

# 基于下偏矩风险的行为投资组合模型研究<sup>①</sup>

彭飞<sup>1</sup>, 史本山<sup>2</sup>, 黄登仕<sup>2</sup>

(1. 华南师范大学经济与管理学院, 广州 510631;

2. 西南交通大学经济管理学院, 成都 610031)

**摘要:** 基于下偏矩风险测度, 提出了 LBPT 行为投资组合模型. LBPT 模型在风险测度指标、假设应用前提和决策考虑因素等方面不同于 BPT 模型, 体现出投资者既追求最低保障又追求一朝大富的决策心理. 此外还讨论了模型参数  $B$  的含义和取值, 并对单心理账户模型 (LBPT-SA) 进行转换得到了线性规划形式. 与 BPT-SA 模型不同的是, 投资实例表明无论在高期望水平还是低期望水平上 LBPT-SA 模型的有效前沿都与均值—方差模型有效前沿相似. LBPT 模型的显著优点是可转化为线性规划模型并应用于实际投资组合中.

**关键词:** 下偏矩风险; 心理账户; 投资组合

**中图分类号:** F832.5      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1007-9807(2008)06-0095-08

## 0 引言

投资组合理论是现代金融理论的重要组成部分. 自 1952 年诺贝尔经济学奖得主 Markowitz H. 提出均值—方差组合投资模型以来, 人们对组合投资理论进行了大量研究, 提出了众多改进的组合模型. 但是, 这些以期望效用作为理论基础的模型往往存在这样的缺陷: 首先, 它们把投资者当作完全理性人, 以财富总量当作决策对象, 而现实中人们的投资往往表现为有限理性, 是以相对参考点的变化值进行决策<sup>[1-5]</sup>; 其次, 进行投资优化决策时往往将全部资金当作一个心理账户进行, 而现实中人们的投资却存在多个心理账户, 并且每个心理账户对应的收益和风险水平都不相同<sup>[6,7]</sup>.

20 世纪 70 年代末至 80 年代发展起来的新金融理论——行为金融理论持有与现代金融理论不同的基本观点. 行为金融理论认为, 投资者是有限理性的, 投资者的决策观点与期望效用理论假

设情形不一样. 在行为金融的 SP/A 理论<sup>[8]</sup>和展望理论<sup>[1]</sup>基础之上, Shefrin 和 Statman 创立了行为投资组合理论 BPT (behavioral portfolio theory)<sup>[9]</sup>.

BPT 模型从或有债权 (contingent claims) 出发, 假设已知每个或有债权未来的状态价值和客观概率, 并假定投资者能够对自己的偏好做出准确估计来优化组合投资. BPT-SA 模型能够很好地解决 Friedman-Savage 之谜<sup>[10]</sup>: 为什么投资者在购买保险的同时会购买彩票? 同时, 多心理账户行为投资组合模型 (BPT-MA) 很好地体现出了现实中投资者既想避免贫穷, 又希望变得富有的心理愿望. 此外, BPT 模型提供了 5 个参数选择 (期望财富、对投资安全性与增值潜力的欲望、期望水平以及达到期望值的概率) 来反映投资者的不同投资心理和行为, 从而使决策过程更接近实际投资行为. 行为投资组合理论已成为行为金融理论的重要组成部分.

但是, BPT 模型仍然存在一些不足. 首先, 其假设前提并不是从实际投资问题出发, 因而它尚

① 收稿日期: 2004-10-12; 修改日期: 2008-09-04.

基金项目: 中国博士后基金资助项目 (20070410833); 广东省自然科学基金资助项目 (7300427).

作者简介: 彭飞 (1971—), 男, 湖南衡山人, 博士, 副教授. Email: pengf2001@163.com

不能解决真实的投资组合问题;其次,实际决策中投资者往往既会考虑不利风险发生的概率,也会考虑其发生后造成的损失大小,而 BPT 运用下方概率度量风险只满足了投资者希望减少不利情况发生概率的心理;最后,单心理账户模型 BPT 很难进行求解.正如马永开、唐小我<sup>[1]</sup>等人指出的, BPT 模型“不是缺乏实用性,就是难以求解”.

马永开和唐小我在 BPT 模型的基础上专门针对证券投资组合进行了研究,通过改变 BPT 模型的假设前提和简化效用函数,他们建立了针对证券投资的组合投资模型.在一个简单的应用实例中,虽然他们计算出了最优资金配置,然而计算过程相当复杂,该模型仍难以应用于大规模优化投资.

与 Shefrin 和 Statman 以下方概率作为风险测度不同,本文以下偏矩作为风险测度指标.在大规模证券数量基础上,假定证券的历史收益数据可以用来预测未来收益情况(隐含等状态概率情形),或者,假定投资者能够预测出在未来各种状态下(未来状态发生概率可以是不等概率)各证券的收益情况.

