

延迟决策对一类双寡头广告博弈模型的影响分析

徐 峰¹, 盛昭瀚¹, 姚洪兴², 陈国华¹

(1. 南京大学工程管理学院, 南京 210093;

2. 江苏大学系统工程研究所, 镇江 212013)

摘要: 将延迟决策引入到双寡头有限理性广告博弈模型中, 研究了其对系统的影响, 并对该模型进行了稳定性分析. 在此基础上, 以累计利润为指标, 通过数值模拟与仿真发现延迟变量的引入并不一定能够为企业带来竞争优势, 而这主要取决于引入延迟变量的时间点和延迟变量系数的大小. 同时对延迟变量系数与系统参数的稳定域之间的关系做了探讨, 指出在混沌时如果延迟变量系数取得适当, 将会极大地提高自身的竞争优势和系统的稳定性. 另外, 对混沌时降低单位广告所产生的平均需求的两种方式对企业的不同影响做了研究, 并指出通过降低广告制作成本来降低单位广告所产生的平均需求将会为企业赢得更大的竞争优势.

关键词: 延迟决策; 混沌; 广告模型; 博弈

中图分类号: F232; O415 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007 - 9807 (2007) 05 - 0001 - 10

0 引 言

广告竞争是非价格竞争的一个主要方面^[1], 多年来对广告竞争模型的研究一直为广大经济学家和科学工作者所关注^[2~14]. Lanchester模型^[15]最初用于军事, Little等人将其引入到 V - W 模型, 从而成为分析广告竞争模型一个常用的建模框架^[2]. 基于该模型的大量文献用于研究开环和闭环情况下的 NASH均衡点充要条件和对非耐用品市场实证研究^[3~9]. 例如 Wang研究了非耐用品双寡头广告竞争模型, 通过改进 Lanchester模型, 使其更加符合实际情况^[9]. 齐洁等人提出一个基于 V-W 销售广告反应模型的二维离散广告竞争动态模型, 得出了模型中两个状态变量在一定参数下混沌同步现象^[11]. Ahmed等人研究了一类双寡头古诺广告竞争模型, 发现其中存在混沌现象^[13].

Nelson^[16]认为经验品广告并不能提供真实的信息, 但是能够使消费者相信产品具有很高的

质量, 因为只有生产高质量产品的公司花费大量费用做广告才是有利可图的. 在此基础上, Milgrom^[17~19]等人建立了广告的信号博弈框架, 其假设一种新的经验商品通过广告传递信息, 消费者只有购买第一期才能进入第二期, 如果消费者认为第一期产品满意才会购买第二期产品, 否则退出市场. 寡头可以通过调整价格和广告, 其不但可以体现其产品质量而且可以扩大后期需求. 但 Milgrom的模型主要依靠重复购买, 因此更适合于解释非耐用品市场^[20].

经验性证据表明广告对多数产品需求影响的持续时间为几个月而不是几年^[19]. 由于耐用品消费者一般需要使用几年后才会二次购买, 这样就面临一个问题, 即在此期间, 产品质量的体验对市场影响并不明显, 大多消费者很可能是第一次购买, 消费者对产品质量高低的体验对厂商的市场影响可能并不明显. 也许需要很长时间才能体现. 因此, 基于上述文献, 针对这一时期市场情况, 本文建立了新耐用品市场中双寡头广告博

收稿日期: 2005 - 04 - 19; 修订日期: 2007 - 07 - 10.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70571034; 70401013); 国家博士后基金资助项目 (20060400918); 教育部哲学社会科学创新基地子课题资助项目.

作者简介: 徐 峰 (1980—), 男, 安徽泗县人, 博士生, Email: xufeng-80@163.com.

弈模型. 假设两寡头企业生产同质的经验品, 而消费者主要为初次购买的情形, 其购买行为主要受广告影响, 寡头企业通过广告相互竞争. 首先, 考虑到厂商决策方式的不同, 假设双寡头的一方采用延迟决策, 研究延迟决策的引入对系统的平衡点、稳定性以及系统的演化过程的影响; 在此基础上, 以累计利润为指标, 探讨了企业在不同时期引入延迟决策对企业竞争优势的不同影响以及延迟变量系数与系统稳定的参数区域之间的关系. 另外, 对企业试图通过降低由单位广告所产生的平均需求来获得竞争优势的两种方式进行了研究.

1 模型的建立

经济学家将产品分为搜寻品和经验品, 相应的广告分为信息性广告和劝导性广告^[21, 22]. 信息性广告描述产品的存在、特征和销售条件. 与之相比, 劝导性广告被设计为试图改变消费者偏好. 其目的在于促其形成选择性需求, 即购买本企业产品. 假设新产品市场有两寡头企业生产同质的经验品, 产品为耐久性产品, 消费者主要为初次购买; 在一个周期内, 企业的产品销售量等于企业产品的生产量, 即达到产销平衡; 不考虑企业的已有的品牌效应的影响, 即只考虑两企业在该市场的广告竞争行为对在该新产品市场的影响; 两个企业投放劝导性广告, 其顾客的购买行为主要取决于企业广告, 其广告决策发生在离散的时间周期, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$; i 表示第 i 家企业在单位时间内单位广告所产生的平均需求; x_i 表示第 i 家企业在单位时间内投入的广告数量; 所以第 i 家企业的产品销售函数为 $q_i(x_i) = x_i^{\alpha_i}$ ^[22-24], 相应的单位周期的广告制作成本为 T_i , 单位广告发送成本为 ca_i , 单位产品的广告发送成本为 $ca_i = ca_i / \alpha_i$; c_i 表示第 i 家企业生产投入的固定成本, d_i 代表该企业

