第9卷第3期
2006年6月

管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA

Vol.9 No.3
Jun. 2006

考虑期权合同供应链的零售商订货研究[①]

陈 旭
(电子科技大学管理学院，成都 610054)

摘要：文章讨论了面向随机需求的两个独立的零售商.由于生产提前期长而销售期短，零售商通过期权合同从供应商订货.在销售期初，零售商可根据市场需求通过与另外一个零售商进行期权交易来调整自己的库存.讨论了期权交易对零售商最优订货和最大利润的影响，得到考虑期权合同的零售商的最优订货存在唯一的纳什均衡解，零售商的最优订货是期权交易价格的增函数.有期权交易的零售商的最大期望利润高于不进行期权交易的零售商的最大期望利润.当零售商面临相同的市场结构时，存在唯一的最优期权交易价格，并且有期权交易的零售商的最优订货高于没有期权交易的零售商的最优订货.当零售商面临相同的正态需求分布时，零售商的最优订货和最大期望利润是需求相关系数的减函数.

关键词：期权合同；期权交易；纳什均衡；期权交易价格；风险管理；供应链管理

中图分类号：F274　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1007-9807(2006)03-0017-07

0 引 言

随着科技的进步，市场竞争日益激烈和国际化，产品周期缩短，顾客对时间敏感，外包采用广泛.为应对这些挑战，供应链越来越成为市场竞争的主体和多种风险(如：零售商承担的源于需求随机、价格波动和技术复杂等的风险，供应商承担的源于供应不确定和产品质量等的风险)分担的有效载体.复杂多变环境下的供应链运作依赖于供应链这一复杂网络中不同成员的协调，供应链的风险管理变得日益困难.另一方面，供应链的风险对企业的运作和利润影响显著，如：市场需求的随机性导致零售商丧失机会收益或库存过剩等.

供应链风险的管理，主要可采用运作管理和金融学两个方面的措施.从运作管理的角度，企业可以通过采取改变供应链的纵向集成程度、生产战略、采购策略和库存策略等降低风险[1,2].从金融学的角度，企业可以通过借助保险、修改供应条款和通过期权、期货和证券等金融衍生工具来降低风险.随着金融衍生工具在金融服务业等领域的成功应用[3]，最近人们力图将期权作为一种风险管理的有效工具应用于与供应链管理相关的产业，相关的成功应用包括 IBM 的打印机事业部[4]，Sun 微系统公司[5]和惠普公司[6]等.

供应链风险管理的有关研究主要从运作管理的角度展开[7]，从运用金融衍生工具的角度对供应链风险管理进行研究的文章还不多见.Barnes-Schuster 等人[8]运用报童模型讨论了期权的两阶段供应合同，得到了供应链协调的成本参数的充分条件.Van Delft 和 Vial[9]对 Barnes-Schuster 等人讨论的问题建立了随机规划模型，并对不同的合同参数进行了数值分析，讨论了价格动态和市场需求确定的柔性和风险分担的合同.Cheng 等人[10]讨论了考虑期权的供应链合同，考虑的是单周期、单种产品、一个供应商和一个零售商的情况.Stefan 等人[11]分析了渠道分派的期权合同，得到了零售商的最优预定数量和供应商的最优定价，以在供应商和零售商之间进行风险的分担.上

① 收稿日期：2004-08-30；修订日期：2005-12-22.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(70302014；70472044).
作者简介：陈 旭(1973—)，男，山东平度人，博士，教授，博士生导师.

述研究从不同的角度对期权进行了讨论，但是对期权交易及其对供应链的影响则没有考虑.本文考虑两个独立的零售商，由于生产周期长和销售周期短，他们通过期权合同获得产品.零售商可以在需求信息知道后和需求满足前调整期权的数量，例：实际需求小于期望需求的零售商可以将多余的期权卖给实际需求大于期望需求的零售商，这样两个零售商都可以通过风险分担而获得额外的利润.

期权交易可以使风险在零售商间分担.我们感兴趣的是：两个独立零售商间的期权交易如何影响每个零售商的最优订货和最大利润？如果一个零售商订的期权多，那么另外一个零售商在缺货时就容易通过交易获得期权.另一方面，如果一个零售商订的期权少，那么当期权剩余时处理剩余期权的压力就小.在这种情况下，零售商最优期权订购数量的选择也是我们感兴趣的，文章还将对在有期权交易情况下零售商的买卖产品期权的决策进行讨论分析.

