

信息噪音、结构化模型与银行违约概率度量^①

程 功^{1,3}, 张 维^{1,2}, 熊 熊¹

(1. 天津大学管理学院, 天津 300072; 2. 天津财经大学, 天津 300222;

3. 国家开发银行, 北京 100037)

摘要: 研究在有噪音的信息环境下, 银行如何利用结构化模型来预测违约概率问题, 根据国内银行的信息获取机制, 提出了一种新的信息噪音假设, 并利用结构化模型原理建立了违约概率模型. 模拟结果表明: (1) 该模型的违约概率预测能力高于基本结构化模型和 Z 评分模型; (2) 国内企业财务报表信息失真的现象较为严重, 企业倾向于向银行夸大其信用实力.

关键词: 结构化模型; 信息噪音; 违约概率

中图分类号: F830.5

文献标识码: A

文章编号: 1007-9807(2007)04-0038-11

0 引言

信用风险度量是银行风险管理的关键, 也是实施巴塞尔新资本协议的难点. 是否具备准确测算违约概率等信用风险参数的能力, 是银行实施新协议的试金石^[1]. 由于起步较晚, 国内银行在这方面尚存在较大的差距, 目前仍以传统的经验统计方法为主. 这类方法缺乏科学的理论依据, 量化程度较低, 既容易受评级人员主观判断的影响, 也难以准确反映企业内在的信用风险规律^[2,3]. 另外, 国内企业的财务报表水平不高, 且为获得银行贷款而常常夸大经营业绩, 造成银行获取的企业信息往往夹杂着噪音. 而传统方法自身没有克服信息噪音影响的能力. 因此, 开发符合中国国情的现代化信用风险度量方法, 是国内银行面临的重要课题.

国外建立了较为完善的现代信用风险度量方法体系, 度量水平有质的飞跃. 其中, 结构化模型根据违约事件发生的或有性, 基于期权定价理论建立了或有要求权分析框架, 为债券定价、信用价差分析和违约概率度量提供了坚实的理论基础^[4-6]. 目前这种方法已经发展成为一个庞大的

模型体系, 在债券定价和违约概率度量方面占据重要的地位. 穆迪公司基于结构化模型开发的 KMV 模型, 目前已经成为国外金融界最流行的信用风险管理模型之一^[7,8].

为了提高预测的准确性和扩大适用范围, 结构化模型对假设条件进行了不断的改进, 使其更加贴近现实情况. Merton 建立了第一个结构化模型^[9], 他为了直接应用 Black-Scholes 期权定价公式, 在违约时点、公司资本结构和利率等方面提出了比较严格的假设. 这些假设与现实情况之间尚存在脱节现象, 从而限制了该模型的适用性, 实证结果也不甚理想^[10]. Black 和 Cox 放松了公司只能在债券到期日才发生违约的限制, 假设在债券存续期内, 一旦公司价值低于某一阈值(违约阈值), 就触发违约, 人们将其称为首越时间模型 (First Passage Time Model)^[11]. 违约阈值是此类模型建模的关键, 据此可以将后续模型分为内生模型和外生模型. 内生模型认为违约是管理者从股东价值最大化的角度做出的一种决策. 因此, 违约阈值不仅和债务价值有关, 还要受股东决策的影响^[12,13]. 外生模型的违约阈值一般只和债务价值有关^[11,14]. Geske^[15], Leland^[16] 以及 Anderson 和

① 收稿日期: 2006-11-10; 修订日期: 2007-01-05.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70471062).

作者简介: 程 功(1976—), 男, 河北文安人, 博士生, Email: cg365@sina.com

Sundaresan^[12]从债券付息、税收、破产成本和分红等方面放松了限制。Kim^[17]等, Longstaff 和 Schwartz^[18]在结构化模型中引入了随机利率。Zhou^[19]打破了公司资产价值遵循扩散过程的假设, 在扩散过程中加入了一个符合对数正态分布的跳跃变量, 建立了扩散-跳跃模型, 克服了违约可预测性和短期信用价差为0的问题。这些努力丰富了结构化模型体系, 提高了结构化模型的影响。但是, 它们均未能突破与实际不符的假设: 即公司资产价值和债务价值是可以直接、准确观测的。从债权人的角度看, 这是难以实现的假设。它也给上述模型带来了理论和实证上的困境。从理论上讲, 除跳跃-扩散模型外, 由于公司资产价值和债务价值可以直接观测, 因此违约是可以预期的。违约的可预期性导致理论预测的短期信用价差为0, 这和现实情况不符。Jones 等^[20], Franks 和 Torous^[21]以及 Eom 等^[22]的实证结果均证实了上述模型在这方面的局限性。

近年来, 研究人员对与公司经营信息有关的假设进行了改进, 认为债权人只能得到公司经营情况的部分信息, 并在此基础上建立了不完全信息模型(incomplete information model)。由于只能掌握部分信息, 债权人无法准确估计公司资产价值和债务价值, 这就克服了违约可预测性和短期信用价差为0的问题。构建不完全信息模型的关键是如何设置信合理的信息假设, 以及在给定信息下如何构建模型。Duffie 和 Lando^[23]假设债权人只能定期获得公司资产价值信息, 并在 Leland 和 Toft^[13]模型的基础上, 提出了基于违约强度(default intensity)的风险债券定价模型。Giesecke^[24]假设债权人无法直接观测公司的违约阈值, 只能根据其他关联公司的违约信息对违约阈值进行动态地更新。他们利用 Copulas 函数, 建立了关联公司之间的结构化模型。Cetin 等以现金流作为企业经营状况和企业违约的关键变量, 并假设债权人只能观测到现金流是否为负(或正), 当现金流为负的状况持续一定期限后, 企业就会违约。他们通过布朗运动的展期理论(extension theory), 建立了风险债券定价模型。Giesecke^[24]通过引入趋势(trend)的概念, 为不完全信息模型建立了具有简约模型形式的、一般化的债券定价模型, 并考虑了公司资产价值、违约阈值等参数不能直接观测情

况下的债券定价问题。关于不完全信息模型的实证成果比较少。Yu^[25]研究了信息披露程度和公司债券信用价差期限结构的关系, 发现信息披露程度高的公司债券一般具有较低的信用价差, 而且这种由信息透明度造成的价差在短期债券中更加明显。