的单位产品生产变动成本, 其生产成本函数可写为 $c_i(x_i) = c_i + d_i x_i$; i 代表生产成本函数. $c_i = ca_i + d_i$ 代表第 i 家企业单位产品的变动总成本. 第 n 期的价格 P 是由总产量 $Q(n) = q_1(n) + q_2(n)$ 通过 $p = p(Q) = a - bQ$ 的逆需求函数决定的, 这里的 a 和 b 是正的常数, a 表示市场上该产品的最高价格. 由于 $q_i(x_i) = x_i^{\alpha_i}$, 故需求函数可写为 $p = p(Q) = a - b(x_1^{\alpha_1} + x_2^{\alpha_2})$. 每个企业的战略空间是选择广告投入量, 则第 i 家企业在第 n 期的税前利润为

$$\begin{aligned}
 \pi_i(x_1(n), x_2(n)) &= x_i^{\alpha_i}(n) (a - bQ(n)) - \\
 &c_i - d_i x_i(n) - T_i - ca_i x_i(n), \\
 i &= 1, 2
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

第 i 家企业在一个期间的边际利润为

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \pi_i(x_i, x_j)}{\partial x_i} &= (a - bQ(n)) \alpha_i x_i^{\alpha_i - 1}(n) - \\
 &d_i - ca_i, \quad i = 1, 2
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

由于现实中每个企业并不具有完全的市场信息, 也不能完全预测到未来的市场变化情况, 因而他们的决策往往都是基于部分信息而做出的. 假设企业决策是基于上一期的边际利润的局域估计基础上的有限理性调整过程. 如果企业认为第 n 期利润为正, 则他将会在第 $n + 1$ 期就会增加广告投入量, 反之如果边际利润为负的, 他就会减少广告投入量^[25-27]. 于是可得第 i 企业第 $n + 1$ 期的广告投入量为

$$\begin{aligned}
 x_i(n + 1) &= x_i(n) + \alpha_i x_i(n) \frac{\partial \pi_i(x_i, x_j)}{\partial x_i}, \\
 i &= 1, 2
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

其中, α_i 是一个正的参数, 表示第 i 企业的广告投入量的调整速度. 于是可以由式 (2) 和式 (3) 得到企业的广告投入量的博弈模型

$$\begin{aligned}
 x_i(n + 1) &= x_i(n) + \alpha_i x_i(n) ((a - bQ(n)) \alpha_i - \\
 &b \alpha_i^2 x_i(n) - d_i - ca_i), \quad i = 1, 2
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

由系统 (4), 可得如下离散系统

$$\begin{cases}
 x_1(n + 1) = x_1(n) + \alpha_1 x_1(n) (a_1 - 2b_1^2 x_1(n) - b_1 \alpha_2 x_2(n) - d_1 - ca_1) \\
 x_2(n + 1) = x_2(n) + \alpha_2 x_2(n) (a_2 - 2b_2^2 x_2(n) - b_2 \alpha_1 x_1(n) - d_2 - ca_2)
 \end{cases}
 \tag{5}$$

这里的 $x_1(n + 1), x_2(n + 1)$ 表示企业 1, 2 在 $t + 1$ 的周期内的广告投入量. 如果双方都知道提高 α_i , 可以获得前期优势 (注: 这是建立在企业能获得盈利的基础上的), 双方将都会进一步提高 α_i ,

Nash 均衡点也将会从稳定变得不稳定, 经倍周期分叉进入混沌^[14]. 因此, 博弈的双方必然会有一方会采取某种措施来稳定市场, 假设其中一个参与人试图引入延迟决策来稳定市场, 求得竞争

优势.

同时,在现实中,企业在做 $t + 1$ 期决策时不但会考虑到 t 的情况,还要考虑过去更多期的情况,从而使得决策更加谨慎.根据上述思想本文将其引入到系统中,企业的决策过程如下所示^[28-30]

$$x_i(n+1) = x_i(n) + \lambda_i x_i(n) \frac{\partial \pi_i(x^d)}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\begin{cases} x_1(n+1) = x_1(n) + \lambda_1 x_1(n) [a - 2b_1(w x_1(n) + (1-w)x_1(n-1)) - b_2 x_2(n) - c_1] \\ x_2(n+1) = x_2(n) + \lambda_2 x_2(n) [a - 2b_2 x_2(n) - b_1(w x_1(n) + (1-w)x_1(n-1)) - c_2] \end{cases} \quad (6)$$

2 模型分析

为了研究系统 (6) 的稳定性,将上式改写为

$$\begin{cases} x_1(n+1) = x_1(n) + \lambda_1 x_1(n) [a - 2b_1(w x_1(n) + (1-w)y_1(n)) - b_2 x_2(n) - c_1] \\ x_2(n+1) = x_2(n) + \lambda_2 x_2(n) [a - 2b_2 x_2(n) - b_1(w x_1(n) + (1-w)y_1(n)) - c_2] \\ y_1(n+1) = x_1(n) \end{cases} \quad (7)$$

由式 (7) 可得如下四个不动点

$$E_0 = (0, 0, 0), \quad E_1 = \left[\frac{a - c_1}{2b_1}, 0, \frac{a - c_1}{2b_1} \right],$$

$$E_2 = \left[0, \frac{a - c_2}{2b_2}, 0 \right], \quad E_3 = \left[\frac{a + c_2 - 2c_1}{3b_1}, \frac{a + c_1 - 2c_2}{3b_2}, \frac{a + c_2 - 2c_1}{3b_1} \right].$$

