

信号对契约设计及福利的影响研究^①

龚 箭, 张小辉, 王先甲

(武汉大学经济与管理学院, 武汉 430072)

摘要: 与代理人类型有一定程度相关性的信号能够改变委托人的初始信息结构并因此影响委托人的契约设计. 现有文献很少讨论事前不可验证的信号对契约参与者事前福利的影响. 相比对事后福利的研究, 对事前福利的研究在契约设计中更具有现实意义. 文章研究了信号对契约参与者事前福利的影响. 结果表明: 委托人通过对信号观察改进契约会提高委托人的事前期望剩余; 委托人的初始信息结构和信号的信息量是影响代理人事前期望剩余的关键因素; 在一定的严格条件下, 委托人对信号观察能够增加代理人的事前期望剩余, 即实现事前期望福利的帕累托改进.

关键词: 信号; 信息结构; 契约设计; 福利

中图分类号: F062.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2008)05-0007-09

0 引言

契约理论, 又称机制设计理论, 主要研究在不对称信息情况下委托人与代理人之间的契约设计与实现. 在契约设计理论中, 研究事前不对称信息博弈的模型称为逆向选择模型. 在经典的逆向选择模型中, 自然选择代理人的类型, 代理人知道自己的类型, 委托人不知道代理人的类型, 但知道代理人类型的概率分布. 委托人通过设计一组满足参与约束与激励相容约束的最优契约, 以揭示出代理人的私人信息. Myerson^[1]的显示原理保证了委托人可以仅设计一组简单的契约来实现以上目的, 该契约个数至多等于代理人类型空间的基数. 在此基本框架的基础上, 很多文献对经典的逆向选择模型进行了扩展, Rochet 和 Chone^[2]研究了代理人不同类型分布下的契约设计, Jullien^[3]研究了具有不同类型倚赖的参与约束下的一般性模型, Laffont 和 Rochet^[4]对委托人和代理人风险类型不同假设下的模型进行了研究, Lewis 和

Sappington^[5]对不同承诺责任假设下的契约模型进行了研究, 李富强等^[6]详细研究了成本函数凸性在逆向选择契约设计中的作用, 认为逆向选择就是租金抽取与效率的权衡, 而且低效率类型产出扭曲的方向依赖于斯彭斯-米尔利斯条件的保号性. Laffont 和 Martimort^[7]对上述部分理论及其应用作了很好的概括性结论. 上述有关逆向选择契约设计的文献大部分着重分析不对称信息下委托人和代理人的行为和福利情况, 并参照对称信息下的结论提出改进措施或政策建议. 实际上, 委托人通过各种途径总能够观察到一些与代理人类型有一定相关性的信号, 并利用该信号改进对代理人类型分布的认识, 继而改进契约设计. 委托人通过观察信号来改进契约设计如何影响参与人的福利, 鲜有文献进行系统的研究, 本文在 Laffont 和 Martimort^[7]的研究基础上对上述问题进行理论上的探讨.

研究信号对福利的影响可以分为对事前福利的影响和对事后福利的影响. Riordan 和 Sappington^[8]讨论了委托企业根据代理企业选择

① 收稿日期: 2006-01-17; 修订日期: 2008-07-03.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60574071).

作者简介: 龚 箭(1978—), 男, 湖北武汉人, 博士生. Email: gong_jian52@yahoo.com.cn

产量所显示的类型和事后可验证的信号来确定事后信息租金,但这种事后契约改进具有证实性而不具有现实操作上的普遍适用性.在实际操作中,往往需要通过事前期望福利变化的研究来确定委托人的信号观察行为是否可行. Eugenio^[9]通过分析定价中的机制设计来讨论与消费者类型相关的信号对契约设计及事前福利的影响,但该文中信号的作用是确定订购决策与消费决策之间的相关性. Boyer 和 Laffont^[10]讨论了规制者对被规制部门的激励计划的改革,从事前的角度研究了规制者的信号观察对被规制部门节约成本努力的影响,并认为信号的信息量,即信号与被规制者类型的相关程度,是影响该努力的关键因素. 该文突出了信号的作用,但并没有研究信号对福利的影响. 张娥等^[11]研究了网上交易的诚信交易激励机制设计中信号的作用机理,郑君君等^[12]在文中附带的定性分析了股权激励中企业内部信息的作用,张新立等^[13]分析了联合投资激励契约安排中通过多阶段的契约观察风险企业家表现的信号来获得有用的信息,岳中志^[14]则研究了“标尺竞争”在契约设计中的信号作用,但这些研究分析的并不是典型的逆向选择问题,而且也默认得到的信号能够反映完全信息,也没有研究信号对福利的影响. Laffont 和 Martimort^[7]也对该问题也进行了研究,其基本思路为:在初始的信息结构下,委托人获得与代理人类型相关的信号,在提供新的激励契约前,委托人使用贝叶斯规则推断代理人类型的条件概率分布. 根据获得的不同信号推断的不同条件概率分布,委托人得到与信号相关的改进后的信息结构,继而根据新的信息结构提供新的激励契约. 在这里,信号的本质作用是帮助委托人分离代理人的类型,得到关于代理人类型的新的信息结构. 当获得的信号是完全信息时,委托人能完全分离代理人类型,即委托人与代理人是信息对称的,这时不需要对代理人提供激励. 而一般情况下,委托人获得的信号并不是完全信息,其对代理人类型的分离也是有限的. 他们的研究肯定了信号对契约的改进作用,但信号对契约参与方福利的影响,该文并没有给出结论,仅比较了代理人“好的”或“差的”类型分布下委托人和代理人的福利状况^[6],这种比较本质上是从事后的角度研究信号对福利的影响. 如何研究信号对事前福

利的影响,本文认为主要需要考虑以下两点:(1)获得信号后,委托人得到的新的信息结构与初始信息结构之间的关系;(2)委托人和代理人的剩余与委托人信息结构的关系. 本文拟从上述两点入手,研究信号在不同的委托人初始信息结构下对事前福利的影响.

