

股票市场的极值风险测度及后验分析研究

魏 宇

(西南交通大学经济管理学院, 成都 610031)

摘要: 通过对上证综指和世界股市若干重要指数的实证研究发现, 无论是在成熟资本市场还是新兴资本市场当中, 极值理论 (EVT) 及其工具都能更加准确地刻画实际市场的极端波动和风险状况. 详细说明了不同收益分布假定下风险价值 (VaR) 的计算方法及其后验分析 (Back-testing) 过程, 证明了与非条件和条件正态分布以及条件 t 分布等主流金融理论的收益分布假定相比, 条件 EVT 分布在测度极端市场风险时所表现出的优越性, 同时说明了在不同概率水平下各种收益分布假定的精确度和适用范围.

关键词: 极值理论; GARCH 模型; 尾参数; 风险测度; 后验分析

中图分类号: F830; F224 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007 - 9807 (2008) 01 - 0078 - 11

0 引 言

金融资产的收益分布特征是所有金融模型的核心内容, 有关收益波动行为及其分布特征的假定对于资产定价理论的检验、最优资产组合的选择、衍生产品的套期保值设计以及金融风险的测度和管理而言, 都具有极其重要的理论和现实意义.

以效率市场假说为代表的主流金融理论一般假定金融资产的收益率服从正态分布 (normal distribution) 形式. 然而, 不容忽视的是, 20 世纪 70 年代以来, 随着金融市场大量实证数据的可获取性、计算机运算能力的大幅度提升以及金融复杂性研究的迅猛发展, 在实际市场当中观察到了许许多多无法为主流金融理论所解释的典型事实 (stylized facts)^[1]. 随后, 在理论界和实务界被广泛接受的观点是, 传统的非条件正态分布 (unconditional normal distribution) 假设已经不再适用, 而条件正态分布 (conditional normal distribution) 或者更具胖尾 (fat-tailed) 特征的条件 t 分布 (conditional t distribution) 才是更加符合实际市场波动和风险状况的收益分布假定^[2~4].

就金融市场的风险测度和风险管理而言, 无论是非条件还是条件正态分布假定往往都会低估实际市场的极端波动风险, 从而使金融机构面临更大的潜在破产风险. 然而不幸的是, 在金融风险管理实务界主流的 Riskmetrics 中对金融收益的分布仍然遵循的是条件正态分布假定^[5]. 因此, 按照 Riskmetrics 方法计算的 VaR 就会有低估实际市场风险的可能性. 即使采用更具胖尾特征的 t 分布来刻画实际市场的收益特征, Wagner and Marsh 的研究也发现, 由于极端波动的小样本特性, 也会使现有绝大多数的风险估计方法低估金融资产的尾部风险大小^[6].

正是由于传统金融理论和统计方法在处理金融市场极端波动风险时所暴露出的种种缺陷, 近年来, 一些学者开始尝试将起源于水利学研究的极值理论 (extreme value theory, EVT) 引入金融风险管理当中, 取得了一系列有价值的实证研究成果^[7~9]. 然而需要指出的是, 目前的相关实证研究主要关注的是成熟资本市场和外汇市场的风险状况, 而对于诸如中国股票市场这样的新兴资本市场 (emerging capital market) 的相关研究还不多见. 值得一提的是, 目前国内学者已有一些从不

收稿日期: 2005 - 09 - 21; 修订日期: 2007 - 11 - 11.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70501025; 70771097).

作者简介: 魏 宇 (1975—), 男, 四川攀枝花人, 副教授, Email: weiyusy@126.com.

同角度来刻画股市极端波动风险的相关研究,比方说,王春峰,万海辉,李刚提出了一种基于 MCMC 方法的金融市场 VaR 估计方法;封建强运用 EVT 和 GARCH 模型对沪深股市的极值 VaR 进行了测度研究;余素红,张世英,宋军开展了 GARCH 模型和 SV 模型的 VaR 比较研究;魏宇,黄登仕运用多标度分形理论进行了上海股市的风险测度方法研究;黄大山,刘明军,卢祖帝也运用 EVT 对深证成指的损失尾部进行了建模分析^[10-14]. 上述研究都为股市波动的极端风险测度方法奠定了坚实的理论和实证基础. 然而,已有研究中还存在着一些需要进一步改进的方向,比方说,现有研究大多直接运用原始收益序列来进行 EVT 的风险测度,而 EVT 的适用前提是序列本身应该是独立同分布的. 显然,金融收益序列,特别是股价指数收益序列都无法满足独立同分布的假设前提. 另外,现有研究对 EVT 风险测度结果的检验方法还不够严谨,大多数研究仅仅根据 VaR 序列的失败率数值来判断各类模型的风险测度精度,还很少见到运用规范的后验分析 (Backtesting) 方法来得到相应模型检验结果. 同时,还很少见到运用 EVT 对成熟市场和我国新兴市场的收益分布特征描述和风险测度结果的实证对比研究.

基于以上认识,本文以上证综指 (SSEC)、标准普尔 500 指数 (S&P500)、伦敦金融时报 100 指数 (FTSE100) 和 日经 225 指数 (NIKKEI225) 为例,详细说明了 EVT 的市场风险测度方法. 并通过条件正态分布、条件 t 分布以及 EVT 分布等假设下 VaR 的计算和相应的后验分析 (Backtesting), 实证对比和证明了运用极值理论来测度金融收益极端尾部风险的优越性和重要意义,同时说明了在不同概率水平下各种收益分布假定的精确度和适用范围.