本文采用博弈理论作为一种分析工具.考虑到供应链中两个或多个参与者(如：供应商和零售商，不同的供应商，不同的零售商等)具有相互冲突的目标，博弈理论日益受到重视并越来越成为一种处理供应链中交互优化问题的基本工具[12,13].

1 问题描述与假定

考虑一个两阶段的供应链，包括一个生产一类短周期产品的供应商和两个从供应商订货并销售给最终消费者的独立零售商.这两个零售商，标记为 $i,j=1,2,i\neq j$，位于不同的市场区域并独立地决定销售期内的产品订购量.假定相对于销售期限而言生产提前期长，所以零售商基于销售预测在销售期前通过期权合同进行产品订货.由于生产提前期长，因而一旦销售开始零售商就将没有机会通过新的订货进行库存的补充.零售商可以在销售期开始时、最终用户需求满足前通过与另一个零售商进行期权的交易来调节自己的库存.

销售期前，零售商通过执行从供应商购买的期权获得产品.零售商 i 从供应商订购的期权数量为 Q_i，期权的单位订购成本为 c.期权赋予零售商在需求知道后花费成本 w(期权执行价格)获得产品的权利，当然不是必须执行.假定单位产品的零售价为 p.当零售商 i 进行期权订购时，面临的市场为随机变量 D_i，其概率密度函数为 $f_{D_i}(x)$，累计概率分布函数为 $F_{D_i}(x)$.定义 $x^+=\max\{x,0\}$.

假定 $p>c+w$，这是保证零售商获利的基本条件.进一步假定供应链的供需双方是理性的和风险偏好中性，即追求期望利润最大.

2 不考虑期权交易的供应链的零售商订货

期权为零售商提供了一种从供应商获得产品的可变机制.首先讨论基本模型，即不考虑零售商之间的期权交易，这为后面的进一步研究定义了一个有意义的基准.

每个零售商 i 的决策变量是 Q_i，零售商 i 获得的利润 $\pi_{ri}(Q_i)$ 为

$$\pi_{ri}(Q_i)=p\min(D_i,Q_i)-cQ_i-w\min(D_i,Q_i) \tag{1}$$

等式右边的第 1 项表示零售商的总收入，它反映了零售商的销售受到总需求和总供给的限制；第 2 项表示购买期权的成本；最后一项表示执行需要的期权的成本.

零售商 i 的期望利润 $E\pi_{ri}(Q_i)$ 是 Q_i 的函数，即

$$E\pi_{ri}(Q_i)=(p-w-c)Q_i-(p-w)\int_0^{Q_i}F_{D_i}(x)\mathrm{d}x \tag{2}$$

命题1 目标函数(2)是 Q_i 的凹(Concave)函数.同时，零售商 i 的最优订货 Q_i^* 为

$$Q_i^*=F_{D_i}^{-1}\left(\frac{p-w-c}{p-w}\right)$$

证明 运用莱布尼兹准则求导，得到零售商的期望利润 $E\pi_{ri}(Q_i)$ 关于 Q_i 的导数为

$$\frac{\mathrm{d}E\pi_{ri}(Q_i)}{\mathrm{d}Q_i}=p-w-c-(p-w)F_{D_i}(Q_i)$$

对上式等号右边求关于 Q_i 的二阶导数，得到 $\dfrac{\mathrm{d}^2E\pi_{ri}(Q_i)}{\mathrm{d}Q_i^2}=-(p-w)f_{D_i}(Q_i)<0$，所以零售商的期望利润函数是凹的并有唯一的最大值.令零售商的期望利润 $E\pi_{ri}(Q_i)$ 关于 Q_i 的导数等于零，

得到零售商最优订货 Q_i^* 的充要条件为

$$F_{D_i}(Q_i) = \Pr(D_i \leqslant Q_i) = \frac{p-w-c}{p-w} \quad (3)$$

即 $Q_i^* = F_{D_i}^{-1}\left(\frac{p-w-c}{p-w}\right)$.　　证毕.

令 $c_u = p - w - c$ 和 $c_o = c$，那么式(3)可表示为 $F_{D_i}(Q_i) = \frac{c_u}{c_u + c_o}$，即为典型的报童模型形式，其中 c_u 表示单位产品的缺货成本，c_o 表示剩余单位产品的成本.