1 基础模型

1.1 基本假设

在现实的经济生活中,通常会碰到如下问题:具有垄断势力的买方企业委托某个卖方企业生产某项产品,然后按照一定的价格对卖方企业进行支付. 买方企业由于其垄断性在产品的定价中具有主导权. 在定价时,买方企业会根据对卖方企业产品生产成本的了解,最大限度的增加自身的剩余. 该问题中,对产品的定价实际上就是制定买卖双方的交易契约. 现实中,由于买方企业对卖方企业成本方面信息的了解是有限的,所以买方企业在制定交易契约时需要根据掌握的有限信息设计最优的交易契约以最大化自身的剩余. 以上问题理论上可以用委托代理理论进行分析,针对该问题事前信息不对称的特点,可以采用逆向选择模型为基础进行研究. 为便于分析,作以下定义,并作出一些简化的假设.

在上述问题中,具有垄断势力的买方企业为委托人,其委托代理人,即生产企业,向其提供产品. 在委托人看来,代理人可能有两种类型,其类型以不同的边际生产成本 θ 来描述,高效率的代理人边际成本为 $\underline{\theta}$,低效率的代理人边际成本为 $\bar{\theta}$, $\Delta\theta = \bar{\theta} - \underline{\theta} > 0$ 表示代理人类型不确定性的幅度,即不同类型生产企业的成本差距. 代理人知道自己的类型,委托人不知道代理人的真实类型,但知道代理人为高效率代理人的概率. 代理人为类型 $\underline{\theta}$ 的概率和类型 $\bar{\theta}$ 的概率分别为 v 和 $1 - v$,称这种类型分布为委托人对代理人的信息结构,在两种类型的情况下可以方便的用 v 来表示信息结构. 为方便计算,假定代理人生产的固定成本为 0,在本文,固定成本不起实质性的作用. 假设风险规避型的委托人对产品的需求没有限制,但其效用函数为 $S(q) = kq^\alpha$, $0 < \alpha < 1$,其中 $k > 0$ 为标量,用来描述效用大小,同时有 $S(0) = 0$,且 $S' >$

$0, S'' < 0, S''' > 0$. 该假设也是研究契约理论的常用假设. 委托人在交易中对产品的定价可以等价的使用支付 t 和产量 q 的组合 (t, q) 来替代. 根据 Myerson 的显示原理, 委托人可以设计出一组契约集 $\{(\bar{t}, \bar{q}); (\underline{t}, \underline{q})\}$, 供代理人选择, 代理人根据所选定契约实施行动以后, 得到委托人的支付 t , 委托人得到代理人提供的产量 q .

1.2 不对称信息下的契约设计

在对称信息下, 委托人完全了解代理人的类型, 所以有效率的产出水平在委托人的边际效用等于代理人的边际成本时得到, 即等同于委托人亲自执行这个任务, 支付 t 等于成本 θq . 所以在对称信息下的最优结果为:

$$S'(q^*) = \theta, S'(\bar{q}^*) = \bar{\theta} \quad (1)$$

在不对称信息下, 为了实现对代理人的甄别, 委托人设计一组满足代理人参与约束与激励相容约束的契约, 在此约束下, 委托人最大化自己的剩余. 为便于分析, 假设代理人在参与约束中的保留效用为 0, 则委托人的最优化问题可以写为

$$\max_{\{(\bar{t}, \bar{q}); (\underline{t}, \underline{q})\}} v[S(q) - \underline{t}] + (1 - v)[S(\bar{q}) - \bar{t}] \quad (2)$$

$$\text{s. t.} \quad (\text{IR}_1) \quad \underline{t} - \theta \underline{q} \geq 0 \quad (3)$$

$$(\text{IR}_2) \quad \bar{t} - \theta \bar{q} \geq 0 \quad (4)$$

$$(\text{IC}_1) \quad \underline{t} - \theta \underline{q} \geq \bar{t} - \theta \bar{q} \quad (5)$$

$$(\text{IC}_2) \quad \bar{t} - \theta \bar{q} \geq \underline{t} - \theta \underline{q} \quad (6)$$

在上述最优化问题中, 式(2)表示委托人在进行契约设计时必须最大化他的期望效用. 式(3)、式(4)为代理人的参与约束(IR), 分别表示委托人设计的契约使高效率或低效率的代理人在选择适合自己的交易契约时获得的效用必须大于其外在的保留效用. 式(5)、式(6)为代理人的激励相容约束(IC), 分别表示委托人设计的契约使高效率或低效率的代理人选择的契约相对其他的契约来说是弱偏好的.

为便于后续的分析, 定义代理人的信息租金 U 为代理人获得的支付减去其生产成本, 即 $\underline{U} = \underline{t} - \theta \underline{q}, \bar{U} = \bar{t} - \theta \bar{q}$, 则委托人的目标函数可写为

$$v[S(q) - \theta q] + (1 - v)[S(\bar{q}) - \theta \bar{q}] - [v\underline{U} + (1 - v)\bar{U}] \quad (7)$$

式(7)中的 $v[S(q) - \theta q] + (1 - v)[S(\bar{q}) - \theta \bar{q}]$ 可以表示期望的配置效率, $v\underline{U} + (1 - v)\bar{U}$ 可

表示委托人需要支付的信息租金, 所以委托人实际上面临租金抽取与效率之间的权衡.