基于上述前提,本文建立了新的行为投资组合模型 LBPT(lower partial moments risk behavioral portfolio theory),理论上 LBPT 模型也可应用 Lopes 的 SP/A 理论.与 BPT 模型相似, LBPT 模型的有效边界会受期望财富、期望水平以及达到期望水平容许的风险度等 3 个因素选择的影响.相对 BPT 模型而言, LBPT 模型具有如下优点:首先,在模型的假设前提方面, LBPT 模型假设更加符合实际,能够方便地应用于实际证券组合投资;其次,相对下方概率风险测度, LBPT 模型应用下偏矩作为风险测度,更能全面反映风险心理; LBPT 模型在计算和求解方面非常方便,从而极大地增加了模型的实用性.

## 1 基于下偏矩的单心理账户行为投资组合模型 LBPT-SA

### 1.1 LBPT-SA 模型的建立

考虑单时期的资产组合问题.设投资者在期初可投资  $n$  种证券,每个证券在未来期末有  $m$  种

收益状态,其中第  $i$  种证券在状态  $j$  时的期末收益为  $R_{ij}$ ,首先假定各种未来状态都是等概率发生的.

与 BPT 模型选择下方概率作为风险测度不同,本文选择下偏矩风险作为风险测度,并提出如下的资产选择思想:投资者决策的目标收益率为  $h$ ,以各状态投资组合收益  $R_{ij}$  低于  $h$  的差额的一阶下偏矩作为风险,投资者追求在下偏矩不超过其所能忍受的风险度  $B$  的条件下极大化自身效用.由上述思想可建立起如下的 LBPT-SA 模型

$$\begin{aligned} \max \quad & E[R_p] = \sum_{i=1}^n w_i E(R_{ij}) \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} LPM(h;w) = \sum_{R_{ij} < h} \frac{1}{m-1} (h - R_{ij}) \leq B \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1, \\ w_i \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

式中:  $LPM(h;w) = \sum_{R_{ij} < h} \frac{1}{m-1} (h - R_{ij})$  是下偏矩风险;  $w_i$  为分配给证券  $i$  的投资比重;  $R_{ij}$  为在状态  $j$  时对  $n$  个证券的投资组合收益率;  $B$  为投资者在以下偏矩风险作为风险测度的情况下所能够忍受的风险度,后文将讨论其取值及意义.

在式(1) LBPT-SA 模型中,假定证券历史收益数据可以反映证券未来收益,并且假定各个历史收益状态的发生是等可能的情形.

下文将考虑投资者采用预测数据进行投资决策,且证券收益状态发生概率不等时的资产选择情形.假设投资者可投资  $n$  个证券,投资者预测未来证券存在  $m$  种收益状态,每种收益状态发生概率为  $p_j$ ,预测第  $i$  个证券在状态  $j$  下的收益为  $R_{ij}$ ,则式(1)模型可改写为如下形式

$$\begin{aligned} \max \quad & E[R_p] = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n w_i p_j R_{ij} \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} LPM(h;w;p_j) = \sum_{R_{ij} < h} p_j (h - R_{ij}) \leq B \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1, \\ w_i \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

式(2)中符号含义与式(1)相同.

### 1.2 关于风险度 $B$

式(1)和式(2)中,  $B$  是投资者根据自身情况

选择的参数,表示投资者允许的未来投资组合收益低于期望水平  $h$  的风险忍受水平.下文讨论风险忍受度  $B$  的含义和取值问题.

假设投资者对  $n$  种证券进行最优投资组合选择,在确定了每个证券的投资比例后,即可以得到这种投资组合最终收益的总体密度函数形状(如图1)

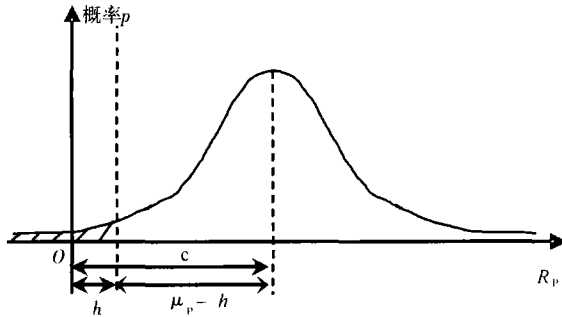


图1 风险忍受度  $B$

Fig.1 Intolerable degree of risk

在上述假设下, BPT 模型中的下方概率风险即是投资组合收益  $R_p$  小于  $h$  的可能概率,也即图1所示的阴影部分面积,设其概率大小为  $\alpha$ .如前文所述,在 LBPT 模型中,风险测度值等于组合收益小于  $h$  的差值部分乘上该组合收益状态发生概率之后的期望值,投资者设定的该期望值的最大值是  $B$ .假定 LBPT-SA 模型中的期望收益水平  $h$  等同于 BPT-SA 中的期望水平  $A$ .从上图可看出,此时两个模型所指风险都是组合收益小于  $h$  的左侧阴影部分,仅仅是所用风险测度指标不同.

