不对称信息下供应链线性分成制契约设计研究①

曹 柬[1,2], 杨春节[1], 李 平[1], 周根贵[2]
(1. 浙江大学工业控制技术研究所, 杭州 310027; 2 浙江工业大学经贸管理学院, 杭州 310032)

摘要: 成员间收益的合理分配是供应链高效协调运作的关键因素之一. 针对一个道德风险和逆向选择问题并存的二级供应链系统, 结合 stackelberg博弈模型和激励机制理论, 分别研究了不对称信息为离散类型和连续类型情况下的线性分成制契约设计过程. 比较了线性分离契约和线性混同契约的有效性, 分析了各种相关因素对契约的影响, 提出了不对称信息为连续类型情况下的次优契约是线性分离契约的前提条件, 并通过数值仿真讨论了各种参数变化对委托方期望收益的影响. 所得结论对供应链的运营实践有着很好的参考价值和指导意义.

关键词: 供应链; 线性分成制契约; 道德风险; 逆向选择; 激励机制; Stackelberg模型
中图分类号: C934 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807(2009)02-0019-12

0 引 言

供应链系统成员间的收益合理分配是保证供应链稳定、协调、高效运营的主要环节, 因此, 如何制定合理有效、切实可行的利润分享契约一直是学术界和产业界关注和研究的热点问题. 在二级供应链系统中, 至今为止可查阅到的收益分配契约主要分为两种方式: 价格转移[1~7] 和分成制[8~19]. 这两类契约的设计是基于激励理论的, 其本质均是试图通过设计契约来协调委托人和代理人之间的关系[3,20], 该契约要求满足代理人的个人参与约束和激励相容约束并且使得委托人的效用最大化. 从理论上讲, 在不对称信息下, 委托方基于价格转移方式制定的次优契约虽然能对代理方实施努力提供足够的正激励, 也能有效甄别代理方的不同类型, 但与多数农业经济和工业经济中观察到的契约安排方式不相符合[4,5]. 对此有两个原因: 其一, 现实的支付方式和理论上的支付方式通常是不一致的, 从而导致价格转移方式难以有效激励代理方的努力水平, 合理控制道德风险问题[5,6]; 其二, 由于转移价格一般是在事前确定, 往往难以应对事后出现的不确定因素或事件[7]. 因而, 现实问题中的收益分配方式往往符合分成制契约的特点.

分成制契约分为两种类型: 线性分成制契约和非线性分成制契约. 由于非线性分成制契约在理论分析上的复杂性[8,9]和在实践运作中的不易操作性[8,10], 因而现实供应链系统内成员间的收益分配往往采取线性分成制契约的方式. 文献[11]最早以激励理论的观点研究了针对销售商败德行为的线性激励问题, 文献[12]和 [13]对其研究进行了扩展. 文献[14]证明了基于线性回购的分成制契约使制造商过多地承担了库存风险, 从而导致销售商存在道德风险问题. 文献[15]分析了在销售商单位产品的销售成本为对称信息和不对称信息两种情况下, 不同线性契约与供应商、销售商以及整个供应链收益变化的关系. 文献[16]根据线性分成制契约建立了一个制造商和两个销售商构成的二级供应链模型, 并研究了供应链的博弈关系、道德风险和激励机制等

① 收稿日期: 2007-04-16; 修订日期: 2007-09-18.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70671095, 60674086); 教育部人文社会科学研究资助项目(07JD630003); 浙江省软科学研究资助项目(2008C25040); 浙江省教育厅科研资助项目(20060835).
作者简介: 曹 柬(1973—), 男, 浙江宁波人, 博士生, 副教授. Email: jcao@zjut.edu.cn

问题. 文献[17]研究了二级供应链中存在销售商道德风险情况下供应商和销售商的利益博弈, 分析了不同因素对佣金率、代理成本等的影响, 并考察了新观测变量对契约设计的影响. 文献[18]研究了二级供应链中针对双边道德风险问题的线性分成制契约设计问题, 对相关参数变化进行了灵敏度分析, 证实了线性契约在实际供应链双边道德风险问题中的有效性. 文献[19]研究了关于市场销售信息为不对称信息的逆向选择问题下的线性分成制契约设计. 文献[21]在第 0期完全信息条件下建立了基于柔性的代理人努力决策模型和委托人的线性最优分成制契约设计模型, 并分析了相关因素与所建模型之间的关系. 综合起来看, 现有相关文献大致存在两个问题: 其一, 主要研究内容涉及的是道德风险或者逆向选择下的线性分成制契约设计, 其中以考虑败德行为的契约设计(针对代理方努力程度的不可观测性)居多, 但在现实供应链的运作中, 成员间的不对称信息往往不仅涉及道德风险问题, 同时还涉及逆向选择问题, 因而要求设计的线性分成制契约不仅能在事后(契约签订后)激励代理方足够的努力程度, 而且能在事前(契约签订前)有效区分代理方的类型; 其二, 线性契约主要是在不对称信息为离散型变量的前提下设计的, 针对私人信息为连续类型的线性分成制契约的研究文献很少, 事实上, 如果能采用一些合理的方法或技术将契约设计过程中涉及的不对称信息合理有效地量化归一, 讨论不对称信息为连续型变量下的线性分成制契约设计问题更具有现实意义, 所得的结论更易于在现实中得到应用.