结构化模型为违约概率度量提供了一种科学的分析框架。但是, 上述模型主要是针对发达国家债券市场债券投资者的特点来设计假设条件的, 具有很强的针对性。国内企业债券市场规模小, 银行信贷仍是企业融资的主要方式。虽然同为债权人, 但与国外债券投资者相比, 国内银行有很大的不同, 主要体现在: (1) 国外债券在公开市场交易, 有严格的信息披露要求; 国内银行客户多为非上市公司, 没有公开的披露信息; (2) 国内信息披露制度尚不完善, 企业财务报告水平有限, 银行从企业获得信息的准确性不高; (3) 国内监管部门建立的企业信贷系统, 使银行在企业负债信息方面具有一定的优势。目前, 国内对结构化模型的研究主要集中在实证方面, 石晓军和陈殿左^[26]、石晓军和任若恩^[27]、王春峰、赵欣^[28]的实证结果说明上述模型在中国的直接应用并不理想。因此, 照搬国外结构化模型是行不通的。

本文将基于结构化模型的原理, 根据国内银行信用风险管理的上述特点, 提出一种新的信息假设条件, 并建立违约概率度量模型和进行模拟分析。

1 基本模型

现有文献中对违约概率的计算已经给出了一些公式, 但为了后面的描述和比较研究更加清楚, 现在将从结构化模型的基础理论入手, 直接推导具有一般化意义的结构化违约概率模型。

1.1 几何布朗运动的分布

假设 X_T 遵循几何布朗运动 $X_T \sim N(m(T-t), \sigma^2(T-t))$, 且 $X_t = 0$ 。令 $M_T \equiv \min\{X_s, t \leq s \leq T\}$, 根据 Harrison^[29], 有

$$P\{X_T > x, M_T > y\} = \Phi\left(\frac{x + \frac{m(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) - e^{-2m y/\sigma^2} \Phi\left(\frac{x - 2y + \frac{m(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) \quad (1)$$

其中: $\Phi(\cdot)$ 表示标准正态分布的累积函数, 定义

$T(y)$ 为 X_T 首次到达 $y(y > 0)$ 的时点, 则

$$\begin{aligned}
P\{T(y) > T\} &= P\{M_T > y\} \\
&= P\{X_T > y, M_T > y\} \\
&= \Phi\left(\frac{y + m(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) - \\
&\quad e^{-2m/\sigma^2} \Phi\left(\frac{-y + m(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) \quad (2)
\end{aligned}$$

1.2 建立基本模型

假设公司资产价值 V_T 遵循几何布朗运动, 即 $\ln(V_T) - \ln(V_t) \sim N(m(T-t), \sigma^2(T-t))$, 其中: $m = \mu - \sigma^2/2$, μ 是公司资产价值预期的瞬时收益率, σ 是公司资产价值收益率的波动率, Z_t 是一个标准的布朗运动, t 为当前时点, T 为债务到期日. 根据“资不抵债”的原则, 定义违约为: 一旦公司资产价值 V_T 低于违约阈值 B , 就发生违约. 违约阈值 B 和债务价值 D 、债务期限等因素有关. 违约时点 τ 被定义为

$$\tau = \inf_{t \leq s \leq T} \{s: V_s \leq B\} \quad (3)$$

记公司资产价值在 $[t, T]$ 上的最低点为 $M_T \equiv \min\{V_s, t \leq s \leq T\} > 0$, 则公司在 $[t, T]$ 内发生违约的概率为

$$\begin{aligned}
p(t, T, V_t, B) &= P\{\tau \leq T\} = P\{M_T \leq B\} \\
&= 1 - P\{M_T > B\} \quad (4)
\end{aligned}$$

将式(2)代入式(4), 得到

$$\begin{aligned}
p(t, T, V_t, B) &= \\
&\quad 1 - \underbrace{\Phi\left(\frac{\ln(V_t/B) + m(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)}_{(1)} + \\
&\quad e^{-2m\ln(V_t/B)/\sigma^2} \underbrace{\Phi\left(\frac{-\ln(V_t/B) + m(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)}_{(2)} \quad (5)
\end{aligned}$$

式(5)给出了结构化违约概率模型的基本模型, 其中第(1)部分代表公司在债券到期日 T 发生违约的概率, 第(2)部分代表公司在债券到期日之前发生违约的概率. 如果公司只能在债券到期日违约, 式(5)就成为 Merton^[9] 中给出的风险中性违约概率 $1 - \Phi(d_2)$; 当违约阈值为常数时, 式(5)和 Leland 和 Toft^[13] 中的违约概率模型是一致的; 当假设违约阈值为债务面值在违约时点 τ 的现值时, 即 $B = De^{-\gamma(T-\tau)}$, 经推导可以得到 Black 和 Cox^[11] 的违约概率.

2 噪音模型

现在将在基本模型的基础上, 构建噪音环境

下的违约概率模型(以下简称“噪音模型”), 并对两种模型的违约概率度量能力进行比较.

2.1 模型假设

(1) 信息假设 国内银行一般通过企业定期的财务报表和定期的现场走访获取企业的经营信息. 因此, 银行是在离散的时点 t_0, t_1, \dots, t_n 上获取信息, 这种信息是不连续的. 由于国内企业的财务管理水平不高, 财务报表披露的准确性和科学性还存在一定的问题; 同时为获取银行的贷款, 企业往往故意夸大经营业绩. 这使银行获取的企业信息往往夹杂着噪音. 而国内银行尚难以对此进行有效的甄别. 人民银行的企业征信系统和银监会的信贷监控系统是国内银行的另一重要信息来源, 它们记录了企业在各银行的全部贷款余额等信息, 为银行判断企业债务价值提供了较为准确、全面和及时的信息.

根据上述情况, 本文假设银行可以准确判断公司的债务价值和违约阈值 B , 但无法获得公司资产价值的准确信息. 定义在初始时点 t_0 , 企业的价值为 V_0 ; 在观测时点 t , 企业的真实价值为 V_t , 而银行观测到的企业价值为 \hat{V}_t , 而且 $\ln \hat{V}_t, \ln V_t$ 遵循联合正态分布. 假设 $Z_t = \ln(V_t), Z_0 = z_0 = \ln(V_0) \neq 0; Y_t = \ln(\hat{V}_t) = Z_t + U_t$, 其中: $Z_t \sim N(z_0 + m(t-t_0), \sigma^2(t-t_0)); U_t \sim N(\bar{u}, a^2)$, 且独立于 $Z_t; Y_t \sim N[m(t-t_0) + z_0 + \bar{u}, a^2 + \sigma^2 \times (t-t_0)]$. 除此之外, 银行还能瞬时地观测到一个重要信息: 即企业是否发生了违约. 因此, 银行能够得到的信息流 \mathcal{R}_t 为

$$\mathcal{R}_t = \sigma(\{Y_{t_0}, \dots, Y_{t_n}\}, B, \rho(\tau)) \quad (6)$$

其中: 当 $\tau \leq s$ 时, $\rho(\tau) = 1$, 说明企业在时点 $s \in (t_0, t]$ 已经发生了违约; 当 $\tau > s$ 时, $\rho(\tau) = 0$, 说明企业尚未发生违约; $t_n \leq t$, 本文只考虑 $n = 1$, 即单期观测的情况.

