

# 包含 Jump-Arch 过程的利率模型及其应用<sup>①</sup>

陈 晖, 谢 赤

(湖南大学工商管理学院, 长沙 410082)

**摘要:** 从4个方面对比分析了 Jump-Arch 扩散模型、跳跃扩散模型、Arch 扩散模型和扩散模型, 发现 Jump-Arch 扩散模型是研究中的最优模型, 它在解释和预测利率的波动方面表现出很强的能力, 跳跃不仅是利率均值回复的来源, 也是利率波动的最主要来源, 因此对利率动态行为的描述必须考虑跳跃过程. 同时研究发现, R091 国债回购市场波动存在明显的“周一”和“周五效应”, 并利用 Jump-Arch 扩散模型解释了出现这种异象的原因.

**关键词:** Jump-Arch 扩散模型; 尖峰厚尾; 周内效应

**中图分类号:** F832

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1007-9807(2008)02-0080-11

## 0 引 言

近年来, 央行积极运用利率这种价格变量和其他货币政策工具来调节整个国家的经济走势. 自1996年5月到2002年2月为扩大内需, 刺激消费和投资, 央行连续8次下调人民币存贷款利率, 2次下调银行存款准备金率. 随着这些政策的推出, 中国的经济形势日趋好转, 投资和个人消费明显增加. 然而从2003年末开始, 我国出现了一定程度的固定资产投资过热, 货币信贷增长偏快, 通货膨胀压力加大等问题, 央行打出了一系列的“组合拳”来对国家宏观经济加以调控. 2003年9月21日, 央行将各商业银行的存款准备金率调高1%, 这已经显露出紧缩银根的决心; 2004年1季度, 央行加大了其公开市场操作, 增大了票据发行量并且严格控制再贷款和再贴现; 2004年4月25日又将存款准备金从7%提高到7.5%, 并对各金融机构实行差别存款准备金制度. 央行这一系列行政调控措施的出台, 造成了我国股票市场和特别是债券市场的剧烈波动, 也使得传统的计量经济模型在解释和预测经济变量方面出现了一些问题.

众所周知, B-S 期权定价模型的最根本假设,

是在连续时间下收益的变化服从扩散过程. 然而大量的实证研究表明, 该假设与现实的收益变化过程是相违背的. 其原因主要是: ①扩散模型没有考虑到收益变化的高阶矩 (high moments) 行为, 收益变化所表现出的尖峰 (leptokurtosis) 和厚尾 (fat-tail) 特征不能被扩散模型所解释; ②扩散模型不能完全解释收益波动的群聚 (volatility-clustering) 行为; ③扩散模型认为收益的变化是连续且密集发生的, 不会发生跳跃或不连续现象, 但实际上在某些情况下, 突发事件如金融危机的爆发、央行政策的出台或对市场的突然干预等, 都会导致收益的变化出现跳跃. 由于以上3个方面的原因, 学术上提出了在扩散模型的基础上, 进一步加入 Arch 过程和跳跃过程来更好的解释和预测收益的变化.

在中国目前行政干预较多的市场环境下, 考虑包含 Arch 过程和跳跃过程的收益扩散模型具有较强的现实意义. 一方面, Arch 模型能较好的刻画收益的波动群聚性和波动记忆性; 另一方面, 行政政策的突然出台以及其他意外信息对市场的冲击可以利用跳跃过程加以刻画. 然而到目前为止, 国内还没有这方面的定量研究. 因此, 本文将

① 收稿日期: 2004-09-25; 修订日期: 2005-03-22.

基金项目: 国家社会科学基金资助项目(03BJY099); 教育部博士点专项科研基金资助项目(20020532005); 全国高校青年教师奖励基金资助项目.

作者简介: 陈 晖(1979—), 男, 湖南益阳人, 博士. Email: bruce1026@gmail.com

利用包含这两个过程的扩散模型分析某一收益序列. 理论上, 该模型可以应用到任意收益型序列, 如股票收益率、利率、汇率等, 差别只是对应不同的收益序列采用不同的扩散模型形式. 考虑到近年来央行频繁的对利率进行行政干预, 本文选择了上海证券交易所的 R091 国债回购利率加以分析, 以探测包含这两个过程的利率扩散模型能否更好的解释和预测利率的波动行为.

## 1 文献回顾

学术上将包含跳跃和 Arch 过程的扩散模型应用到股票收益率、利率、汇率方面的研究一直相当活跃. 随着应用领域不同, 模型的形式也稍有差异. 由于文章着重于对国债回购利率行为的分析, 文献回顾部分主要总结归纳应用于利率方面的研究.

最早将跳跃过程应用到利率的行为描述上是由 Ahn 和 Thompson 完成的, 他们从理论上推导出在该过程下模型的一些性质<sup>[1]</sup>. 而后相继出现了大量与跳跃过程相关的文献, 近期内主要有 George 和 Das, Das、Federico 和 Nguyen, Erank、Johannes 和 Polson, Paul 和 Kou 以及 Johannes 等学者的研究<sup>[2-7]</sup>. 这些研究从不同的角度对利率的水平和波动行为进行考虑, 如利率漂移项的非线性, 利率波动的持续性, 宏观消息变量如何对利率造成冲击, 基于跳跃过程的资产定价等. 虽然他们考虑问题的角度并不一致, 但其研究都表明加入了跳跃过程的利率动态模型能较好地刻画利率的某些不连续性行为以及解决一些 Arch 类模型所不能解释的问题. 国内在这方面的研究主要由谢赤、吴雄伟、邓艺颖等人完成, 他们从经济均衡或时间序列分析的角度推导出包含跳跃和 Arch 过程的利率动态模型<sup>[8,9]</sup>, 这些理论推演为后续研究打下了坚实的基础. 然而到目前为止, 国内尚没有这方面的定量研究.