作为绝对量来衡量风险,风险容忍度  $B$  并不方便投资者使用,因为决策者自己往往很难确定出绝对风险目标值,那么投资者应如何选择合适的  $B$  值作为风险控制值呢?Kahneman 和 Tversky 提出的展望理论认为,投资者在评价和决策时,往往不是以财富的绝对量来进行衡量,而是以相对于参考点的变化值进行衡量,故投资者的风险忍受度可用  $B = \kappa \cdot h$  来表示,即投资者的风险忍受度为他确定的期望收益水平  $h$  的  $\kappa$  倍.从这个意义上,投资者较容易选择合适的  $\kappa$ .当投资者进行投资项目决策时,只需提出期望收益水平  $h$ ,确定好  $\kappa$ ,就可以选择出符合自己心愿的  $B$ .

**命题1** 如果可选择投资的各证券收益  $(R_1, R_2, \dots, R_n)$  服从多维正态分布,那么当

$$B = h\alpha + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\mu_p - h)^2}{2\sigma^2}}$$

时,则 LBPT-SA 模型与 BPT-SA 模型的最优组合相同.

设 BPT-SA 模型的期望收益水平  $A$  等于 LBPT-SA 模型中的  $h$ ,且组合的期望收益小于  $h$  的允许概率为  $\alpha$ ,即如图1所示阴影部分面积.由于各个证券的收益率都服从正态分布,假设为  $R_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$ ,同时令  $(\sigma_{ij}) \in R^{n \times n}$  是收益  $(R_1, R_2, \dots, R_n)$  的协方差矩阵,那么有  $R_p = \sum R_i w_i$  服从均值为  $\mu_p = \sum_{i=1}^n \mu_i w_i$ ,方差为  $\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} w_i w_j$  的正态分布<sup>[12]</sup>.

假设图1所示阴影部分面积代表的风险也是 LBPT-SA 模型所确认的风险.按照下偏矩风险概念,进行下偏矩风险计算就是以虚线轴左侧阴影部分面积概率乘以对应的  $h - R_p$  之后的期望值.因而有

$$B = \int_{-\infty}^h \frac{(h - R_p)}{\sqrt{2\pi}\sigma_p} e^{-\frac{(R_p - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2}} dR_p$$

对  $B$  展开积分,可写成

$$B = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_p} \left[ \int_{-\infty}^h h e^{-\frac{(R_p - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2}} dR_p - \int_{-\infty}^h R_p e^{-\frac{(R_p - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2}} dR_p \right]$$

$$= h\Phi\left(\frac{h - \mu_p}{\sigma_p}\right) + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\mu_p - h)^2}{2\sigma_p^2}}$$

其中,  $\Phi\left(\frac{h - \mu_p}{\sigma_p}\right)$  表示在服从  $(\mu_p, \sigma_p)$  正态分布下  $R_p$  小于  $h$  的概率,其值即为  $\alpha$ .

由上式可以看出,  $B$  是  $h, \sigma, \mu$  的函数,当各证券收益分布服从多维正态分布,且  $B = h\alpha + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\mu_p - h)^2}{2\sigma_p^2}}$ ,则 LBPT-SA 模型与 BPT-SA 模型最优组合投资相同.在实际的决策中,可以简单地以  $B = \kappa h$  来进行决策,当希望决策结果与下方概率判断一致时,应有  $\kappa > \alpha$ .

### 1.3 模型比较

#### 1.3.1 LBPT 模型与下偏矩模型

Harlow<sup>[13]</sup> 根据下方风险测度提出了下偏矩投资组合优化模型.虽然都是用下方风险进行风

险测度,但是 LBPT-SA 模型与 Harlow 的一阶下偏矩模型仍有区别:在 Harlow 的下偏矩模型中,投资者追求的是在组合收益不低于期望收益率  $R_p^*$  的水平下,以  $h$  作为最小可接受收益水平,追求投资组合收益  $R_p$  低于  $h$  的差额部分的一阶下偏矩风险的极小化;而 LBPT-SA 模型相反,决策思想是在投资组合收益  $R_p$  低于  $h$  的差额部分的一阶下偏矩风险在不大于投资者的风险忍受度  $B$  的情况下,追求其投资组合期望收益的极大化;其次,两者的参数选择不同, LBPT-SA 模型中定义了投资者的风险忍受度  $B$ ,而 Harlow 的下偏矩模型中是给投资者定义了最小的期望投资组合收益  $R_p^*$ ;最后,更为重要的是 LBPT-SA 模型理论上能够应用 Lopes 的 SP/A 理论,将使模型的应用更接近实际投资情形。