解上述最优化问题, 主要是检验委托人的目标函数是否为凸函数, 并确定约束条件中哪几个在最优解下是紧的. 该问题的典型解法, Laffont 和 Martimort^[7] 及肖条军^[15] 等人都有详细的分析, 限于篇幅, 本文不再赘述. 可知, 低效率代理人的参与约束和高效率代理人的激励相容约束为紧约束. 根据以上分析求解以上最优化问题得到

$$S'(q) = \theta, \text{ 即 } q = q^* \\ S'(\bar{q}) = \bar{\theta} + \frac{v}{1-v} \Delta\theta = \theta + \frac{\Delta\theta}{1-v}, \text{ 由 } S''(q) < 0$$

可得 $\bar{q} < \bar{q}^*$, \bar{q} 是关于信息结构 v 的函数.

$$\underline{U} = \Delta\theta \bar{q}, \bar{U} = 0 \quad (8)$$

根据以上结果, 可以得到以下结论: 第一, 在不对称信息下, 高效率代理人不存在产量扭曲, 低效率代理人产量水平向下扭曲. 同时, 由于在对称信息下 $\underline{U}^* = 0, \bar{U}^* = 0$, 可知不对称信息下, 高效率的代理人能够得到一个严格正的信息租金. 第二, 由于支付 $t = U + \theta q$, 而 \bar{q} 是关于信息结构 v 的函数, 则委托人设计的契约集也依赖于信息结构, 即契约集可表达为 $\{(\bar{t}(v), \bar{q}(v)); (\underline{t}(v), \underline{q}^*)\}$. 同样, 委托人剩余、代理人剩余和总剩余也依赖于委托人的信息结构, 即委托人的期望剩余为

$$V(v) = v[S(q^*) - \theta q^* - \Delta\theta q(v)] + (1 - v)[S(\bar{q}(v)) - \theta \bar{q}(v)] \quad (9)$$

代理人的期望剩余为

$$A(v) = v\Delta\theta \bar{q}(v) \quad (10)$$

总剩余为

$$U(v) = V(v) + A(v) \quad (11)$$

第三, 不对称信息下委托人的剩余小于在对称信息下能够得到的剩余.

2 信号对契约设计的影响

2.1 信号的定义

实际上, 委托人经常能够观察到与代理人类型相关的信号, 其中信号为不同类型代理人可能表现出的外部特征, 例如买方企业可以通过对公开资料的收集观察到与代理人类型相关的财务特征. 不失一般性, 先定义代理人的类型集为 $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$, 委托人的初始信息结构为委托人对初

始类型分布的认识,即 $P\{\theta = \theta_i\} = v_{i0}, i = 1, 2, \dots, n$; 有 $\sum_{i=1}^n v_{i0} = 1$. 设委托人能够观察到的信号集为 $\{m_1, m_2, \dots, m_k\}$, 则信号与类型的条件概率 $P\{m = m_i | \theta = \theta_i\} = \rho_{ji}, i = 1, 2, \dots, n$ 反映了信号 m_i 与各类型关系的信息, 同理 $P\{m = m_j | \theta = \theta_i\} = \rho_{ji}, i = 1, 2, \dots, n$ 反映了信号 m_j 与各类型关系的信息.

根据以上信号与类型的条件概率, 则在观察到信号之前, 可以计算出各信号可能出现的概率为

$$P\{m = m_j\} = \sum_{i=1}^n P\{m = m_j | \theta = \theta_i\} P\{\theta = \theta_i\} = \sum_{i=1}^n \rho_{ji} v_{i0} = \mu_j \quad (12)$$

且有 $\sum_{j=1}^k \mu_j = 1$

2.2 信号对信息结构和契约设计的影响

根据 1.2 小节分析, 委托人的契约设计依赖于信息结构, 观察信号以前委托人根据初始信息结构设计的契约集为 $\{(t_{10}, q_{10}), (t_{20}, q_{20}), \dots, (t_{n0}, q_{n0})\}$, 其中 $t_{i0} = t_{i0}(v_{10}, v_{20}, \dots, v_{n0}), q_{i0} = q_{i0}(v_{10}, v_{20}, \dots, v_{n0}), i = 1, 2, \dots, n$. 委托人观察到某个信号后, 结合信号与类型的条件概率, 委托人得到对代理人类型分布新的认识, 也就是说, 委托人的信息结构发生了改变. 如观察到信号 m_j , 委托人的信息结构变化为

$$v_{ij} = P\{\theta = \theta_i | m = m_j\} = \frac{P\{m = m_j | \theta = \theta_i\} P\{\theta = \theta_i\}}{P\{m = m_j\}} = \frac{\rho_{ji} v_{i0}}{\sum_{i=1}^n \rho_{ji} v_{i0}}, i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

委托人根据该信息结构可以设计新的契约集 $\{(t_{1j}, q_{1j}), (t_{2j}, q_{2j}), \dots, (t_{nj}, q_{nj})\}$, 其中 $t_{ij} = t_{ij}(v_{1j}, v_{2j}, \dots, v_{nj}), q_{ij} = q_{ij}(v_{1j}, v_{2j}, \dots, v_{nj}), i = 1, 2, \dots, n$.

为方便讨论, 根据式 (12) 和式 (13), 还可得到某个代理人类型在出现不同信号下新的概率 $v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{ik}$ 满足如下关系

$$\sum_{j=1}^k \mu_j v_{ij} = \sum_{j=1}^k \rho_{ji} v_{i0} = v_{i0} \sum_{j=1}^k \rho_{ji}$$

$$\begin{aligned} &= v_{i0} \sum_{j=1}^k P\{m = m_j | \theta = \theta_i\} \\ &= v_{i0} \frac{\sum_{j=1}^k P\{m = m_j, \theta = \theta_i\}}{P\{\theta = \theta_i\}} \\ &= v_{i0} \end{aligned} \quad (14)$$

3 信号对契约参与人福利的影响

委托人观察到某个信号 m_j 后, 依据新的信息结构制定新的契约. 契约实施后委托人的剩余可表示为 $V_j(v_{1j}, v_{2j}, \dots, v_{nj})$, 根据式 (13), 也可表示为 $V_j(v_{10}, v_{20}, \dots, v_{n0}, \rho_{j1}, \rho_{j2}, \dots, \rho_{jn})$. 同理, 代理人剩余和总剩余也可以分别表示为 $A_j(v_{10}, v_{20}, \dots, v_{n0}, \rho_{j1}, \rho_{j2}, \dots, \rho_{jn})$ 和 $U_j(v_{10}, v_{20}, \dots, v_{n0}, \rho_{j1}, \rho_{j2}, \dots, \rho_{jn})$. 由于事前信号的出现是随机的, 所以委托人的事前期望剩余为 $V_m = \sum_{j=1}^k \mu_j V_j$, 同理, 事前代理人

期望剩余和总期望剩余分别为 $A_m = \sum_{j=1}^k \mu_j A_j, U_m = \sum_{j=1}^k \mu_j U_j$. 如要分析信号对契约参与人事前福利的影响, 典型的分析方法是利用 ρ_{ji} 对 V_m, A_m, U_m 求导数, 并据此分析信号对事前福利的影响, 但此种方法存在分析上的诸多困难. 本文的分析方法是先分析信息结构与各方剩余的函数关系, 然后再利用由观察到的信号得出的新的信息结构与初始信息结构之间的关系来间接研究信号对事前福利的影响. 为降低分析的复杂性, 下文的分析中, 还是假定代理人有两种类型, 且能够观察到的信号有两个.