(2) 噪音特征 U_t 代表噪音, 其特征是由其均值 \bar{u} 和标准差 a 确定的. a 代表噪音的程度: a 越大, 观测值 V_t 失真的情况越严重. 均值 \bar{u} 代表了资产价值观测值 Y_t 的偏度. 根据 $Z_t = \ln(V_t), Y_t = \ln(\hat{V}_t) = Z_t + U_t$, 有: $\hat{V}_t = e^{(Z_t + U_t)} = e^{Z_t} e^{U_t} = V_t e^{U_t}$. 由于 $U_t \sim N(\bar{u}, a^2)$, 所以 e^{U_t} 为对数正态分布, 其均值 $E(e^{U_t}) = e^{(\bar{u} + a^2/2)}$. 当 $\bar{u} = -a^2/2$ 时, $E(e^{U_t}) = 1$, 意味着 Y_t 是无偏的. 这种

噪音不改变企业资产价值观测值的期望值, 只增加波动性; 当 $\bar{u} > -\alpha^2/2$ 时, $E(e^{U_t}) > 1$, 资产价值观测值是右偏的, 即观测值大于实际值, 说明公司故意夸大企业的信用实力; 当 $\bar{u} < -\alpha^2/2$ 时, $E(e^{U_t}) < 1$, 资产价值的观测值是左偏的, 即观测值小于实际值, 说明公司管理者有意隐瞒真实的盈利水平.

2.2 建立噪音模型

在包含噪音的信息结构下, 观测值 V_t 并不代表实际的公司资产价值 V_t , 因此不能直接测算违约概率. 但是由于 $\ln V_t, \ln V_t$ 遵循联合正态分布, 因此可以结合其他观测信息确定实际价值的分布特征, 从而提高预测的准确性. 下面首先给出一个中间参数, 该参数表示几何布朗运动在首末端点固定情况下, 运动轨迹不到达 (或不穿过) 0 值的概率 (引理 1). 然后确定出现 Y_t 时 Z_t 的条件密度函数 (引理 2), 并随之确定在出现 Y_t 和没有发生违约事件联合条件下 Z_t 的条件密度函数 (引理 3). 由于 $Z_t = \ln V_t$, 确定了 Z_t 的条件密度函数, 就可以得到 V_t 的分布特征了. 最后, 给出噪音模型

$$g(x | Y_t, z_0, t) = \frac{\sqrt{\beta_0} (1 - \exp H(x, z_0)) \exp J(x, y, z_0)}{\Phi\left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{\sqrt{\beta_0}}\right) - \Phi\left(\frac{\beta_1 - \beta_3}{\sqrt{\beta_0}}\right) \exp\left(-\frac{2(\beta_1 + m/\sigma^2)(\beta_2 - m/\sigma^2)}{\beta_0}\right)} \quad (9)$$

其中

$$J(y, x, z_0) = -\frac{(y - x - \bar{u})^2}{2\alpha^2} - \frac{(x - z_0 - m(t - t_0))^2}{2\sigma^2(t - t_0)} + \frac{(y - z_0 - m(t - t_0) - \bar{u})^2}{2(\alpha^2 + \sigma^2(t - t_0))}$$

$$H(x, z_0) = \frac{-2(x - \underline{v})(z_0 - \underline{v})}{\sigma^2(t - t_0)}$$

$$\beta_0 = \frac{\alpha^2 + \sigma^2(t - t_0)}{\alpha^2 \sigma^2(t - t_0)}$$

$$\beta_1 = \frac{y - \underline{v} - \bar{u}}{\alpha^2}$$

$$\beta_2 = \frac{z_0 - \underline{v} + m(t - t_0)}{\sigma^2(t - t_0)}$$

$$\beta_3 = \frac{z_0 - \underline{v} - m(t - t_0)}{\sigma^2(t - t_0)} = \beta_2 - \frac{2m}{\sigma^2}$$

定理 1 定义 $P(t, T, x, \underline{v})$ 为在 $\mathcal{R}_t = \sigma(Y_t, B, \rho(\tau) = 0)$ 条件下, 借款人在 $[t, T]$ 上发生违

(定理 1). 以下引理和定理的证明参见附录.

引理 1 假设 $\phi(z_0, x, \sigma \sqrt{t - t_0})$ 为当 $Z_0 = z_0, Z_t = x$ 时, $N_t = \min\{Z_s; t_0 \leq s \leq t\} > 0$ 的条件概率, 则

$$\phi(z_0, x, \sigma \sqrt{t - t_0}) = P\{N_t > 0 | Z_0 = z_0, Z_t = x\} = 1 - \exp\left(-\frac{2z_0 x}{\sigma^2(t - t_0)}\right) \quad (7)$$

引理 2 令 $b(\cdot | Y_t, z_0, t)$ 为 $Y_t = Z_t + U_t$ 条件下, 公司在没有违约 ($x \geq \underline{v}$) 时 Z_t 的条件密度函数, 则

$$b(x | Y_t, z_0, t) dx = P(\tau > t, Z_t \in dx | Y_t) = \frac{\phi(z_0 - \underline{v}, x - \underline{v}, \sigma \sqrt{t - t_0}) \phi_U(Y_t - x) \phi_Z(x)}{\phi_Y(Y_t)} \quad (8)$$

其中: $\tau = \inf\{t; Z_t \leq \underline{v}\}, \underline{v} = \ln B; \phi_U, \phi_Z, \phi_Y$ 分别表示正态分布 U_t, Z_t, Y_t 的密度函数.

引理 3 令 $g(\cdot | Y_t, z_0, t)$ 表示在同时观测到 Y_t 以及没有发生违约时的 Z_t 的条件密度函数, 则

约的概率, 则

$$P(t, T, x, \underline{v}) = 1 - \int_{\underline{v}}^{\infty} (1 - p(t, T, x, \underline{v})) \times g(x | Y_t, z_0, t) dx \quad (10)$$

其中

$$p(t, T, x, \underline{v}) = \Phi\left(\frac{-x + \underline{v} - m(T - t)}{\sigma \sqrt{T - t}}\right) + \exp\left(\frac{-2m(x - \underline{v})}{\sigma^2}\right) \Phi\left(\frac{-x + \underline{v} + m(T - t)}{\sigma \sqrt{T - t}}\right)$$

由于国内资本市场和企业债券市场尚不发达, 难以获取实证需要的市场数据. 而国内信贷市场非常庞大, 各大银行已建立了比较完善的信贷管理信息系统, 积累了大量的客户财务信息和信用记录, 为结构化模型模拟实证研究提供了可能性.