鉴于此, 本文在讨论二级供应链中供应商和销售商的利益博弈关系的基础上, 分析了道德风险和逆向选择并存情况下的线性分成制契约的设计, 其中, 供应商为委托方, 销售商为代理方. 供应商和销售商的契约制定和执行过程是个典型的Stackelberg博弈, 供应商先决定契约变量, 销售商再决定努力程度. 所设计的契约不仅考虑了如何有效区分销售商的类型, 还考虑了如何有效激励销售商的努力程度. 同时, 本文不仅讨论了不对称信息为离散型变量情况下的契约设计, 还分析了不对称信息为连续型变量的契约设计问题. 本文中的不对称信息变量主要考虑了销售商的销售能力, 但也为针对其他私人信息变量(如市场销售条件、销售商努力成本等)的线性分成制契约设计提供了现实可行的思路.

1 模型背景及参数描述

考虑在一个供应商和一个销售商组成的二级供应链中, 供应商委托销售商进行产品的销售. 产品销量 Q 受到销售商能力水平 a、努力程度 e、销售地区市场条件 θ以及市场随机因素 ξ等参数的影响, 表示为

$$Q = f(a, e) + g(\theta) + \xi$$

其中: $f_a > 0$, $f_{aa} \leqslant 0$, $f_e > 0$, $f_{ee} \leqslant 0$, $g_\theta > 0$和 $g_{\theta\theta} \leqslant 0$, ξ服从正态分布 $\xi \in N(0, \sigma^2)$.

本文简化 $f(e) = ae$, $g(\theta) = \theta$ (需要指出的是假设 θ足够大, 从而保证 $Q \geqslant 0$. 也可以这样认为: 如果当地市场销售条件不好, 或不确定性因素太多, 则没有必要进行产品的销售), 得到 $Q = ae + \theta + \xi$. 假设销售收益和销量呈正比线性关系, 则供应链整体收益

$$\pi(Q) = Q = ae + \theta + \xi$$

设销售商的努力成本为

$$c(e) = be^2/2$$

其中, b是成本系数. 设销售商从供应商处获得的线性支付为

$$R(Q) = \alpha + \beta\pi(Q)$$

其中: α为供应商分配给销售商的固定收入; β为销售商分享的收益份额, 即佣金率. 双方采用线性分成制契约进行收益的分配, 则供应商的收益 π_S 为

$$\begin{aligned}\pi_S &= \pi(Q) - R(Q) \\ &= (1-\beta)(ae + \theta + \xi) - \alpha \end{aligned} \tag{1}$$

可以假设作为委托方的供应商是风险中性的(因此效用与期望收益等值), 其期望收益为

$$E\pi_S = (1-\beta)(ae + \theta) - \alpha \tag{2}$$

同时, 得到销售商的收益 π_R 为

$$\begin{aligned}\pi_R &= R(Q) - c(e) \\ &= \alpha + \beta(ae + \theta + \xi) - be^2/2 \end{aligned} \tag{3}$$

假设销售商的效用函数采用负指数效用函数 $U_R(\pi_R) = -e^{-r\pi_R}$ 表示, 其中, r为风险系数($r > 0$, $r = 0$和 $r < 0$分别表示销售商是风险规避、风

险中性和风险喜好的). 采用确定性等价量 W 求取销售商的期望收益 $E\pi_R$[22] (参见附录 A), 得到

$$E\pi_R = \alpha + \beta(ae + \theta) - \frac{be^2}{2} - \frac{r\sigma^2\beta^2}{2} \tag{4}$$

在契约签订前, 由于有些信息 (例如销售商能力水平、销售地区市场条件等) 不是共同知识, 销售商知道而供应商不能观测到这些信息, 因而双方在合作过程中存在逆向选择问题; 在契约签订后, 销售商选择自己的努力水平, 而供应商无法观测到销售商的真实努力水平, 因而双方的合作还存在道德风险问题. 契约设计本质上涉及的是 Stackelberg博弈过程, 供应商先作决策, 设计契约 $\{\alpha, \beta\}$. 然后由销售商选择努力水平 e. 本文选择销售商能力水平 a 作为逆向选择下的不对称信息变量 (需要指出的是: 销售商的能力水平包括销售渠道、人员素质及配置、对产品的认知度等, 这些都属于销售商的私人信息, 如何对这些信息进行量化归一处理, 由于篇幅关系, 这里不作展开描述), 分别对 a 为离散和连续类型两种情况下的供应链线性分成制契约设计过程进行分析, 以期得到有益的结论来指导供应链的运营实践.

2　a 为离散类型的线性分成制契约设计

供应商不清楚销售商的能力水平, 仅知道该地区销售商为 a_H 类型 (高水平销售能力) 和 a_L 类型 (低水平销售能力) 的概率分别为 p 和 $1-p$, 即

$$\Pr(a = a_H) = p$$

和

$$\Pr(a = a_L) = 1 - p$$

以下分别对线性混同契约和线性分离契约的设计进行分析.