其中, $x^d = (x_1^d, x_2^d, \dots, x_n^d), x_i^d = \sum_{l=0}^T X_i(t-l)W_l,$

$$W_l = 0, \quad W_l = 1, \quad l = 0, 1, 2, \dots, T$$

假设在激烈的竞争中,企业 1 首先考虑采用延迟决策,这里取 $T = 1$.即企业在决定广告投入量时综合考虑本期和上一期的边际利润情况.可以得到如下系统

显然, E_0, E_1, E_2 为有界均衡, E_3 为 Nash 均衡.下面研究这些均衡的局部稳定性,并给出经济学解释.首先求出式 (7) 的 Jacobin 矩阵,即

$$\begin{pmatrix} 1 + \lambda_1 [a - 2b_1(w x_1 + (1-w)y_1) - b_2 x_2 - c_1] - 2b_1 \lambda_1^2 x_1 w & -\lambda_1 b_1 \lambda_2 x_1 & -2b_1 \lambda_1^2 x_1 (1-w) \\ -2b_1 \lambda_1 \lambda_2 x_2 w & 1 + \lambda_2 [a - 4b_2 x_2 - b_1(w x_1 + (1-w)y_1) - c_2] & -2b_2 \lambda_1 \lambda_2 x_2 (1-w) \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

下面对各个均衡点进行分析:

在有界均衡 E_0 处, Jacobin 矩阵为

$$J(E_0) = \begin{pmatrix} 1 + \lambda_1 (a - c_1) & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \lambda_2 (a - c_2) & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

它的三个特征值为 $\lambda_1 = 1 + \lambda_1 (a - c_1), \lambda_2 = 1 + \lambda_2 (a - c_2), \lambda_3 = 0$ 由于 $\lambda_1 > 1, \lambda_2 > 1$, 所以 E_0 是不稳定的.从经济学的角度来讲,就是两企业都退出了该市场,从而取得市场的均衡即稳定.对于正常的寡头垄断市场,这显然是不可能的,因为双方都知道如果自己不做广告的话,而对手做广告的话,市场必然被对手占领.除非双方都认为该市场是一个萎缩市场或未成熟的市场而退出该市场.或者双方在剧烈的竞争中(混沌状态)两败

俱伤从而达成暂时的合作,垄断该市场,但是从博弈论角度来讲,这种合作是不稳定的.假如双方达成合作,首先由于市场是一个开放系统,而一般的产品都有替代品,如果生产替代品的厂商做广告,这将会挤压合作寡头所在的市场;其次,如果双方都做广告不但会巩固已有的市场,而且会开发出新的市场;再次,这种合作或者均衡之能是短期的,因为双方都知道如果对手不做广告而自己做广告,将会赢得更多的利润,同时由于广告的制作具有隐蔽性,当对手发现时,在采取措施时,往往已经晚了一步.所以出于对利润最大化的追求,必然会有一方背叛这种合约,显然这种合作是不稳定的.

在有界均衡 E_1 处, Jacobin 矩阵为

$$J(E_1) = \begin{pmatrix} 1 - w_1(a - c_1) & -\frac{(a - c_1)}{2} & (1 - w)(a - c_1) \\ 0 & 1 + w_2 \frac{(a - 2c_2 + c_1)}{2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

其特征多项式为 $\lambda^3 - \lambda^2 + \lambda - 3 = 0$

其中,

$$\lambda_1 = 2 - w_1(a - c_1) + w_2 \frac{(a + c_1 - 2c_2)}{2}$$

$$\lambda_2 = 1 - w_1(a - c_1) + w_2 \frac{(a + c_1 - 2c_2)}{2} -$$

$$w_1 w_2 (a - c_1) \frac{(a + c_1 - 2c_2)}{2} + w_1(1 -$$

$$\lambda_{2,3} = \frac{1 - w_1(a - c_1) \pm \sqrt{[1 + w_1(a - c_1)]^2 - 4(a - c_1)}}{2}$$

由于其至少有一个 $\lambda_1 = 1 + w_2 \frac{a + c_1 - 2c_2}{2} > 1$,

所以 E_1 点时不稳定的. 这意味着在企业 2 被淘汰出局或者说退出该竞争市场, 造成这种现象的原因可能有两种: 一种是如果开始双方串通, 垄断该市场, 但其中一方 (企业 1) 背叛了这种合作在市场上作了广告, 显然对手 (企业 2) 要采取报复,

$$J(E_2) = \begin{pmatrix} 1 + w_1 \frac{(a - 2c_1 + c_2)}{2} & 0 & 0 \\ -w_2 \frac{(a - c_2)}{2} & 1 - w_2(a - c_2) & w_1(1 - w) \frac{(a - c_2)}{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

其特征多项式为 $\lambda^3 - \lambda^2 + \lambda - 3 = 0$

其中, $\lambda_1 = 2 + w_1 \frac{a + c_2 - 2c_1}{2} - w_2(a - c_2)$

$$\lambda_2 = 1 + w_1 \frac{(a + c_2 - 2c_1)}{2} - w_2(a - c_2) -$$

$$w_1 w_2 (a - c_2) \frac{a + c_2 - 2c_1}{2}$$

$$\lambda_3 = 0$$

$$\begin{pmatrix} 1 - w_1 w \frac{2(a - 2c_1 + c_2)}{3} & -\frac{(a - 2c_1 + c_2)}{3} & (1 - w) \frac{2(a - 2c_1 + c_2)}{3} \\ -w_2 w \frac{(a - 2c_2 + c_1)}{3} & 1 - w_2 \frac{2(a - 2c_2 + c_1)}{3} & w_1(1 - w) \frac{(a - 2c_2 + c_1)}{3} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

其特征多项式为 $\lambda^3 - \lambda^2 + \lambda - 3 = 0$

$$\lambda_3 = - (1 - w) w_1(a - c_1) - w_1 w_2 (1 - w) \times (a - c_1) \frac{(a + c_1 - 2c_2)}{2}$$

求解出其三个特征根为 $\lambda_1 = 1 + w_2 \frac{a + c_1 - 2c_2}{2}$;

因为企业 2 很容易观察到这种背叛的行为 (广告投入显然是公共信息), 而会采取相应的惩罚措施, 即投放广告; 另一种就是企业 (2) 的成本过高, 而被对手 (企业 1) 挤出该市场, 显然企业 2 不会满足现状, 它会尽力减少成本, 以赢得竞争优势. 不管是哪一种, 该点都不会是稳定的.