3 数据选取和参数确定

现在将利用国内某银行收集的财务数据和信

用数据进行模拟分析。

3.1 数据描述

以某银行的电力生产类公司为样本,并收集了这些公司2001—2002年的财务数据和客户信用类别。财务数据包括资产债务率等指标,其中资产债务率 $L = (\text{短期债务} + 0.67 \times \text{长期债务}) / \text{总资产}$ 。客户信用类别是指该银行根据客户的信用水平,将客户分为优质客户、一般客户和观察客户。优质客户的信用能力强,可以获得银行的优惠待遇;观察客户是指银行拒绝为其贷款的新客户,或者濒于违约的老客户;一般客户介于二者之间。根据银行的历史统计,3类公司的1年期违约概率分别0.03%,1%和15%。为满足模型验证的需要,我们还收集了这些样本在2003年的是否违约的情况。具体情况见表1。

表1 样本统计特征

Table 1 The statistical characters of samples

客户信用类别	优质客户		一般客户		观察客户	
	2001	2002	2001	2002	2001	2002
年份	2001	2002	2001	2002	2001	2002
样本数量/个	108	108	92	92	28	28
平均资产债务率(%)	31.5	32	40	40	57	58
年份	2002	2003	2002	2003	2002	2003
违约样本/个	—	0	—	0	—	8

3.2 参数确定

(1) 时间参数、无风险收益率和漂移率 设观测时点 t 为2002年底,初始时点 t_0 为2001年底,即 $t_0 = t - 1$; 由于只预测未来1年期违约概率,因此 $T = t + 1$ 。无风险收益率 r 根据1年期存款利率确定为2.25%。根据风险中性假设,令公司资产价值瞬时收益率等于无风险收益率,即 $\mu = 2.25\%$,则公司资产价值对数的漂移率 $m = \mu - \sigma^2/2 = 2.25\% - \sigma^2/2$ 。

表2 结构化模型参数

Table 2 The parameters of structural model

参数类别	参数名称	参数符号	参数取值		
			优质客户	一般客户	观察客户
公用参数	1年期违约概率(%)	P 或 p	0.03	1	15
	违约阈值均值(算隐含波动率)	B	32	40	58
	$\ln(B)$ (算隐含波动率)	\underline{v}	3.47	3.69	4.06
	违约阈值(算违约概率)	B	$100 \times L$		
	$\ln(B)$ (算违约概率)	\underline{v}	$\underline{v} = \ln(B)$		
	初始时点	t_0	$t_0 = t - 1$		
	观测时点	t	$t = 2002$ 年末		
	未来时点	T	$T = t + 1$		
	公司资产价值收益率波动率	σ	根据1年期违约概率推算隐含波动率		
	无风险收益率	r	1年期存款利率2.25%		
	公司资产价值的漂移率	μ	假设和无风险收益率一致		
	$\ln(V)$ 的漂移率	m	$\mu - \sigma^2/2$		
基本模型	公司 t 时刻资产价值	V_t	100		
	$\ln(V_t)$	x	4.61		
噪音模型	t 时刻公司资产价值观测值	Y_t	100		
	t 时刻公司资产价值实际值	V_t	密度函数待解		
	t_0 时刻公司资产价值	V_{t_0}	$100 \times L_t/L_{t_0}$		
	$\ln(Y_t)$	y	4.61		
	$\ln(V_t)$	Z	密度函数待解		
	$\ln(V_{t_0})$	z_0	$\ln(V_{t_0})$		
	噪音符号	U_t	服从正态分布 $U_t \sim N(\bar{\pi}, \alpha^2)$		
	噪音均值	$\bar{\pi}$	无偏: $\bar{\pi} = -\alpha^2/2$; 右偏: $\bar{\pi} = 0$; 左偏: $\bar{\pi} = -\alpha^2$;		
	噪音标准差	α	$\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ 和 0.9		

(2) 公司资产价值 V 、违约阈值 B 及其相关参数 根据公司的财务数据确定这些参数。在基本

模型中,假设公司资产价值为 $V_t = 100$,则违约阈值 $B_t = 100 \times L_t$ 。在噪音模型中,在 t 时刻的 $V_t =$

100, $B_t = 100 \times L_t$; 在 t_0 时刻, $V_{t_0} = 100 \times L_t / L_{t_0}$, $B_{t_0} = 100 \times L_{t_0}$. 在测算隐含波动率时, 违约阈值采用各类客户违约阈值的平均值 B ; 在测算违约概率时, 采用样本的实际值.

(3) 噪音参数 \bar{u} 和 a 噪音 $U(t)$ 的参数无法通过市场数据或者财务数据获得. 因此, 根据本文 2.1 部分对噪音特征的分析, 分别考虑了噪音均值 \bar{u} 无偏、右偏和左偏的情况: $\bar{u} = -\sigma^2/2$, $\bar{u} = 0$ 和 $\bar{u} = \sigma^2$; 对于标准差, 分别考虑了 $a = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ 和 0.9 等 5 种情况.

(4) 资产价值收益率波动率 σ 公司资产价值收益率波动率 σ 是结构化模型的关键参数. 在发达的资本市场上, 一般可以通过股权收益率的波动率推算出公司资产价值波动率. 受市场数据的局限, 本文通过隐含波动率的方法推算该参数. 隐含波动率的算法与测算期权隐含波动率的原理基本一致: 在确定了债券价值、信用价差或者违约概率值以及其他参数后, 就可以根据相关模型反推出隐含波动率. 本文采用 1 年期违约概率来推算公司资产价值的波动率. 这些客户属于同一行业, 波动率差异较小, 同时受数据的局限, 假设: 同类客户具有相同的波动率. 采用同类客户违约阈值均值计算隐含波动率(见表 2). 基本模型的波

动率测算较为简单, 只需测算 1 种情况. 噪音模型需分别考虑不同的噪音均值和标准差, 需测算 15 种情况.