2.1　线性混同契约

线性混同契约是指供应商在不区分销售商能力水平的情况下制定的契约. 由于不需要考虑销售商类型的不同, 因而混同契约的制定不涉及逆向选择问题, 而仅与因销售商努力程度不可观测而引起的道德风险问题有关. 在这种情况下, 契约设计的规划问题可以表示为

$$(\text{P1}): \max_{\{\alpha,\beta\}} \{p((1-\beta)(a_H\bar{e}_H + \theta) - \alpha) + (1-p)((1-\beta)(a_L\bar{e}_L + \theta) - \alpha)\}$$

$$\text{s.t.}\quad \bar{e}_H \in \arg\max\{\alpha + \beta(a_H e_H + \theta) - \frac{b}{2}e_H^2 - \frac{r\sigma^2}{2}\beta^2\} \tag{5}$$

$$\bar{e}_L \in \arg\max\{\alpha + \beta(a_L e_L + \theta) - \frac{b}{2}e_L^2 - \frac{r\sigma^2}{2}\beta^2\} \tag{6}$$

$$\alpha + \beta(a_H\bar{e}_H + \theta) - \frac{b}{2}\bar{e}_H^2 - \frac{r\sigma^2}{2}\beta^2 \geqslant \underline{\pi}_R \tag{7}$$

$$\alpha + \beta(a_L\bar{e}_L + \theta) - \frac{b}{2}\bar{e}_L^2 - \frac{r\sigma^2}{2}\beta^2 \geqslant \underline{\pi}_R \tag{8}$$

其中: e_H、e_L 和 $\bar{e}_H$、$\bar{e}_L$ 分别表示 a_H 和 a_L 类型销售商的努力水平和最优努力水平; $\underline{\pi}_R$ 为销售商的外在机会成本; 式 (5) 和式 (6) 是销售商的激励相容约束 (IC), 式 (7) 和式 (8) 是销售商的个人参与约束 (IR). 可得到线性混同契约 $\{\alpha^{SB}, \beta^{SB}\}$ (参见附录 B)

$$\beta^{SB} = \frac{a_L^2 + p(a_H^2 - a_L^2)}{a_L^2 + 2p(a_H^2 - a_L^2) + br\sigma^2} \tag{9}$$

$$\alpha^{SB} = \underline{\pi}_R - \theta\beta^{SB} + \frac{1}{2}\left(r\sigma^2 - \frac{a_L^2}{b}\right)(\beta^{SB})^2 \tag{10}$$

结论 1　根据式 (9) 得到:

1) 次优佣金率 $\beta^{SB} \in (0, 1)$;

2) 销售商努力成本 b、或风险规避程度 r、或市场不确定性程度 (可采用 σ^2 表示) 的增加将降低销售商收益提成的激励程度;

3) 市场条件 θ 对 β^{SB} 无影响;

4) 当 $p \neq 0$ 时

$$\beta^{SB} = \frac{1}{1 + \dfrac{1 + \dfrac{br\sigma^2}{p(a_H^2 - a_L^2)}}{1 + \dfrac{a_L^2}{p(a_H^2 - a_L^2)}}}$$

分析可得: 当 $br\sigma^2 > a_L^2$ 时, $\beta^{SB} \in (0, \frac{1}{2})$, 此时, a_H 类型销售商所占比例 p 的增加、或两类销售商销售能力 a_H 和 a_L 之间差异的增加将提高销售商收益提成的激励程度; 而当 $br\sigma^2 < a_L^2$, $\beta^{SB} \in (\frac{1}{2}, 1)$, 此时情况正好相反; 当 $br\sigma^2 = a_L^2$ 时, $\beta^{SB} = 1/2$

结论 2　根据式 (10) 得到:

1) 市场条件 θ 的改善将导致销售商固定收

入 α^{SB} 减少, 也就是说, 市场销售条件越差, 供应商给予销售商的固定费用越高, 这有利于调动销售商参与合作的积极性 (事实上, 可以验证, 销售商的期望收益仅与其销售能力、努力水平以及市场不确定性程度有关, 而与市场销售条件无关);

2) 存在 $\alpha^{SB} < 0$的情况, 可以认为是销售商为获得产品销售权而向供应商交纳的特许经营费等.

2.2 线性分离契约

供应商考虑不同销售商之间存在的能力差异, 希望通过设计契约 $\{(\alpha_H, \beta_H); (\alpha_L, \beta_L)\}$ 来区分 a_H 和 a_L类型的销售商. 在这种情况下, 契约设计的规划问题为

(P2):

$$\max_{\{(\alpha_H,\beta_H);(\alpha_L,\beta_L)\}} \{p((1-\beta_H)(a_H\bar{e}_H+\theta)-\alpha_H)+(1-p)((1-\beta_L)(a_L\bar{e}_L+\theta)-\alpha_L)\}$$

s.t.
$$\bar{e}_H \in \arg\max\{\alpha_H+\beta_H(a_He_H+\theta)-\frac{b}{2}e_H^2-\frac{r\sigma^2}{2}\beta_H^2\} \tag{11}$$

$$\bar{e}_L \in \arg\max\{\alpha_L+\beta_L(a_Le_L+\theta)-\frac{b}{2}e_L^2-\frac{r\sigma^2}{2}\beta_L^2\} \tag{12}$$

$$\alpha_H+\beta_H(a_H\bar{e}_H+\theta)-\frac{b}{2}\bar{e}_H^2-\frac{r\sigma^2}{2}\beta_H^2 \geqslant \underline{\pi}_R \tag{13}$$

$$\alpha_L+\beta_L(a_L\bar{e}_L+\theta)-\frac{b}{2}\bar{e}_L^2-\frac{r\sigma^2}{2}\beta_L^2 \geqslant \underline{\pi}_R \tag{14}$$

$$\alpha_H+\beta_H(a_H\bar{e}_H+\theta)-\frac{b}{2}\bar{e}_H^2-\frac{r\sigma^2}{2}\beta_H^2 \geqslant \alpha_L+\beta_L(a_He_H+\theta)-\frac{b}{2}e_H^2-\frac{r\sigma^2}{2}\beta_L^2 \tag{15}$$

$$\alpha_L+\beta_L(a_L\bar{e}_L+\theta)-\frac{b}{2}\bar{e}_L^2-\frac{r\sigma^2}{2}\beta_L^2 \geqslant \alpha_H+\beta_H(a_Le_L+\theta)-\frac{b}{2}e_L^2-\frac{r\sigma^2}{2}\beta_H^2 \tag{16}$$