### 1.3.2 LBPT-SA 模型与 BPT-SA 模型

LBPT-SA 模型与 Shefrin 和 Statman 的 BPT-SA 模型有相同之处。首先,两个模型都将投资者的全部证券组合看成一个整体,目标函数为优化投资者的期望组合收益(在不考虑应用 SP/A 理论的情形下)。其次,除采用了不同的风险测度指标外,两模型在表述组合思想上比较接近, LBPT-SA 模型中的  $h$  相当于 BPT-SA 模型中的期望水平  $A$ ,  $B$  相当于其最小概率约束  $\alpha$ ,  $h$  和  $B$  两参数都是由投资者主观确定,当  $B$  选择适当的数值与  $\alpha$  对应时,此时两个模型所指的风险对象一致,仅表述风险的方式不同。最后, LBPT-SA 模型从理论上也可在目标函数中应用 SP/A 理论,由于实际投资中很难判定各状态下组合收益大小(受资金分配比率影响),因而 SP/A 理论的导入将导致计算很复杂,下文将不再对此进行讨论。

但是, LBPT-SA 模型与 BPT-SA 模型有较大的区别。首先,与 BPT-SA 模型用下方概率(以组合收益低于最小可以接受的组合收益水平  $A$  发生的概率作为风险)作为风险测度不同, LBPT-SA 模型应用下偏矩(组合收益中低于期望收益水平  $h$  的差值部分的 1 阶矩之期望)作为风险测度。Harlow 认为,下偏矩风险测度是以低于期望水平值的亏损概率和预期的损失量进行计算,符合投资者实际所关心的投资风险概念,因而是理论上最完美的风险测度方法;同样,在投资组合模型

中,相对下方概率风险测度,应用下偏矩风险测度也更能反映投资者的实际风险感受。其次,两模型的差别还体现在风险约束上, LBPT 模型的风险约束值为风险忍受度  $B$ , 而 BPT-MA 模型的风险约束值为期末财富低于  $A$  的最小概率  $\alpha$ 。第三, LBPT 模型通过考虑参数风险忍受度  $B$  来改变投资者对证券组合的选择。第四, LBPT 模型与 BPT 模型的应用假设前提完全不同。BPT 模型假设已知未来的或有收益,它特别假定这种未来或有收益是个单一固定值,而不是组合值,因此 BPT 模型实际并不能考虑不同证券在不同收益状态上的相关性收益组合,这也是它不能应用于证券投资组合的一个根本原因。LBPT 组合模型则假定证券未来的收益可以通过过去的历史收益数据或者通过组合预测可得,可考虑在各证券之间进行资产比例分配。第五,两模型的有效前沿空间不同。BPT-SA 模型的有效前沿在  $(E_h(W), Pr\{W \leq A\})$  空间上,而 LBPT-SA 模型的有效前沿在  $(E_h(W), \sum_{R_p < h} \frac{1}{m-1}(h - R_p))$  空间上。与 BPT-SA 模型相同, LBPT-SA 模型也是在给定的  $\sum_{R_p < h} \frac{1}{m-1}(h - R_p)$  约束条件下最大化  $E_h(W)$ 。由后文第 4 节分析可以看出,两模型的有效前沿形状并不完全相似。

由上述分析可得出如下结论:与 BPT-SA 模型一样, LBPT-SA 模型同样通过综合考虑投资者的多个因素来选择符合投资者个人意愿的最优组合。但是两个模型之间存在较大区别,特别是两个模型的应用假设前提不同,而 LBPT-SA 模型能够应用于实际投资组合选择。

## 2 LBPT 模型的线性规划形式

式(1)和式(2)中,由于证券加权系数  $w_i$  位置比较分散,且在  $w_i$  确定之前很难判断  $R_{pi}$  是否小于目标值  $h$ ,因此下偏矩风险统计量计算复杂,对模型进行直接求解很困难。

通过对 Harlow 下偏矩模型进行适当转化,汪贵浦、王明涛<sup>[14]</sup>将下偏矩投资组合模型变成了适用于大规模优化计算的线性规划问题。本文也采用汪贵浦、王明涛对 Harlow 下偏矩模型进行转换的思想方法,对 LBPT-SA 模型进行转化。下文给

出在不等概率状态情形下的转化过程,等概率状态情况下转换结果直接给出.