## 2 Jump-Arch 扩散模型及其估计

Ball 和 Torous 认为, 收益的变化可以分解为两个部分: 一部分是正常变化, 即这部分的变化是由于供求双方的暂时失衡, 资本率的变化或者一些造成边际价格变化的信息所造成的, 对于正常变化可以通过扩散过程来建模; 另一部分收益的

变化被称为异常变化, 这部分变化往往与某一重大事件或者政策相联系, 它造成了收益的不连续性变化, 这种变化一般利用跳跃过程来建模<sup>[10]</sup>. 对利率动态行为的建模正是利用了这种观点. 但利率与股票收益的行为相比较有其自身的特征, 即利率的均值回复现象. 因此, 对于正常变化部分一般采用以下的扩散模型形式

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + v_t dw_t \quad (1)$$

其中:  $r_t$  表示  $t$  时刻短期利率水平;  $dr_t$  表示  $t$  时刻短期利率的变化;  $k$  和  $\theta$  分别表示短期利率的均值回复速度和均值回复水平;  $v_t$  表示  $t$  时刻短期利率的波动大小, 它可以是常数也可以是函数;  $dw_t$  代表的是维纳增量过程.

将短期利率变化的正常变化部分与异常变化部分相加, 可以得到连续时间下包含跳跃过程的利率动态模型

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + v_t dw_t + J_t d\pi(h) \quad (2)$$

其中:  $d\pi(h)$  表示泊松跳跃增量过程;  $h$  表示跳跃过程发生的频率;  $J_t$  表示  $t$  时刻随机跳跃的大小.  $J_t$  是一个随机变量, 假设其分布为

$$J_t \sim N(u, \gamma^2) \quad (3)$$

同时, 假设式(2)中扩散过程与跳跃过程是彼此独立的, 并且也与跳跃大小  $J_t$  彼此独立.

假设在  $t_0$  时刻, 观测到短期无风险利率值为  $r_0$ , 那么在  $t_1$  时刻  $r_1$  的条件密度函数定义为  $F_r(r_1|r_0)$ .

由于式(2)是一个包含跳跃过程的随机微分方程, 因此  $F_r(r_1|r_0)$  并不存在闭端解(close-form solution). 根据文献[11]和[12], 可以考虑  $F_r(r_1|r_0)$  的傅立叶变换, 将条件密度函数转化为条件特征函数.  $F_r(r_1|r_0)$  对应的傅立叶变换函数为  $C_r(r_1|r_0, \gamma)$ , 其中  $\gamma$  表示条件特征函数的参数向量. 该函数是存在闭端解的, 其形式为

$$C_r(r_1|r_0, t_1 = 0, \gamma) = \exp(i\gamma r_0) \quad (4)$$

式(4)中  $i = \sqrt{-1}$ . 根据任意随机微分方程必须满足的 Kolmogorov 方程, 条件特征函数(4)应当满足等式

$$\frac{\partial C}{\partial t_1} = \frac{\partial C}{\partial r_0} k(\theta - r_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial r_0^2} + hE[C(r_0 + J) - C(r_0)] \quad (5)$$

式(5)中的  $hE[C(r_0 + J) - C(r_0)]$  表示跳跃冲击对条件特征函数造成的影响.

文献[3]给出了式(5)在式(4)的限制性条

件下的解

$$\begin{cases} C_r(r_1|t_1, \gamma) = \exp[A(t_1, \gamma) + r_0 B(t_1, \gamma)] \\ A(t_1, \gamma) = \int \{k\theta B(t_1, \gamma) + \frac{1}{2}v^2 B(t_1, \gamma)^2 + \\ hE[\exp(JB(t_1, \gamma)) - 1]\} dt_1 \\ B(t_1, \gamma) = i\gamma \exp(-kt_1) \end{cases} \quad (6)$$

对条件特征函数作傅立叶变换,即得到理论上式(2)和式(3)满足的条件密度函数

$$F_r(r_1|r_0) = \int \text{Re} \frac{\exp(-i\gamma r_1) C_r(r_1|t_1, \gamma)}{\pi} d\gamma \quad (7)$$

从式(7)可以看出,模型的转移密度非常复杂,在具体的估计过程中需要对条件特征函数进行数值积分,正是由于式(7)计算的复杂性造成了跳跃扩散模型估计的困难性。

为了简化对跳跃模型的估计,本文采用 Ball 和 Torous 提出的伯努利增量过程来近似模型(2)中的跳跃过程<sup>[10]</sup>。为此将式(2)离散化,用  $\Delta\pi(q)$  代替跳跃过程

$$\Delta r_t = k(\theta - r_t)\Delta t + v_t \Delta z + J_t \Delta\pi(q) \quad (8)$$

式(8)中各变量的含义如前。对于离散时间  $\Delta t$ ,对应不同的样本频率有不同的取值。本文选择的是日交易数据,由于每年内的交易日为 240 左右(扣除法定节假日以及周末),所以文章中  $\Delta t$  的取值为 1/240。式(8)中  $\Delta\pi(q)$  表示伯努利增量过程,当  $\Delta t$  趋近于 0 时,伯努利增量过程收敛于泊松跳跃过程。用伯努利增量过程近似代替跳跃过程使得模型转移密度的计算大大简化。这也是许多学者采用的近似方法,如:Das 以及 Bates<sup>[3, 13]</sup>。伯努利增量过程假设在单位时间里要么发生跳跃