在有界均衡 E_2 处, Jacobin 矩阵为

求解出其三个特征根为 $\lambda_1 = 1 + w_1 \frac{a + c_2 - 2c_1}{2}$, $\lambda_2 = 1 - w_2(a - c_2)$, $\lambda_3 = 0$

由于 $\lambda_1 > 1$, 所以可以确定 E_2 是不稳定的. 其情况与 E_1 点类似.

相对来说最关心的是系统在 NASH 均衡点情况, 下面将对其进行研究. 在有界均衡 E_3 处, Jacobin 矩阵为

其中, $\lambda_1 = 2 - w_1 w \frac{2(a - 2c_1 + c_2)}{3}$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{2(a - 2c_1 + c_1)}{3} \\
 & 2 = \left[1 - \frac{2(a - 2c_1 + c_2)}{3} \right] \times \\
 & \left[1 - \frac{2(a - 2c_2 + c_1)}{3} \right] - \\
 & \frac{(a - 2c_2 + c_1)(a - 2c_1 + c_2)}{9} + \\
 & \frac{(a - 2c_1 + c_2)}{3} \\
 & 3 = \frac{2(a - 2c_1 + c_2)}{3} - \frac{2(a - 2c_2 + c_1)(a - 2c_1 + c_2)}{9}
 \end{aligned}$$

根据 Jury 条件, Nash 均衡 E_3 稳定的充分必要条件为

- 1) $1 - \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3 > 0$
- 2) $1 + \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3 > 0$
- 3) $|\lambda_3| < 1$
- 4) $|\lambda_3 - 1| > |\lambda_3 - \lambda_2|$

由于随着参数的变化,其稳定区域是变化的,故将在数值模拟部分给出其范围.当两企业的广告投入量的调整速度 λ_1, λ_2 , 满足上述条件时,两企业的广告投入量将趋于平衡点 $E_3 = \left[\frac{a + c_2 - 2c_1}{3b_1}, \frac{a + c_1 - 2c_2}{3b_2}, \frac{a + c_2 - 2c_1}{3b_1} \right]$, 并将在此点获得各自的最大利润,其值为 $\pi_1 = \frac{(a + c_2 - 2c_1)^2}{9b} - T_1 - C_1, \pi_2 = \frac{(a + c_1 - 2c_2)^2}{9b} - T_2 - C_2$, 同未引入延迟变量相同.即系统引入延迟变量并不会影响系统均衡.在与未引入延迟变量取相同的系数情况下,系统参数的稳定区域还取决于延迟变量系数 w 有关.本文将在下面给出其数值模拟区域,并给出 w 的不同取值与 λ_1, λ_2 的稳定域之间的关系.

在该市场系统的演化情况可能分为两种情况:1)、如果 λ_1, λ_2 在稳定域内,双方的广告投入量将会在 Nash 均衡点附近波动.2)、如果 λ_1, λ_2 在稳定域外,系统的演化过程可能是由 E_0 演化到 E_1 或 E_2 点再演化到 E_3 ,再由 E_3 演化到 E_0, E_1 或 E_2 点,这样一个反复过程,即由一方打破该合作

而另一方采取惩罚措施,使得系统趋向 Nash 均衡点,又由于激烈的竞争在远离平衡点的反复过程.所以当双方为了赢得前期优势而提高 λ_1, λ_2 时,将会是系统经倍周期分叉进入混沌而不会稳定在 Nash 均衡点.这时候其中如果一个企业引入延迟决策,由下文可知,当 w 取值适当系统的稳定性将大大增加,从而使得系统重新稳定在 Nash 均衡点附近,同样有理由推断如果双方都引入延迟变量系统的稳性将进一步提高.

3 数值模拟与分析

为了更好地了解系统的性质,下文对系统进行数值模拟分析.当企业未引入延迟变量时,取参数值为 $a = 20, b = 4, ca_1 = 1, ca_2 = 1, \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1, \mu_1 = 0, \mu_2 = 0, d_1 = 3, d_2 = 3, c_1 = 1, c_2 = 1, T_1 = 1.0, T_2 = 1.0$ 时,可得企业 1、2 广告投入量轨线分叉图, (如图 1 所示) 即系统进入混沌状态.参数不变,引入延迟决策,取 $w = 0.5$ 可以得到其广告投入量的稳定图如图 2 所示,即系统稳定在 Nash 均衡点附近.为了讨论 w 取值的大小对系统的影响,取 $a = 20, b = 4, ca_1 = 1, ca_2 = 1, \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1, d_1 = 3, d_2 = 3, c_1 = 1, c_2 = 1, T_1 = 1.0, T_2 = 1.0$ 可以得到 λ_1, λ_2 的稳定域如图 3 所示.由于企业 1 主要是为了提高系统的稳定性而引入延迟变量的,很明显在混沌时, λ_1 和 λ_2 比较大,在本系统中可以看到 w 取 0.4, 0.5, 0.6 比较好,在后面的仿真中都是取 $w = 0.5$