3.1 信息结构与各参与方剩余的函数关系

在代理人只有两种可能类型情况下, 可以方便的用高效率代理人的概率 v 定义委托人的信息结构.

引理 1 不对称信息下, 委托人的剩余函数是委托人信息结构 v 的凸函数.

证明 委托人的剩余函数为

$$V(v) = v[S(q^*) - \theta q^* - \Delta\theta \bar{q}(v)] + (1-v)[S(\bar{q}(v)) - \theta \bar{q}(v)] \quad (15)$$

使用包络引理, 得

$$\frac{dV(v)}{dv} = S(q^*) - \theta q^* - [S(\bar{q}) - \theta \bar{q}] \quad (16)$$

由 q^* 的定义可知, $\frac{dV(v)}{dv} > 0$

$$\begin{aligned} \frac{d^2V(v)}{dv^2} &= -S'(\bar{q})\bar{q}^T(v) + \underline{\theta}\bar{q}^T(v) \\ &= \bar{q}^T(v)\left[\underline{\theta} - (\bar{\theta} + \frac{v}{1-v}\Delta\theta)\right] \\ &= -\frac{\bar{q}^T(v)\Delta\theta}{1-v} \end{aligned} \quad (17)$$

由 $S'(\bar{q}) = \bar{\theta} + \frac{v}{1-v}\Delta\theta$, 得

$$\bar{q}^T(v) = \frac{\Delta\theta}{(1-v)^2 S''(\bar{q})} \quad (18)$$

所以

$$\frac{d^2V(v)}{dv^2} = -\frac{(\Delta\theta)^2}{(1-v)^3 S''(\bar{q})} > 0 \quad (19)$$

可知 $V(v)$ 在 v 的整个取值范围内是凸函数。

证毕。

同样的分析, 由 $A(v) = v\Delta\theta\bar{q}, U(v) = V(v) + A(v)$ 得

$$\begin{aligned} \frac{dA(v)}{dv} &= \Delta\theta\bar{q} + v\Delta\theta\bar{q}^T(v) \\ &= \Delta\theta\bar{q} + \frac{v(\Delta\theta)^2}{(1-v)^2 S''(\bar{q})} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2A(v)}{dv^2} &= \Delta\theta\bar{q}^T(v) + (\Delta\theta)^2 d\left[\frac{v}{(1-v)^2 S''(\bar{q})}\right]/dv \\ &= \frac{2(\Delta\theta)^2}{(1-v)^3 S''(\bar{q})} - \frac{v(\Delta\theta)^3 S'''(\bar{q})}{(1-v)^4 [S''(\bar{q})]^3} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2[U(v)]}{dv^2} &= \frac{(\Delta\theta)^2}{(1-v)^3 S''(\bar{q})} - \\ &\quad \frac{v(\Delta\theta)^3 S'''(\bar{q})}{(1-v)^4 [S''(\bar{q})]^3} \end{aligned} \quad (22)$$

同时 $S(q)$ 的一阶、二阶和三阶导数如下:

$$S'(q) = k\alpha q^{\alpha-1} > 0 \quad (23)$$

$$S''(q) = k\alpha(\alpha-1)q^{\alpha-2} < 0 \quad (24)$$

$$S'''(q) = k\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)q^{\alpha-3} > 0 \quad (25)$$

将式(23)、式(24)、式(25)代入式(21)和式(22), 得

$$\begin{aligned} \frac{d^2A(v)}{dv^2} &= \frac{(\Delta\theta)^2 k\alpha(\alpha-1)q^{\alpha-3}(2-\alpha)}{(1-v)^4 [S''(\bar{q})]^3} \left\{ \left[v - \frac{2(1-\alpha)}{2-\alpha} \right] \left[\Delta\theta + \frac{2(1-\alpha)}{2-\alpha} \underline{\theta} \right] - \frac{2\alpha(1-\alpha)}{(2-\alpha)^2} \underline{\theta} \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\frac{d^2[U(v)]}{dv^2} = \frac{(\Delta\theta)^2 k\alpha(\alpha-1)q^{\alpha-3}(2-\alpha)}{(1-v)^4 [S''(\bar{q})]^3} \times$$

$$\left\{ \left[v - \frac{(1-\alpha)}{2-\alpha} \right] \left[\Delta\theta + \frac{(1-\alpha)}{2-\alpha} \underline{\theta} \right] - \frac{(1-\alpha)}{(2-\alpha)^2} \underline{\theta} \right\} \quad (27)$$

式(26)和式(27)的推导过程见附录。

令 l 表示方程 $\left[v - \frac{2(1-\alpha)}{2-\alpha} \right] \left[\Delta\theta + \frac{2(1-\alpha)}{2-\alpha} \underline{\theta} \right]$

$$= \frac{2\alpha(1-\alpha)}{(2-\alpha)^2} \underline{\theta},$$

令 f 表示方程 $\left[v - \frac{(1-\alpha)}{2-\alpha} \right] \left[\Delta\theta + \frac{(1-\alpha)}{2-\alpha} \underline{\theta} \right]$

$$= \frac{(1-\alpha)}{(2-\alpha)^2} \underline{\theta}.$$

那么, 如图1所示, 曲线 l 、曲线 f 将 $\Delta\theta > 0, 0 < v < 1$ 所围成的二维空间分割成三个区域。

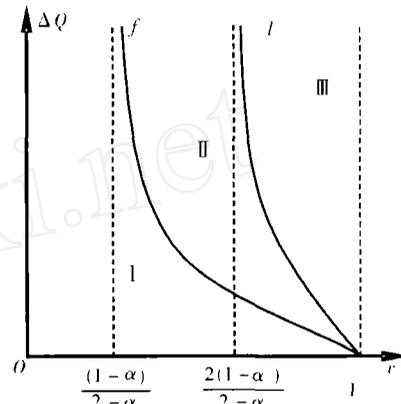


图1 $\Delta\theta$ 和 v 的分区
Fig.1 Zone for $\Delta\theta$ & v

在区域 I, 可得 $0 < v < \frac{(1-\alpha)\bar{\theta}}{[\Delta\theta + (1-\alpha)\bar{\theta}]}$,

且 $d^2A(v)/dv^2 < 0$, 有 $d^2[U(v)]/dv^2 < 0$.

