, Hangzhou 310012, China

Abstract: In this paper, combining the stronger ability to deal with some special financial derivative securities given by importance sampling technique and the characters of simple and flexible of mulit-control variable technique and optimum stratified sampling technique, we will put forward some more effective comprehensive variance reduction techniques on Monte Carlo simulation method for pricing financial derivative securities by introducing control variable technique and optimum stratified sampling technique into the analysis framework of importance sampling technique. At last, we make some practical analysis by using an arithmetic Asian option.

Key words: options; Monte Carlo simulation; variance reduction technique; importance sampling technique; optimum stratified sampling technique