(发生行政干预或其他消息冲击),要么不发生跳跃。对于本文利用的日利率数据,这样的假设是合理的。式(8)中  $q = h\Delta t$ ,是伯努利增量过程的参数,它表示单位时间内发生跳跃的概率大小。式(8)中  $v_t$  可以取常数,同时也可以扩展到 Arch 效应来解释利率变化的尖峰和厚尾特征

$$v_t^2 = a_0 + a_1 [\Delta r_{t-1} - E(\Delta r_{t-1}|r_{t-1})]^2 \quad (9)$$

其中: $a_0$  和  $a_1$  表示 Arch 过程的参数; $E(\Delta r_{t-1}|r_{t-1})$  表示在  $r_{t-1}$  的条件下对  $\Delta r_{t-1}$  的期望值。基于以上假设条件,式(8)中  $r_t$  的条件分布等价于混和正态分布,它的参数可以利用极大似然法来估计。基于式(8)和式(9)的条件密度函数可以如下表示

$$\begin{cases} f(r_{t+1}|r_t) = q \exp\left[\frac{-(r_{t+1} - r_t - k(\theta - r_t)\Delta t - u)^2}{2(v_t^2 \Delta t + \gamma^2)}\right] \times \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi(v_t^2 \Delta t + \gamma^2)}} + (1 - q) \times \\ \exp\left[\frac{-(r_{t+1} - r_t - k(\theta - r_t)\Delta t)^2}{2v_t^2 \Delta t}\right] \times \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi v_t^2 \Delta t}} \\ v_t^2 = a_0 + a_1 [\Delta r_{t-1} - E(\Delta r_{t-1}|r_{t-1})]^2 \end{cases} \quad (10)$$

极大似然估计法即通过极大化以下的似然函数  $L$  来求得模型  $F_r(r_1|r_0)$  的参数

$$L = \prod_{i=1}^T f(r_{i+1}|r_i) \quad (11)$$

综合考虑基于式(8)和式(9)中各参数的各种取值情况,可以看出它是一个包含了跳跃、扩散、Arch 效应的模型,因此当对式(8)和式(9)中的某些参数加以限定后,可以得到其包含的子模型,具体的参数限制条件如表 1。

表 1 Jump-Arch 扩散模型包含的模型

Table 1 The nested models of the Jump-Arch diffusion model

参数	扩散模型	跳跃扩散模型	Arch 扩散模型	Jump-Arch 扩散模型
$k$	常数	常数	常数	常数
$\theta$	常数	常数	常数	常数
$v$	常数	常数	服从 Arch 过程	服从 Arch 过程
$a_0$	不存在	不存在	常数	常数
$a_1$	不存在	不存在	常数	常数
$u$	不存在	常数	不存在	常数
$\gamma$	不存在	常数	不存在	常数
$q$	不存在	常数	不存在	常数

### 3 研究方法及程序说明

包含 Jump-Arch 的扩散模型能否更好的描述中国同业拆借市场利率的行为,这包括了两个方面的比较:

- 1) 对利率水平的解释和预测能力;
- 2) 对利率波动的解释和预测能力.

由于利率的波动是无法观测到的,为了比较模型对利率波动的解释能力,根据一般文献的做法,本文考虑用利率一阶差分的绝对值作为衡量利率波动的大小.

虽然着重于对利率波动性方面的研究,但在对模型的比较过程中,仍然将利率水平的解释和

预测能力作为评价指标.本文选择了几个常见的评价指标:SSE,MSE,MAE,同时,也对比较的各个模型进行似然比检验及无条件概率密度的比较.

具体来说,将采用如下的研究方法.

定义观测利率水平为  $r_t$ ,  $\bar{r}$  表示研究期限内观测利率的均值,拟合的利率水平为  $\hat{r}_t$ ,拟合的残差为  $\hat{\varepsilon}_t$ ,估计出的条件均方差为  $\hat{h}_t$ ,其中  $\hat{\varepsilon}_t = r_t - \hat{r}_t$ ,利率波动大小为  $\sigma_t = |r_t - r_{t-1}|$ .

1) 样本期内的比较 由于共收集到1 086个利率数据,利用样本期间前1 050个数据估计出模型的参数,然后比较拟合的利率水平和观测利率水平,比较拟合的残差和条件均方差,计算表2中的指标.表中对应的  $n$  取值为1 050.

表2 指标定义表

Table 2 The definition table of the indices

指标	SSE	MSE	MAE
利率水平指标	$\sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2$	$\frac{\sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2}{n}$	$\frac{\sum_{t=1}^n  \hat{\varepsilon}_t }{n}$
利率波动指标	$\sum_{t=1}^{n-1} (\sigma_t - \hat{h}_t)^2$	$\frac{\sum_{t=1}^{n-1} (\sigma_t - \hat{h}_t)^2}{n-1}$	$\frac{\sum_{t=1}^{n-1}  \sigma_t - \hat{h}_t }{n-1}$

2) 样本外的比较 利用前1 050个数据估计出的模型参数,对模型的1 051至1 086个利率水平和波动加以预测,同样可以计算 SSE,MSE,MAE 这3个指标,此时,表中  $n$  的取值为36.

3) 似然比检验 根据表1,需要比较的各个模型属于嵌套模型,因此可以利用似然比检验比较各个模型的优劣.

4) 无条件概率密度图的比较 利用估计出的模型参数,可以计算出利率变化的无条件概率密度.通过比较,可以判断各模型在解释利率波动尖峰厚尾方面的能力.

在模型估计方面,本文采用极大似然法,利用了 Matlab6.0 和 Excel 进行绘图,Gauss4.0 及 Gauss 软件包 Optimization 中的 BFGS 算法求解模型的最大似然函数值.