在区域 II, 可得 $\frac{(1-\alpha)\bar{\theta}}{\Delta\theta + (1-\alpha)\bar{\theta}} \leq v \leq$

$\frac{2(1-\alpha)\bar{\theta}}{\alpha\Delta\theta + 2(1-\alpha)\bar{\theta}}$, 有 $\frac{d^2A(v)}{dv^2} \leq 0, \frac{d^2[U(v)]}{dv^2} \geq 0$

在区域 III, 可得 $\frac{2(1-\alpha)\bar{\theta}}{\alpha\Delta\theta + 2(1-\alpha)\bar{\theta}} < v < 1$,

有 $d^2A(v)/dv^2 > 0, d^2[U(v)]/dv^2 > 0$

引理 2 当 $0 < v < \frac{(1-\alpha)\bar{\theta}}{[\Delta\theta + (1-\alpha)\bar{\theta}]}$, 即信

息结构 v 与 $\Delta\theta$ 的取值使点 $(v, \Delta\theta)$ 位于区域 I, 在此区间内代理人的剩余函数和总剩余函数是关于 v 的凹函数。

证明 如 $(v, \Delta\theta)$ 位于区域 I, 可得

$d^2A(v)/dv^2 < 0, d^2[V(v) + A(v)]/dv^2 < 0$, 所以 $A(v), U(v)$ 在此区域为凹函数. 证毕.

引理 3 当 $\frac{(1-\alpha)\bar{\theta}}{\Delta\theta + (1-\alpha)\bar{\theta}} \leq v \leq [2(1-\alpha)\bar{\theta}]/[\alpha\Delta\theta + 2(1-\alpha)\bar{\theta}]$, 即信息结构 v 与 $\Delta\theta$ 的取值使点 $(v, \Delta\theta)$ 位于区域 II, 代理人的剩余函数在此区域为关于 v 的凹函数, 总剩余函数在此区域为关于 v 的凸函数

证明 同引理 2

引理 4 当 $\frac{2(1-\alpha)\bar{\theta}}{\alpha\Delta\theta + 2(1-\alpha)\bar{\theta}} < v < 1$, 即信息结构 v 与 $\Delta\theta$ 的取值使点 $(v, \Delta\theta)$ 位于区域 III, 在此区域内代理人的剩余函数和总剩余函数均为凸函数.

证明 同引理 2.

3.2 信号对福利的影响

令委托人的初始信息结构为 v_0 . 委托人可以观察到与代理人类型相关的信号, 信号分别为 m_1 和 m_2 . 令关于 θ 和 m 的条件概率分别为 $P\{m = m_1 | \theta = \underline{\theta}\} = \rho_1 \geq 0.5, P\{m = m_2 | \theta = \bar{\theta}\} = \rho_2 \geq 0.5$. 这里, ρ_1 和 ρ_2 表示信号与代理人类型的相关程度. 如果有 $\rho_1 = \rho_2 = 0.5$, 则表明委托人得到的信号不能反映任何关于代理人类型的信息^[6], ρ_1 和 ρ_2 在本文可以作为信号所含信息量的指标. 完整的条件概率还包括 $P\{m = m_2 | \theta = \underline{\theta}\} = 1 - \rho_1$ 和 $P\{m = m_1 | \theta = \bar{\theta}\} = 1 - \rho_2$. 根据 θ 和 m 的条件概率, 使用全概率公式可以得到信号 m 的概率为

$$P(m = m_1) = v_0\rho_1 + (1 - v_0)(1 - \rho_2) = \mu_1 \tag{28}$$

$$P(m = m_2) = v_0(1 - \rho_1) + (1 - v_0)\rho_2 = \mu_2 \tag{29}$$

可知, $0 \leq \mu_1 \leq 1, 0 \leq \mu_2 \leq 1$, 且 $\mu_1 + \mu_2 = 1$ (30)

委托人根据观测到的不同的信号, 可得到不同的信息结构为

$$v_1 = P\{\theta = \underline{\theta} | m = m_1\} = \frac{v_0\rho_1}{v_0\rho_1 + (1 - v_0)(1 - \rho_2)} \tag{31}$$

$$v_2 = P\{\theta = \bar{\theta} | m = m_2\} = \frac{v_0(1 - \rho_1)}{v_0(1 - \rho_1) + (1 - v_0)\rho_2} \tag{32}$$

根据式(31)、式(32)可得到 $v_1'(\rho_1) > 0, v_1'(\rho_2) > 0, v_2'(\rho_1) < 0, v_2'(\rho_2) < 0$ (33)

由 $\rho_1 > 0.5$ 和 $\rho_2 > 0.5$, 可知 $v_1 > v_0 > v_2$, 且 ρ_1 和 ρ_2 越大, v_1 越大, v_2 越小.

根据式(28)、式(29)、式(31)和式(32)可以得到

$$\mu_1 v_1 + \mu_2 v_2 = v_0 \tag{34}$$

由 $v_1 > v_0 > v_2$ 可知委托人观察到信号 m_1 后认为代理人高效率的概率变大, 委托人获取信号 m_2 后认为代理人高效率的概率变小. 如信号与代理人类型完全相关, 则委托获得信号后能够完全区分代理人的类型.