1 收益率的描述性统计

论文所采用的 4 种有代表性的股价指数为各指数的每日收盘价,记为 $P_t, t = 1, 2, \dots, N$. 为了方便比较,各指数时间区间都选择为 1990 年 12 月 19 日 (上证综指编制的基准日) 到 2005 年 2 月 28 日,总共约 14 年左右时间,每种指数约有 3 500 个样本点. 文中定义每日对数收益率 R_t 如下式所示

$$R_t = \ln(P_t) - \ln(p_{t-1}) \quad t = 2, 3, \dots, N \quad (1)$$

4 种指数的收益率波动状况及其描述性统计分别如图 1 和表 1 所示.

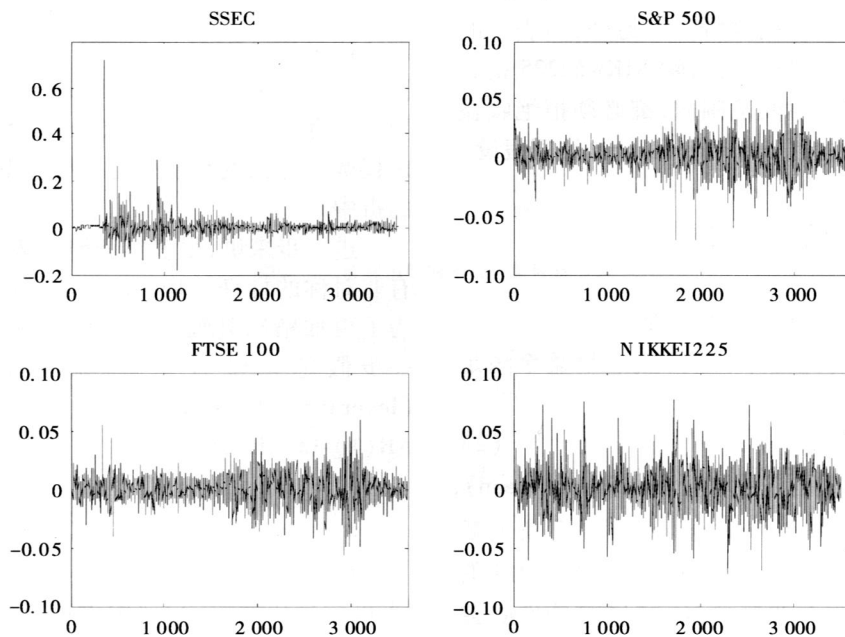


图 1 4 种指数收益率波动状况
Fig 1 Returns of four stock indices

表 1 4种指数收益率的描述性统计

Table 1 Descriptive statistics for returns of four stock indices

	SSEC	S&P500	FTSE100	N IKKE D25
均值 (Mean)	0.000739	0.000362	0.000230	-0.000215
标准差 (Std)	0.027739	0.010313	0.010496	0.014679
偏态系数 (s)	6.0024***	-0.1015**	-0.0759**	0.0958**
峰态系数 (k)	144.2595***	3.8891***	2.9030***	2.0778***
J - B	2.919288***	2.251***	1.262***	634***
L - B Q(36)	89.07***	81.43***	105.95***	39.52

说明: ** 和 *** 分别代表在 5% 和 1% 水平下显著, 其中峰态系数 k 为超额峰态; J-B 为检验随机变量是否服从正态分布的 Jarque-Bera 统计量, L-B Q 为检验随机变量是否具有自相关性的 Ljung-Box Q 统计量。

从图 1 的直观表象及表 1 的基本统计特征值, 可以清楚地看到: 虽然 4 种指数收益的波动幅度和波动形式有很大的差别, 但是它们都不服从效率市场假说的正态分布假设 (J-B 检验量非常显著)。其中, SSEC 的收益率呈现明显的右偏形态 ($s > 0$), 且具有明显的尖峰胖尾特征 ($k > 0$); 类似的, NIKKE D25 指数收益也呈现轻微的右偏和较为明显的尖峰形态。S&P500 指数和 FTSE100 指数的收益率呈现轻微的左偏形态, 同时具有较为明显的尖峰胖尾特征。另外, 由表中的 Ljung-Box Q 统计值可以看出, 除 NIKKE D25 指数收益之外, 在很长的时间范围内, 都必须拒绝收益序列不具有自相关性 (autocorrelation) 的原假设。

2 EVT 收益分布描述

2.1 非条件和条件收益率的计算

在金融计量研究当中, 经常假定收益率满足以下波动形式

$$R_t = \mu_t + \varepsilon_t = \mu_t + \varepsilon_t z_t \quad (2)$$

其中, μ_t 是收益波动的条件均值 (conditional mean), ε_t^2 是条件方差 (conditional variance), 而新生量 (innovation) z_t 则是一个满足均值为 0, 方差为 1 的独立同分布 (i.i.d.) 随机变量。这里对条件收益率 (conditional return) 的定义为

$$R_t^C = \frac{R_t - \mu_t}{\varepsilon_t} \quad (3)$$

从式 (2) 的定义中也可以看到, 条件收益率 R_t^C 实际就是新生量 z_t 。同理, 定义非条件收益率 (unconditional return) 为

$$R_t^U = \frac{R_t}{\varepsilon_t} \quad (4)$$

这里对非条件方差 (unconditional variance) σ^2 的估计为

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (R_t - \bar{R})^2 \quad (5)$$