### 4 数据构成与统计结果

本文选择了从2000年1月4日开始,至2004年7月19日在上海证券交易所交易的R091国债回购日利率数据(每日收盘价,数据来源:湘财圆

网, www.eestart.com),扣除节假日样本期间内共有交易数目1 086个.由于上交所的回购利率报价均按单利计算,根据文献[14],按照公式: $r(t) = \ln[1 + R(t)(T-t)] / (T-t)$ ,将其转换为等价连续复

利,其中,  $T-t$  为91/365,  $t$  为当前时刻,  $T$  为到期时刻,  $R(t)$  为对应单利率,  $r(t)$  为对应连续年复利.选择以上数据段的原因是央行的多次降息使得中国的利率市场存在明显的结构转换因素<sup>[15]</sup>,因此本文采用了结构转换后的历史数据.

对样本数据进行统计检验,得到表3,样本的时间序列图如图1.从图1和表3中相关系数可以看出,整个样本期间内利率水平存在明显的均值回复现象,回复水平处于2到3之间.研究期间内利率的波动很剧烈,利率水平的标准方差为0.3246,这表明若前一时刻的利率水平一定,大约有95%的把握近似认为下一时刻利率水平在其上下0.6492之内.一阶差分偏度为0.3454,这表明研究期间内利率变化是右偏的;峰度的计算结果为28.1769,这表明在样本期间内利率的变化表现出明显的尖峰厚尾现象,与一般正态分布

相比,某些较大的利率变化所发生的概率很大.表 3 中 ADF (augmented dickey-fuller) 计算的是增强型单位根检验,由于在 5% 的显著性水平下该检验的原假设为序列存在单位根,而对应的临界

值为 2.863 7,因此对于利率水平和一阶差分序列本文都拒绝其原假设,即序列在 5% 的显著性水平下不存在单位根.

表 3 利率水平及其一阶差分的统计结果

Table 3 Summary results of the interest level and the first difference

数据	均值	最大值	最小值	标准方差	偏度	峰度	ADF	相关系数
利率水平	2.240 9	3.268 7	1.274 3	0.324 6	0.324 6	2.321 8	- 2.878 4	- 0.169 0
一阶差分	- 0.000 7	1.106 1	- 1.078 4	0.112 2	0.345 4	28.176 9	- 20.548 5	

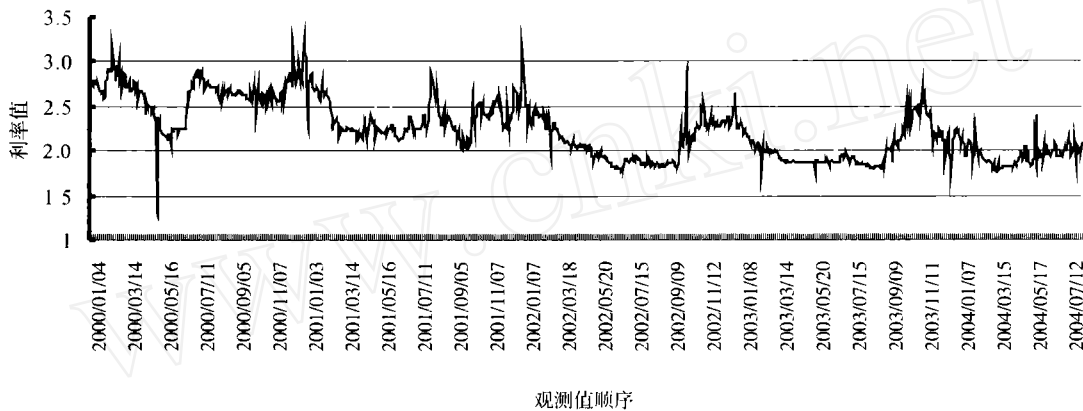


图 1 利率水平时间序列图

Fig. 1 The time series plot of the interest rate level

注:图中为 2000 年 1 月 4 日开始至 2004 年 7 月 19 日在上海证券交易所交易的 R091 国债回购日利率数据,共有 1086 个交易数据,图中纵轴表示利率水平大小,横轴表示对应的利率观测时间.

## 5 模型估计与比较

### 5.1 模型的参数估计与解释

为了保证估计出的参数是全局最优解,每次求解的迭代过程中均试验了 10 组初值.除包含 Arch 过程的扩散模型对初值比较敏感外,其它所有模型均在不同的初值条件下收敛到同一解,这保证了所估计出来参数的有效性.对前 1 050 个数据的估计结果见表 4.

从表 4 的估计结果可以看出,单纯的扩散模型估计出的均值回复速度是最大的(14.693 7),由于本文估计的是连续时间离散化后的模型,若以天计算,其均值回复速度为 0.061 2 (14.715 5/240),因此估计出的模型是协方差平稳的.加入跳跃后的扩散模型,其均值回复速度大为降低,这表明跳跃过程在一定程度上是利率均

值回复的来源之一.当利率处于较低(高)水平时,利率向上(下)发生跳跃的可能性增大,这种情况在单纯的扩散模型中被识别为均值回复,而当利率的变化达到一定程度产生不连续性后,在跳跃扩散模型中就被识别为跳跃.在估计出的 4 个模型中,包含跳跃和 Arch 效应的模型其估计出的均值回复速度最小,为 0.012 7 (3.063 95/240).这表明跳跃过程和 Arch 过程都是产生均值回复的源头之一.