4 模拟结果与分析

4.1 隐含波动率测算结果

在基本模型下, 优质客户、一般客户和观察客户 3 类公司的隐含波动率分别为 0.310、0.343 和 0.356. 测算结果表明, 该银行的客户类别与波动率具有一致性, 即客户信用实力越强, 其波动率越小. 经分析, 该银行的优质客户一般是治理结构完善、市场稳定、管理能力强、经营业绩较为平稳的大型企业, 这些企业的经营风险明显低于其他公司. 而观察客户一般市场单一、公司治理和管理能力有限, 这些企业规模小, 经营风险很大. 因此, 隐含波动率可以作为反映企业经营风险水平的综合指标.

噪音模型较为复杂, 表 3 给出了无偏、右偏和左偏假设下, 噪音程度分别为 0.1、0.3、0.5、0.7 和 0.9 等 15 种情况下的测算结果. 噪音模型的测算结果进一步证实了银行客户类别和其波动率之间的相关性.

表 3 隐含波动率测算结果(%)

Table 3 The calculated results of implied volatility

噪音假设	样本类别	a					平均值
		0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	
无偏	优质客户	29.56	25.12	23.66	23.19	22.99	24.90
	一般客户	33.20	28.74	26.94	26.33	26.05	28.25
	观察客户	34.73	32.01	31.39	31.25	31.22	32.12
右偏	优质客户	29.44	24.69	23.19	22.72	22.50	24.51
	一般客户	33.00	28.03	26.15	25.52	25.29	27.60
	观察客户	34.46	30.70	29.63	29.31	29.20	30.66
左偏	优质客户	29.68	25.59	24.16	23.70	23.49	25.32
	一般客户	33.35	29.48	27.81	27.23	27.00	28.97
	观察客户	35.02	33.44	33.48	33.70	33.86	33.90

4.2 1 年期违约概率测算结果

利用噪音模型分别测算了上述 228 个样本的 1 年期违约概率. 为进行对比分析, 还利用基本模型和 Z' 评分模型进行了测算. Z' 评分模型是 Altman^[30] 针对非市场公司开发的一种信用评级工具. 其模型为

$$Z' = 0.717X_1 + 0.847X_2 + 3.107X_3 + 0.420X_4 + 0.998X_5 \quad (11)$$

其中: $X_1 = \text{营运资本} / \text{总资产}$, $X_2 = \text{留存收益} / \text{总资产}$, $X_3 = \text{息税前利润} / \text{总资产}$, $X_4 = \text{所有者权益} / \text{总债务}$, $X_5 = \text{销售收入} / \text{总资产}$. 如果 Z' 值小于 1.23, 意味着公司将破产; 如果 Z' 值大于 2.90, 意味着公司不会破产; 1.23 和 2.90 之间的区域为灰色区域.

在比较各模型的准确性时, 本文采用了信用风险度量中常用的验证工具: 累积精度曲线

(CAP) 和精确度(AR) (程功和任宇航, 2006)。

(1) CAP 曲线验证 在绘制 CAP 曲线过程中, 根据样本 2003 年违约记录将其分为违约和非违约两类样本。图 1 给出了 Z' 评分模型、基本模型和噪音模型(右偏且 $a = 0.7$) 的 CAP 曲线。从图中可以看出, 噪音模型覆盖的面积大于其他两种模型, 说明它的预测结果更加符合样本实际的违约和信用状况, 比其他两种模型优越。

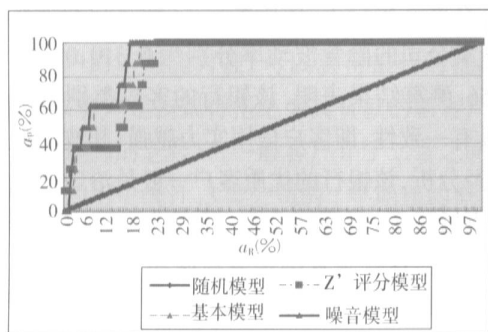


图 1 CAP 曲线对比分析

Fig. 1 The comparative analysis of CAP profile

(2) 精确度验证 精确度是在 CAP 曲线基础上生成的量化验证工具, 他被定义为: $AR = a_R / a_p$, 其中: a_R 为待验证模型的 CAP 曲线与随机模型 CAP 直线围成的面积; a_p 为最佳模型的 CAP 曲线与随机模型 CAP 直线围成的面积(见图 1)。AR 值介于 0 和 1 之间, AR 越趋近于 1, 说明待验证模型的信用风险度量能力越强。

表 4 给出了 3 种模型的 AR 值。从 AR 值测算结果可以看出, 基本模型预测违约的准确性高于 Z' 评分模型; 在适当的信息假设条件下, 噪音模型预测违约的准确性高于基本模型。在 15 种情景中, 右偏($\bar{u} = 0$) 且 $a = 0.7$ 情景使噪音模型的 AR 值达到了最大值 94.92%, 高于基本模型的 87.86% 和 Z' 模型的 82.2%。这说明: (1) 印证了 CAP 曲线的验证结果, 既噪音模型预测能力优于其他两个模型; (2) 噪音是银行违约概率度量的一个因素。

表 4 各模型精确度 AR 对比分析

Table 4 The comparative analysis of various models' accuracy ratio (AR)

模型种类		精确度 AR				
Z' 评分模型		82.20%				
基本模型		87.86%				
噪音模型	a	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
	无偏	88.09%	91.04%	93.39%	94.33%	93.74%
	右偏	88.09%	91.04%	93.86%	94.92%	92.57%
	左偏	88.09%	90.92%	92.33%	90.92%	88.33%

4.3 信息结构分析

CAP 曲线和精确度作为验证工具, 不仅为噪音模型的预测能力提供了验证结果, 而且还提供了分析企业信息披露状况的研究工具, 具体思路为: 在其他情况不变的条件下, 信息结构设置越合理, 则模型预测的精确度 AR 越趋近于 1。这样企业信息披露状况分析就转变成为模型预测精度最大化的问题。因此, 可以根据 4.2 部分的测算结果, 分析这些样本的噪音特征。

(1) 噪音标准差 a 根据表 4 可知, 当 a 值较小时, 噪音模型的 AR 值随 a 值的增大而逐渐增大; 当 a 值达到一定的程度时, AR 值随 a 值的增大而逐渐减小。这说明存在一个最佳的 a 值, 使得 AR 值最优。在无偏和右偏假设下, a 的最优值为 0.7; 在左偏假设下, a 的最优值为 0.5。这说明该银行电力生产客户财务报表失真的情况比较严

重。以右偏和 $a = 0.7$ 为例, 根据表 3, 样本的年实际波动率 $\sigma \approx 0.31$, 在考虑了噪音后, 观测值的波动率为 $\sqrt{\sigma^2(t - t_0) + a^2} = 0.76$, 比实际值增大了 147%。