从公式 (4) 和 (5) 中可以看到, 对于非条件收益率 R_t^U 的计算相对简单, 而对条件收益率 R_t^C 而言, 则需要对条件均值 μ_t 和条件方差 ε_t^2 有一个精确的统计描述。目前一般假定条件均值 μ_t 服从简单的自回归 AR(p) 过程或者是自回归移动平均 ARMA(p, q) 过程等。而对于条件方差 ε_t^2 的建模, 则往往采用 ARCH/GARCH 类模型^[15] 或者随机波动模型 (stochastic volatility)^[16]。有研究表明^[17], 简单但有效的 AR(1)-GARCH(1, 1) 模型是权衡计算精度和模型复杂程度的一种比较合适的折中。

进一步来讲, 很多实证研究表明, 收益波动具有非对称的杠杆效应 (leverage effect)^[1, 2]。因此, 为了更加精确刻画实际市场的真实波动状况, 进一步假定条件方差 ε_t^2 服从具有杠杆效应 (leverage) 的 GARCH(1, 1) 过程, 即所谓的 AR(1)-LGARCH(1, 1) 过程^[18], 其中

$$\mu_t = R_{t-1} \quad (6)$$

$$\varepsilon_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + I_{t-1} \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (7)$$

从公式 (7) 的定义中可以看到, LGARCH(1, 1) 过程是在普通的 GARCH(1, 1) 过程当中加入了一个所谓的杠杆项 $I_{t-1} \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2$, 其中

$$I_t = \begin{cases} 1, & \text{如果 } \varepsilon_t < 0 \\ 0, & \text{如果 } \varepsilon_t \geq 0 \end{cases} \quad (8)$$

称为杠杆系数,如果 $\beta > 0$,则表明该收益率的波动确实具有杠杆效应.

2.2 参数估计和条件收益率的独立同分布检验

由于无法确切知道条件收益率 R_t^c 即新生量 z_t 服从哪种形式的分布,因此在参数估计方法的选择上,没有选择常用的极大似然估计法 (ML),即没有对收益分布形式作任何先验上的假定,而是采用的一种“让数据自己说话”的“伪极大似然估计法”(quasimaximum likelihood, PML),各指数收益条件波动参数的估计结果如表 2 所示.

表 2 4 种指数收益率的条件波动参数估计结果

Table 2 Estimation results for conditional volatility parameters of four stock indices returns

SSEC	0.052 5	9.073E-6	0.232 5	0.759 5	0.096 8
S&P500	0.007 1 (0.680 6)	8.215 E-7	0.003 1 (0.693 8)	0.940 5	0.101 4
FTSE100	0.014 4 (0.403 8)	1.073 E-6	0.011 4 (0.105 4)	0.935 3	0.086 3
NIKKEI225	-0.025 1 (0.151 6)	3.559E-6	0.023 0	0.916 0	0.090 6

说明: 括号中的数字为 p 值,未标注 p 值的情况则表示在 1% 的水平下显著.

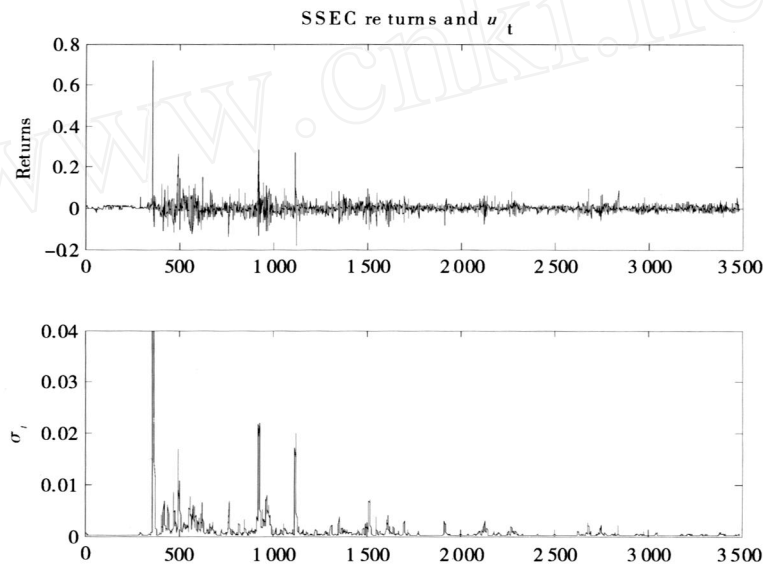


图 2 上证综指收益率及其条件标准差

Fig 2 Returns of SSEC and its conditional volatility

图 2 是以上证综指为例,展示了其收益率和条件标准差 σ_t 的波动状况.对条件收益率 R_t^c 的独立同分布假设检验结果如表 3 所示.

从表 3 的统计检验结果可以看到: 1) 条件收益率 R_t^c 的标准差都近似为 1,同时,相对于标准差而言,条件收益的均值近似为 0; 2) Ljung-Box Q 统计检验表明,在 5% 的显著性水平下,在滞后 24 期的时间范围之内,都不能拒绝“条件收益序列

不具有自相关性”的原假设(除 SSEC 以外); 3) 类似地,在 5% 的显著性水平下,在滞后 24 期的时间范围之内,都不能拒绝“条件收益序列不具有异方差性 (ARCH)”的原假设. 4) JB 检验表明,所有序列的条件收益率都显著拒绝正态分布的原假设.图 3 以上证综指为例的非条件和条件收益率 QQ 图也证实了这一检验结果.

该方法认为即使条件收益不服从正态分布,只要样本足够大,用普通的极大似然估计法仍然可以得到对模型参数足够精确的估计.具体讨论可参见文献 [23].