从利率波动的角度看,所有的参数估计结果均为显著,表中  $a_1$  的估计结果都比较大,但这并不意味着估计出的利率波动过程是非协方差平稳的,因为将  $a_1$  与离散时间  $\Delta t$  相乘后得到的结果仍然是小于 1 的.从扩散模型和跳跃扩散模型的波动系数  $v$  的估计结果中看出,加入跳跃后,利率波动值降低了 68%,这表明跳跃过程占据了大部分的利率波动过程,单纯的扩散模型是无法考虑到这点的.

表 4 Jump-Arch 扩散模型的估计结果

Table 4 The estimation results of the Jump-Arch diffusion nested models

参数	扩散模型	跳跃扩散模型	Arch 扩散模型	Jump-Arch 扩散模型
$k$	14.693 7 (3.836 4)	5.509 4 (3.040 2)	10.480 (1.779 0)	3.063 9 (2.276 5)
$\theta$	2.235 2 (26.236 4)	2.010 3 (17.978 6)	2.068 2 (10.555 5)	1.873 4 (11.403 5)
$\nu$	1.723 6 (30.185 2)	0.536 4 (10.646 6)	/ /	/ /
$a_0$	/ /	/ /	1.505 0 (11.651 761 8)	0.099 8 (3.424 6)
$a_1$	/ /	/ /	135.166 8 (4.341 949 3)	108.167 4 (4.631 5)
$u$	/ /	0.017 1 (0.862 5)	/ /	0.001 2 (0.083 4)
$\gamma$	/ /	0.203 6 (11.640 3)	/ /	0.161 1 (9.880 8)
$q$	/ /	0.271 9 (6.686 9)	/ /	0.244 4 (5.538 7)
LogL	353.973 5	528.356 2	443.140 0	582.441 5

注: 表中是根据极大似然法估计的模型参数结果, 括号中对应的  $T$  统计量,  $\log L$  表示的各模型下的对数似然函数值。

表 4 中的  $u$  是每次跳跃过程的期望跳跃值, 它的统计检验  $T$  值并不显著, 这在一定程度上表明每次跳跃幅度的大小不能简单的假设为同一正态分布.  $q$  是每天发生跳跃的概率,  $q = 0.244 4$  表示在样本期间内平均 4 天发生一次跳跃. 加入 Arch 过程后, 跳跃概率从 0.271 9 降低为 0.244 4,

这说明一部分 Arch 过程在跳跃扩散过程中被识别为了跳跃过程.

### 5.2 样本内比较

根据估计模型的参数, 计算了如表 2 中定义的各项指标, 结果如表 5.

表 5 样本内各指标比较表

Table 5 The comparative table of the indices of the in-sample data

指标	模型类别	SSE	MSE	MAE
利率水平指标	扩散模型	12.984 4	0.012 4	0.061 8
	跳跃扩散模型	13.148 4	0.012 5	0.059 2
	Arch 扩散模型	13.175 7	0.012 5	0.059 0
	Jump-Arch 扩散模型	13.261 5	0.012 6	0.058 8
利率波动指标	扩散模型	12.642 8	0.012 0	0.086 4
	跳跃扩散模型	12.730 2	0.012 1	0.087 0
	Arch 扩散模型	18.364 6	0.017 5	0.108 9
	Jump-Arch 扩散模型	9.306 9	0.008 8	0.071 0

比较表 5 中的各个指标, 发现 4 个模型对利率水平的解释能力大致相同, 最简单的扩散模型

表现出略强的解释能力. 而从利率波动性指标考虑, 包含跳跃和 Arch 过程的扩散模型具有很强的

波动解释能力,得出的每个指标均是最小的。

利用表4的估计结果,在图2中画出了跳跃 Arch 扩散模型在5%的显著性水平下的置信区间。图中同时画出了实际观测到的利率值作为比较基准。从图2中可以很清楚的看到,几乎所有的

利率值都落在了置信区间之内,这说明跳跃 Arch 扩散模型在样本内能很好的解释观测到利率水平。

综合以上两个方面,可以得出在样本期间内跳跃 Arch 扩散模型是最优的。

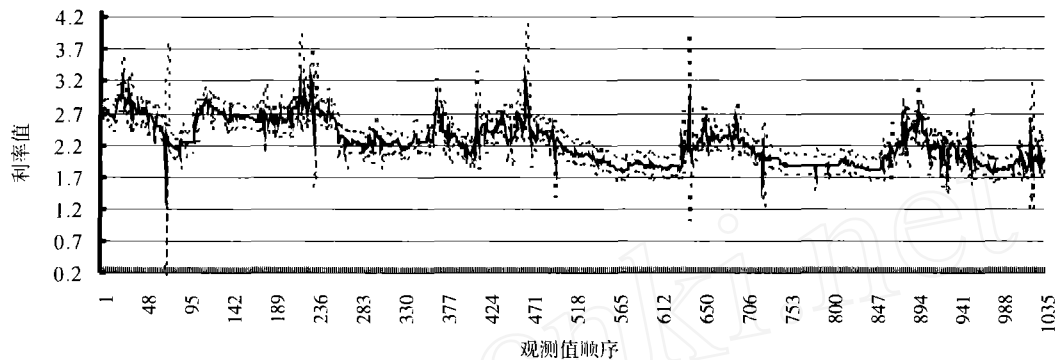


图2 5%显著性水平下的利率置信区间

Fig.2 The confidence interval of the interest rate at the 5% level of significance

注:图中利用 Jump-Arch 模型的估计结果所计算出的在5%显著性水平下的利率置信区间,其中上下虚线代表置信区间,中间的实线代表实际观测到的利率值。图中纵轴表示利率大小,纵轴表示对应的观测顺序。