命题2　1) 零售商的最优订货 Q_i^* 是(c,w)的减函数；

2) 零售商的最大期望利润 $E\pi_{ri}(Q_i^*)$ 也是(c,w)的减函数.

证明　1) 令 $x = \frac{p-w-c}{p-w}$，从命题1，Q_i^* 可被表示为 $Q_i^* = F_{D_i}^{-1}(x)$，Q_i^* 是x的增函数. 由于 $x = \frac{p-w-c}{p-w} = 1 - \frac{c}{p-w}$，即 x 是(c,w)的减函数，所以零售商最优订货 Q_i^* 是(c,w)的减函数.

2) 从式(2)可知，$E\pi_{ri}(Q_i^*)$ 通过 Q_i^* 直接包含 w. 运用莱布尼兹准则求导，得到零售商最大期望利润关于 w 的偏导数 $\frac{\partial E\pi_{ri}(Q_i^*)}{\partial w} = -Q_i^* + \int_0^{Q_i^*} F_{D_i}(x)\mathrm{d}x$，由于 $F_{D_i}(x) \leqslant 1$，所以$\frac{\partial E\pi_{ri}(Q_i^*)}{\partial w} \leqslant 0$，即 $E\pi_{ri}(Q_i^*)$ 是 w 的减函数. 类似地，得到零售商最大期望利润关于 c 的偏导数 $\frac{\partial E\pi_{ri}(Q_i^*)}{\partial c} = -Q_i^* \leqslant 0$，所以 $E\pi_{ri}(Q_i^*)$ 也是 c 的减函数. 证毕.

3　考虑期权交易供应链的零售商订货

现在考虑零售商可以在销售期开始时、最终用户需求满足前通过与另一个零售商进行期权的交易的情况. 如果零售商的订货超过实际需求，他就可以出售多余的期权给另外一个零售商；而如果另外一个零售商的实际需求超过他的订货，他就会对购买期权感兴趣.

设从零售商 i 卖给零售商 j 的期权数量为 t_{ij}，单位期权的交易价格为 b. 显然 b 应该满足 $0 < b < p - w$，以使交易双方的零售商都有利可图.

自然而然的问题就是：期权交易如何影响零售商的决策(如：订购数量)和相应的期望利润？下面讨论期权交易的影响. 首先讨论期权交易价格为外生变量的情况，然后讨论期权交易价格变化的影响.

3.1　零售商订货

t_{ij} 取决于零售商 j 的多余需求数量 $(D_j - Q_j)^+$ 和零售商 i 的多余期权数量 $(Q_i - D_i)^+$，即

$$t_{ij} = \min[(D_j - Q_j)^+, (Q_i - D_i)^+] = \begin{cases} Q_i - D_i & Q_i + Q_j - D_j \leqslant D_i \leqslant Q_i \\ D_j - Q_j & Q_j \leqslant D_j \leqslant Q_i + Q_j - D_i \end{cases}$$

类似地，可以相应地获得 t_{ji}.

对于给定的零售商 j 的订货量 Q_j 和期权交易价格 b，零售商 i 的利润 $\pi_{ri}^t(Q_i, Q_j)$ 为

$$\pi_{ri}^t(Q_i, Q_j) = p[\min(D_i, Q_i) + t_{ji}] + bt_{ij} - bt_{ji} - cQ_i - w\min(D_i, Q_i) - wt_{ji}$$

等式右边的前两项分别为通过零售和期权交易获得的收入. 后四项分别为从另一个零售商购买期权、从供应商购买期权、执行从供应商购买的期权、执行从另一个零售商购买期权的成本. 通过与式(1)的比较得到 $\pi_{ri}^t(Q_i, Q_j) = \pi_{ri}(Q_i) + (p - w - b)t_{ji} + bt_{ij}$，零售商的期望利润为

$$E\pi_{ri}^t(Q_i, Q_j) = E\pi_{ri}(Q_i) + (p - w - b) \times E(t_{ji}) + bE(t_{ij}) \quad (4)$$

运用莱布尼兹准则求导，得到零售商的期望利润 $E\pi_{ri}^t(Q_i, Q_j)$ 关于 Q_i 的偏导数

$$\frac{\partial E\pi_{ri}^t(Q_i, Q_j)}{\partial Q_i} = p - w - c - (p - w) \times \Pr(D_i \leqslant Q_i) + b\Pr(Q_i + Q_j - D_j \leqslant D_i \leqslant Q_i) - (p - w - b) \times \Pr(Q_i \leqslant D_i \leqslant Q_i + Q_j - D_j) \quad (5)$$

为简化上述表达式，对于给定的(Q_i, Q_j)，定义下列关于概率函数的事件，如表1所示.