根据前面的分析, 委托人利用信号的事前期望剩余为

$$V_m = \mu_1 V(v_1) + \mu_2 V(v_2) \tag{35}$$

代理人的事前期望剩余为 $A_m = \mu_1 A(v_1) + \mu_2 A(v_2)$ (36)

总期望剩余为 $U_m = V_m + A_m = \mu_1 [V(v_1) + A(v_1)] + \mu_2 [V(v_2) + A(v_2)]$ (37)

命题 1 如委托人通过观察与代理人类型相关的信号改进契约设计, 则委托人的事前期望剩余增加.

证明 由引理1可知 $V(v)$ 为凸函数, 结合式(30)和式(34), 由詹森(Jensen)不等式得

$$V_m = \mu_1 V(v_1) + \mu_2 V(v_2) > V(\mu_1 v_1 + \mu_2 v_2) = V(v_0) \tag{38}$$

证毕.

也就是说, 通过获取信号来改进契约设计能够使买方企业的期望剩余增加, 买方企业有积极性去获取与生产企业成本相关的信号, 以增加自身的期望剩余.

命题 2 当委托人的初始信息结构和通过信号得到的新的信息结构满足 $0 < v_j < \frac{(1-\alpha)\bar{\theta}}{\Delta\theta + (1-\alpha)\bar{\theta}}, j = 0, 1, 2$, 即初始信息结构和新

的信息结构与 $\Delta\theta$ 的取值组合均位于区域 I, 如委托人通过观察与代理人类型相关的信号改进契约设计, 则代理人的事前期望剩余减少, 总的事前期望剩余减少。

证明 如 $0 < v_j < \frac{(1-\alpha)\bar{\theta}}{\Delta\theta + (1-\alpha)\bar{\theta}}, j = 0, 1, 2$, 由 $v_2 < v_0 < v_1$, 即 ρ_1 和 ρ_2 的取值满足

$$\frac{v_0\rho_1}{v_0\rho_1 + (1-v_0)(1-\rho_2)} < \frac{(1-\alpha)\bar{\theta}}{\Delta\theta + (1-\alpha)\bar{\theta}} \quad (39)$$

则代理人的剩余函数和总剩余函数都是关于信息结构的凹函数, 由詹森(Jensen) 不等式可得

$$A_m = \mu_1 A(v_1) + \mu_2 A(v_2) < A(\mu_1 v_1 + \mu_2 v_2) = A(v) \quad (40)$$

$$U_m = \mu_1 U(v_1) + \mu_2 U(v_2) < U(\mu_1 v_1 + \mu_2 v_2) = U(v) \quad (41)$$

证毕。

需要说明是, 如信号使改进后的信息结构 v_1 和 v_2 不满足该命题条件, 代理人的剩余和委托人的剩余不一定减少, 因为詹森(Jensen) 不等式只能严格的在该命题条件下使用. 但能确定的是存在使式(39) 成立的 ρ_1 和 ρ_2 的取值能够使命题2 成立。

命题3 当委托人的初始信息结构和通过信号得到的新的信息结构满足 $\frac{(1-\alpha)\bar{\theta}}{\Delta\theta + (1-\alpha)\bar{\theta}} \leq v_j \leq \frac{2(1-\alpha)\bar{\theta}}{\alpha\Delta\theta + 2(1-\alpha)\bar{\theta}}, j = 0, 1, 2$, 即初始信息结构和新的信息结构与 $\Delta\theta$ 的取值组合均位于区域 II, 如委托人通过观察与代理人类型相关的信号改进契约设计, 则代理人的事前期望剩余减小, 总的事前期望剩余增加。

证明 同命题2. 在该命题中, 由 $v_2 < v_0 < v_1$, 使该命题成立的 ρ_1 和 ρ_2 需满足

$$\frac{v_0\rho_1}{v_0\rho_1 + (1-v_0)(1-\rho_2)} \leq \frac{2(1-\alpha)\bar{\theta}}{\alpha\Delta\theta + 2(1-\alpha)\bar{\theta}} \text{ 和 } \frac{v_0(1-\rho_1)}{v_0(1-\rho_1) + (1-v_0)\rho_2} > \frac{(1-\alpha)\bar{\theta}}{\Delta\theta + (1-\alpha)\bar{\theta}} \quad (42)$$

命题4 当委托人的初始信息结构和通过信号得到的新的信息结构满足 $\frac{2(1-\alpha)\bar{\theta}}{\alpha\Delta\theta + 2(1-\alpha)\bar{\theta}} < v_j < 1, j = 0, 1, 2$, 即初始信息结构和新的信息结

构与 $\Delta\theta$ 的取值组合均位于区域 III, 如委托人通过观察与代理人类型相关的信号改进契约设计, 则代理人的事前期望剩余和总的事前期望剩余都增加, 即通过观察信号改进契约设计能够实现事前期望福利的帕累托改进。

证明 同命题2. 在该命题中, 由 $v_2 < v_0 < v_1$, 使该命题成立的 ρ_1 和 ρ_2 需满足

$$\frac{v_0(1-\rho_1)}{v_0(1-\rho_1) + (1-v_0)\rho_2} > \frac{2(1-\alpha)\bar{\theta}}{\alpha\Delta\theta + 2(1-\alpha)\bar{\theta}} \quad (43)$$

根据以上命题, 通过观察信号改进契约设计对生产企业事前期望剩余和总剩余的影响与生产企业的初始信息结构和信号信息量下, 买方企业通过观察信号改进契约设计, 能够增加生产企业的事前期望剩余, 即实现事前期望福利的帕累托改进. 产生该改进的直接原因是因为信号改善了委托者不恰当的初始信息结构。

4 模拟分析

在本次算例中, 令 $S(q) = q^{0.75}, \bar{\theta} = 1$. 为方便算例分析, 令 $\rho_1 = \rho_2 = \rho$.