设投资者的投资期望水平为  $h$ , 证券  $i$  在第  $j$  个状态下的收益为  $R_{ij}$ , 经期望水平  $h$  调整后记为  $x_{ij} = R_{ij} - h$ . 状态  $j$  下的投资组合收益  $R_{vj}$  经期望水平  $h$  调整后记为  $x_j$ , 有

$$x_j = w_1x_{1j} + w_2x_{2j} + \dots + w_nx_{nj}$$

$$= \sum_{i=1}^n w_i x_{ij}$$

并记

$$x_j^+ = \max\{x_j, 0\}$$

$$= \max\{w_1x_{1j} + w_2x_{2j} + \dots + w_nx_{nj}, 0\}$$

$$x_j^- = -\min\{x_j, 0\}$$

$$= -\min\{w_1x_{1j} + w_2x_{2j} + \dots + w_nx_{nj}, 0\}$$

$$x_j = x_j^+ - x_j^-$$

根据上述记号,对模型(1)引入随机变量正、负部进行转化,目标函数可写为

$$E(R_{vj}) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n p_j w_i R_{ij} = \sum_{i=1}^n w_i \bar{R}_i$$

$$\bar{R}_i = \sum_{j=1}^m p_j R_{ij}$$

其中风险约束条件可转化为下述形式

$$LPM = \sum_{R_{vj} < h} p_j (h - R_{vj})$$

$$= \sum_{\sum_{i=1}^n w_i R_{ij} < h} p_j \left[ \sum_{i=1}^n w_i (h - R_{ij}) \right]$$

$$= \sum_{j=1}^m p_j \left[ -\min \left( \sum_{i=1}^n w_i x_{ij}, 0 \right) \right]$$

$$= \sum_{j=1}^m p_j x_j^-$$

若采用经目标收益率  $h$  调整后的收益率序列数据  $x_{ij}, x_j$ , 则上式变换为

$$\bar{R}_i = \sum_{j=1}^m p_j x_{ij} + h$$

$$E(R_{vj}) = \sum_{i=1}^n w_i \bar{R}_i = \sum_{i=1}^n w_i \left( \sum_{j=1}^m p_j x_{ij} \right) + h$$

两个变量之间存在如下关系运算法则

$$x_j^- = -\min\{w_1x_{1j} + w_2x_{2j} + \dots + w_nx_{nj}, 0\},$$

$$j = 1, 2, \dots, m$$

因此有

$$w_1x_{1j} + w_2x_{2j} + \dots + w_nx_{nj} \geq -x_j^-,$$

$$0 \geq -x_j^-$$

令  $y_j = x_j^-$  则模型(1)可转换为

$$\max E(R_{vj}) = \sum_{i=1}^n w_i \left( \sum_{j=1}^m p_j x_{ij} \right) + h$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} w_1x_{1j} + w_2x_{2j} + \dots + w_nx_{nj} + y_j \geq 0, \\ j = 1, 2, \dots, m \\ LPM = \sum_{j=1}^m p_j y_j \leq B \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1, \\ w_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ y_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (3)$$

式(3)模型即为一个有  $m + n$  个决策变量,  $n$  个不等式, 1 个等式的线性规划问题, 它一定有最小解, 且求解十分方便.

当各状态发生概率相等时, 即有  $p_j = 1/m$ , 则模型(1)可改写为如下转化模型形式

$$\max E(R_{vj}) = \sum_{i=1}^n w_i \left( \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_{ij} \right) + h$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} w_1x_{1j} + w_2x_{2j} + \dots + w_nx_{nj} + y_j \geq 0, \\ j = 1, 2, \dots, m \\ LPM = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m y_j \leq B \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1, \\ w_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ y_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (4)$$

### 3 有效前沿比较

#### 3.1 LBPT 模型的有效前沿

本节以一个投资组合实例来说明 LBPT-SA 模型的有效前沿形状. 选择以“上证 30 指数”中的 30 种成分股票作为投资组合中的可供选择证券, 收益数据为 30 只股票的日交易数据, 时间跨度为 2003 年 1 月 1 日到 6 月 30 日, 共 114 个日样本收益数据. 每日收益率  $R_{ij}$  定义为  $R_{ij} = \frac{P_{ij} - P_{i,j-1}}{P_{i,j-1}}$ ,  $p_{ij}, p_{i,j-1}$  分别为第  $i$  种证券第  $j, j-1$  日的收盘价.

在 114 天样本期中, 30 只股票的等权期望收

益为 0.002 9, 其中最大个股期望收益为 0.005 5, 最小个股期望收益为 0.000 2. 选择  $h = 0.002$  作为投资者低期望收益水平, 选择  $h = 0.006$  作为投资者的高期望收益水平, 通过应用 MATLAB 计算软件, 以式(4) 作为优化模型得到如下有效前沿.

由图 2 可以看出, 无论在低期望水平下, 还是在高期望水平下, 有效前沿形状都类似凹函数形式. 表明随着风险忍受度增大, 组合获得最大期望收益相应增加, 但是增加量呈现递减趋势, 前沿形状与 MV 模型有效前沿相似.