(2) 噪音均值 \bar{u} 从测算结果看, 右偏($\bar{u} = 0$) 假设下噪音模型的 AR 值高于无偏和左偏假设, 这说明右偏假设最合理。右偏情况下 $\bar{u} = 0$, $E(e^{U(t)}) > 1$, 说明这些公司提供的财务报告夸大了实际的信用能力。这和国内企业为获取银行贷款而粉饰业绩的现象是吻合的。左偏假设最不合理, 说明这些企业一般不会向银行隐瞒自己的信用实力。在右偏假设下, 当 $a = 0.7$ 时模型预测效果最好。在这种情况下, $e^{U(t)} = e^{a^2/2} = 1.28$, 说明这些电力生产企业财务报告中夸大的水分平均在 28% 左右。

5 结 论

本文根据国内银行获取客户信息的机制, 提出了一种新的信息结构假设, 并建立了信息噪音环境下的结构化违约概率模型, 从而丰富了不完全信息结构化模型理论. 另外, 本文还根据国内某银行的信贷管理数据, 对该模型进行了模拟研究, 研究结果表明该模型的信用风险度量能力高于基本模型和 Z' 评分模型.

本文还为国内公司的信息披露研究提供了一种新的思路, 即通过使噪音模型预测能力最大化,

来确定合理的噪音特征. 模拟结果说明: (1) 客户向银行提供财务信息的失真现象比较严重; (2) 企业倾向于向银行夸大其经营业绩和信用实力.

还有许多需要进一步研究的内容, 主要包括:

(1) 只考虑了单期观测值($n = 1$)的情况, 多期($n > 1$)的情况尚未解决; (2) 受数据的局限, 在模型验证中采用了建模样本, 今后可以用非建模样本进一步验证模型的违约概率度量能力; (3) 结构化模型的优势在于反映了信用风险的内在规律, 因此在信用风险因素研究、客户风险限额管理以及违约概率期限研究等方面具有较强的应用前景, 是今后努力的研究方向.

参 考 文 献:

- [1] 巴塞尔银行监管委员会. 统一资本计量和资本标准的国际协议: 修订框架[M]. 北京: 中国金融出版社, 2004.
The Basel Committee on Banking Supervision. International Convergence of Capital Measurement and Standards: A Revised Framework[M]. Beijing: China Finance Press, 2004. (in Chinese)
- [2] Crouhy M, Galai D, Mark R. A comparative analysis of current credit risk models[J]. Journal of Finance, 2000, 24: 59—117.
- [3] 方洪全, 曾 勇. 银行信用风险评估方法实证研究及比较分析[J]. 金融研究, 2004, 1: 62—69.
Fang Hong quan, Zeng Yong. An empirical study and comparative analysis on credit risk evaluation of enterprise[J]. Journal of Financial Research, 2004, 1: 62—69. (in Chinese)
- [4] Altman E I, Saunders A. Credit risk measurement: Developments over the last 20 years[J]. Journal of Banking and Finance, 1998, 21: 1721—1742.
- [5] 龚 朴, 何旭彪. 信用风险评估模型与方法最新研究进展[J]. 管理评论, 2005, 17: 8—16.
Gong Pu, He Xu biao. Model and method of assessing credit risk: An overview[J]. Management Review, 2005, 17: 8—16. (in Chinese)
- [6] 何 信, 张世英, 孟利锋. 金融风险规避策略研究[J]. 天津大学学报(社会科学版), 2004, 6(1): 52—55.
He Xin, Zhang Shi ying, Meng Li feng. Study on avoiding strategy of financial risk[J]. Journal of Tianjin University (Social Science Edition), 2004, 6(1): 52—55. (in Chinese)
- [7] Michel Crouhy, Dan Galai, Rober Mark. A comparative analysis of current credit risk models[J]. Journal of Banking and Finance, 2000, 24: 59—117.
- [8] 田宏伟, 张 维, 章 飏. 未来计值风险测量与管理方法的几个核心问题[J]. 天津大学学报(社会科学版), 2001, 3(2): 165—169.
Tian Hong wei, Zhang Wei, Zhang Biao. Several critical points about new risk measurement and management method: Mark to future[J]. Journal of Tianjin University (Social Science Edition), 2001, 3(2): 165—169. (in Chinese)
- [9] Merton R C. On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates[J]. The Journal of Finance, 1974, 5: 449—470.
- [10] 迪迪埃·科森, 于格·皮罗特. 高级信用风险分析—评估、定价和管理信用风险的金融方法和数学模型[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005. 15—18.
Didier Cossin, Hugues Pirotte. Advanced Credit Risk Analysis Financial Approaches and Mathematical Models to Assess, Price, and Manage Credit Risk[M]. Beijing: China machine Press, 2005. 15—18. (in Chinese)
- [11] Black F, Cox J. Valuing corporate securities: Some effects of bond indenture provisions[J]. Journal of Finance, 1976, 31: 351—367.
- [12] Anderson R, Sundaresan S. Design and valuation of debt contracts[J]. Review of Financial Studies, 1996, 9: 37—68.
- [13] Leland H E, Toft K B. Optimal capital structure, endogenous bankruptcy, and the term structure of credit spread[J]. Journal of Finance, 1996, 51: 987—1019.