表1　事件及其概率函数

Table 1 Events and their probability function

事件	描述	概率	期权交易数量
E_i^1	$D_i \leqslant Q_i$	$F_i(Q_i)$	$t_{ji} = 0$
E_i^2	$Q_i + Q_j - D_j \leqslant D_i \leqslant Q_i$	$G_i(Q_i, Q_j)$	$t_{ji} = 0, t_{ij} = Q_i - D_i$
E_i^3	$Q_i \leqslant D_i \leqslant Q_i + Q_j - D_j$	$H_i(Q_i, Q_j)$	$t_{ji} = D_i - Q_i, t_{ij} = 0$

E_i^1 表示零售商 i 直接订购的期权剩余的事

件. E_i^2 表示的事件是零售商 i 有剩余期权,但是剩余期权少于零售商 j 不足的期权. E_i^3 表示的事件是零售商 i 直接订购的期权不够,但是不够的期权数量少于零售商 j 剩余的期权. 上述事件如图1所示.

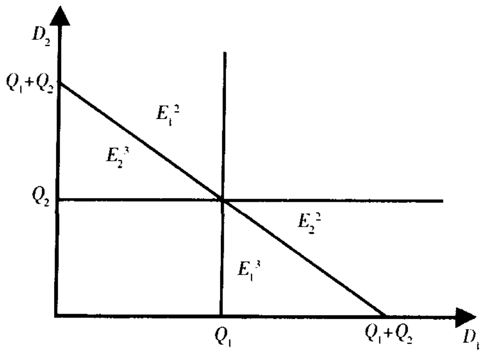

图1 事件 E^2 和 E^3 的图示

Fig.1 Events E^2 and E^3

令

$$g_i^1 = \int_0^{Q_i} f_{D_j}(Q_i + Q_j - D_i) f_{D_i}(D_i) \mathrm{d}D_i$$

$$g_i^2 = \int_{Q_i+Q_j-D_i}^{+\infty} f_{D_j}(D_j) f_{D_i}(Q_i) \mathrm{d}D_j$$

$$h_i^1 = \int_{Q_i}^{+\infty} f_{D_j}(Q_i + Q_j - D_i) f_{D_i}(D_i) \mathrm{d}D_i$$

$$h_i^2 = \int_0^{Q_i+Q_j-D_i} f_{D_j}(D_j) f_{D_i}(Q_i) \mathrm{d}D_j$$

从式(5)得到

$$\frac{\partial^2 E\pi_{ri}^t(Q_i, Q_j)}{\partial Q_i^2} = -(p-w) f_{D_i}(Q_i) - b(g_i^1 - g_i^2) - (p-w-b)(h_i^1 - h_i^2)$$
$$= -(p-w-b)g_i^2 - bh_i^2 - bg_i^1 - (p-w-b)h_i^1 < 0 \qquad (6)$$

因而,零售商的期望利润函数是凹的并有唯一最优的订购量和最大值. 最优订购量 Q_i^t 可以通过令零售商的期望函数 $E\pi_{ri}^t(Q_i, Q_j)$ 关于 Q_i 的导数等于零求得

$$F_i(Q_i^t) - G_i(Q_i^t, Q_j^t)\frac{b}{p-w} + H_i(Q_i^t, Q_j^t)\frac{p-w-b}{p-w} = \frac{p-w-c}{p-w} \qquad (7)$$

比较式(3)和式(7),后者是通过对不考虑期权交易情况进行调整得到的. 上式等号左边的第2项表示由于期权可能由零售商 i 卖给零售商 j 而使 Q_i 增加;上式等号左边的第3项表示由于期权可能由零售商 j 卖给零售商 i 而使 Q_i 减少.

命题3 零售商最优订货的纳什均衡(Q_1^t, Q_2^t)存在并且唯一.