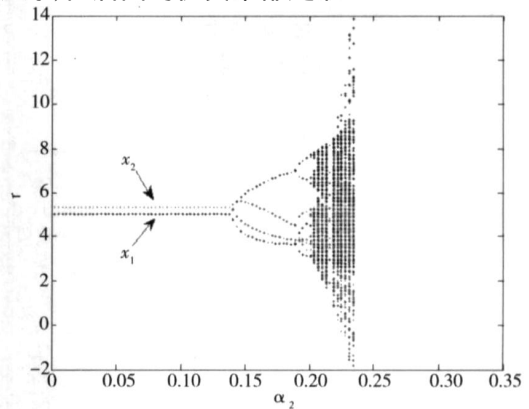


图 1 企业 1、2 广告投入量轨线分叉图
Fig. 1. The bifurcation diagram of the trajectories of the 1,2 enterprise's output quantity in advertisement

本文在仿真过程中参数设定时参考了 Christensen, Agiza, Puu, Baghestani 等相关文献,且单位广告投入成本低于生产成本.另根据有关垄断企业的广告与销售额关系的 Dorfman-Sreiner 条件, Baghestani 对 Lydia Pinkham 公司的 1907 ~ 1960 数据进行分析,发现该企业的广告与销售额比率是一个很平稳变量.

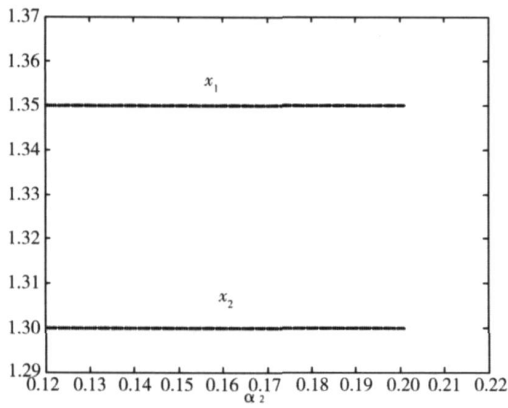


图 2 引入延迟决策后企业管理, 2 广告投入量的稳定图

Fig 2 The 1, 2 enterprise s output quantity in advertisement, when the enterprise 1 used the delayed decisions

在竞争初期, 取 $a = 20, b = 4, ca_1 = 1, ca_2 = 1, l_1 = 1, l_2 = 1, \alpha_1 = 0.12, \alpha_2 = 0.1, d_1 = 3, d_2 = 3, c_1 = 1, c_2 = 1, T_1 = 2.0, T_2 = 1.0, w = 0.5, n = 15$, 通过仿真发现在未引入延迟变量时企业 1、2 的累积利润分别为 $R_1 = 78.0594, R_2 = 71.7466$, 显然企业 1 明显比企业 2 有竞争优势; 但是当企业 1 引入延迟变量时, 企业 1、2 的利润分别为 $R_{11} = 69.2831, R_{22} = 71.0331$, 显然企业 2 反而比企业 1 有竞争优势, 如图 4 所示. 保持其他参数不变, 继续增大 α_1, α_2 , 当 $\alpha_1 = 0.18, \alpha_2 = 0.17$ 时, 系统处于混沌状态, 企业 1、2 的累计利润分别为, $R_1 = 48.3303, R_2 = 81.4612$; 企业 1 引入延迟变量后, 企业 1、2 的利润分别为 $R_{11} = 77.5440, R_{22} = 79.3613$, 很明显企业 1 在引入延迟变量其业绩得到非常大的改善, 如图 5 所示. 所以企业在考虑引入延迟决策时, 应该考虑引入延迟决策的时间点, 过早或过晚引入延迟变量都会对企业产生不利的影响, 显然准确地判断企业何时进入混沌是非常重要的, 这就需要企业准确地数据, 丰富的市场经验, 果断地下决心的魄力.

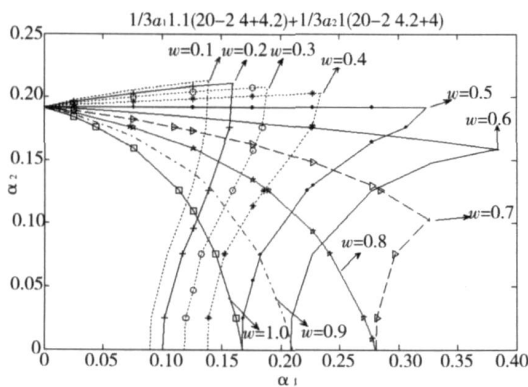


图 3 w 取值的变化与 α_1, α_2 的稳定域的变化图

Fig 3. The region of stability of Nash equilibrium of duopoly game, When w changed

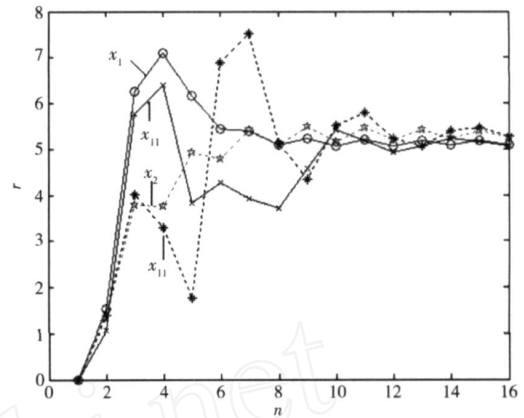


图 4 x_1, x_2 表示竞争初期未引入延迟变量时企业 1、2 的利润; x_{11}, x_{22} 表示竞争初期未引入延迟变量时企业 1、2 的利润;

Fig 4 The profit diagram of 1, 2 enterprise, when the enterprise 1 used or not used the delayed decisions in the first time