其中, 式 (15) 和式 (16) 为区分逆向选择情况下 a_H 和 a_L两类销售商的两个 IC. 进一步, 可得到与 (P2) 等价的规划问题 (P2′) (参见附录 C)

(P2′):

$$\max_{\{(\alpha_H,\beta_H);(\alpha_L,\beta_L)\}} \{p((1-\beta_H)(\frac{a_H^2}{b}\beta_H+\theta)-\alpha_H)+(1-p)((1-\beta_L)(\frac{a_L^2}{b}\beta_L+\theta)-\alpha_L)\}$$

s.t.
$$\alpha_H+\theta\beta_H+\frac{a_H^2}{2b}\beta_H^2-\frac{r\sigma^2}{2}\beta_H^2 \geqslant \alpha_L+\theta\beta_L+\frac{a_H^2}{2b}\beta_L^2-\frac{r\sigma^2}{2}\beta_L^2 \tag{17}$$

$$\alpha_L+\theta\beta_L+\frac{a_L^2}{2b}\beta_L^2-\frac{r\sigma^2}{2}\beta_L^2 \geqslant \alpha_H+\theta\beta_H+\frac{a_L^2}{2b}\beta_H^2-\frac{r\sigma^2}{2}\beta_H^2 \tag{18}$$

$$\alpha_H+\theta\beta_H+\frac{a_H^2}{2b}\beta_H^2-\frac{r\sigma^2}{2}\beta_H^2 \geqslant \underline{\pi}_R \tag{19}$$

$$\alpha_L+\theta\beta_L+\frac{a_L^2}{2b}\beta_L^2-\frac{r\sigma^2}{2}\beta_L^2 \geqslant \underline{\pi}_R \tag{20}$$

对 (P2′) 求解 (参见附录 D), 得到

$$\beta_H^{SB}=\frac{a_H^2}{a_H^2+br\sigma^2}=\frac{1}{1+\frac{br\sigma^2}{a_H^2}} \tag{21}$$

$$\beta_L^{SB}=\frac{(1-p)a_L^2}{a_L^2+pa_H^2-2pa_L^2+(1-p)br\sigma^2} \tag{22}$$

$$\alpha_L^{SB}=\underline{\pi}_R-\theta\beta_L^{SB}+\frac{1}{2}(r\sigma^2-\frac{a_L^2}{b})(\beta_L^{SB})^2 \tag{23}$$

$$\alpha_H^{SB}=\underline{\pi}_R-\theta\beta_H^{SB}+\frac{1}{2}(r\sigma^2-\frac{a_H^2}{b})(\beta_H^{SB})^2+\frac{a_H^2-a_L^2}{2b}(\beta_L^{SB})^2 \tag{24}$$

结论 **3** 表示 a_H 类型销售商将获得利润的销售商的风险规避程度 r 对线性分离契约 $\{(\alpha_H^{SB}, \beta_H^{SB}), (\alpha_L^{SB}, \beta_L^{SB})\}$ 的影响如下:

1) 当 $r\rightarrow+\infty$, 即销售商对风险极端厌恶的情况下, $\beta_H^{SB}=0$, $\beta_L^{SB}=0$, $\alpha_H^{SB}=\alpha_L^{SB}=\underline{\pi}_R$, 销售商一点风险承受能力都没有, 销售商的收益等于其外在保留收益;

2) 当 $r\rightarrow 0$, 即销售商趋于风险中性的情况下: $\beta_H^{SB}=1$, 全部剩余索取权; $\beta_L^{SB}=\frac{1}{1+p\frac{a_H^2-a_L^2}{(1-p)a_L^2}}\leqslant 1$, 如果 a_H 和 a_L两类销售商的能力差异越大, 或者 a_H 类型销售商所占的比例 p 越大, 则 a_L 类型销售商收益提成的激励程度越小;

3) 当 $r>0$, 随着规避系数 r的增加, 激励系数 β_H^{SB} 和 β_L^{SB} 将相应减少, 这说明风险规避程度会抵消佣金率的激励作用.

结论 4　根据式(21)和式(22)得到:

1)销售商努力成本 b、或风险规避程度 r、或市场不确定性程度 σ^2 的增加将降低销售商收益提成的激励程度,这点与线性混同契约一致(见结论 1);

2)无论何种类型销售商,其能力水平的提高将增加其收益提成的激励程度;

3) a_L 类型销售商的能力水平对 a_H 类型销售商的激励程度没有影响,而两类销售商销售能力 a_H 和 a_L 之间差异的增加将降低对 a_L 类型销售商收益提成的激励程度;

4)根据

$$\frac{\partial\beta_H^{SB}}{\partial p}=0,$$

$$\frac{\partial\beta_L^{SB}}{\partial p}=a_L^2(a_L^2-a_H^2)\leqslant 0$$

可知: a_H 类型销售商的比例增加,会降低对 a_L 类型销售商的激励程度;而 a_H 类型销售商的比例增加虽然对该类型销售商的激励作用没有影响,但其固定收入 α_H^{SB} 却减少了.

