

短生命周期产品的三种库存模型比较

徐贤浩, 余双琪

(华中科技大学管理学院, 武汉 430074)

摘要: 讨论短生命周期产品库存模型, 考虑无形变质因素, 并假定无形变质率与需求率成反比关系. 在线性需求和常数生产率条件下, 假设, 若需求率为 1, 则视作产品的市场生命周期结束. 并且, 在产品生命周期的前期不存在缺货的情况下, 给出了短生命周期产品分别在理想状态、允许缺货以及价格折扣导致需求率变化等 3 种状态下的库存模型. 最后在相同参数条件下对这 3 种模型进行比较, 找出了单位时间内平均总成本最小的最优库存模型, 厂商可以根据自身的情况选择合适的库存策略.

关键词: 短生命周期产品; 库存模型; 无形变质; 价格折扣

中图分类号: F270

文献标识码: A

文章编号: 1007-9807(2007)04-0009-07

0 引言

自 1915 年经典的 EOQ 库存模型^[1]建立以来, 人们对库存模型已进行了深入研究. 文献[2]首先研究了临时价格折扣问题, 并提出了 OTOS (one time only sale) 模型, 文献[3]讨论了供应方订货量没有限制条件下的临时价格折扣的存贮模型. 文献[4]首先研究了具有常数变质率和常数需求情况下的 EOQ 库存问题, 文献[5]在文献[4]的基础上将变质率作为了变量, 文献[6]则进一步发展提出了允许缺货的模型. 文献[7]和文献[8]都研究了变质产品的需求随时间按比例变化的库存模型, 文献[9, 10]研究了变质产品的需求随时间按比例变化的补货安排, 文献[11]分析了有固定成本和需求的产品的动态库存模型, 文献[12, 13]则研究了变质产品在一定量的折扣、定价和部分延迟交货的基础上的库存模型. 在这些文献中提到的变质, 一般指的是物品在存贮过程中会发生质量或数量上的变化, 发生变质的部分库存不能再使用, 必须处理或者抛弃, 比如挥发性物品的挥发、放射性物品的衰变、食品水果的衰变、物品

的磨损等. 而且, 还可以发现另一种变质现象, 也就是存贮中物品的数量不会发生变化, 但是价值随着时间的消逝会逐渐减少, 比如家用电器、电脑、电子器件等. 对比这两种变质现象, 将前者称为物理性变质, 后者则称为无形变质(或价值性变质).

所谓产品生命周期, 是指产品从进入市场开始, 直到最终退出市场为止所经历的市场生命循环过程. 随着市场经济的日益完善、竞争力加剧以及科技进步速度的加快, 产品的市场生命周期越来越短. 对短生命周期产品相关问题的研究也越来越受到学者的重视, 如, 文献[14]研究了短生命周期产品如何建立快速有效的供应链管理, 文献[15]研究了只有一个销售商和制造商构成只有一个短生命周期产品的两层供应链系统, 文献[16]研究了需求信息更新条件下的易逝品的批量订货策略, 文献[17]研究了一类短生命周期产品的销售渠道协调问题, 文献[18]在文献[17]的基础上针对存在信息更新的一类短生命周期产品单周期两阶段的销售实践设计了一种由价格差异的联合契约来实现供应链系统的协调. 然而, 以上文献中

收稿日期: 2005-09-12; 修订日期: 2006-12-02.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70472059).

作者简介: 徐贤浩(1964—), 男, 湖北武汉人, 博士, 副教授. Email: xxhao@mail.hust.edu.cn

并没有提到产品无形变质率问题,也没有对其特点做出研究,因此提出一种新的方法来反映无形变质现象,即通过产品的需求率来反映产品的价值变化.当产品需求大的时候,产品的价值高;当产品的需求小的时候,产品的价值低.也就是说,产品的无形变质率与产品的需求率成反比的关系.