证明 要证明零售商最优订货的纳什均衡(Q_1^t, Q_2^t)存在并且唯一,只需要证明零售商订货的反应函数是单调的,并且其斜率的绝对值小于1[7]. 由于函数 $F_i(Q_i)$, $G_i(Q_i, Q_j)$ 和 $H_i(Q_i, Q_j)$ 连续且关于 Q_i 和 Q_j 可微, 从式(5)得到 $\frac{\partial^2 E\pi_{ri}^t(Q_i, Q_j)}{\partial Q_i \partial Q_j} = -bg_i^1 - (p-w-b)h_i^1$,结合式(6),得到

$$\frac{\partial Q_i^*(Q_j)}{\partial Q_j} = -\frac{\dfrac{\partial^2 E\pi_{ri}^t(Q_i, Q_j)}{\partial Q_i \partial Q_j}}{\dfrac{\partial^2 E\pi_{ri}^t(Q_i, Q_j)}{\partial Q_i^2}} = -\frac{bg_i^1 + (p-w-b)h_i^1}{(p-w-b)g_i^2 + bh_i^2 + bg_i^1 + (p-w-b)h_i^1} < 0$$

根据给定的参数约束,易知零售商订货的反应函数的斜率的绝对值小于1. 证毕.

命题4 考虑期权交易的零售商的最大期望利润高于不考虑期权交易的零售商的最大期望利润.

证明 令 $x = E\pi_{ri}^t(Q_i^t, Q_j^t) - E\pi_{ri}(Q_i^*)$,从式(4)得到 $x = (p-w-b)E(t_{ji}) + bE(t_{ij}) > 0$,所以考虑期权交易的零售商的最大期望利润高于不考虑期权交易的零售商的最大期望利润. 证毕.

3.2 期权交易价格

确定期权价格的一个一般方法是通过零售商之间的谈判,零售商的谈判力量决定了期权价格在区间$(0, p-w)$的位置. 我们讨论的模型适合于任何的通过谈判确定期权交易价格的情况,并且不依赖于谈判的过程.

下面讨论零售商面临相同市场结构的情况,即 $Q_i^t = Q_j^t$ 和 $E\pi_{ri}^t(Q_i^t, Q_j^t) = E\pi_{rj}^t(Q_i^t, Q_j^t)$. 这种情况是不对称市场的一个特例,是进一步进行不对称市场研究的基础,并且零售商面临市场类似的情况在实际企业运作中也是常见的. 基于上述假定,我们首先考虑期权交易价格对零售商最优订

货的影响.

命题5　考虑期权交易的零售商的最优期权订货 Q_i^t 是期权交易价格 b 增函数.

证明　该命题可从式(7)直接得到.　证毕.

现在考虑最优期权交易价格，即是否存在一个期权交易价格使两个零售商的期望利润都达到最大?

如果两个零售商属于一个企业，那么两个零售商总的期望利润 $\Pi_r^I(Q_i, Q_j)$ 为

$$\Pi_r^I(Q_i, Q_j) = E\pi_{ri}(Q_i) + E\pi_{rj}(Q_j) + (p-w)E(t_{ji}) + (p-w)E(t_{ij}) \tag{8}$$

运用莱布尼兹准则求导，得到两个零售商总的期望利润 $\Pi_r^I(Q_i, Q_j)$ 关于 Q_i 的偏导数

$$\frac{\partial E\pi_r^I(Q_i, Q_j)}{\partial Q_i} = p - w - c - (p-w) \times \Pr(D_i \leqslant Q_i) - (p-w)\Pr(Q_i \leqslant D_i \leqslant Q_i + Q_j - D_j) + (p-w) \times \Pr(Q_i + Q_j - D_j \leqslant D_i \leqslant Q_i)$$

令上式等于零，得到

$$F_i(Q_i^t) - G_i(Q_i^t, Q_j^t) + H_i(Q_i^t, Q_j^t) = \frac{p-w-c}{p-w} \tag{9}$$