### 5.3 样本外比较

根据估计模型的参数,对模型进行36期的预测,并计算出相应的指标值,得到如表6的结果。比较表6中的各个指标,发现4个模型对利率水平的解释能力呈现一定的差异。扩散模型的样本外

预测能力最差,其次是跳跃扩散模型。Arch 模型呈现出比跳跃 Arch 扩散模型稍强的样本外预测能力。在利率波动预测方面,跳跃 Arch 扩散模型无疑仍然是最优的。

表6 样本外各指标比较表

Table 6 The comparative table of the indices of the out-of-sample data

指标	模型类别	SSE	MSE	MAE
利率水平指标	扩散模型	0.896 5	0.024 9	0.139 6
	跳跃扩散模型	0.290 3	0.008 0	0.074 0
	Arch 扩散模型	0.151 4	0.004 2	0.049 1
	Jump-Arch 扩散模型	0.168 8	0.005 8	0.051 0
利率波动指标	扩散模型	0.266 0	0.007 3	0.076 8
	跳跃扩散模型	0.269 0	0.007 5	0.077 3
	Arch 扩散模型	0.307 8	0.008 5	0.083 4
	Jump-Arch 扩散模型	0.175 2	0.004 8	0.058 1

### 5.4 似然比检验

根据文献[16],在原假设为 Jump-Arch 扩散模型与比较模型没有显著性差异的条件下,存在以下统计量

$$2(\log L_1 - \log L_2) \sim \chi^2(m) \quad (12)$$

其中: $\log L_1$ 表示 Jump-Arch 扩散模型的对数似然函数值; $\log L_2$ 表示比较模型的对数似然函数值; $m$

表示卡方分布的自由度,它是比较模型两者参数个数的差。代入表4中的对数似然函数值,可以得到表7。

从表7的判别结果可以看出,在3种原假设下,统计量的值都落入了拒绝域,因此在0.5%的显著性水平下,都可以拒绝原假设,即认为 Jump-Arch 扩散模型是这4个估计模型中的最优模型。

表7 模型的似然比检验

Table 7 The likelihood ratio tests of the nested models

比较的模型	似然比检验值	0.5% 的显著性水平下 $\chi^2$ 临界值
Jump-Arch 扩散模型与跳跃扩散模型	108.170 6	7.88
Jump-Arch 扩散模型与 Arch 扩散模型	278.603 0	12.8
Jump-Arch 扩散模型与扩散模型	456.936 0	14.9

5.5 无条件概率密度图比较

根据表4的参数估计结果，可以计算各模型在估计结果下的无条件概率密度。图3画出了表3中估计模型无条件概率密度，图中还画出了根据历史数据计算出的无条件概率密度。从图3可以看出，历史数据的无条件概率密度1呈现出明显的尖峰厚尾现象。在图3中，4和5离1的距离很大，而且其分布完全不具有尖峰的特征，

这说明扩散模型和 Arch 扩散模型刻画利率变化的能力较差。而2和3的无条件概率密度图离1的距离相对较近，尤其是2即 Jump-Arch 扩散模型的概率密度图，具有尖峰的特征。因此，图3再次证明 Jump-Arch 扩散模型的确能刻画利率变化的重要特征，同时1和2之间还存在一定的差距，这说明对于刻画利率行为的模型还需要考虑其它因素。

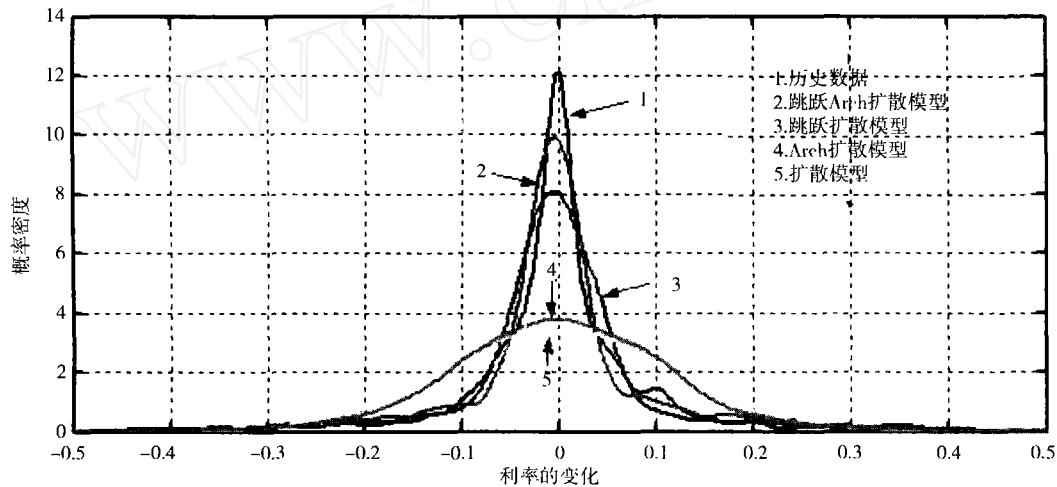


图3 无条件概率密度比较图

Fig. 3 The comparative plot of the unconditional probability density of the nested models

注：图中的1表示利用历史数据计算出的利率变化的无条件概率密度图，2至5分别利用估计出的模型参数所计算的利率变化的无条件概率密度图，其中2代表 Jump-Arch 扩散模型，3代表跳跃扩散模型，4代表 Arch 跳跃模型，5代表扩散模型。