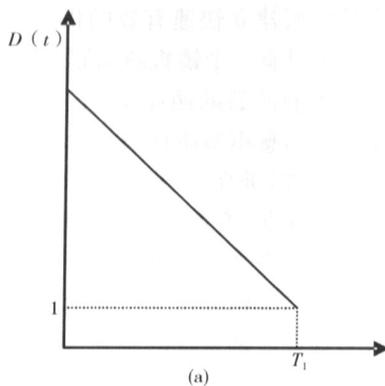
本文将无形变质现象作为主要考虑因素,而不考虑物理性变质现象.大家知道,厂商生产的产品在其整个生命周期结束的时候都能够全部销售出去是一种理想状况,但是在现实中,这种情况很难实现,于是厂商应采取相应的策略处理他们的产品.厂商可以选择放弃一部分的销售机会,允许缺货;当然,厂商也可以提前一段时间通过价格折扣刺激需求,全部销售他的产品.本文就是基于这种考虑,假定商品的生产率是常数,需求为线性变化,而变质率与需求成反比,建立了3种库存模型,并且通过对这3种模型进行比较,找出各自总成本费用最小的情况,然后比较单位时间内平均总成本费用,从而得到最优库存决策模型.

1 库存模型的建立与求解

1.1 模型的假设条件

模型遵守下面的假设:

- 1) 库存没有空间、时间和资金的限制;
- 2) 交易发生后立刻支付;
- 3) 提前期为零;
- 4) 产品的需求为线性分布,即 $D(t) = a - bt$,其中 $a > 1, b > 1$;



- 5) 产品的无形变质率与需求率成反比关系,即 $= \frac{1}{D(t)}$,其中 为常数;
- 6) 在时刻 $t = 0$,产品的库存为零;
- 7) 在产品停产以前不存在缺货,即 $p > a, p > a_1$;
- 8) 在需求率为 1 时,视为产品的市场生命周期结束.

1.2 符号说明:

- $I(t)$ ——产品在时刻 t 的库存;
- p ——产品的生产率;
- c ——单位产品的生产成本;
- C_s ——生产准备费用(或者订购费用);
- h ——单位时间单位产品的库存保管费用;
- m ——单位时间单位产品的变质费用;
- l ——由于失去销售机会而产生的单位产品的缺货损失费用;
- k ——单位产品的报废费用或者转化利用费用;
- t_1 ——产品停产时候;
- 产品的最大需求;
- b ——产品单位时间的需求率.

1.3 模型的建立

1.3.1 模型 1 在产品生命周期内不存在缺货
在此条件下,产品的生命周期可由需求率求得,即根据假设 7) 得, $D(t) = a - bt = 1$ 时,产品的生命周期结束,故产品的生命周期 $T_1 = \frac{a-1}{b}$. 此时,库存系统的总成本费用包括生产准备费用(订购费用)、产品的成本费用和库存保管费.产品的需求率和库存情况可由图 1 表示.

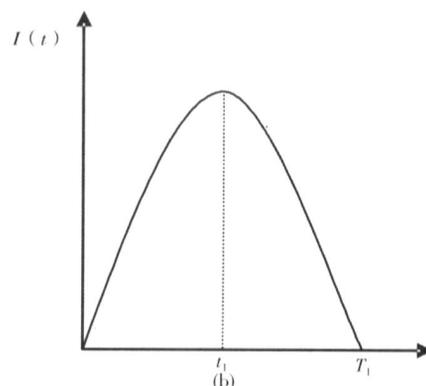


图 1 产品的需求率和库存水平曲线

Fig. 1 The curves of demand rate and inventory level in model 1

在图 1 中,图 a 表示产品的需求随时间线性变化;图 b 表示产品的库存在停止生产前递增,当产品停止生产之后递减,直到产品生命周期结束时为零.

当 $0 < t < t_1$ 时,

$$\frac{dI}{dt} = p - D(t) \Rightarrow I(t) = (p -)t + \frac{1}{2}bt^2$$

当 $t_1 < t < T_1$ 时,

$$\frac{dI}{dt} = -D(t) \Rightarrow I(t) = \frac{1}{2}bt^2 - t +$$

根据边界条件,求得

$$t = t_1,$$

$$(p -)t_1 + \frac{1}{2}bt_1^2 =$$

$$\frac{1}{2}bt_1^2 - t_1 + \Rightarrow = pt_1$$

$$t = T_1,$$

$$\frac{1}{2}bT_1^2 - T_1 + pt_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{2 - 1}{2pb}$$

由于 $p > , > 1$, 所以 $t_1 > 0$ 且 $t_1 = \frac{2 - 1}{2pb} = \frac{-1}{b} \cdot \frac{+1}{2p}$, 而且 $\frac{+1}{2} < 1$, 故有 $\frac{-1}{b} \cdot \frac{+1}{2p} < \frac{-1}{b} \cdot \frac{+1}{2} < \frac{-1}{b}$, 因 $T_1 = \frac{-1}{b}$, 于是成立 $t_1 < T_1$. 保证了停产时刻是在产品的生命周期内的.