1) 如 $v_0 = 0.1, \Delta\theta = 0.5, v_0$ 满足命题2 的条件, 图2模拟了在此条件下信号的信息量 ρ 的变化对各参与方事前期望剩余的影响. 根据式(39) 计算得到 $\rho \in (0.5, 0.94)$, 此时 v_1 和 v_2 也满足命题2 的条件. 从模拟图2 中可以看出, 当 $\rho \in (0.5, 0.94)$, 从事前的角度, 通过观察信号改进契约设计, 委托人期望剩余增加, 代理人期望剩余和总期望剩余减少。

2) 当 $v_0 = 0.3, \Delta\theta = 0.5, v_0$ 满足命题3 的条件, 图3模拟了在此条件下信号的信息量 ρ 的变化对各参与方事前期望剩余的影响. 根据式(42) 计算得到 $\rho \in (0.5, 0.87)$, 此时 v_1 和 v_2 也满足命题3 的条件. 从模拟图3 中可以看出, 当 $\rho \in (0.5, 0.87)$, 从事前的角度, 通过观察信号改进契约设计, 委托人期望剩余增加, 代理人期望剩余减少, 总期望剩余增加。

3) 当 $v_0 = 0.6, \Delta\theta = 1.5, v_0$ 满足命题4 的条件, 图4模拟了在此条件下信号的信息量 ρ 的变化对各参与方事前期望剩余的影响. 根据式(43) 计

算得到 $\rho \in (0.5, 0.69)$, 此时 v_1 和 v_2 也满足命题 4 的条件. 从模拟图 4 中可以看出, 当 $\rho \in (0.5, 0.69)$, 从事前的角度, 通过观察信号改进契约设计, 委托人期望剩余增加, 代理人期望剩余增加, 总期望剩余增加, 期望福利实现帕累托改进.

比较图 2、图 3、图 4 可知, 委托人通过观察信号改进契约设计, 其事前期望剩余总是增加的; 在一定的初始信息结构 v_0 和信号信息量 ρ 下, 委托人通过观察信号改进契约设计, 代理人的事前期望福利也能增加, 能够实现期望福利的帕累托改进.

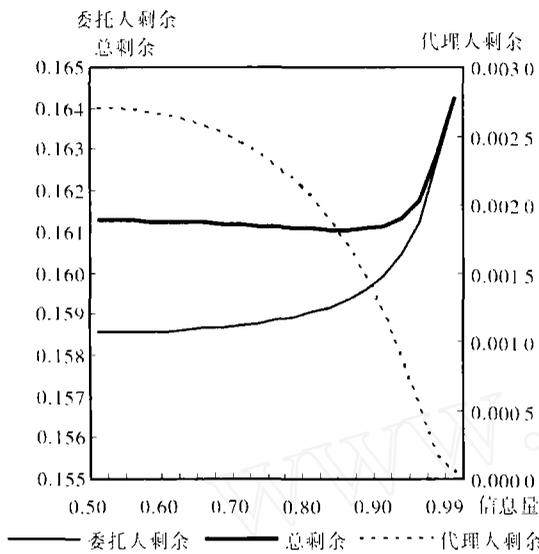


图 2 不同 ρ 值下的各参与方福利变化 ($v = 0.1, \Delta\theta = 0.5$)
Fig. 2 Welfare performance when $v = 0.1$ & $\Delta\theta = 0.5$

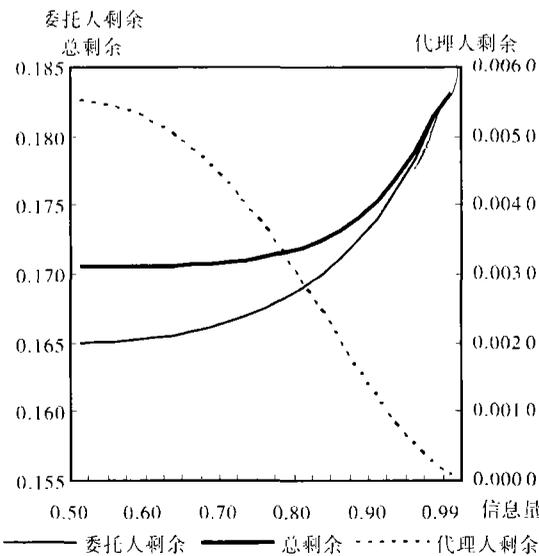


图 3 不同 ρ 值下的各参与方福利变化 ($v = 0.3, \Delta\theta = 0.5$)
Fig. 3 Welfare performance when $v = 0.3$ & $\Delta\theta = 0.5$

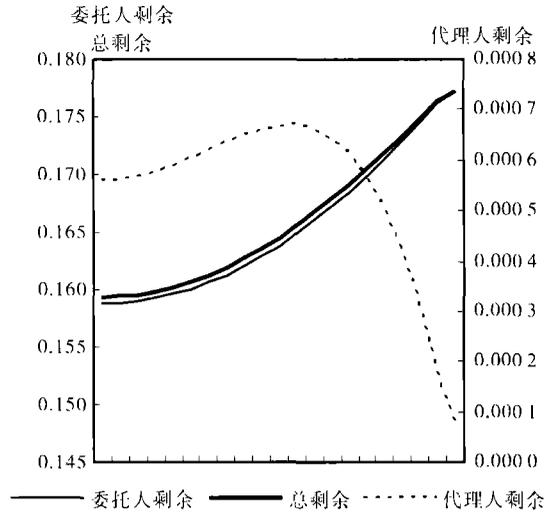


图 4 不同 ρ 值下的各参与方福利变化 ($v = 0.6, \Delta\theta = 1.5$)
Fig. 4 Welfare performance when $v = 0.6$ & $\Delta\theta = 1.5$

5 结 论

本文的主要工作在于分析了信号对契约设计的影响, 以及从事前的角度出发, 委托人通过观察信号改进契约设计对契约参与方福利的影响, 明确了信号与参与方福利变化之间的联系. 本文提出: 从事前的角度出发, 委托人通过观察与代理人类型相关的信号对契约设计的改进能够增加委托人期望剩余; 代理人期望剩余和总期望剩余的变化与委托人初始信息结构和信号的信息量有关. 在一定的初始信息结构下, 信息量在某个取值范围内的信号也能够增加代理人的期望剩余, 即能够实现事前福利的帕累托改进.