6 模型的应用 ——“周内效应”分析

Jump-Arch 扩散模型拓展了很多分析问题的思路。作为该模型的简单应用，本文分析了 R091 国债回购市场的波动是否存在“周内效应”并给出相应的解释。对“周内效应”的研究并不是陌生的话题，国内外大量的文献集中于该效应的分析，因为对这一效应的分析有助于理解市场的有效性。具体来说，“周内效应”指的是：在某个市场上

1周内各交易日收益率或波动性的差异。本文集中于分析样本周期内上海证券交易所的 R091 国债回购利率是否存在波动的“周内效应”及其可能的原因。

对数据进行整理，仍然以利率一阶差分的绝对值作为对利率波动的衡量，可以得到表8。从表中可以初步判断，在样本期间内，周五的波动最剧烈，其次是周一。样本期间内周三的波动是最小的。对于这种异象的发生，可以利用扩展后的 Jump-Arch 扩散模型加以解释。



表8 利率波动统计表

Table 8 The statistic results of the interest volatility

	星期1	星期2	星期3	星期4	星期5
观测个数	217	217	217	216	218
总波动	14.894	11.019	9.944 9	12.828	15.004
平均波动	0.068 6	0.050 8	0.045 8	0.059 4	0.068 8

对式(8)可以改写成

$$\Delta r_t = k(\theta - r_t)\Delta t + v_t\Delta z + J_t\Delta\pi(q_t) \quad (13)$$

$$v_t^2 = a_0 + a_1(\Delta r_{t-1} - E(\Delta r_{t-1}|r_{t-1}))^2 \quad (14)$$

$$q_t = \lambda_0 + \lambda_1 d_1 + \lambda_2 d_2 + \lambda_3 d_3 + \lambda_4 d_4 \quad (15)$$

式(13)和式(14)中模型参数的含义如前,式(15)中 $q_t$ 代表 $t$ 时刻跳跃的概率大小,它包含了5个参数,其中 $\lambda_0$ 表示星期五的跳跃概率, $\lambda_1$

至 $\lambda_4$ 表示星期一至星期四中跳跃概率超过星期五的大小, $d_1$ 至 $d_4$ 均为虚拟变量,即

$$d_i = \begin{cases} 1 & i = \text{星期 } i \quad i = 1, 2, 3, 4 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (16)$$

利用极大似然法对整个样本数据求解,得到如表9的参数估计值.

表9 周内效应模型参数估计表

Table 9 The estimation results of the parameters of the day-of-week effect model

参数	估计值	统计T值	参数	估计值	统计T值
$k$	3.425 4	1.868 5	$\lambda_0$	0.470 3	4.491 9
$\theta$	1.819 3	7.459 1	$\lambda_1$	-0.006 9	4.023 9
$a_0$	0.100 5	1.804 3	$\lambda_2$	-0.138 1	3.103 4
$a_1$	12.719 6	1.912 3	$\lambda_3$	-0.189 7	2.844 0
$u$	0.007 3	0.561 6	$\lambda_4$	-0.103 4	3.950 4
$\gamma$	0.145 0	7.286 6			

从表9中的参数结果可以得出,周五发生跳跃的概率是最大的,周一发生跳跃的概率也相对较大,周三发生跳跃的概率最小.这说明,跳跃是引起利率波动的主要原因,对利率波动过程的建模必须考虑跳跃效应.

跳跃的发生与央行的行政干预以及其他意外信息的公布密切相关,针对国债回购市场存在的“周五”和“周一效应”,可能的解释就是:大部分的行政干预或者意外信息是在这两天出台的.事实确实如此:近年来,国内各种政策、法规的出台时间大多是星期四接近收市或者星期五,如:央行的8次降息中,有3次是星期四接近收市时公布,1次是星期五公布;央行货币政策执行报告一般于周四接近收市时公布,国家统计局有关国民经济和社会发展情况的季度报告也于周四接近收市时公布,投资者对于这些行政干预和意外信息必然反映在星期五的交易中,这些意外信息是造成“周五效应”的重要原因.同时周末两天内市场积累了大量的信息,也有一部分政策法规于周末两天出台,这些积累的信息造成投资者对利率的走

势产生很大的不确定性,这一因素造成了“周一效应”.总之,R091国债回购市场波动的“周内效应”表明,整个市场受消息冲击的影响程度较大,跳跃是造成该市场波动的主要原因.

## 7 结论及后续研究建议

本文从样本内解释,样本外预测,似然比检验和无条件概率密度图4个方面对比分析了Jump-Arch扩散模型、跳跃扩散模型、Arch扩散模型和扩散模型,并利用Jump-Arch扩散模型分析并解释了国债回购市场所存在的“周五”和“周一”效应,得到以下结论:

1) 在利率水平方面,样本内4个比较的模型对其的解释能力大致相同,最简单的扩散模型表现出略强的解释能力.当利用模型作样本外预测时,扩散模型的样本外预测能力最差,其次是跳跃扩散模型,Arch模型呈现出比Jump-Arch扩散模型稍强的样本外预测能力.