于是可以求出产品的成本费用

$$C_c = \int_0^{t_1} cp dt = cpt_1$$

和产品的库存保管费用

$$\begin{aligned} H &= \int_0^{T_1} hI(t) dt \\ &= h \left\{ \int_0^{t_1} \left[(p -)t + \frac{1}{2}bt^2 \right] dt + \int_{t_1}^{T_1} \left[\frac{1}{2}bt^2 - t + pt_1 \right] dt \right\} \\ &= h \left(\frac{1}{6}bT_1^3 - \frac{1}{2}pt_1^2 - \frac{1}{2}T_1^2 + pt_1T_1 \right) \end{aligned}$$

产品的变质费用

$$\begin{aligned} C_d &= \int_0^{T_1} m \frac{I(t)}{D(t)} dt \\ &= m \int_0^{t_1} \frac{(p -)t + \frac{1}{2}bt^2}{-bt} dt + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{T_1} \frac{\frac{1}{2}bt^2 - t + pt_1}{-bt} dt \Big] \\ &= \frac{m}{4b^2} [2 - bT_1 - b^2T_1^2 - 2(2pbT_1 -)^2] \times \\ & \ln(- bT_1) + 4p(bt_1 -) \ln(- bt_1) - \\ & 4bpt_1 + 2 (2p -) \ln()] \end{aligned}$$

所以,产品的总成本费用

$$C_1 = H + C_c + C_d + C_s \tag{1}$$

产品的单位时间内平均总成本费用

$$AC_1 = \frac{C_1}{T_1}$$

当所有参数已知时,在这种情况下求得的总成本费用 C_1 和单位时间内的平均总成本费用 AC_1 都是一个定值.

1.3.2 模型 2 厂商选择放弃一定的销售机会, 允许存在缺货

选取这种策略,在时刻 t_2 ,系统开始缺货,并且放弃后面的销售.库存系统的总成本费用包括生产准备费用(订购费用)、产品的成本费用、库存保管费和由于缺货失去销售机会而引起的缺货损失费用.此时,产品的生命周期 $T_2 = t_2, T_2 < T_1$. 产品的需求率和库存情况如图 2 所示,其中,图 a 表示产品需求率随着时间线性变化,在时刻 t_2 ,系统缺货;图 b 表示产品的库存在停止生产前递增,当产品停止生产之后递减,直到时刻 t_2 为 0.

当 $0 < t < t_1$ 时,

$$\frac{dI}{dt} = p - D(t) \Rightarrow I(t) = (p -)t + \frac{1}{2}bt^2$$

当 $t_1 < t < t_2$ 时,

$$\frac{dI}{dt} = -D(t) \Rightarrow I(t) = \frac{1}{2}bt^2 - t +$$

根据边界条件,求得

$$t = t_1,$$

$$(p -)t_1 + \frac{1}{2}bt_1^2 =$$

$$\frac{1}{2}bt_1^2 - t_1 + \Rightarrow = pt_1$$

$$t = t_2,$$

$$\frac{1}{2}bt_2^2 - t_2 + pt_1 =$$

$$0 \Rightarrow t_2 = \frac{- \sqrt{2 - 2bpt_1}}{b} \tag{2}$$

其中,式(2)中要求满足 $a^2 - 2bpt_1 > 0$, 由此可以得到 $0 < t_1 < \frac{2}{2bp}$.