结论 5　根据

$$\beta_H^{SB}-\beta_L^{SB}=\frac{a_H^2-a_L^2}{a_H^2+br\sigma^2}\times\frac{pa_H^2+(1-p)br\sigma^2}{a_L^2+pa_H^2-2pa_L^2+(1-p)br\sigma^2}\geqslant 0$$

可知:在其他参数条件(如 b, r 和 σ)相同的情况下, a_H 类型销售商的佣金率高于 a_L 类型销售商,两者能力差异越大,佣金率差距也越大.

结论 6　在采用线性分离契约的情况下,可以验证: a_L 类型销售商的期望收益仅等于其保留收益,即 $E\pi_R(a_L)=\underline{\pi}_R$,只有 a_H 类型销售商能获得严格正的信息租金 $\frac{a_H^2-a_L^2}{2b}(\beta_L^{SB})^2$,并且,两类销售商的能力差异越大, a_H 类型销售商获得的信息租金越多.

2.3　线性混同契约和线性分离契约的比较

结合式(9)、式(21)和(22),得到

$$\beta_H^{SB}-\beta^{SB}=\frac{a_H^2-a_L^2}{a_H^2br\sigma^2}\times\frac{pa_H^2+(1-p)br\sigma^2}{a_L^2+2p(a_H^2-a_L^2)+br\sigma^2}\geqslant 0\qquad(25)$$

$$\beta^{SB}-\beta_L^{SB}=\frac{p(a_H^2-a_L^2)}{a_L^2+2p(a_H^2-a_L^2)+br\sigma^2}\times\frac{pa_H^2+(1-p)br\sigma^2}{a_L^2+pa_H^2-2pa_L^2+(1-p)br\sigma^2}\geqslant 0\qquad(26)$$

结论 7　将线性分离契约 $\{(\alpha_H^{SB},\beta_H^{SB}),(\alpha_L^{SB},\beta_L^{SB})\}$ 与线性混同契约 $\{\alpha^{SB},\beta^{SB}\}$ 进行比较,得到:

1) $\beta_H^{SB}\geqslant\beta^{SB}\geqslant\beta_L^{SB}$ (有且仅当 $p=0$,即销售商均为 a_L 类型时, $\beta_H^{SB}=\beta^{SB}=\beta_L^{SB}$),说明分离契约能很好地区分 a_H 和 a_L 两类销售商, a_H 类型销售商偏好分离契约,而 a_L 类型销售商更偏好混同契约;

2)根据 $\frac{\partial(\beta_H^{SB}-\beta^{SB})}{\partial\alpha_H}>0$ 可知:与混同契约相比,两类销售商的能力差异越大,分离契约给 a_H 类型销售商带来的收益提成越多;

3)比较式(25)和式(26)可得到:当 $p=1/2$ 时

$$\beta_H^{SB}-\beta^{SB}=\beta^{SB}-\beta_L^{SB}$$

当 $p>1/2$ 时

$$\beta_H^{SB}-\beta^{SB}<\beta^{SB}-\beta_L^{SB}$$

当 $p<1/2$ 时

$$\beta_H^{SB}-\beta^{SB}>\beta^{SB}-\beta_L^{SB}$$

这说明:与混合契约相比,当 $p<1/2$ 时, a_H 类型销售商比例越少,分离契约越倾向于增加对 a_H 类型销售商的激励程度;而当 $p>1/2$ 时, a_L 类型销售商比例越少,分离契约越倾向于降低对 a_L 类型销售商的激励程度.

3　*a* 为连续类型的线性分成制契约设计

3.1　线性分成制契约设计问题的建立

假设销售商的能力系数 a 是连续分布的,满足 $a\in A=[\underline{a},\bar{a}]$,其累积分布函数为 $F(a)$,分布密度为 $f(a)>0$

根据式(1),并由于 ξ 与 a 的不相关性,求得供应商的期望收益为

$$E\pi_S(a)=\int_{\underline{a}}^{\bar{a}}\{[1-\beta(a)][ae(a)+\theta]-\alpha(a)\}f(a)\,da\qquad(27)$$

根据式(4),得到销售商的期望收益为

$$E\pi_R(a)=\alpha(a)+\beta(a)[ae(a)+\theta]-\frac{b}{2}e(a)-\frac{r\sigma^2}{2}\beta^2(a)\qquad(28)$$

首先确定销售商的最优努力水平 $\bar{e}(a)$, 即 $\forall a \in A$, 满足 $\bar{e}(a) \in \arg\max E\pi_R(a)$, 得到 $\bar{e}(a) = \frac{a}{b}\beta(a)$.

接下来考虑供应商的契约设计问题. 将 $\bar{e}(a)$ 代入式(28), 得到

$$E\pi_R(a) = \alpha(a) + \theta\beta(a) + \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{b} - r\sigma^2\right)\beta^2(a) \tag{29}$$

进一步, 可以得到 a 为连续类型的线性分成制契约设计的规划问题(P3)(参见附录E):

(P3)

$$\max_{(\alpha,\beta)}\int_{\underline{a}}^{\bar{a}}\{[1-\beta(a)][ae(a)+\theta]-\alpha(a)\}f(a)\mathrm{d}a$$

$$\text{s.t.}\quad \dot{\beta}(a) \geqslant 0 \tag{30}$$

$$\dot{\alpha}(a) + \dot{\beta}(a)\left[\theta + \left(\frac{a^2}{b} - r\sigma^2\right)\beta(a)\right] = 0 \tag{31}$$

$$e(a) = \frac{a}{b}\beta(a) \tag{32}$$

$$\alpha(a) + \theta\beta(a) + \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{b} - r\sigma^2\right)\beta^2(a) \geqslant \underline{\pi}_R \tag{33}$$

式(30)和式(31)为逆向选择下的销售商IC, 式(32)为道德风险下的销售商IC, 式(33)为销售商的IR.