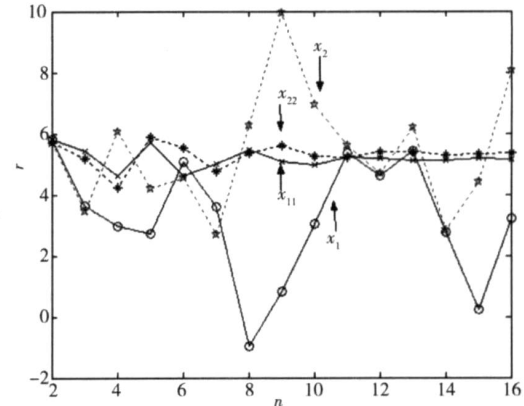


图 5 x_1, x_2 表示混沌时未引入延迟变量时企业 1、2 的利润; x_{11}, x_{22} 表示混沌时未引入延迟变量时企业 1、2 的利润,

Fig 5 The profit diagram of 1, 2 enterprise, when the enterprise 1 used or not used the delayed decisions in the chaos

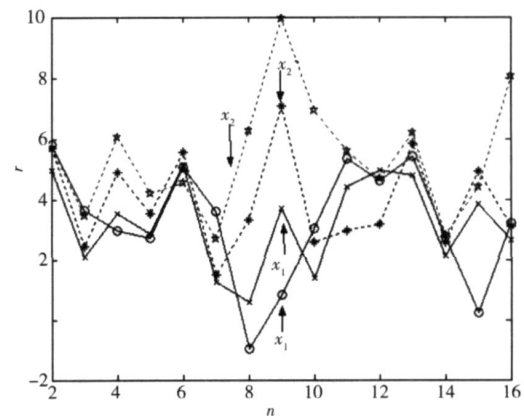


图 6 x_1, x_2 表示混沌时未引入延迟变量时企业 1、2 的利润; x_{1ca}, x_{2ca} 表示企业 1 通过降低 ca_1 时企业 1、2 的利润,

Fig 6 The profit diagram of 1, 2 enterprise, when the enterprise 1 decreased or not decreased advertising cost in the chaos

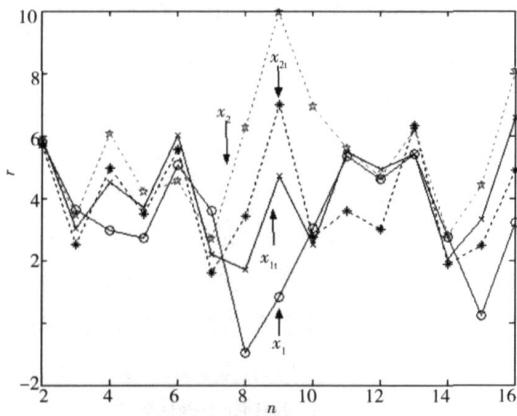


图 7 x_1, x_2 表示混沌时未引入延迟变量时企业 1, 2 的利润; x_{11}, x_{12} 表示企业通过降低 T_1 时企业 1, 2 的利润.

Fig 7 The profit diagram of 1, 2 enterprise, when the enterprise 1 decreased or not decreased cost of making advertisement in the chaos

在混沌时,企业 1 如果试图通过降低 β_1 (可以提高系统的稳定性) 来获得竞争优势,其有两条途径:一种是通过降低 ca_1 , 另一种是通过降低 T_1 . 在未降低之前企业 1、2 的累计利润分别为 $R_1 = 48.3303, R_2 = 81.4612$. 当企业 1 通过降低 ca_1 时,即 $ca_1 = 1.0$ 降低到 0.95 ,相应地 β_1 从 1.1 降低到 1.0 时,企业 1、2 的累计利润分别为 $R_1 = 48.2804, R_2 = 59.2133$; 当企业 1 通过降低 T_1 时,即 $T_1 = 20$ 降低到 1.0 ,相应地 β_1 从 1.1 降低到 1.0 时,企业 1、2 的累计利润分别为 $R_1 = 62.0869, R_2 = 59.2162$,如图 6、7 所示.

考虑企业 1 不但降低 β_1 同时引入延迟变量. 当企业 1 通过降低 ca_1 时,即 $ca_1 = 1.0$ 降低到 0.95 ,相应地 β_1 从 1.1 降低到 1.0 时,企业 1、2 的累计利润分别为, $R_1 = 48.2804, R_2 = 59.2133$; 如果企业 1 同时引入延迟变量 ($w = 0.5$) 企业 1、2 的累计利润分别为 $R_1 = 65.9295, R_2 = 70.5390$. 当企业 1 通过降低 T_1 时,即 $T_1 = 2.0$ 降低到 1.0 ,相应地 β_1 从 1.1 降低到 1.0 时,企业 1、2 的累计利润分别为 $R_1 = 62.0869, R_2 = 59.2162$, 如果企业 1 同时引入延迟变量 ($w = 0.5$) 企业 1、2 的累计利润分别为 $R_1 = 79.6532, R_2 = 71.1391$, 如图 8、9 所示.

通过对系统的分析和数值模拟,可以得到以下结论:

(1) 延迟决策的引入并不一定能给企业带来竞争优势,这主要取决于延迟决策引入的时间点

和延迟变量系数的大小,例如在竞争初期引入延迟决策的企业反而会降低其竞争优势,但是如果企业能选择在混沌时引入延迟变量,将会带来很大的竞争优势.