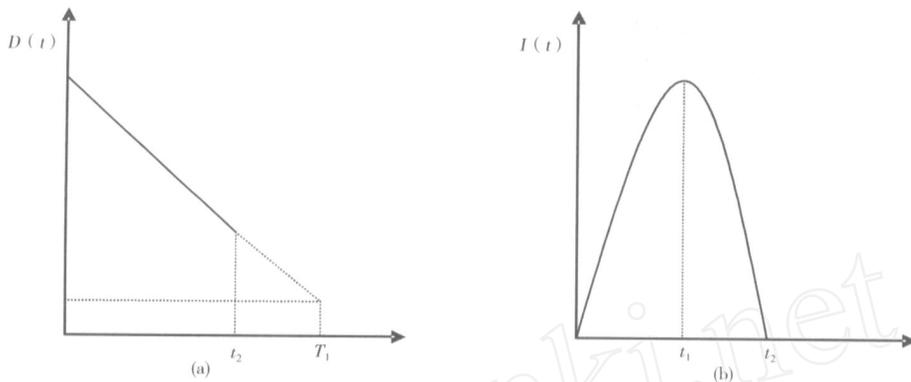


图2 产品的需求率和库存水平曲线

Fig. 2 The curves of demand rate and inventory level in model 2

由于 $p > \frac{1}{2b}$, 所以 $\frac{2}{2bp} < \frac{1}{2b}$. 另外如果 $\frac{1}{2b} = 2$, 则产品的生命周期为 1 个单位时间, 根据实际情况, 产品的生命周期还不至于短到只有 1 个单位时间, 所以可以说 $\frac{1}{2b}$ 也是大于 2 的, 也就可以得到 $\frac{1}{2b} < \frac{1}{b}$, 因此 $t_1 < \frac{2}{2bp} < \frac{1}{b}$, 故 $t_1 < T_1 < T_2$. 于是可以求出如下费用:

产品的成本费用

$$C_c = \int_0^{t_1} cp dt = cpt_1 \quad (3)$$

产品的库存保管费用

$$\begin{aligned} H &= \int_0^{t_2} hI(t) dt \\ &= h \left\{ \int_0^{t_1} \left[(p - \frac{1}{2}bt) t + \frac{1}{2}bt^2 \right] dt + \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{1}{2}bt^2 - t + pt_1 \right) dt \right\} \\ &= h \left(\frac{1}{6}bt_1^3 - \frac{1}{2}pt_1^2 - \frac{1}{2}t_2^2 + pt_1t_2 \right) \quad (4) \end{aligned}$$

产品的变质费用

$$\begin{aligned} C_d &= \int_0^{t_2} m \frac{I(t)}{D(t)} dt \\ &= m \left[\int_0^{t_1} \frac{(p - \frac{1}{2}bt)t + \frac{1}{2}bt^2}{-bt} dt + \int_{t_1}^{t_2} \frac{\frac{1}{2}bt^2 - t + pt_1}{-bt} dt \right] \\ &= \frac{m}{4b} [2bt_2 - b^2t_2^2 - 2(2pt_1 - b^2) \times \\ &\quad \ln(-bt_2) + 4p(bt_1 - t_2) \ln(-bt_1)] - \\ &\quad 4bpt_1 + 2(2p - b^2) \ln \dots \quad (5) \end{aligned}$$

产品由于失去销售机会而引起的缺货损失费用

$$\begin{aligned} \text{缺货量} &= \int_{t_2}^T D(t) dt = \int_{t_2}^T (a - bt) dt \\ &= \frac{(a - bt_2)^2 - 1}{2b} \end{aligned}$$

$$\text{缺货损失费用 } C_1 = \frac{l[(a - bt_2)^2 - 1]}{2b}$$

所以, 产品的总成本费用为

$$C_2 = H + C_c + C_d + C_1 + C_s$$

产品的单位时间内平均总成本费用为

$$AC_2 = \frac{C_2}{T_2}$$

为使平均总成本费用最小, 要满足 $\frac{d(AC_2)}{dt_1} = 0$ 并且

$$\frac{d^2(AC_2)}{dt_1^2} > 0 \quad (6)$$

联合式(2)和(6)可以求出 t_1 , 此时 t_1 是极小值的解. 当 t_1 只有一个解时, 即为最小解, 然后计算出相应的总成本费用; 如果 t_1 有多个解, 则分别计算相应的总成本费用, 然后比较找出最小的总成本费用的解. 最后, 根据求得的总成本费用, 计算出单位时间内平均总成本费用 AC_2 .