本文的结论也具有很强的现实意义. 垄断者为不对称信息下的买方企业, 由于买方企业通过对信号观察改进契约能够增加自身事前期望剩余, 在任何情况下垄断者都有积极性去观察生产企业的与成本相关的信号, 以最大程度的辨别生产企业类型, 实行最优的定价歧视. 当存在一个对垄断者进行管制的政府, 如果政府既有效率考虑又有再分配考虑, 当生产企业的初始信息结构位于区域 III, 政府可以放松管制, 甚至可以为垄断者提供一定程度的信息服务, 以实现期望福利的帕累托改进, 而在其他区域可以实施一定程度的管制; 如果政府只有效率考虑而没有再分配考虑,

当生产企业的初始信息结构位于区域 II、III, 政府可以放松规制, 甚至为垄断者提供一定程度的信息服务, 以实现总福利的增加, 而在其他区域可以实施一定程度的管制. 综上所述政府可以观察

买方企业的初始信息结构和生产企业可能的成本差距, 结合政府的管制目的, 有针对性的实施管制政策, 使政府对垄断者的管制具有一定的可操作性.

参 考 文 献:

- [1] Myerson R. Incentive compatibility and the bargaining problem[J]. *Econometrica*, 1979, 47: 61—73.
- [2] Rochet J C, P Chone. Ironing, sweeping, and multidimensional screening[J]. *Econometrica*, 1998, 66: 783—826.
- [3] Jullien B. Participation constrain in adverse-selection models[J]. *Journal of Economic Theory*, 2000, 93: 435-451.
- [4] Laffont J J, Rochet R. Regulation of a risk averse firm[J]. *Games and Economic Behavior*, 1998, 25: 149—173.
- [5] Lewis T, Sappington D. Countervailing incentives in agency problems[J]. *Journal of Economic Theory*, 1989, 49: 294—313.
- [6] 李富强, 唐 宁, 李 斌. 代理人成本函数凸性在逆向选择机制设计中的作用[J]. *数量经济技术经济研究*, 2004, 7: 91—95.
Li Fu-qiang, Tang Ning, Li Bin. The role of convex of agent's cost function in adverse select mechanism design[J]. *The Journal of Quantitative & Technical Economics*, 2004, (7): 91—95. (in Chinese)
- [7] Laffont J J, David Martimort. *The Theory of Incentives (The Principal-Agent Model)*[M]. Princeton: Princeton University Press, 2001. 44—51.
- [8] Riordan M, Sappington D. Optimal contracts with public ex post information[J]. *Journal of Economic Theory*, 1988, 45: 189—199.
- [9] Eugenio J. The welfare performance of sequential pricing mechanisms[J]. *International Economics Review*, 2005, 46: 1321—1362.
- [10] Boyer M, Laffont J J. *Competition and the Reform of Incentive Schemes in the Regulated Sector*[R]. (Montreal): CIRANO, 2000.
- [11] 张 娥, 杨 飞, 汪应洛. 网上交易中诚信交易激励机制设计[J]. *管理科学学报*, 2007, 10(1): 64—70.
Zhang E, Yang Fei, Wang Ying-luo. Incentive mechanism for building trust in online market[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2007, 10(1): 64—70. (in Chinese)
- [12] 郑君君, 谭 旭, 范文涛. 基于委托—代理理论的股权激励模型的研究[J]. *管理科学学报*, 2005, 8(1): 24—29.
Zheng Jun-jun, Tan Xu, Fan Wen-tao. An incentive model with stocks based on principal-agent theory[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2005, 8(1): 24—29. (in Chinese)
- [13] 张新立, 杨德礼. 风险资本联合投资的激励契约设计[J]. *中国管理科学*, 2007, 15(1): 106—111.
Zhang Xin-li, Yang De-li. The design of incentive contracts about syndication in venture Capital[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2007, 15(1): 106—111. (in Chinese)
- [14] 岳中志. 非对称信息条件下的企业经营者激励契约设计[J]. *数量经济技术经济研究*, 2005, (2): 91—95.
Yue Zhong-zhi. Enterprise's manager's incentive contact design on the condition of asymmetry of information[J]. *The Journal of Quantitative & Technical Economics*, 2005, (2): 91—95. (in Chinese)
- [15] 肖条军. *博弈论及其应用*[M]. 上海: 上海三联书店, 2004. 205—215.
Xiao Tiao-jun. *Games Theory and Its Applications*[M]. Shanghai: Shanghai Sanlian Press, 2004. 205—215(in Chinese)

(下转第 22 页)

Study on combinatorial double auction transaction prices based on shadow prices

FAN Xiao-yong¹, SHI Qin²

1. School of Business, University of Science and Technology of China, Hefei 230052, China;

2. School of Mechanical and Automobile Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230069, China

Abstract: The ultimate bargain price is the result of unilateral competition among bargainers or purchasers in the traditional auction mechanism. The mechanism of fixing price hardly reflects the information of bundle orders and reveals the inherent value of the bundles. Based on a review of the current trading mechanism of prices on combinatorial double auction, this paper proposes a market cleaning algorithm to maximize per-bundle unit trade surplus by applying shadow prices. The trading mechanism of prices primarily reflects the value of combination of commodities, and also improves the microstructure of auction market in the mechanism of market cleaning algorithm.

Key words: combinatorial double auction; shadow prices; trade surplus; dual problem

~~~~~  
(上接第 15 页)

## Study on signals' effect on contract design and welfare performance

GONG Jian, ZHANG Xiao-hui, WANG Xian-jia

Economics and Management School, Wuhan University, Wuhan 430072, China

**Abstract:** Signals that have correlation in a certain extent with agent's styles can change principal's information structure and then affect the contract design of the principal. The existing literatures seldom discussed the effect of ex ante non-certified signals on participants' ex ante welfare. Compared with researches on ex post welfare, research on ex ante welfare has much more real meaning in contract design. Through research on ex ante welfare, this paper finds that, through the observation of signals, a principal can change his contract design and improve his ex ante surplus. The initial information structure of principal and the quantity of information in signals can significantly affect an agent's ex ante surplus. Under certain strict conditions, through principal's observation of signals, an agent's ex ante surplus can increase, or in other words, the principal can implement ex ante welfare's Pareto improvement.

**Key words:** signal; information structure; contracts design; welfare