- [14] Briys E, de Varenne F. Valuing risky fixed rate debt: An extension[J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1997, 31: 239—250.
- [15] Geske R. The valuation of corporate liabilities as compound options[J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1977, 5: 541—552.
- [16] Leland H E. Corporate debt value, bond covenants, and optimal capital structure[J]. *Journal of Finance*, 1994, 49: 1213—1252.
- [17] Kim J, Ramaswamy K, Sundaresan S. Does default risk in coupons affect the valuation of corporate bonds? : A contingent claim model[J]. *Financial Management*, 1993: 117—131.
- [18] Longstaff F A, Schwartz E S. A simple approach to valuing risky fixed and floating rate debt[J]. *Journal of Finance*, 1995, 50: 789—819.
- [19] Zhou C-S. A Jump diffusion Approach to Modeling Credit Risk and Valuing defaultable Securities[R]. Working Paper, Federal Reserve Board. 1997.
- [20] Jones E P, Mason S P, Rosenfeld E. Contingent claims analysis of corporate capital structure: An empirical investigation[J]. *Journal of Finance*, 1984, 39: 611—625.
- [21] Franks J R, Torous W N. An empirical investigation of U. S. firms in reorganization[J]. *Journal of Finance*, 1989, 44: 747—769.
- [22] Eom Y-H, Helwege J, Huang J Z. Structural models of Corporate bond pricing: An empirical analysis[J]. *Review of Financial Studies*, 2004, 17: 499—544.
- [23] Duffie D, Lando D. Term structure of credit spreads with incomplete accounting information[J]. *Econometrica*, 2001, 69: 633—664.
- [24] Giesecke K. Correlated default with incomplete information[J]. *Journal of Banking and Finance*, 2004, 28: 1521—1545.
- [25] Yu F. Accounting transparency and the term structure of credit spreads[J]. *Journal of Financial Economics*, 2005, 75: 53—84.
- [26] 石晓军, 陈殿左. 债券结构、波动率与信用风险——对中国上市公司的实证研究[J]. *财经研究*, 2004, 9: 24—32.
Shi Xiaojun, Chen Dianzuo. Structure of bond, volatility and credit risk: Evidences from China[J]. *Journal of Finance and Economics*, 2004, 9: 24—32. (in Chinese)
- [27] 石晓军, 任若恩. 基于期权与基于会计信息信用模型的一致性研究——对我国上市公司的实证研究[J]. *系统工程理论与实践*, 2005, 10: 11—20.
Shi Xiaojun, Ren Ruoen. Empirical tests of consistency between market based and accounting based credit models: Evidences from China[J]. *System Engineering Theory and Practice*, 2005, 10: 11—20. (in Chinese)
- [28] 王春峰, 赵欣, 韩冬, 基于改进蚁群算法的商业银行信用卡风险评估方法[J]. *天津大学学报(社会科学版)*, 2005, 7(2): 81—85
Wang Chunfeng, Zhao Xin, Han Dong. A model on modified ants algorithm for credit risk assessment in commercial banks[J]. *Journal of Tianjin University(Social Science Edition)*, 2005, 7(2): 81—85. (in Chinese)
- [29] Harrison J M. *Brownian Motion and Stochastic Flow Systems*[M]. New York: John Wiley and Sons, 1985. 1—51.
- [30] Altman E I. Predicting financial distress of companies: Revisiting the Z Score and ZATA models[J]. Paper presented at the Korean Institute of Finance Conference on Bank Credit Risk Management, June, 1995, Seoul, Korea.

Noisy information, structural model and bank evaluation of default probability

CHENG Gong^{1,3}, ZHANG Wei^{2,1}, XIONG Xiong¹

1. School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
2. Tianjin University of Finance and Economics, Tianjin 300022, China;
3. China Development Bank, Beijing 100037, China

Abstract: This paper investigates how to predict default probability applying structural models when domestic banks were faced with noisy information. A new noisy information structure was brought forward according to the bank's practice of information collection. Based on the new information hypothesis, it derives a default probability model

applying the theory of structural approach. The simulation results showed that: (1) the prediction power on default probability of this model was better than base structural model and Z' score model; (2) domestic companies' financial reports to banks distorted the true fact seriously and were apt to overstate the credit qualities of companies.

Key words: structural models; noisy information; default probability

附录 1 引理 1 的推导

$$\begin{aligned} \because Z_t &\sim N(z_0 + m(t - t_0), \sigma^2(t - t_0)) \\ \therefore P(Z_0 = z, Z_t = x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x - z - m(t - t_0))^2}{2\sigma^2(t - t_0)}\right] \end{aligned}$$

假设 $f_t(x, y)$ 为 X_t, N_t 的联合密度函数, 即, $P\{X_t \in dx, N_t > y\} = f_t(x, y) dx$. 根据 Harrison^[29], 有

$$f_t(x, y) = \frac{\exp\left(\frac{mx}{\sigma^2} - \frac{m^2}{2\sigma^2} \frac{t - t_0}{\sigma}\right) g_t\left(\frac{x}{\sigma}, \frac{y}{\sigma}\right)}{\sigma}$$

其中: $g_t(a, b)$ 为标准布朗运动的联合密度函数: $g_t(a, b) =$

$$\frac{\phi\left(\frac{a}{\sqrt{t - t_0}}\right) - \phi\left(\frac{a - 2b}{\sqrt{t - t_0}}\right)}{\sqrt{t - t_0}}, \phi(z)$$

$$\phi(z) = \frac{\exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)}{\sqrt{2\pi}}$$

$$\therefore P(Z_0 = z, Z_t = x, N_t > 0) = f_t(x - z, -z) =$$

$$\frac{1}{\sigma} \exp\left[\frac{m(x - z)}{\sigma^2} - \frac{m^2}{2\sigma^2} \frac{t - t_0}{\sigma}\right] g_t\left(\frac{x - z}{\sigma}, \frac{-z}{\sigma}\right)$$

其中:

$$\begin{aligned} g_t\left(\frac{x - z}{\sigma}, \frac{-z}{\sigma}\right) &= \frac{1}{\sqrt{t - t_0}} \phi\left(\frac{x - z}{\sigma\sqrt{t - t_0}}\right) - \phi\left(\frac{x + z}{\sigma\sqrt{t - t_0}}\right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi(t - t_0)}} \exp\left(-\frac{(x - z)^2}{2\sigma^2(t - t_0)}\right) - \exp\left(-\frac{(x + z)^2}{2\sigma^2(t - t_0)}\right) \end{aligned}$$

经整理, 可以得到

$$\phi\left(\frac{x - z}{\sigma}, \frac{-z}{\sigma}\right) = P\{N_t > 0 \mid Z_0 = z, Z_t = x\}$$

$$\begin{aligned} \int_v^{+\infty} b(x \mid Y_t, z_0, t) dx &= \int_v^{+\infty} \frac{\beta_0}{\sqrt{2\pi}} (1 - e^{H(x, z_0)}) e^{J(x, y, z_0)} dx = \int_v^{+\infty} \frac{\beta_0}{\sqrt{2\pi}} e^{J(x, y, z_0)} dx - \int_v^{+\infty} \frac{\beta_0}{\sqrt{2\pi}} e^{H(x, z_0) + J(x, y, z_0)} dx = \\ &\left[\frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{\frac{(y - x - u)}{a^2} + \frac{z_0 - x + m(t - t_0)}{\sigma^2(t - t_0)}}{\sqrt{\frac{a^2 + \sigma^2(t - t_0)}{a^2\sigma^2(t - t_0)}}}\right) \right]_v^{+\infty} - \left[\frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{\frac{(y - x - u)}{a^2} - \frac{z_0 - x - m(t - t_0)}{\sigma^2(t - t_0)}}{\sqrt{\frac{a^2 + \sigma^2(t - t_0)}{a^2\sigma^2(t - t_0)}}}\right) \right]_v^{+\infty} \times \\ &\exp\left[-\frac{2\left[\frac{(y - v - u)}{a^2} + \frac{m(t - t_0)}{\sigma^2(t - t_0)}\right]\left[\frac{z_0 - v + m(t - t_0)}{\sigma^2(t - t_0)} - \frac{m(t - t_0)}{\sigma^2(t - t_0)}\right]}{\sqrt{\frac{a^2 + \sigma^2(t - t_0)}{a^2\sigma^2(t - t_0)}}}\right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{P\{N_t > 0, Z_0 = z, Z_t = x\}}{P\{Z_0 = z, Z_t = x\}} \\ &= 1 - \exp\left(-\frac{2zx}{\sigma^2(t - t_0)}\right) \end{aligned}$$