1.3.3 模型3 厂商预测到会出现产品剩余, 提前一定的时间选择价格折扣, 刺激需求

选取这种策略并且在时刻 t_2 由于价格折扣需求

出现了变化, 可表示为新的线性函数 $D_1(t) = a_1 - b_1t$, 这种情况下产品生命周期的计算与模型1相同,

可由假设7)求得, 由 $T_1 = \frac{a-1}{b}$ 变为 $T_3 = \frac{a_1-1}{b_1}$,

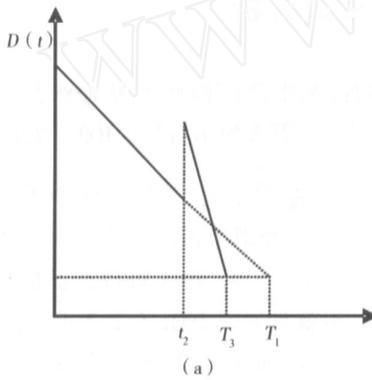
其中 $a_1 > a > 1, b_1 > b$. 系统的总成本费用包括产

品生产费用、库存保管费用和产品变质费用。产品的需求率和库存情况如图 3 所示。其中,图 3a 表示产品的需求率随时间线性变化,在 t_2 时刻,价格折扣需求发生变化,产品的生命周期也发生改变;图 3b 表示产品的库存存在停止生产前递增,当产品停止生产之后递减,出现价格折扣时库存发生变化,但是仍然递减,直到 $T_3 = 0$ 。

当 $0 < t < t_1$ 时

$$\frac{dI}{dt} = p - D(t) \Rightarrow I(t) = (p - b)t + \frac{1}{2}bt^2$$

当 $t_1 < t < t_2$ 时



$$\frac{dI}{dt} = -D(t) \Rightarrow I(t) = \frac{1}{2}bt^2 - pt + pt_1$$

当 $t_2 < t < T_3$ 时

$$\frac{dI}{dt} = -D(t) \Rightarrow I(t) = \frac{1}{2}b_1t^2 - p_1t + p_1t_1$$

根据边界条件,求得

$$t = t_1,$$

$$(p - b)t_1 + \frac{1}{2}bt_1^2 = \frac{1}{2}b_1t_1^2 - p_1t_1 + p_1t_1 \Rightarrow p = p_1$$

$$t = T_3,$$

$$\frac{1}{2}b_1T_3^2 - p_1T_3 + p_1t_1 = 0 \Rightarrow p_1 = \frac{\frac{1}{2}b_1T_3^2 - p_1T_3}{t_1 - T_3}$$

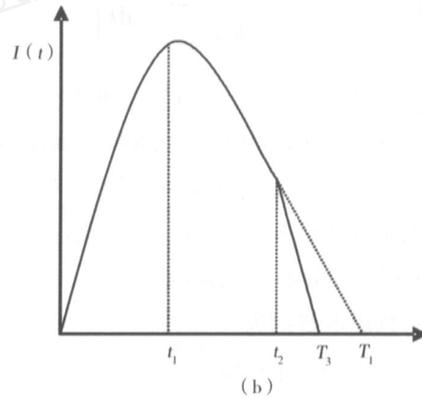


图 3 产品的需求率和库存水平曲线

Fig. 3 The curves of demand rate and inventory level in model 3

$$t = t_2,$$

$$\frac{1}{2}bt_2^2 - pt_2 + pt_1 =$$

$$\frac{1}{2}b_1t_2^2 - p_1t_2 + p_1t_1 \Rightarrow t_2 =$$

$$t_1 + \frac{\sqrt{(p - b)^2 - 2(b - b_1)(pt_1 - \frac{1}{2}bt_1^2)}}{b - b_1} \quad (7)$$

其中式(7)要求满足 $(p - b)^2 - 2(b - b_1)(pt_1 - \frac{1}{2}bt_1^2) \geq 0$, 由此可以得到

$$0 < t_1 < \frac{\frac{1}{2}bt_1^2}{p - b} + \frac{2(b - b_1)}{p - b}$$

由于 $p > 0, b_1 > b$, 所以 $\frac{2(b - b_1)}{p - b} < 0$, 于是根据 $\frac{1}{2}bt_1^2 > 0$ 得到

$$t_1 < \frac{\frac{1}{2}bt_1^2}{p - b}$$

$$\text{由 } \frac{\frac{1}{2}bt_1^2}{p - b} = \frac{1 - 1}{b_1} + \frac{1 + 1}{2p}, p > \frac{1}{2}$$

得到

$$t_1 < \frac{1 - 1}{b_1} + \frac{1 + 1}{2p} < \frac{1 - 1}{b_1} + \frac{1 + 1}{2 \cdot \frac{1}{2}} < \frac{1 - 1}{b_1}$$