表 3 4种指数条件收益率的独立同分布检验

Table 3 i i d tests for conditional returns of four stock indices

	SSEC	S&P500	FTSE100	NIKKEI225
均值 (Mean)	0.025 3	0.034 5	0.022 1	- 0.023 3
标准差 (Std)	1.080	1.002	1.000	1.002
偏态系数 (s)	3.314 2	- 0.391 3	- 0.126 7	- 0.045 2
峰态系数 (k)	60.658 8	1.918 5	1.005 6	1.809 8
J-B	540.672	639	160	477
L-B Q (24)	94.22	33.86	23.12	18.53
	(0.000 0)	(0.067 2)	(0.453 8)	(0.727 6)
F-Test of	0.055 6	0.649 8	1.019	0.672 7
no ARCH (24)	(1.000 0)	(0.901 7)	(0.435 1)	(0.882 2)

说明:括号中的数字为 p 值,未标注 p 值的情况则表示在 1% 的水平下显著.其中峰态系数 k 为超额峰态;J-B 为 Jarque-Bera 统计量,L-B Q 为 Ljung-Box Q 统计量.

综上所述,除了上证综指拒绝了不具有自相关性的原假设以外(但它仍然通过了同分布的无

ARCH特征检验),其余指数的条件收益率序列都通过了独立同分布的 $i i d$ 检验.

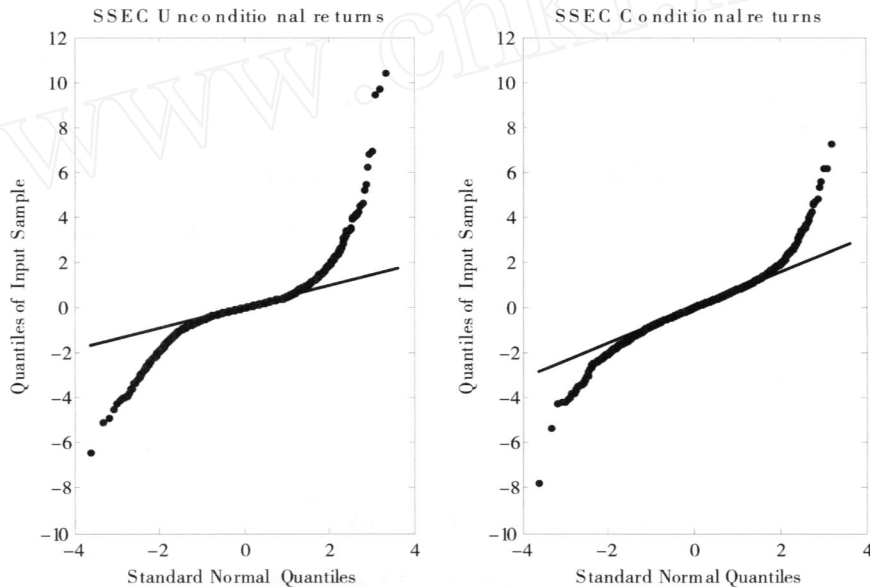


图 3 上证综指非条件和条件收益率与标准正态分布的 QQ图

Fig 3 QQ plots of unconditional and conditional returns of SSEC

表 3和图 3的实证结果进一步说明了,无论是传统的非条件正态分布假定,还是 Riskmetrics 的条件正态分布假定都明显与实际市场的收益分布状况不符.实际市场的收益分布具有更为肥胖的尾部,因此,真实市场的波动风险要远远大于正态分布所描述的情况.

2.3 条件收益尾部的 EVT描述

EVT的核心思想是,具有 $i i d$ 特征的金融条件收益的极端尾部分布可以近似地用一种所谓的

广义 Pareto分布 (generalized Pareto distribution, GPD) 来代替,而要定义 GPD则首先需要定义以下一些基本公式^[2].为了表述问题的方便,规定从这里开始所指的收益率是前面对应收益率的负值.也就是说,正的收益率实际表示的是价格下跌的情况,收益率越大,表示价格下跌的幅度越大.

定义条件收益率 R_t^c 超过某一门檻值 (threshold) u 且小于某一 x 值的条件概率为

$$F_u(x) = \Pr\{R_t^c - u \leq x \mid R_t^c > u\} \quad (9)$$

很明显,这一概率的大小取决于门槛 u 选择的高低.由条件概率的定义,可以将式 (9) 改写为

$$F_u(x) = \frac{\Pr\{u < R_t^C \leq x + u\}}{\Pr\{R_t^C > u\}} = \frac{F(x + u) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (10)$$

这也就是说,通过式 (10) 的转化,可以将条件收益率 R_t^C 超过某一门槛 u 的条件概率 $F_u(\cdot)$ 表示为条件收益率自身概率 $F(\cdot)$ 的一个函数.显然, $F(\cdot)$ 本身才是风险管理研究的关键所在.根据 EVT,随着所选择的门槛 u 逐渐提高, $F_u(\cdot)$ 将逐渐收敛于 GPD 分布 $G(x; \alpha, \beta)$ [7,8]

$$G(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} 1 - (1 + x/\beta)^{-\alpha}, & \text{如果 } \alpha > 0 \\ 1 - \exp(-x/\beta), & \text{如果 } \alpha = 0 \end{cases} \quad (11)$$

其中, $\beta > 0$,且

$$\begin{cases} x > u, & \text{如果 } \alpha > 0 \\ u < x < u + \beta/\alpha, & \text{如果 } \alpha < 0 \end{cases}$$

这里的 α 称为尾部参数 (tail parameter),它描述了概率分布的尾部特征.对于某一实证的收益分布,如果其尾部参数 $\alpha > 0$,则表明该分布具有胖尾特征,比如说 t 分布、Cauchy 分布、Burr 分布以及对数 Gamma 分布等等;如果 $\alpha < 0$,则该分布具有细尾特征 (short tail),如 Uniform 分布、Beta 分布等;而对于正态分布、对数正态分布以及指数分布等分布而言,其尾参数 $\alpha = 0$ [9].