附录 2

(1) 引理 2 的推导

$$b(x \mid Y_t, z_0, t) dx = P(\tau > t, Z_t \in dx \mid Y_t) =$$

$$\frac{P(\tau > t, Z_t \in dx, Y_t = U_t + Z_t)}{P(Y_t = Y_t)} =$$

$$\frac{P(N_t - v > 0, Z_t \in dx, U_t = Y_t - x)}{P(Y_t = Y_t)} =$$

$$\frac{\phi(z_0 - v, x - v, \sigma\sqrt{t}) \phi_U(Y_t - x) \phi_Z(x)}{\phi_Y(Y_t)} =$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\sqrt{2\pi a^2 \sigma^2(t - t_0)}} \left[1 - \exp\left(-\frac{2(z_0 - v)(x - v)}{\sigma^2(t - t_0)}\right) \right] \times \\ &\exp\left[-\frac{(y - x - \bar{u})^2}{2a^2} - \frac{(x - z_0 - m(t - t_0))^2}{2\sigma^2(t - t_0)} + \frac{(y - z_0 - m(t - t_0) - \bar{u})^2}{2a^2 + 2\sigma^2(t - t_0)}\right] = \\ &\frac{\beta_0}{\sqrt{2\pi}} (1 - e^{H(x, z_0)}) e^{J(x, y, z_0)} \end{aligned}$$

其中

$$J(y, x, z_0) = -\frac{(y - x - \bar{u})^2}{2a^2} - \frac{(x - z_0 - m(t - t_0))^2}{2\sigma^2(t - t_0)} +$$

$$\frac{(y - z_0 - m(t - t_0) - \bar{u})^2}{2(a^2 + \sigma^2(t - t_0))}$$

$$H(x, z_0) = -\frac{2(x - v)(z_0 - v)}{\sigma^2(t - t_0)};$$

$$\beta_0 = \frac{a^2 + \sigma^2(t - t_0)}{a^2\sigma^2(t - t_0)}$$

(2) 引理 3 的推导

$$\Phi\left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{\sqrt{\beta_0}}\right) - \Phi\left(\frac{\beta_1 - \beta_3}{\sqrt{\beta_0}}\right) \exp\left[-\frac{2(\beta_1 + m/\sigma^2)(\beta_2 - m/\sigma^2)}{\beta_0}\right]$$

$$\therefore g(x | Y_t, z_0, t) = \frac{b(x | Y_t, z_0, t)}{\int_v^\infty b(z | Y_t, z_0, t) dx} =$$

$$\frac{\frac{\sqrt{\beta_0}}{2\pi} (1 - e^{H(x, z_0)}) e^{J(x, y, z_0)}}{\Phi\left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{\sqrt{\beta_0}}\right) - \Phi\left(\frac{\beta_1 - \beta_3}{\sqrt{\beta_0}}\right) \exp\left[-\frac{2(\beta_1 + m/\sigma^2)(\beta_2 - m/\sigma^2)}{\beta_0}\right]}$$

其中: $\beta_1 = \frac{y - v - \bar{\mu}}{\sigma^2}$; $\beta_2 = \frac{z_0 - v + m(t - t_0)}{\sigma^2(t - t_0)}$; $\beta_3 = \frac{z_0 - v - m(t - t_0)}{\sigma^2(t - t_0)} = \beta_2 - \frac{2m}{\sigma^2}$.

$$\exp\left[-\frac{2m(x - v)}{\sigma^2}\right] \Phi\left[\frac{-x + v + m(T - t)}{\sigma \sqrt{T - t}}\right]$$

根据引理3, 当信息流为 $\mathfrak{R}_t = \sigma(Y_t, B, \rho(\tau) = 0)$ 条件下, 公司资产价值的对数为 x 的密度为 $g(x | \mathfrak{R}_t) = g(x | Y_t, z_0, t)$. 因此在 \mathfrak{R}_t 条件下, 借款人在 $[t, T]$ 上生违约的概率为

$$P(t, T, x, v) = P\{\tau \leq T | \mathfrak{R}_t\} = 1 - P\{\tau > T | \mathfrak{R}_t\} = 1 - \int_x^{+\infty} (1 - p(t, T, x, v)) g(x | Y_t, z_0, t) dx$$

附录3 定理1的推导

根据正文基本模型, 在公司资产价值 V_t 确定的情况下, 公司的违约概率为

$$p(t, T, x, v) = \Phi\left[\frac{-x + v - m(T - t)}{\sigma \sqrt{T - t}}\right] +$$

(上接第15页)

[18] 刘 斌, 刘思峰, 陈 剑. 一类短生命周期产品供应链的有价格差异联合契约[J]. 管理科学, 2006, 19: 6—12.

Liu Bin, Liu Si-feng, Chen Jian. Combined contract with different prices for supply chain coordination of a short life cycle product[J]. Journal of Management Sciences, 2006, 19: 6—12. (in Chinese)

Comparison of three inventory models of short life cycle products

XU Xian-hao, YU Shuang-qi

School of Management, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China

Abstract: This paper discusses three inventory models for short life cycle products with concerning the factor of value deterioration. Firstly, it assumes that the demand of product is linear change with time and the production rate is constant. It also assumes that the rate of value deterioration is in inverse proportion to the demand of products, and the market life cycle of products will be over when the demand is one. Secondly, three inventory models are developed under the condition of perfect situation, shortage allowance and change of demand due to discount respectively. The optimal inventory model which the average total cost is minimum can be obtained by comparing the three inventory models. Finally, the procedure of choosing the appropriate inventory model is analyzed and the numerical example is given.

Key words: short life cycle product; inventory model; value deterioration; discount