而 $\frac{1 - 1}{b_1} = T_3$, 故 $t_1 < T_3$. 于是可以求出产品的成本费用

$$C_c = \int_0^{t_1} cp dt = cpt_1$$

产品的库存保管费用

$$\begin{aligned} H &= \int_0^{T_3} hI(t) dt \\ &= h \left\{ \int_0^{t_1} \left[(p - b)t + \frac{1}{2}bt^2 \right] dt + \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{1}{2}bt^2 - pt + pt_1 \right) dt + \int_{t_2}^{T_3} \left(\frac{1}{2}b_1t^2 - p_1t + \frac{p_1t_1}{2} \right) dt \right\} \\ &= h \left[\frac{1}{6}bt_1^3 - \frac{1}{2}pt_1^2 - \frac{1}{2}t_1^2 + pt_1t_2 + \frac{1}{6}b_1(T_3^3 - t_2^3) - \frac{1}{2}p_1(T_3^2 - t_2^2) + \right. \end{aligned}$$

$$\left. \frac{(\frac{2}{1} - 1)(T_1 - t_2)}{2b_1} \right]$$

产品的变质费用

$$C_d = \int_0^{T_3} m \frac{D(t)}{D(t)} I(t) dt$$

$$= m \left[\int_0^{t_1} \frac{(p -)t + \frac{1}{2}bt^2}{-bt} dt + \int_{t_2}^{t_1} \frac{\frac{1}{2}bt^2 - t + pt_1}{-bt} dt + \int_{t_2}^{T_3} \frac{\frac{1}{2}b_1t^2 - t + \frac{2}{2b_1} - 1}{1 - b_1t} dt \right]$$

$$= \frac{m}{4b^2} [2bt_2 - b^2t_2^2 - 2(2pb_1t_1 -)^2] \times \ln(-bt_2) + 4p(bt_1 -)\ln(-bt_1) - 4pb_1t_1 + 2(2p -)\ln + 2_1b_1T_1 - T_1^2b_1^2 + 2\ln(1 - b_1T_1) - 2_1b_1t_2 + t_2^2b_1^2 - 2\ln(1 - b_1t_2)]$$

所以,产品的总成本费用为

$$C_3 = H + C_c + C_d + C_s$$

产品的单位时间内平均总成本费用为

$$AC_3 = \frac{C_3}{T_3}$$

为使平均总成本费用最小,要满足 $\frac{d(AC_3)}{dt_1} = 0$,并且

$$\frac{d^2(AC_3)}{dt_1^2} > 0 \tag{8}$$

联合式(7)和(8),可以求出 t_1 ,此时 t_1 是极小值的解.当 t_1 只有一个解时,即为最小解,然后计算出相应的总成本费用;如果 t_1 有多个解,则分别计算相应的总成本费用,然后比较找出最小的总成本费用的解.最后根据求得的总成本费用,计算出单位时间内平均总成本费用 AC_3 .

2 实证分析

假设某生产厂商生产某种产品的生产率为 560 件/天,需求为 $D(t) = 100 - 2.4t$,无形变质率为 $\frac{2}{100 - 2.4t}$,单位产品的生产成本为 44 元,生产准备费用为 400 元,每天每件产品的库存保管费用为 1.4 元,每天每件产品的变质费用为 1.2 元,也就是 $h = 1.4, m = 1.2, p = 560$

根据提出的 3 种模型分别进行计算,得到的数据如表 1 所示.

表 1 3 种库存策略下的总成本
Table 1 The total costs of three types of inventory strategies

模型	参数								
	T	t ₁	C _c	H	C _d	C ₁	C	AC	
1	41.25	3.72	91 661	35 077	41	—	127 179	3 083.1	
2	l = 25	9.68	1.53	37 636.9	4 626.3	3.79	30 693.5	72 687.5	7 509.0
	l = 70	13.39	2.01	49 447.4	8 282.1	7.1	67 152.3	124 888.9	8 984.8
	l = 100	14.9	2.19	53 942	10 006.3	8.66	85 718.0	149 675.0	10 045.3
3	29.75	5.20	128 210	23 538.2	1 183.6		153 331.8	5 154.0	