对式(28)求导, 并结合式(31), 简化得到

$$E\dot{\pi}_R(a) = \frac{a}{b}\beta^2(a) \tag{34}$$

同时, 将 $E\pi_R(a)$ 代入式(27), 则(P3)可等价表示为下述逆向选择下的契约设计问题(P3′)

(P3′)

$$\max_{(\alpha,\beta)}\int_{\underline{a}}^{\bar{a}}\left[\frac{a^2}{b}\beta(a) + \theta - E\pi_R(a) - \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{b} + r\sigma^2\right)\beta^2(a)\right]f(a)\mathrm{d}a$$

$$\text{s.t.}\quad \text{式(30), 式(34)}$$

$$E\pi_R(a) \geqslant \underline{\pi}_R \tag{35}$$

式(30)和式(34)是销售商的IC, 式(35)为销售商的IR.

3.2 线性分成制契约设计问题的求解

显然, 供应商可以令 $E\pi_R(\underline{a}) \geqslant \underline{\pi}_R$, 对式(34)进行积分求解, 得到

$$E\pi_R(a) = \int_{\underline{a}}^{a}\frac{\tau}{b}\beta^2(\tau)\mathrm{d}\tau + \underline{\pi}_R \tag{36}$$

结合

$$\int_{\underline{a}}^{\bar{a}}\left[\int_{\underline{a}}^{a}\frac{\tau}{b}\beta^2(\tau)\mathrm{d}\tau\right]f(a)\mathrm{d}a = \int_{\underline{a}}^{\bar{a}}\frac{1-F(a)}{f(a)}\frac{a}{b}\beta^2(a)f(a)\mathrm{d}a$$

则(P3′)的目标函数为

$$E\pi_S(a) = \int_{\underline{a}}^{\bar{a}}\left[\frac{a^2}{b}\beta(a) + \theta - \frac{1-F(a)}{f(a)}\frac{a}{b}\beta^2(a) - \underline{\pi}_R - \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{b} + r\sigma^2\right)\beta^2(a)\right]f(a)\mathrm{d}a \tag{37}$$

对目标函数求导, 得到次优契约的佣金率为

$$\beta^{SB}(a) = \frac{1}{1 + \frac{br\sigma^2}{a^2} + \frac{2[1-F(a)]}{af(a)}} \tag{38}$$

则

$$\beta^{SB}(\underline{a}) = \frac{1}{1 + \frac{br\sigma^2}{\underline{a}^2} + \frac{2}{af(a)}} \tag{39}$$

$$\beta^{SB}(\bar{a}) = \frac{1}{1 + \frac{br\sigma^2}{\bar{a}^2}} \tag{40}$$

当 $a = \underline{a}$ 时, 根据式(29), 并结合 $E\pi_R(a) = \underline{\pi}_R$, 得到

$$\alpha^{SB}(\underline{a}) = \underline{\pi}_R - \theta\beta^{SB}(\underline{a}) - \frac{1}{2}\left(\frac{\underline{a}^2}{b} - r\sigma^2\right)[\beta^{SB}(\underline{a})]^2 \tag{41}$$

将式(38)代入式(31)中进行积分求解, 并结合式(41), 得到

$$\alpha^{SB}(a) = \underline{\pi}_R - \theta\beta^{SB}(a) - \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{b} - r\sigma^2\right)\times(\beta^{SB}(a))^2\int_{\underline{a}}^{a}\frac{\tau}{b}[\beta^{SB}(\tau)]^2\mathrm{d}\tau \tag{42}$$

将式(42)代入式(29)中, 得到

$$E\pi_R(a) = \underline{\pi}_R + \int_{\underline{a}}^{a}\frac{\tau}{b}[\beta^{SB}(\tau)]^2\mathrm{d}\tau \tag{43}$$

结论 8 根据式(38)得到次优契约 $\{\alpha^{SB}(a), \beta^{SB}(a)\}$ 为线性分离契约的前提条件为 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}a}\left(\frac{1-F(a)}{af(a)}\right) < 0$, 此时, $\beta^{SB}(a)$ 必然是严格递增的, 则所有类型的销售商均能选择不同的合同, 在次优契约中不存在混同现象. 同时比较式(40)和式(21)得到: 与 a 为离散类型下得到的线性分离契约相比, $\beta^{SB}(\bar{a})$ 与 $\beta^{SB}(a_H)$ 是一致的.

结论 9 根据式(43)得到: 除了最无效率的 $\underline{a}$ 类型销售商外, 所有其他类型的销售商都能获

得严格正的信息租金

$$E\pi_R(a) - \underline{\pi}_R = \int_{\underline{a}}^{a} \frac{\tau}{b}\left[\beta^{SB}(\tau)\right]^2 d\tau$$

并且，在 $\{\alpha^{SB}(a), \beta^{SB}(a)\}$ 为线性分离契约的前提下，可以验证，销售能力系数 a 越大，销售商获得的信息租金越多，从而所得到的期望收益也越大。该结论也与 a 为离散类型下的线性分离契约（见结论 6）相一致。

4　关于供应商期望收益的数值仿真

上面已经分析了各种相关因素对线性分成制契约 $\{\alpha, \beta\}$ 以及销售商期望收益 $E\pi_R$ 的影响，由于篇幅所限，本文对此不作进一步的仿真分析。本节通过数值仿真，主要对各种相关参数与供应商期望收益 $E\pi_S$ 之间的关系进行讨论，以期得到有益的结论来指导供应链委托方的实践运作。