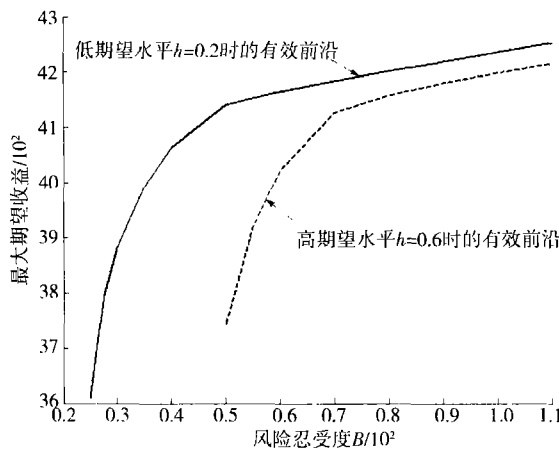


图 2 LBPT-SA 模型的有效前沿

Fig. 2 Effective frontier of LBPT-SA model

### 3.2 模型的比较说明

Shefrin 和 Statman 在对 BPT 模型进行分析时认为, 当应用 BPT-SA 模型进行投资时, 在低期望水平下有效前沿将与 MV 模型相似, 但是当投资者取高期望水平时, 则有效前沿会有很大不同, 如图 3 所示.

对比图 2 和图 3 可以看出, 在高期望水平心理账户下 LBPT 模型有效前沿与 BPT 模型有效前沿不相似. 从直观角度分析, 凹形曲线有效前沿比较符合人们的投资决策心理. 为什么在高期望水平下 BPT 模型的有效前沿会是如图 3 所示形状, Shefrin 和 Statman 没有给出解释. 将 LBPT-SA 模型和 BPT-SA 模型进行对比分析, 仅有两方面原因可能造成这种差异, 即下方概率风险测度指标或者是 BPT 模型的假设前提. 至于具体是哪方面原因造成, 还有待将来进一步详细研究.

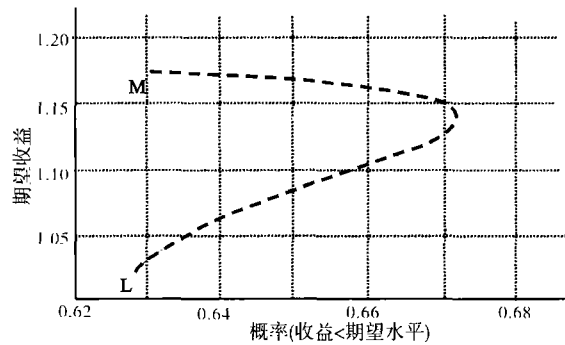


图 3 BPT-SA 在高期望水平下的有效前沿

Fig. 3 effective frontier of BPT-SA model on aspiration level

来源: Shefrin 和 Statman(2000)

## 4 下偏矩行为投资组合模型 LBPT-MA

与 BPT 模型一样, 本文仅讨论两个心理账户下的投资组合情形. 设投资者有两个心理账户, 低心理账户下投资者的期望水平为  $h^s$ , 通过对 LBPT-SA 模型进行优化投资组合可获得期望投资收益  $R_p^s$ ; 高心理账户下投资者的期望水平为  $h_r$ , 同样由 LBPT-SA 模型进行优化投资组合可获得期望投资收益  $R_p^r$ .

由 LBPT-SA 模型计算可知, 低心理账户下为获得收益  $R_p^s$  而面临的低于期望水平  $h^s$  的风险为

$$B^s = \sum_{R_{pj} < h^s} \frac{1}{m-1} (h^s - R_{pj})$$

而为获得收益  $R_p^s$  带来的高于期望水平  $h^s$  的上方“风险”为

$$H^s = \sum_{R_{pj} \geq h^s} \frac{1}{m-1} (R_{pj} - h^s)$$

记  $BB_s = \frac{B^s}{B^s + H^s}$ , 它是低心理账户下的相对风险指标, 其含义是在最优投资组合下低于期望水平  $h^s$  的风险占低于期望水平  $h^s$  的风险和超出期望水平  $h^s$  的上方“风险”两者之和的比例, 该值越大, 表明投资者面临的相对风险越大. 同样, 可得高心理账户下的相对风险指标  $BB_r = \frac{B^r}{B^r + H^r}$ , 其含义与  $BB_s$  相似.