2) 在利率波动方面,Jump-Arch扩散模型无

论在样本内还是样本外,对利率波动的解释和预测能力都非常强。Jump-Arch 扩散模型在刻画利率变化的尖峰厚尾方面表现出较强的能力。

3) 综合考虑 4 个方面,Jump-Arch 扩散模型是比较分析中的最优模型。

4) 加入跳跃后,发现利率均值回复速度大为降低,这表明利率的均值回复在很大程度上是由于行政干预和其他意外信息造成的,跳跃是利率均值回复的来源之一。

5) R091 国债回购市场波动存在明显的“周

一”和“周五效应”。Jump-Arch 扩散模型能很好的解释国债回购市场存在的波动“周内效应”,整个市场受行政干预和其他消息冲击的影响程度较大,跳跃是利率波动的最主要来源。

应当看到,虽然 Jump-Arch 扩散模型是比较分析中的最优模型,但它还不能完全反映利率变化的尖峰特征,这表明在以后的研究中,对于刻画利率行为的模型还需要考虑其它因素,如结构转换、随机波动等,这也应是以后研究的重点。

### 参 考 文 献:

- [1] Ahn C M, Thompson H E. Jump-diffusion processes and term structure of interest rates[J]. *Journal of Finance*, 1988, 43(1): 155—174.
- [2] George C, Das S. Pricing interest rate derivatives: A general approach[J]. *Review of Financial Studies*, 2002, 15(4): 195—241.
- [3] Das S. The surprise element: Jumps in interest rates[J]. *Journal of Econometrics*, 2002, 106(6): 27—65.
- [4] Federico B, Nguyen T. On the functional estimation of jump-diffusion processes[J]. *Journal of Econometrics*, 2003, 116(4): 293—328.
- [5] Bjorn E, Johannes M, Polson N. The impact of jumps in volatility and returns[J]. *Journal of Finance*, 2003, 58(4): 1269—1300.
- [6] Paul G, Kou S. The term structure of simple forward rates with jump risk[J]. *Mathematical Finance*, 2003, 34(3): 383—410.
- [7] Johannes M. The statistical and economic role of jumps in continuous-time interest rate models[J]. *Journal of Finance*, 2004, 62(4): 227—260.
- [8] 谢 赤, 吴雄伟. 跳跃-扩散过程下的利率期限结构模型[J]. *数量经济技术经济研究*, 2001, (11): 38—40.  
Xie Chi, Wu Xiongwei. The term structure model of interest rates under the diffusion-jump process[J]. *The Journal of Quantitative & Technical Economics*, 2001, (11): 38—40. (in Chinese)
- [9] 谢 赤, 邓艺颖. 描述利率动态行为的 Garch-Jump 模型[J]. *数量经济技术经济研究*, 2003, (3): 74—77.  
Xie Chi, Deng Yiyang. The Garch-Jump model describing the dynamics of the interest rates[J]. *The Journal of Quantitative & Technical Economics*, 2003, (3): 74—77. (in Chinese)
- [10] Ball C A, Torous W N. On jumps in common stock prices and their impact on call option pricing[J]. *Journal of Finance*, 1985, 40(3): 155—173.
- [11] Duffe G, Pan J, Singleton K. Option pricing and transform analysis for affine jump diffusions[J]. *Econometrica*, 2000, 68(2): 1343—1376.
- [12] Singleton K. Estimation of affine asset pricing models using the empirical characteristic function[J]. *Journal of Econometrics*, 2001, 102(1): 111—141.
- [13] Bates D S. Jumps and stochastic volatility exchange rate processed implicit in Dutch mark options[J]. *Review of Financial Studies*, 1996, 9(2): 69—107.
- [14] 吴冲锋. 王海成, 吴文峰. 金融工程研究[M]. 上海: 上海交通大学出版社. 2000. 37—38.  
Wu Chongfeng, Wang Haicheng, Wu Wenfeng. *The Research on Financial Engineering*[M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 2000. 37—38. (in Chinese)
- [15] 谢 赤, 吴雄伟. 一个基于水平模型的利率结构转换模型[J]. *系统工程*, 2002, 20(1): 20—23.  
Xie Chi, Wu Xiongwei. The regime switching mode based on the level model[J]. *Systems Engineering*, 2003, (3): 74—77. (in Chinese)
- [16] Hamilton J D. *Time Series Analysis*[M]. Princeton: Princeton University Press, 1996. 456—457.

## Diffusion model including the Jump-Arch process and its application

*CHEN Hui, XIE Chi*

College of Business Management, Hunan University, Changsha 410082, China

**Abstract:** In this paper, we compared the following four models: Jump-Arch diffusion model, jump diffusion model, arch diffusion model and diffusion model from four aspects. We found that the Jump-Arch model is the best of the four models. It can explain and forecast best the behavior of the volatility of the interest rates. Jump is not only the source of the mean-reversion of the interest rates, but also the main source of the volatility of the interest rates. So when we model the behavior of interest rates, the jump process is the prerequisite factor. At the same time, we found that the market of the R091 interest rate listed in Shanghai Exchange showed the Monday and Friday effects. By making use of the jump-arch diffusion model, we give some explanation to this anomaly.

**Key words:** Jump-Arch diffusion model; leptokurtosis; the day of the week effect

~~~~~  
(上接第 42 页)

## Research on choice impetus for product system's ecological component

*LI Kun<sup>1,2</sup>, WEI Xiao-ping<sup>1</sup>*

1. Management School of China University of Mining Technology, Xuzhou 221008, China;

2. Xuzhou Architecture Vocational Technology Institution, Xuzhou 221008, China

**Abstract:** To study the inner drive mechanism of enterprise's ecological running, this paper select a competitive market as our research background, and divide the product system into general components that meet the conventional functions and ecological components meeting environmental and resource protection needs, with consumers consist of ordinary group and responsible group. Based on the above assumptions, the characteristics of the ecological evolution in product system influenced by a subsidy policy were analyzed from both short and long run perspectives. The findings are as follows: Under the profits target's driving, with the comprehensive consideration for the responsible consumer group scale, the strength of one's economy and technology level and the support degree of policy, it seems to be much more strategic that enterprise chooses the proportion of ecological factors in product system.

**Key words:** the impetus mechanism of enterprise's ecological running; ordinary consumer group; responsible consumer group; general component in product system; ecological component in product system