有研究表明 [19],对于尾部参数 $\alpha > 0$,即胖尾分布来讲,条件收益率 R_t^C 的概率 $F(y)$ 可以用以下这个称为 Hill 估计式的简单形式表示

$$\Pr\{R_t^C > y\} = 1 - F(y) = \Pr\{R_t^C > y\} c y^{-1/\alpha} \quad (12)$$

如果假定收益率样本容量为 T , k 为样本中观测值 y_i 超过门槛 u 的样本点个数,则尾参数 α 的 Hill 估计为

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \ln(y_i/u) \quad (13)$$

而标度参数 (Scale parameter) c 为

$$c = \frac{k}{T} u^{1/\alpha} \quad (14)$$

从公式 (13) 和 (14) 中也可以得到条件收益率自身概率 $F(\cdot)$ 的 p 分位数为 [2]

$$F_p^{-1} = u [p/(k/T)]^{1/\alpha} \quad (15)$$

需要注意的是,对门槛值 u 大小的选择是 EVT 其中的一个非常重要的问题,如果门槛值 u 选择过高,那么超过 u 的极端波动将会很少,此时对尾参数 α 估计的标准差将会变得很大;反之,如果 u 选择过低,那么超过 u 的波动观测值又会过多,此时尾参数 α 的估计对 GPD 来说则可能成为一个有偏估计.有研究表明 [9],对于 t 分布的 GARCH 类条件波动模型而言,选择收益率中 $k/T = 5\%$ 的最大损失的临界值作为门槛选择的标准, Hill 估计都是合适的.举例来说,对于有 1 000 个观测值的收益序列而言,选择 k 小于 50 个的最大损失的临界值作为门槛 u 的大小将是合适的.

文中选择 5% 的最大损失 (和获利) 临界值作为门槛 u 的标准,实证结果如表 4 和图 4 所示.图 4 是以上证综指为例,在双对数坐标轴上的标准正态分布、 t 分布和 EVT 分布的 $1 - F(x)$ 概率分布图,其中 t 分布的自由度来自于对上证综指收益数据的估计结果,左尾部表示损失尾部 (loss tail),而右尾部为获利尾部 (gain tail).

表 4 4 种指数条件收益率 EVT 分布的 Hill 估计结果

Table 4 Hill estimation results for EVT distribution of conditional returns of four stock indices

	SSEC		S&P500		FTSE100		NIKKEI225	
	左尾	右尾	左尾	右尾	左尾	右尾	左尾	右尾
u	1.546	1.441	1.550	1.674	1.641	1.596	1.680	1.545
C	0.219	0.125	0.194	0.565	0.359	0.458	0.414	0.234
	0.296	0.399	0.324	0.213	0.252	0.212	0.245	0.282
	(0.065)	(0.087)	(0.069)	(0.083)	(0.077)	(0.042)	(0.057)	(0.038)

说明:括号中的数字为估计的标准误差

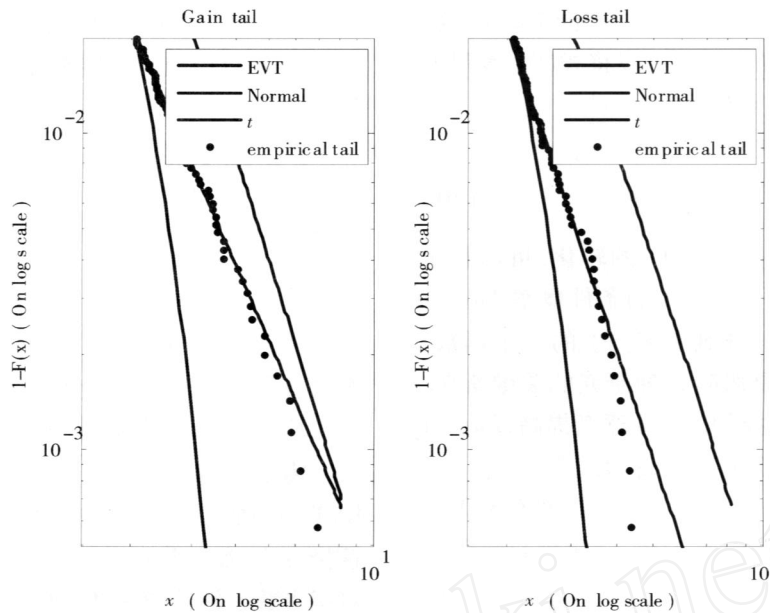


图 4 上证综指条件收益率 EVT尾部及其比较

Fig 4 EVT tails and its comparisons of conditional returns of SSEC

从图 4的实证结果可以看到,与正态分布和 t 分布相比, EVT分布提供了对实际市场收益尾部的更精确描述,因此 EVT分布对于实际市场的风险测度和风险管理工作而言,无疑具有非常重要的理论和现实意义.下面通过对比在不同分布假设下 VaR的计算及其后验分析结果,详细说明了 EVT在金融市场风险测度中的运用方法及其优越性.