采用 Cobb-Douglas 生产函数作为效用函数, 则有: 建立在低心理账户上的效用

$$U_L = BB_s^{1-\gamma} E(R_p^s)^\gamma$$

当投资  $K_s$  个单位资金给低期望水平心理账户,则总效用为

$$U_L = K_s B B_s^{1-\gamma} E(R_p^s)^\gamma$$

建立在高心理账户上的效用

$$U_r = K_r B B_r^{1-\beta} E(R_p^r)^\beta$$

当投资  $K_r$  个单位资金给高期望水平心理账户,则总效用为

$$U_r = K_r B B_r^{1-\beta} E(R_p^r)^\beta$$

其中,  $\gamma, \beta$  都是非负系数 ( $0 \leq \gamma \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1$ ), 被用来权衡对安全性指标的重视程度, 它们的取值越大, 说明越不重视安全性, 而更加重视期望收益。

投资者根据下面的模型在这两个心理账户间分配资金

$$\begin{aligned} \max U &= [1 + k_r (K_r B B_r^{1-\beta} E(R_p^r)^\beta)] \times \\ & k_s (K_s B B_s^{1-\gamma} E(R_p^s)^\gamma) \\ \text{s. t. } &\begin{cases} K_r + K_s \leq K_0 \\ K_r \geq K_{r0} \\ K_s \geq K_{s0} \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)中,  $k_s$  和  $k_r$  分别为反映投资者对低期望水平心理账户和高期望水平心理账户重视程度的权重系数,  $K_s$  和  $K_r$  分别为投资于低期望水平心理账户和高期望水平心理账户的资金单位数,  $K_0$  是投资者总体的资金单位数,  $K_{s0}$  和  $K_{r0}$  为投资者要求的对低期望水平心理账户和高期望水平心理账户的最低投资单位数。

投资者的投资决策过程如下: 总体预算为  $K_0$ , 首先计算在预算为 1 个单位资金时, 低期望水平心理账户和高期望水平心理账户的投资情况, 并得到在各心理账户上的投资效用; 其次, 在总体资金的使用满足对各个心理账户的最低投资额度的约束下, 将总体资金  $K_0$  在低期望水平心理账户和高期望水平心理账户之间进行分配, 达到整体投资效用最大化。

LBPT-MA 模型与 BPT-MA 模型有相似之处。LBPT-MA 模型也是利用单心理账户的求解结果进行效用函数计算, 同样采用了 Cobb-Douglas 生产函数, 也是考虑在不同心理账户之间进行资金分配时追求投资的整体效用最大化。因此 LBPT-MA 模型同样反映了投资者的损失厌恶特点和在投资中既寻求安全保证又追求高风险以期

望获取高收益的行为特征。

但是, LBPT-MA 模型与 BPT-MA 模型仍然存在着较大区别。首先, 两个模型应用的前提模型——单心理账户行为投资组合模型有着根本的不同, 例如, 风险测度指标不同, 模型的假设应用前提不同; 其次, 两个模型尽管都应用 Cobb-Douglas 生产函数作为心理账户的效用函数, 但是应用的具体指标不相同, LBPT-MA 在对心理账户进行效用函数计算时采用的是风险相对指标和未来的期望收益, 而 BPT-MA 模型则采用了概率风险指标和财富量; 第三, 两个模型在整体投资效用最大化的方式上不相同, BPT 模型采用资金量在心理账户计算中进行分配的方式, 而 LBPT-MA 模型直接采用在心理账户之间进行比例分配的最优化方式。

在具有 BPT-MA 模型优点的同时, LBPT-MA 模型还具有如下优点: 首先, 在对低水平心理账户和高水平心理账户的优化计算中, 可以直接进行大规模优化, 计算迅速高效; 其次, 可以直接进行多心理账户效用最大化的优化计算, 而 BPT-MA 模型却不能进行多心理账户的优化计算; 第三, 由于假设前提符合实际优化投资情况, 因而 LBPT-MA 模型可以在实际投资组合中进行应用。

## 5 结 论

以下偏矩风险作为风险测度指标, 依据展望理论的损失厌恶特征和多心理账户理论, 本文提出了较符合实际决策心理和行为的 LBPT 行为投资组合模型。在单心理账户模型中, 投资者通过综合考虑期望财富、期望水平以及达到期望水平容许的风险度等 3 个因素来选择符合自己意愿的最优组合, 而多心理账户模型还能够体现出投资者既追求最低保障又追求一朝大富的决策心理模式。此外, 还讨论了模型参数  $B$  的含义和取值, 通过对 LBPT-SA 模型进行转换得出了其线性规划形式; 而应用 LBPT-SA 模型进行模拟投资的实例表明 LBPT-SA 模型无论在高期望水平下还是在低期望水平下有效前沿形状都保持了与 MV 模型有效前沿的相似性, 而与 BPT 模型有效前沿形状不同。

由于在 LBPT 模型中,假设前提更加符合实际应用情况,并且模型可转化为方便地进行大规模运算的线性规划模型,因此 LBPT 模型能够广泛地应用于实际的投资组合决策中。