4.1　a 为离散类型时的数值仿真

首先，设定基本参数值：$a_L = 0.25$，$a_H = 0.75$，$p = 0.5$，$b = 0.2$，$r = 0.1$，$\sigma^2 = 4$，$\theta = 0$，$\underline{\pi}_R = 0$。在其他参数不变的情况下，当某一参数值在一定范围内变动时，对供应商分别采用线性混同契约和线性分离契约时所得到的期望收益 $E\underline{\pi}_S$ 进行比较，如图 1至图 6所示。

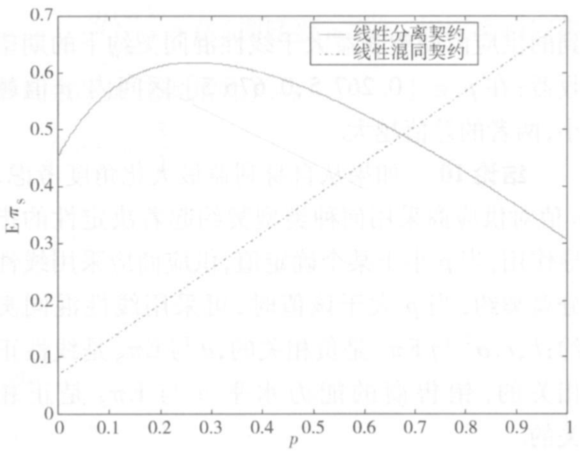

图 1　p 对 $E\pi_S$ 的影响

Fig. 1 Relationship between p and $E\pi_S$

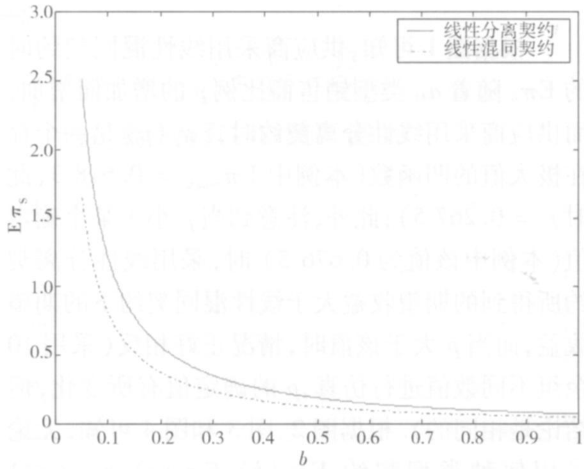

图 2　b 对 $E\pi_S$ 的影响

Fig. 2 Relationship between b and $E\pi_S$

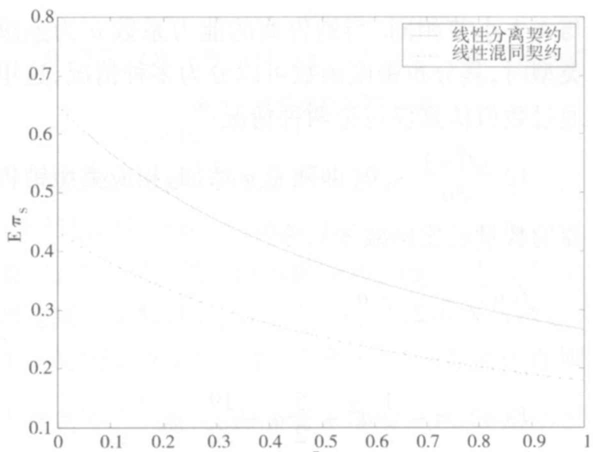

图 3　r 对 $E\pi_S$ 的影响

Fig. 3 Relationship between r and $E\pi_S$

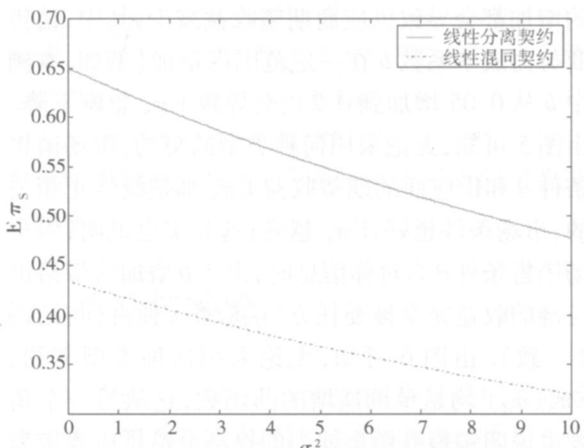

图 4　σ^2 对 $E\pi_S$ 的影响

Fig. 4 Relationship between σ^2 and $E\pi_S$

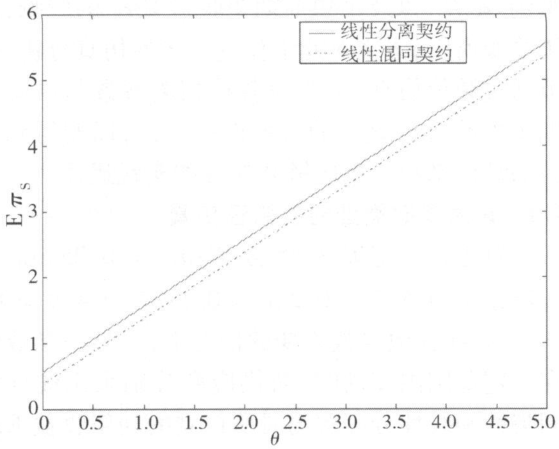

图 5　θ 对 $E\pi_S$ 的影响

Fig. 5 Relationship between θ and $E\pi_S$

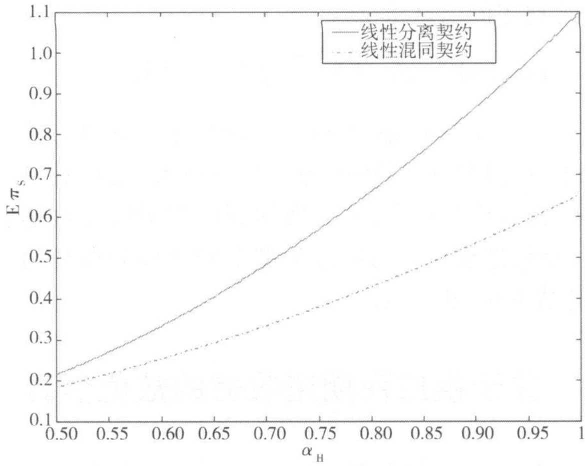

图 6　α_H 对 $E\pi_S$ 的影响

Fig. 6 Relationship between α_H and $E\pi_S$

根据图 1可知, 供应商采用线性混同契约时的 $E\pi_S$ 随着 a_H 类型销售商比例 p 的增加而增加, 而供应商采用线性分离契约时, $E\pi_S(p)$ 是一个存在极大值的凹函数 (本例中 $E\pi_{S\max} = 0.618\,3$, 此时 $p = 0.267\,5$); 此外, 注意到当 p 小于某个确定值 (本例中该值为 0.676 5) 时, 采用线性分离契约所得到的期望收益大于线性混同契约下的期望收益, 而当 p 大于该值时, 情况正好相反 (采用 10余组不同数值进行仿真, p 的确定值有所变化, 但结论是相同的). 