命题6　当零售商面临相同的市场结构时，存在唯一的最优期权交易价格 b^* 使两个零售商的期望利润最大，且 b^* 为

$$b^* = \frac{(p-w)G_i(Q_i^t, Q_j^t)}{G_i(Q_i^t, Q_j^t) + H_i(Q_i^t, Q_j^t)}$$

证明　当零售商面临相同的市场结构时，零售商分别决策得到的最优订货量应该等于两个零售商属于一个企业时得到的最优订货量. 因而最优期权交易价格应该使零售商分别决策和同属一个企业决策得到的最优订货量相同，即式(7)和式(9)的等式左边相等. 从式(7)和式(9)得到

$$F_i(Q_i^t) - G_i(Q_i^t, Q_j^t)\frac{b}{p-w} + H_i(Q_i^t, Q_j^t)\frac{p-w-b}{p-w} = F_i(Q_i^t) - G_i(Q_i^t, Q_j^t) + H_i(Q_i^t, Q_j^t)$$

化简得 $b^* = \dfrac{(p-w)G_i(Q_i^t, Q_j^t)}{G_i(Q_i^t, Q_j^t) + H_i(Q_i^t, Q_j^t)}$. 从命题5，得到使两个零售商的总利润最大的最优期权交易价格是唯一的.　证毕.

命题7　当零售商面临相同的市场结构时，考虑期权交易的零售商的订货量(Q_i^t)高于不考虑期权交易的零售商的订货量(Q_i^*).

证明　当零售商面临相同的市场结构时，$Q_i^t = Q_j^t$ 且

$$F_i(Q_i^t) - G_i(Q_i^t, Q_j^t) + H_i(Q_i^t, Q_j^t) = \frac{p-w-c}{p-w}$$

即 $F_i(Q_i^t) - G_i(Q_i^t, Q_j^t) + H_i(Q_i^t, Q_j^t) = F(Q_i^*)$，由于

$$G_i(Q_i^t, Q_j^t) = H_i(Q_i^t, Q_j^t) + \Pr(0 \leqslant D_i \leqslant Q_i, Q_i + Q_j \leqslant D_j)$$

所以 $F_i(Q_i^t) > F(Q_i^*)$，即 $Q_i^t = Q_j^t > Q_i^*$.

证毕.

4　相同的正态需求分布

现在讨论零售商面临相同的市场结构，并且市场需求满足正态分布的情况. 由于数学处理的便利性和现实性，正态分布常常被用来进行讨论，特别是关心需求之间的相关性的时候.

假定零售商 i 面临的市场需求为正态分布 $N(\mu_i, \sigma_i^2)$，并且 $\mathrm{Cov}(D_i, D_j) = \sigma_i\sigma_j\rho_{ij}$，$\rho_{ij}$ 为需求 D_i 和 D_j 的相关系数. 由于零售商面临相同的市场结构，那么他们面临的需求服从相同的正态分布，即 $\sigma_i = \sigma_j = \sigma_0, \mu_i = \mu_j = \mu_0$. 令 $D = D_i + D_j$，那么零售商面临的总的市场需求仍然服从正态分布，均值 $\mu = \mu_i + \mu_j = 2\mu_0$，方差 $\sigma = \sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_j^2 + 2\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j} = \sigma_0\sqrt{2(1+\rho_{ij})}$，其概率密度函数和累积分布函数分别为 ϕ 和 Φ.

对于不考虑期权交易的零售商的最优期权订货，令 $z^* = \Phi^{-1}\left(\dfrac{p-w-c}{p-w}\right)$，那么 $Q_i^* = \mu_i + \sigma_i z^*$，$\Phi(z^*) = \dfrac{p-w-c}{p-w}$. 对于考虑期权交易的零售商的最优订货可表示为 $Q_i^t = \mu_i + \sigma_i z^t$，其中 z^t 为最优分位数.

基于上述假定，得到 $Q_i^t = Q_j^t, b = b^*$，零售商的最优订货量满足

$$F_i(Q_i^t) - G_i(Q_i^t, Q_j^t) + H_i(Q_i^t, Q_j^t) = \frac{p-w-c}{p-w} \tag{10}$$

每个零售商和他们总的期望利润均达到最大，即

$$E\pi_{ri}^{t}(Q_i^t,Q_j^t)=E\pi_{ri}(Q_i^t)+(p-w)\times\frac{H_i(Q_i,Q_j)}{G_i(Q_i,Q_j)+H_i(Q_i,Q_j)}E(t_{ji})+(p-w)\frac{G_i(Q_i,Q_j)}{G_i(Q_i,Q_j)+H_i(Q_i,Q_j)}E(t_{ij})\tag{11}$$

从式(10)得到 $F_i(Q_i+Q_j-D_j)=\Pr(D_i+D_j\leqslant Q_i^t+Q_j^t)=\frac{p-w-c}{p-w}$,即 $\Phi\left(\frac{Q_i^t+Q_j^t-\mu_i-\mu_j}{\sigma}\right)=\frac{p-w-c}{p-w}$,因此 $\Phi(Kz^t)=\Phi(z^*)$,$z^t=\frac{z^*}{K}$,其中 $K=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+\rho_{ij}}}$.