3 不同收益分布假定下的 VaR计算及其后验分析

目前,通过计算金融机构的风险价值 (VaR) 来确定其风险资本准备已经成为核定金融机构资本充足率的重要方法之一.根据 2004年 6月国际清算银行 (BIS) 巴塞尔委员会 (the Basel Committee) 最新公布的对银行资本测度和资本充足标准的指导意见——“International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: a Revised Framework”(简记为 BIS),银行的风险资本准备必须足以应付银行交易头寸在 99% 置信水平下,未来 5天的 VaR损失^[20].

虽然也有一些学者批评 VaR并不满足一致性风险测度 (coherent measures of risk) 标准,并

且提出用满足该标准的 Expected Shortfall (ES) 来代替 VaR^[21,22],但毋庸置疑的是, VaR仍然是目前金融市场风险测度的最主流方法. VaR的实质就是在一定的概率水平 p 下,由于市场波动而导致金融资产在一段时期内可能出现的最大损失收益率,它一般用正数表示. t 时刻的 VaR可以简单地表示为

$$VaR_t = \mu_t + \sigma_t F_p^{-1} \tag{16}$$

其中, σ_t 是对 t 时刻收益率的条件波动估计, F_p^{-1} 为要考察的金融收益分布的 p 损失分位数.根据公式 (15)、(16)及前面的参数估计方法 (限于篇幅,对 normal和 t 分布假定下波动模型的参数估计结果没有列示),就可以分别计算在条件 normal以及 EVT三种收益分布假定下的所有历史 VaR值.

同时,按照 BIS 的规定^[20],金融机构在使用其内部风险模型前,必须对该模型所计算的 VaR进行至少一个交易年度 (one trading year,即至少 250个交易日)的后验分析 (Backtesting),用以评估该模型的精确程度.对于没有通过 Backtesting检验的模型,必须重新调整其计算 VaR的方法.

为了进行 VaR的 Backtesting检验,首先定义以下的“碰撞序列”(hit sequence) H ,

$$H_t = \begin{cases} 1, & \text{如果 } R_t < -VaR_t \\ 0, & \text{如果 } R_t \geq -VaR_t \end{cases} \quad (17)$$

它表示的是,如果 t 时刻的实际收益率超出 t 时刻的 VaR 的话,那么该序列 t 时刻的取值为 1, 否则为 0

最近的研究表明^[2],如果用于计算概率水平 p 的 VaR 的收益分布模型是正确的话,那么其对应的“碰撞序列” H_t 应该是不可预测的,即 $t+1$ 时刻 H_t 取值为 1 还是 0 与 t 时刻的取值无关.因此,该“碰撞序列”应该服从概率为 p 的贝努利 (Bernoulli) 分布,即可以定义如下零假设

$$H_0: H_t \sim i i d \text{ Bernoulli } (p) \quad (18)$$

依据概率论知识,可以写出一个 $i i d$ Bernoulli () 序列的似然函数 $L ()$

$$L () = \prod_{t=1}^T (1 - p)^{1-H_t} p^{H_t} = (1 - p)^{T_0} p^{T_1} \quad (19)$$

其中, T 为序列总长度, T_1 是序列当中取值为 1 的发生个数总和, T_0 是序列当中取值为 0 的发生个数总和.

如果式 (18) 的零假设是正确的话,则可以证明以下的似然函数比 LR 满足^[2]

$$LR = -2 \ln \{ (1 - p)^{T_0} p^{T_1} / [(1 - T_1/T)^{T_0} \times (T_1/T)^{T_1}] \} \sim \chi^2_1 \quad (20)$$

这也就是说,在概率水平 p 下,如果所计算的 LR 检验值大于该概率水平下自由度为 1 的 χ^2 分布的临界值的话,则应该拒绝原假设 H_0 ;反之,则应该接受原假设,即认为所采用的收益分布模型是可以接受的.

进一步来讲,为了定量比较不同收益分布模型的精确程度,在考虑拒绝还是接受原假设时,所采用的定量判断标准是对比相应 Backtesting 检验的 P 值 (P-value). 这也就是说,如果对某一条件分布模型 VaR 的 Backtesting 检验的 P 值越大,则说明越不能拒绝原假设 H_0 ,即表明该模型的准确程度越高.

图 5 是以上证综指为例,展示了其 Backtesting 的直观结果.为了清晰起见,这里只选择了其中一段时间的收益以及在 5% 概率水平下非条件和条件 normal 以及条件 EVT 分布的 VaR. 从图中可以清楚地看到,条件分布能够对收益波动迅速地作出反应,而非条件分布则无法刻画收益波动的动态特征.表 5 是分别在 5%、1% 和 0.5% 概率水平下,对三类条件分布模型 VaR 的 Backtesting 检验结果.

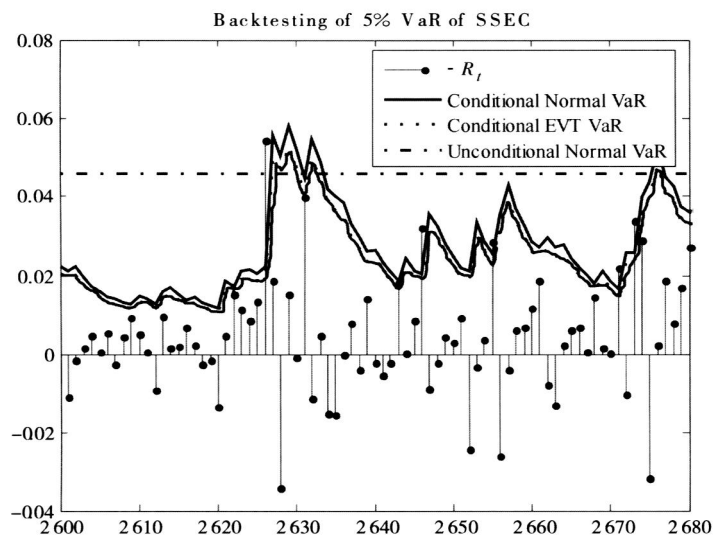


图 5 上证综指的 5% VaR Backtesting 结果

Fig 5 Backtesting of 5% VaR of SSEC

这里采用大、粗体的 P-value 表示,主要是为了与概率水平 p 相区别.