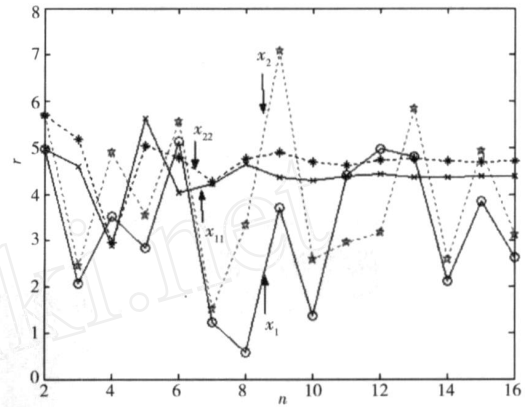


图 8 x_1, x_2 表示通过降低 ca_1 时企业 1, 2 的利润; x_{11}, x_{22} 表示引入延迟变量时企业 1, 2 的利润

Fig 8 The profit diagram of 1, 2 enterprise, when the enterprise 1 decreased advertising cost or used the delayed decisions in the chaos

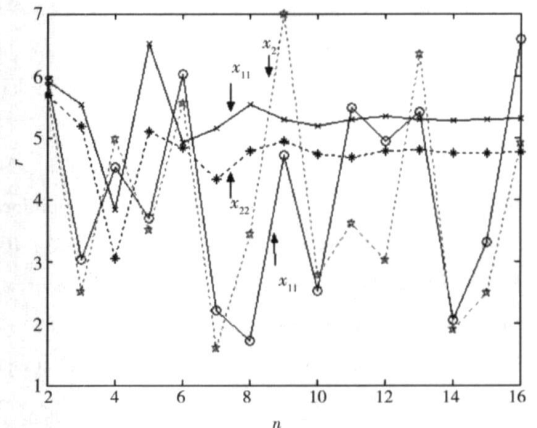


图 9 x_1, x_2 表示通过降低 T_1 时企业 1, 2 的利润; x_{11}, x_{22} 表示引入延迟变量时企业 1, 2 的利润

Fig 9 The profit diagram of 1, 2 enterprise, when the enterprise 1 decreased cost of making advertisement or used the delayed decisions in the chaos

(2) 延迟决策的引入不但对本企业产生影响,同时也会对竞争对手产生影响,并提高了系统的稳定性,但在混沌状态下引入延迟决策的企业会极大地提高自身的稳定性和竞争优势,使得系统向 NASH 均衡点演化. 在相应的参数下,延迟决策的引入使得系统稳定域扩大,减少了系统的波动,便于企业生产计划的安排,在一定程度上保证了生产的稳定.

(3) 当企业试图通过降低 c_i 来获得竞争优势时, 发现有两种途径可以选择: 一是通过降低 c_i 来降低 π_i , 二是通过降低 T 的方式来降低 π_i . 当企业通过降低 c_i 时, 对自身影响并不大, 但对对手打击很大; 当企业通过降低 T 时, 不但可以很好地增加自身的竞争优势, 还可以打击对手.

4 结束语

本文建立了新产品市场的广告竞争博弈模型, 在一系列的假设前提下, 对模型进行了理论分析和系统仿真, 得出了一些关于新产品市场广告

投入决策的结论. 文中指出在一个新产品市场竞争初期, 根据上一期边际利润而做出广告投入决策的企业比采取延迟决策的企业能赢得更多的竞争优势, 但随着竞争的日益激烈, 在适当的时候引入延迟决策的企业可以赢得更多竞争优势.

值得指出的是, 本文只是在理论上研究耐用品生产企业在新产品市场上的广告竞争行为及延迟决策对市场的影响分析, 对于该市场的实证还有待于进一步地研究. 另外模型未考虑重复购买、质量因素对企业未来竞争优势的影响, 因此, 还存在一定的局限, 这些问题将在以后的工作中给予研究.

参 考 文 献:

- [1] 泰勒尔. 产业组织理论 [M]. 北京: 中国人民大学出版社, 1997.
- Tirole J. The Theory of Industrial Organization [M]. Beijing: People's University of China Press, 1997. (in Chinese)
- [2] Little J D C. Aggregate advertising models: The state of the art [J]. Operations Research, 1979, 27 (4): 629—667.
- [3] Chintagunta P, Vilcassim N J. An empirical investigation of advertising strategies in a dynamic duopoly [J]. Management Science, 1992, 38 (9): 1230—1244.
- [4] Erickson G. Dynamic conjectural variations in a lanchester oligopoly [J]. Management Science, 1997, 43 (11): 1603—1608.
- [5] Fruchter G E. The many-p layer advertising game [J]. Management Science, 1999, 45 (11): 1609—1611.
- [6] Jarrar R, Herrán G, Zaccour G. Markov perfect equilibrium advertising strategies of lanchester duopoly model: A technical note [J]. Management Science, 2004, 50 (7): 995—1000.
- [7] Mesak H I, Calkway J A. Hybrid Subgames and copycat games in a pulsing model of advertising competition [J]. The Journal of the Operational Research Society, 1999, 50 (8): 837—849.
- [8] Jarrar R, Guimarães M H, Zaccour G. Markov perfect equilibrium advertising strategies of lanchester duopoly model: A technical note [J]. Management Science, 2004, 50 (7): 995—1000.
- [9] Qin W, Zhang W. A duopolistic model of dynamic competitive advertising [J]. European Journal of Operational Research, 2001, 128 (1): 213—226.
- [10] 席酉民, 陆晓鸣. 广告的动态最优控制模型 [J]. 系统工程理论与实践, 1998, (8): 11—18.
- Xi Youmin, Lu Xiaoming. Dynamic optimal control models in advertising [J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 1998, (8): 11—18. (in Chinese)
- [11] 齐洁, 汪定伟. 广告竞争模型中的混沌同步特性分析 [J]. 管理科学学报, 2004, 7 (2): 27—31.
- Qi Jie, Wang Dingwei. Chaotic dynamic properties for an advertising model in duopoly market [J]. Journal of Management Sciences in China, 2004, 7 (2): 27—31. (in Chinese)
- [12] 张玉林, 仲伟俊, 梅姝娥. 企业间生产与广告投资分配的竞争分析 [J]. 管理科学学报, 2002, 5 (4): 34—38.
- Zhang Yulin, Zhong Weijun, Mei Shue. Competition analysis between enterprises in allocation of production and advertising investment [J]. Journal of Management Sciences in China, 2002, 5 (4): 34—38. (in Chinese)
- [13] Ahmed E, Agiza H N, Hassan S Z. On modelling advertisement in cournot duopoly [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 1999, 10 (7): 1179—1184.