### 参 考 文 献:

- [1] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. *Econometrica*, 1979, 47(2): 263—291.
- [2] Tversky A, Kahneman D. Judgement under uncertainty: Heuristics and biases[J]. *Science*, 1974, 185 (4157): 1124—1131.
- [3] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty[J]. *Journal of Risk and Uncertainty*, 1992, (5): 297—323.
- [4] 卢祖帝, 赵泉水. 上海股票市场的投资组合分析: 基于均值—绝对偏差的折中方法[J]. *管理科学学报*, 2001, 4(1): 12—27.  
Lu Zu-di, Zhao Quan-shui. Portfolio analysis to Shanghai stock market: A trade off between mean and absolute deviation [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2001, 4(1): 12—27. (in Chinese)
- [5] 朱尚书, 李 端, 周迅宇, 等. 论投资组合与金融优化—对理论研究和实践的分析与反思[J]. *管理科学学报*, 2004, 7(6): 1—12.  
Zhu Shu-shang, Li Duan, Zhou Xun-yu, *et al.* Review and research issues on portfolio selection and financial optimization [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2004, 7(6): 1—12. (in Chinese)
- [6] Jorion P. Mean-variance analysis of currency overlays[J]. *Financial Analysts Journal*, 1994, 50 (May/June): 48—56.
- [7] Richad H T. Mental accounting matters[J]. *Journal of Behavioral Decision Making*, 1999, (12): 183—206.
- [8] Lopes L. Between hope and fear: The psychology of risk[J]. *Advances in Experimental Social Psychology*, 1987, (20): 255—295.
- [9] Shefrin H, Statman M. Behavioral portfolio theory[J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2000, 35(2): 127—151.
- [10] Friedman M, Savage L J. The utility analysis of choices involving risk[J]. *Journal of Political Economy*, 1948, (56): 279—304.
- [11] 马永开, 唐小我. 行为证券组合投资决策方法研究[J]. *系统工程学报*, 2003, 18(1): 71—76.  
Ma Yong-kai, Tang Xiao-wo. Decision-making methods for behavioral portfolio choice[J]. *Journal of Systems Engineering*, 2003, 18(1): 71—76. (in Chinese)
- [12] Rao C R. *Linear Statistical Inference and Its Applications*(2nd ed. ) [M]. New York: John Wiley & Sons, 1965.
- [13] Harlow W V. Asset allocation in a downside-risk framework[J]. *Financial Analysts Journal* 1991, 47(5): 28—40.
- [14] 汪贵浦, 王明涛. Harlow 下偏矩证券组合优化模型的求解方法研究[J]. *系统工程理论与实践*, 2003, (6): 42—47.  
Wang Gui-pu, Wang Ming-tao. The optimal LPM' portfolio model of Harlow's and its solving method[J]. *Systems Engineering-theory & Practice*, 2003, (6): 42—47. (in Chinese)

## Research on behavioral portfolio theory based on low partial moments risk

PENG Fei<sup>1</sup>, SHI Ben-shan<sup>2</sup>, HUANG Deng-shi<sup>2</sup>

1. School of Economics and Management, South China Normal University, Guangzhou, 510631, China;

2. School of Economics and Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China

**Abstract:** Based on lower partial moments risk measure, we establish a lower partial moments behavior portfolio  
(下转第 111 页)



Inc, 1984. 253—270.

[18] LINDO System Inc. LINDO API User's Manual[M]. <http://www.lindo.com>

## Scheme generation system and integer programming model for vehicle routing problem with circular-area distribution

HU Xiang-pei<sup>1</sup>, HUANG Min-fang<sup>1</sup>, Amy Z ZENG<sup>2</sup>

1. School of Management, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China;

2. Department of Management, Worcester Polytechnic Institute, Massachusetts 01609—2280, USA

**Abstract:** Applying theories of Artificial Intelligence and Operational Research, this paper focuses on the great reduction of solution space and presents a two-stage solution procedure to one specific kind of VRP, in which all customers are distributed in ring-like area. In the first stage, we generate alternative routing schemes for each type of vehicle. Specifically, a depth-first search algorithm with control rules is used. In the second stage, an integer programming model is constructed to identify the optimal routing schemes. Based on our proposed two-stage solution procedure, an intelligent solution system is developed by VB 6.0 and integrated with OR solution software of Lindo. Finally, the result of a real case study shows that the procedure and the system are efficient. This research creates a new way to solve VRP.

**Key words:** vehicle routing problem (VRP); scheme generation system; artificial intelligence; integer programming model

(上接第102页)

theory (LBPT). We discuss the meanings of model parameter  $B$  and how to choose, and get the linear programming form of single mental account LBPT (LBPT-SA). Example analysis shows that the LBPT-SA efficient frontier resemble that of MV bolt with high aspiration and with low aspiration, as is different with BPT. There are also some differences between LBPT and BPT in risk measure index, hypothesis precondition and factors which affect investors' decision making. LBPT also shows such psychology pattern in decision making that investors want to avoid poverty as well as want a shot at riches. More importantly, LBPT can be translated into linear programming form and applied into real world portfolio.

**Key words:** lower partial moments risk; mental account; portfolio