上述数据中,模型 1、模型 3 以及模型 2(其中 l 由于失去销售机会而产生的单位产品的缺货损失费用)的时间 t_1 是由模型求解得到的,模型 3 中选择价格折扣的时间可以通过式(8)计算得到.通过上述实证分析,可以看到,对于总成本费用而言,当缺货损失费用 $l = 25$ 和 $l = 70$ 时,模型 2 < 模型 1 < 模型 3;当缺货损失费用 $l = 100$ 时,模型 1 < 模型 2 < 模型 3.但是对于单位时间的平均总成本费用而言,模型 1 < 模型 3 < 模型 2,也就是

说模型 1 优于模型 3,且模型 3 优于模型 2.

但是,由于考虑的是短生命周期的产品,产品在周期末的时候可能被其他产品所替代,不能达到产品完全销售出去的理想状态,于是可以通过采用价格折扣的方式来促进销售,并且可以通过计算得到开始进行价格折扣的时间,然后可能到最后才会采用放弃一定的销售机会并允许缺货存在的策略.另外,还可以发现,对于模型 2,由于失去销售机会而产生的单位产品的缺货损失费用越

大,其总成本费用和单位时间的总成本费用也越大,所以采取这个措施的时候,一定要考虑到各自厂商的单位产品的缺货费用的大小.

3 结 论

本文建立了3种库存模型,分别比较3种库存模型的单位时间内平均总成本费用,选择单位时间内平均总成本费用最小的那种模型为最优模型.如果厂商能够保证生产的产品能在预期时间

内全部销售出去,那么就可以采用模型1;如果厂商预期产品将不能全部销售,则可以在适当的时间采取价格折扣刺激需求,使产品销售出去;到最后,才根据厂商自身情况考虑采用放弃一定的销售机会的策略.当然,有的时候,厂商不能满足模型建立的假设条件或者厂商选择策略时还要考虑其他非经济因素,如生产能力、生产厂商的声誉、客户满意水平等等.另外,厂商也可能有其他的目标,如使总利润最大等,在这种情况下,厂商可以综合考虑后选择最适合自身情况的策略.

参 考 文 献:

- [1] Harris F W. Operations and Cost[M]. Chicago: Factory Management Series, A. W. Shaw, 1915.
- [2] Tersine R J, Price R J. Temporary price discounts and EOQ[J]. Journal of Purchasing and Material Management, 1981, 17: 23—27.
- [3] Ardalan A. Optimal policies in response to a sale[J]. IIE Transaction, 1988, 201: 292—294.
- [4] Ghare P M, Schrader G F. A model for exponential decaying inventory[J]. Journal of Engineering, 1963, 6: 238—243.
- [5] Covert R P, Philp G C. An EOQ model for items with Weibull distribution[J]. AIIE Transactions, 1973, 5: 323—326.
- [6] Shah Y K. An order level lot size inventory model for deteriorating items[J]. AIIE Transactions, 1977, 9: 108—122.
- [7] Dave U, Patel L K. (T, S_j) policy inventory model for deteriorating items with time proportional demand[J]. Journal of Operational Research Society, 1981, 32: 137—142.
- [8] Sachan R S. (T, S_j) policy inventory model for deteriorating items with time proportional demand[J]. Journal of Operational Research Society, 1984, 35: 137—142.
- [9] Kashani H B. Replenishment schedule for deterioration items with time proportional demand[J]. Journal of Operational Research Society, 1989, 40: 392—396.
- [10] Chung K H, Ting P S. On replenishment schedule for deteriorating items with time proportional demand[J]. Production Planning and Control, 1994, 36: 392—396.
- [11] Hariga M A. Economic analysis of dynamic inventory models with won stationary costs and demand[J]. International Journal of Production Economics, 1994, 36: 255—266.
- [12] Wee Huiming. Deteriorating inventory model with a quantity discount, pricing and partial backordering[J]. International Journal of Production Economics, 1999, 59: 511—518.
- [13] Papachristos S, Skouri K. An inventory model with deteriorating items, quantity discount, pricing and time dependent partial backlogging[J]. International Journal of Production Economics, 2003, 83: 247—256.
- [14] 钱伟宏. 短生命周期产品建立快速有效供应链管理[J]. 物流技术, 2005, 11: 97—99.
Qian Weihong. The establishment for effective supply chain management of a short-life-cycle product[J]. Logistics Technology, 2005, 11: 97—99. (in Chinese)
- [15] 黄宝凤, 仲伟俊, 张玉林. 短生命周期产品供应链中供需双方合作的价值研究[J]. 管理工程学报, 2005, 4: 104—109.
Huang Baofeng, Zhong Weijun, Zhang Yulin. The value study of supply-demand coordination in supply chain with short life cycle products[J]. Journal of Industrial Engineering and Management, 2005, 4: 104—109. (in Chinese)
- [16] 陈旭. 需求信息更新条件下易逝品的批量定货策略[J]. 管理科学学报. 2005, 8(5): 38—42.
Cheng Xu. Optimal batch-ordering policy for perishable products with demand information updating[J]. Journal of Management Sciences In China, 2005, 8(5): 38—42. (in Chinese)
- [17] 刘斌, 刘思峰, 陈剑. 一类短生命周期产品供应链的联合契约[J]. 系统工程, 2005, 23: 55—62.
Liu Bin, Liu Sifeng, Chen Jian. Combined contract for supply chain coordination of a short-life-cycle product[J]. Systems Engineering, 2005, 23: 55—62. (in Chinese)