- [14] 姚洪兴, 徐 峰. 双寡头有限理性广告竞争博弈模型的复杂性分析 [J]. 系统工程理论与实践, 2005, 12: 32—37.
Yao Hongxing, Xu Feng. Complex dynamics analysis for a duopoly advertising model with bounded rationality [J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2005, 12: 32—37. (in Chinese)
- [15] Kimball G E. Some industrial applications of military operations research methods [J]. Operations Research, 1957, 5 (2): 201—204.
- [16] Nelson P. Advertising as information [J]. Journal of Political Economy, 1974, 82 (4): 729—754.
- [17] Milgrom P. Roberts J. Price and advertising signals of product quality [J]. Journal of Political Economy, 1986, 94 (4): 796—821.
- [18] Roberts M J, Samuelson L. An empirical analysis of dynamic, nonprice competition in an oligopolistic industry [J]. RAND Journal of Economics, 1988, 19 (12): 200—220.
- [19] 马丁·斯蒂芬. 高级产业经济学 [M]. 上海: 上海财经大学出版社, 2003.
Stephen M. Advanced Industrial Economics [M]. Shanghai: Shanghai University of Finance and Economics Press, 2003. (in Chinese)
- [20] Linnemer L. Price and advertising as signals of quality when some consumers are informed [J]. International Journal of Industrial Organization, 2002, 20 (7): 931—947.
- [21] 丹尼斯·卡尔顿, 杰弗里·佩罗夫. 现代产业组织 [M]. 上海: 上海人民出版社, 1998.
Carlton D W, Perloff J M. Modern Industrial Organization [M]. Shanghai: Shanghai People's Publishing House, 1998. (in Chinese)
- [22] 刘易斯·卡卡罗. 产业组织导论 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 2002.
Luis M B Cabral. Introduction to Industrial Organization [M]. Beijing: Posts and Telecommunications Press, 2002. (in Chinese)
- [23] 任方旭, 邵云飞, 唐小我. 寡头垄断市场下的广告竞争策略研究 [J]. 河南科学, 2002, 20 (3): 320—323.
Ren Fangxu, Shao Yunfei, Tang Xiaowo. A study on advertising competition tactics in the oligopoly markets [J]. Henan Science, 2002, 20 (3): 320—323. (in Chinese)
- [24] Daniel A. Akerberg. Empirically distinguishing informative and prestige effects of advertising [J]. RAND Journal of Economics, 2001, 12 (2): 316—333.
- [25] Puu T. Complex dynamics with three oligopolists [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 1996, 7 (12): 2075—2208.
- [26] Bischi G I, Naimzada A. Global analysis of a dynamic duopoly game with bounded rationality [A]. Dynamics Games and Application [M], vol 5, Birkhouser, 1999 (Chapter 20).
- [27] Agiza H N, Hegazi A S, Elsadany A A. Complex dynamics and synchronization of a duopoly game with bounded rationality [J]. Mathematics and computers in Simulation, 2002, 58: 133—146.
- [28] Hassan S Z. On delayed dynamical duopoly [J]. Applied Mathematics and Computation, 2004, 151: 275—286.
- [29] Yassen M T, Agiza H N. Analysis of a duopoly game with delayed bounded rationality [J]. Applied Mathematics and Computation, 2003, 138: 387—402.
- [30] 李 煜, 盛昭瀚, 陈国华. 延迟决策对一类产出系统演化的影响研究 [J]. 中国管理科学, 2004, 12 (2): 118—123.
Li Yu, SHeng Zhaohan, Chen Gouhua. The influence of the delayed decision on the dynamical evolution of a production system [J]. Chinese Journal of Management Science, 2004, 12 (2): 118—123. (in Chinese)
- [31] Lambertini C R. Advertising in a differential oligopoly game [J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 2003, 116 (1): 61—81.
- [32] 卡布尔. 产业经济学前沿问题 [M]. 北京: 中国税务出版社, 2000.
Cable J (ed). Current Issues in Industrial Economics [M]. Beijing: China Tax Publishing House, 2000. (in Chinese)
- [33] Christensen J F. Corporate strategy and the management of innovation and technology industry and corporate change [J]. Industrial and Corporate Change, 11 (2): 263—288.

Study on a duopoly advertising model with delayed decisions

XU Feng¹, SHENG Zhao-han¹, YAO Hong-xing², CHEN Guo-hua¹

1. School of Management Science and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210093, China;

2. Institute of System Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China

Abstract: Considering a delayed duopoly advertising model with bounded rationality and then studying the effects of the delayed decisions, we analyse the stability of the model. On this basis, through theoretical analysis and numerical simulation, we discover that the enterprise with delayed decision can not definitely gain more advantages than its competitor does in terms of accumulated profit they gain. It mainly depends on the weights of delayed variable and the time chosen to apply the delayed decision. Studying the relation between the weights of delayed variable and the region of stability, we conclude that it will effectively improve the advantage of the enterprise with delayed decision and increase the stability of systems in chaos. Meanwhile, through the analysis of the once two means of reducing average demands that an advertisement produces, we point out that it will get more advantages for enterprise by reducing the cost of advertisement.

Key words: delayed decision; chaos; advertising model; game