表5 不同收益分布假定下 VaR的 Backtesting结果

Table 5 Backtesting results for VaR on different distribution assumptions

	SSEC (3486)	S&P500 (3575)	FTSE100 (3585)	N IKKE 225 (3493)
5% VaR				
期望超过 VaR的次数	174	179	179	175
AR(1)-LGARCH(1,1)-normal	<u>128(0.000)</u>	159(0.122)	177(0.863)	181(0.624)
AR(1)-LGARCH(1,1)-t	176(0.898)	172(0.599)	179(0.985)	193(0.161)
AR(1)-LGARCH(1,1)-EVT	175(0.918)	177(0.889)	179(0.985)	176(0.917)
1% VaR				
期望超过 VaR的次数	35	36	36	35
AR(1)-LGARCH(1,1)-normal	40(0.394)	48(0.051)	41(0.398)	48(0.035)
AR(1)-LGARCH(1,1)-t	28(0.226)	36(0.968)	35(0.886)	37(0.727)
AR(1)-LGARCH(1,1)-EVT	38(0.599)	32(0.520)	34(0.754)	36(0.856)
0.5% VaR				
期望超过 VaR的次数	17	18	18	17
AR(1)-LGARCH(1,1)-normal	27(0.033)	29(0.016)	29(0.016)	25(0.090)
AR(1)-LGARCH(1,1)-t	19(0.711)	18(0.977)	20(0.630)	14(0.389)
AR(1)-LGARCH(1,1)-EVT	18(0.865)	17(0.834)	18(0.986)	12(0.165)

说明:表中数字为实际收益率超过相应模型下 VaR的发生个数,括号中的数字为 Backtesting检验的 P-value 表中用下划线表示的是没有通过 Backtesting检验的状况.

通过定量比较表5中各类收益分布模型 Backtesting的 P值,可以发现:

1) 除了 SSEC 在 5% 概率水平下的条件 normal 模型拒绝了原假设 H_0 以外,其它所有分布模型都无法拒绝“该收益分布模型是准确的”原假设.这一实证结果的重要启示是:如果不通过进一步的定量对比,而是随意选择一类条件分布模型的话,往往是可以通过 Backtesting 检验的,但不同分布模型的准确度却是相去甚远的.因此,必须进一步定量比较其 Backtesting 检验的 P-value 大小,才能确定哪类模型更能准确刻画真实市场的波动特征和风险状况.

2) 在较高的概率水平下(如表中 1% 和 0.5% 水平所示),实际收益率超过条件 normal 分布 VaR 的次数显著高于期望值,因此,在高概率水平下,条件正态分布假定确实会明显低估实际市场风险的大小.

3) 比较条件 EVT 和条件 t 分布 VaR 的 Backtesting 结果可以看到,在所有 12 组检验当中,条件 EVT 的结果有 8 组优于或等于相应的 t 分布模型,且另外 4 组的准确度接近相应的 t 分布模

型.这也说明,总体来讲,EVT 分布模型更加符合实际市场的风险状况.

4) 在低概率水平下(如表中 5% 水平所示),4 组条件 EVT 分布的表现全部优于(或等于)相应的条件 t 分布模型;但在较高的概率水平下(如表中 1% 和 0.5% 水平所示),条件 EVT 和条件 t 分布各有 4 组的结果优于对方,即在高概率水平下,EVT 分布没有明显优于 t 分布模型.产生这一结果的原因可能是,在进行 EVT 分布的 Hill 估计时采用的是 5% 最大损失作为估计的样本,因此,对更高概率水平(如 1% 和 0.5%)的 VaR 计算来讲,5% Hill 估计的 EVT 分布就可能具有一定的偏差(bias),从而使高概率水平下的 VaR 与实际市场的风险状况产生了一定的偏离.因此可以认为,在计算高概率水平的风险价值时,相应提高 Hill 估计的门槛值(Threshold)应该是更为合适的做法.

综上所述,在较低的概率水平下,条件 EVT 分布的检验结果明显优于条件 normal 和条件 t 分布模型;在较高的概率水平下,条件 EVT 和条件 t 分布模型都是可以接受的选择;而在本文所涉及

的 3 种概率水平下 (5%、1% 和 0.5% 水平), 条件 normal 分布的结果都明显劣于相应的 EVT 和 t 分布模型.

4 结束语

通过对上证综指和若干重要股市指数的实证对比研究发现, 无论是成熟资本市场还是新兴资本市场, EVT 都表现出了对收益尾部统计特征的更精确描述. 通过不同收益分布模型下风险价值 (VaR) 的计算和相应的后验分析 (Backtesting), 对比了各种收益分布模型的精确程度和适用范围,

得到了若干重要结论, 证明了运用极值理论来测度金融收益极端尾部风险的优越性和重要意义.

目前, 有关 EVT 在金融风险管理中的运用正逐渐成为风险管理研究的热点领域, 因此, 如何进一步运用极值理论来改进或重构金融市场的主流风险测度方法和标准, 无疑将是一个非常有意义的研究方向. 论文的研究方法和实证结果为非有效市场条件下的金融市场风险测度和风险管理工作提供了一些有益的理论借鉴和具有操作性的实证方法.