从命题7得到 $Q_i^t>Q_i^*$,即 $z^t>z^*$.由于 $z^t=\frac{z^*}{K}$ 和 $K\geqslant 1$,因此

$$0>z^t>z^*\tag{12}$$

命题8 零售商的最优订货满足关系 $Q_i^*\leqslant Q_i^t<\mu_i$,期权价格 c 满足关系 $p-w>c>\frac{p-w}{2}$.

证明 因为 $Q_i^*=\mu_i+\sigma_i z^*$ 和 $Q_i^t=\mu_i+\sigma_i z^t$,所以从式(12)可以直接得到 $Q_i^*\leqslant Q_i^t<\mu_i$.

从式(12)有 $0>z^t>z^*$,即 $\Phi(z^*)=\frac{p-w-c}{p-w}<\frac{1}{2}$,所以 $p-w>c>\frac{p-w}{2}$.

证毕.

命题8表明考虑零售商间的期权交易,供应和需求将更好地匹配.因此,最优的零售商订货将增大并更趋近均值.同时,零售商为达到最大期望利润,他们的期权价格将增高.

下面,讨论需求的相关性对零售商最优期权订货的影响.

命题9 考虑期权交易的零售商的最优订货 Q_i^t 是需求相关系数 ρ_{ij} 的比例为 σ_i 的减函数.

证明 从式(12)得到 $0>z^t>z^*$.因为 $z^t=\frac{z^*}{K}$,因而 z^t 是 K 的增函数.由于 $K=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+\rho_{ij}}}$ 是 ρ_{ij} 的减函数且 $K\geqslant 1$,因此 z^t 是 ρ_{ij} 的减函数.因为 $Q_i^t=\mu_i+\sigma_i z^t$ 是 z^t 的比例为 σ_i 的增函数,所以 Q_i^t 是需求相关系数 ρ_{ij} 的比例为 σ_i 的减函数. 证毕.

命题9表明随着 ρ_{ij} 的增大,零售商面临的随机需求 D_i 和 D_j 的相关性增大,因此期权交易在降低需求风险方面的作用减小,零售商的期权订购量将进一步偏离需求的均值.特别地,如果 $\rho_{ij}=1$,那么 $K=1$,考虑期权交易的零售商的订货量将等于不考虑期权交易时的零售商的订货量.

现在,考虑需求的相关性对零售商最大期望利润的影响.

命题10 零售商的最大期望利润 $E\pi_{ri}^t(Q_i^t,Q_j^t)$ 是相关系数 ρ_{ij} 的减函数.

证明 由于 $\frac{\partial E\pi_{ri}^t(Q_i^t,Q_j^t)}{\partial Q_i^t}=0$,所以

$$\begin{aligned}\frac{\partial E\pi_{ri}^t(Q_i^t,Q_j^t)}{\partial\rho_{ij}}&=\frac{\partial E\pi_{ri}^t(Q_i^t,Q_j^t)}{\partial Q_i^t}\frac{\partial Q_i^t}{\partial\rho_{ij}}+\frac{\partial E\pi_{ri}^t(Q_i^t,Q_j^t)}{\partial\rho_{ij}}\\&=\frac{\partial E\pi_{ri}^t(Q_i^t,Q_j^t)}{\partial\rho_{ij}}\\&=(p-w)\frac{\partial E(t_{ij})}{\partial\rho_{ij}}<0\end{aligned}$$

即零售商的最大期望利润 $E\pi_{ri}^t(Q_i^t,Q_j^t)$ 是相关系数 ρ_{ij} 的减函数. 证毕.

命题10表明随着需求的相关性增加,期权交易的影响减小,零售商将不能更好地匹配供应和需求,因此,零售商的期望机会成本增加,期望利润也就相应地降低.