(下转第48页)

$$g(x | Y_t, z_0, t) = \frac{b(x | Y_t, z_0, t)}{\int_{-\infty}^{\infty} b(z | Y_t, z_0, t) dz} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - \frac{z_0 - \underline{v} + m(t-t_0)}{2(t-t_0)})^2}{2}\right]}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - \frac{z_0 - \underline{v} + m(t-t_0)}{2(t-t_0)})^2}{2}\right]}$$

其中: $1 = \frac{-x + \underline{v} - \bar{u}}{2}$; $2 = \frac{z_0 - \underline{v} + m(t-t_0)}{2(t-t_0)}$; $3 = \frac{z_0 - \underline{v} - m(t-t_0)}{2(t-t_0)} = 2 - \frac{2m}{2}$.

$$\exp\left[\frac{-2m(x - \underline{v})}{2}\right] \left[\frac{-x + \underline{v} + m(T-t)}{\sqrt{T-t}}\right]$$

根据引理3, 当信息流为 $\mathcal{R}_t = \sigma(Y_t, B, \rho(\tau) = 0)$ 条件下, 公司资产价值的对数为 x 的密度为 $g(x | \mathcal{R}_t) = g(x | Y_t, z_0, t)$. 因此在 \mathcal{R}_t 条件下, 借款人在 $[t, T]$ 上生违约的概率为

$$P(t, T, x, \underline{v}) = P\{\tau \leq T | \mathcal{R}_t\} = 1 - P\{\tau > T | \mathcal{R}_t\} = 1 - \int_{\underline{v}}^{+\infty} (1 - p(t, T, x, \underline{v})) g(x | Y_t, z_0, t) dx$$

附录3 定理1的推导

根据正文基本模型, 在公司资产价值 v_t 确定的情况下, 公司的违约概率为

$$p(t, T, x, \underline{v}) = \left[\frac{-x + \underline{v} - m(T-t)}{\sqrt{T-t}} \right] +$$

(上接第15页)

[18] 刘斌, 刘思峰, 陈剑. 一类短生命周期产品供应链的有价格差异联合契约[J]. 管理科学, 2006, 19: 6-12.

Liu Bin, Liu Sifeng, Chen Jian. Combined contract with different prices for supply chain coordination of a short-life-cycle product[J]. Journal of Management Sciences, 2006, 19: 6-12. (in Chinese)

Comparison of three inventory models of short life cycle products

XU Xian-hao, YU Shuang-qi

School of Management, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China

Abstract: This paper discusses three inventory models for short life cycle products with concerning the factor of value deterioration. Firstly, it assumes that the demand of product is linear change with time and the production rate is constant. It also assumes that the rate of value deterioration is in inverse proportion to the demand of products, and the market life cycle of products will be over when the demand is one. Secondly, three inventory models are developed under the condition of perfect situation, shortage allowance and change of demand due to discount respectively. The optimal inventory model which the average total cost is minimum can be obtained by comparing the three inventory models. Finally, the procedure of choosing the appropriate inventory model is analyzed and the numerical example is given.

Key words: short life cycle product; inventory model; value deterioration; discount