参考文献:

- [1] Cont R. Empirical properties of asset returns: Stylized facts and statistical issues[J]. Quantitative Finance, 2001, 1: 223—236
- [2] Christofferson P F. Elements of Financial Risk Management[M]. San Diego: Academic Press, 2003. 65—69.
- [3] 魏 宇, 黄登仕. 经济物理学研究评述 [J]. 经济学动态, 2002, (7): 74—78
Wei Yu, Huang Deng-shi. Comments on Econophysics[J]. Economics Information, 2002, (7): 74—78. (in Chinese)
- [4] Mantegna R, Stanley H E. An Introduction to Econophysics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. 121—134.
- [5] Morgan J P. Inc. RiskMetrics Technical Document[M]. 4th Edition, 1996. 58—61.
- [6] Wagner N, Marsh T A. Measuring tail thickness under GARCH and an application to extreme exchange rate changes[J]. Journal of Empirical Finance, 2005, 12(1): 165—185.
- [7] Diebold F X, Schueermann T, Stroughair J D. Pitfalls and opportunities in the use of extreme value theory in risk management[J]. Journal of Risk Finance, 2000, 1: 30—36.
- [8] Embrechts P. Extreme value theory: Potential and limitations as an integrated risk management tool[J]. Derivatives Use, Trading and Regulation, 2000, 6: 449—456.
- [9] Mcneil A J, Frey R. Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: An extreme value approach[J]. Journal of Empirical Finance, 2000, 7: 271—300.
- [10] 王春峰, 万海辉, 李 刚. 基于 MCMC 的金融市场风险 VaR 的估计 [J]. 管理科学学报, 2000, 3(2): 54—61.
Wang Chun-feng, Wan Hai-hui, Li Gang. Estimation of value-at-risk using MCMC[J]. Journal of Management Sciences in China, 2000, 3(2): 54—61. (in Chinese)
- [11] 封建强. 沪深股市收益率风险的极值 VaR 测度研究 [J]. 统计研究, 2002, 4: 34—38
Feng Jian-qiang. Measures the VaR of return ratio of Shanghai and Shenzhen stock market by using extreme statistical method[J]. Statistical Research, 2002, 4: 34—38. (in Chinese)
- [12] 余素红, 张世英, 宋 军. 基于 GARCH 模型和 SV 模型的 VaR 比较 [J]. 管理科学学报, 2004, 7(5): 61—65.
Yu Su-hong, Zhang Shi-ying, Song Jun. Comparison of VaR based on GARCH and SV models[J]. Journal of Management Sciences in China, 2004, 7(5): 61—65. (in Chinese)
- [13] 魏 宇, 黄登仕. 基于多标度分形理论的金融风险测度指标研究 [J]. 管理科学学报, 2005, 8(4): 50—59.
Wei Yu, Huang Deng-shi. Study on financial risk measure based on multifractal theory[J]. Journal of Management Sciences in China, 2005, 8(4): 50—59. (in Chinese)
- [14] 黄大山, 刘明军, 卢祖帝. 极值理论 E-VaR 及深圳成指实证研究 [J]. 管理评论, 2005, 6: 17—24.

- Huang Da-shan, Liu Ming-jun, Lu Zu-di Extreme var and its empirical analysis of Shenzhen stock index[J]. Management Review, 2005, 6: 17—24. (in Chinese)
- [15] Bollerslev T, Chou R, Kroner K ARCH modeling in finance[J]. Journal of Econometrics, 1992, 52: 5—59.
- [16] Shephard N. Statistical Aspects of ARCH and Stochastic Volatility[C]. In: Cox et al (Eds), Time Series Models in Econometrics, Finance and other Fields Chapman and Hall, London, 1996. 1—55.
- [17] Engle R, Patton A. What good is volatility model? [J]. Quantitative Finance, 2001, 1: 237—245.
- [18] Masoliver J, Perello J. A correlated stochastic volatility model measuring leverage and other stylized facts[J]. International Journal of Theoretical and Applied Finance, 2002, 5: 541—562.
- [19] Huisman R, Koedijk K, Kool K Tail index estimates in small samples[J]. Journal of Business and Economic Statistics, 2001, 19: 208—216.
- [20] Basel Committee. International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework[M]. Basle Committee on Banking Supervision, 2004. 70—76.
- [21] Artzner P, Delbaen F, Eber J M, *et al* Thinking coherently[J]. Risk, 1997, 10: 68—71.
- [22] Acerbi C, Tasche D. On the coherence expected shortfall[J]. Journal of Banking and Finance, 2002, 26: 1487—1503.
- [23] Bollerslev T, Wooldridge J. Quasimaximum likelihood estimation and inference in dynamic models with time varying covariances[J]. Econometric Reviews, 1992, 11: 143—172.

EVT risk measures and its backtesting in stock markets

WEI Yu

School of Economics & Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China

Abstract: By means of empirical statistical tests of SSEC and several other important stock indices, this paper proves that Extreme Value Theory and its tools provide more accurate description of extreme volatilities and risk conditions in actual markets. Through detailed illustrations of VaR calculation and its Backtesting under different distribution assumptions, this paper also proves that, relative to many other popular assumptions of return distribution, such as, conditional Normal or t distribution, EVT distribution is superior in describing extreme events and risk conditions in stock markets. The accuracy and applicability for different distribution assumptions at different significance levels are also tested.

Key words: extreme value theory; GARCH models; tail parameter; risk measures; backtesting