5 结 论

论文通过对考虑期权合同供应链的零售商订货的研究,得到考虑期权合同的零售商的最优订货存在唯一的纳什均衡解,零售商的最优订货是期权交易价格的增函数.有期权交易的零售商的最大期望利润高于不进行期权交易的零售商的最大期望利润.当零售商面临相同的市场结构时,存在唯一的最优期权交易价格,并且有期权交易的零售商的最优订货高于没有期权交易的零售商的最优订货.当零售商面临相同的正态需求分布时,零售商的最优订货和最大期望利润是需求相关系数的减函数.

论文讨论的是面向随机需求的两个独立的零售商,进一步的研究可以考虑面向随机需求的多个零售商的情况.本文在讨论最优期权交易价格和需求相关系数的影响时考虑的是零售商面临相同市场结构的情况,进一步的研究可以考虑市场不对称的情况.

参考文献：

[1]陈　旭．面向随机需求的可替代易逝品的订货策略[J]．系统工程理论方法应用，2004，13(4)：12—17.
Chen Xu. Retailer's ordering policy for substitutable and perishable commodities with stochastic demand[J]. System Engineering—Theory Methodology Applications, 2004, 13(4): 12—17. (in Chinese)

[2]刘丽文．供应链管理思想及其理论和方法的发展过程[J]．管理科学学报，2003，6(2)：81—88.
Liu Li-wen. Survey on evolution of SCM theory and method[J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(2): 81—88. (in Chinese)

[3]Crouhy M, Galai D, Mark R. Risk Management[M]. Singapore: McGraw-Hill Companies, Inc., 2001. 1—56.

[4]Bassok Y, Simivasan R, Bixby A, *et al*. Design of component supply chain contracts with commitment revision flexibility[J]. IBM Journal of Research and Development, 1997, 41(6): 693—704、

[5]Farlow D, Schmidt G, Tsay A. Supplier Management at Sun Microsystems[R]. Case Study, Graduate School of Business, Stanford University, Stanford, 1995.

[6]Tsay A, Lovejoy W S. Quantity flexibility contracts and supply chain performance[J]. Manufacturing and Service Operations Management, 1999, 1(2): 89—111.

[7]Tayur S, Ganeshan R, Magazine M. Quantitative Models for Supply Chain Management[M]. London: Kluwer Academic Publishers, 1999. 299—336.

[8]Barnes-Schuster D, Bassok Y, Anupindi R. Coordination and flexibility in supply contracts with options[J]. Manufacturing and Service Operations Management, 2002, 4 (3): 171—207.

[9]van Delft C, Vial J. Quantitative Analysis of Multi-periodic Supply Chain Contracts[R]. Working Paper, HEC, Paris, 2001.

[10]Cheng F, Ettl M, Lin G Y, *et al*. Flexible Supply Contracts via Options[R]. IBM T. J. Watson Research Center Working Paper. 2003.

[11]Stefan S, Huchzermeier A, Klemdorfer P. Risk hedging via options contracts for physical delivery[J]. OR Spectrum, 2003, 25: 1—17.

[12]David S, Wu S D, Shen Z M. Handbook of Quantitative Supply Chain Analysis: Modeling in the E-Business Era[M]. New York: Kluwer Academic Publishers, 2004. 10—55.

[13]Chatterjee K, Samuelson W F. Game Theory and Business Applications[M]. New York: Kluwer Academic Publishers, 2001. 352—368.

[14]Fudenberg D, Tirole J. Game Theory[M]. London: MIT Press, 1991. 20—30.

Retailer's procurement decisions for supply chain with options contracts

CHEN Xu
School of Management, University of Electronic Science & Technology of China, Chengdu 610054, China

Abstract: We consider two independent retailers facing stochastic demand. Because of long lead-time and short selling season, retailers obtain goods from a supplier via option contracts. At the beginning of the selling season, retailers can adjust their positions by trading options with one another according to market demand. We focus on deriving how the possibility of such option trading between two independent retailers affects each retailer's optimal order and optimal profit. We show that there exists a unique Nash equilibrium, and retailers' optimal orders with option trading are all increasing in option's trading price. The retailer's optimal profit with option trading is higher than without option trading. When the retailers face identical market structure, there exists a unique optimal option trading price and the retailer's optimal order with option trading is higher than without option trading. When retailers face identical Normal demand distribution, retailers' optimal option order and optimal expected profit are deceasing in the demand correlation coefficient.

Key words: option contract; option trading; Nash equilibrium; options trading price; risk management; supply chain management