根据图 2、图 3和图 4可知, 无论采用何种类型契约, $E\pi_S(b)$, $E\pi_S(r)$, $E\pi_S(\sigma^2)$ 均是单调递减的凸函数, 即销售商的努力成本、风险规避程度以及市场的不确定性程度中任一数值的增加都会导致供应商期望收益减少, 其中, 销售商努力成本系数 b 在一定范围内增加 (例如, 本例中 b 从 0.05增加到 0.2), 会导致 $E\pi_S$ 急剧下降. 由图 5可知, 无论采用何种类型的契约, 市场销售条件 θ 和供应商的期望收益 $E\pi_S$ 都是线性正相关的, 市场条件越好, $E\pi_S$ 越高; 这其实也说明, 当市场销售条件 θ 为对称信息时, 由于 θ 增加所带给供应链的收益完全被委托方 (供应商) 独占 (与结论 2一致). 由图 6可知, 无论采用何种类型契约, $E\pi_S(a_H)$ 均是单调递增的凸函数, 这从另一个角度也说明销售商销售能力的提高会给供应商带来更多的期望收益, 供应商希望能与高销售能力的销售商合作. 值得一提的是由于在图 2至图 6中, $p = 0.5 < 0.676\,5$, 因而采用线性分离契约所得到的供应商期望收益大于线性混同契约下的期望收益; 在 $p \in [0.267\,5, 0.676\,5]$ 区间内, p 值越小, 两者的差值越大.

结论 **10**　如果从自身利益最大化角度考虑, p 值对供应商采用何种类型契约起着决定性的指导作用, 当 p 小于某个确定值, 供应商应采用线性分离契约, 当 p 大于该值时, 可采用线性混同契约; b, r, σ^2 与 $E\pi_S$ 是负相关的, θ 与 $E\pi_S$ 是线性正相关的, 销售商的能力水平 a 与 $E\pi_S$ 是正相关的.

4.2　*a* 为连续类型时的数值仿真

这里, 令 $a \in A = [\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$, 其他相关参数值与 4.1小节相同. 当销售商的能力系数 a 为连续类型时, 其分布密度函数可以分为多种情况, 这里通过数值仿真仅讨论两种情况:

1) $\frac{\partial f(a)}{\partial a} < 0$ (即随着 a 增加, 相应类型销售商的数量或比例减少), 令

$$f(a) = \frac{5}{2} - a$$

则

$$F(a) = -\frac{1}{2}a^2 + \frac{5}{2}a - \frac{19}{32}$$

仿真得到线性次优契约 $\{\alpha, \beta\}$ 以及销售商、供应商的期望收益 $E\pi_S$ 和 $E\pi_R$ 与能力系数 a 的关系如图 7、图 8所示;

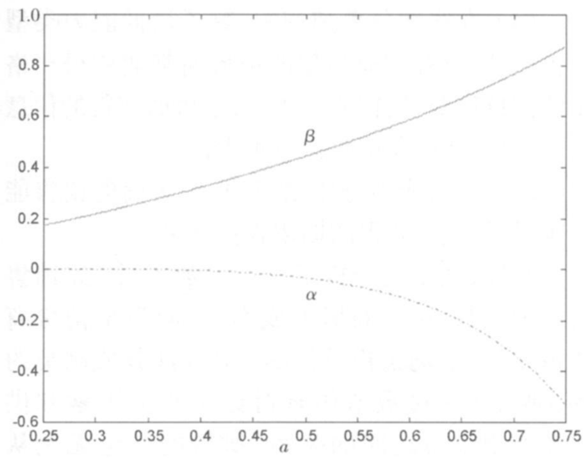

图 7　线性次优契约 $\{\alpha,\beta\}$

Fig. 7 Relationship between a and $\{\alpha,\beta\}$

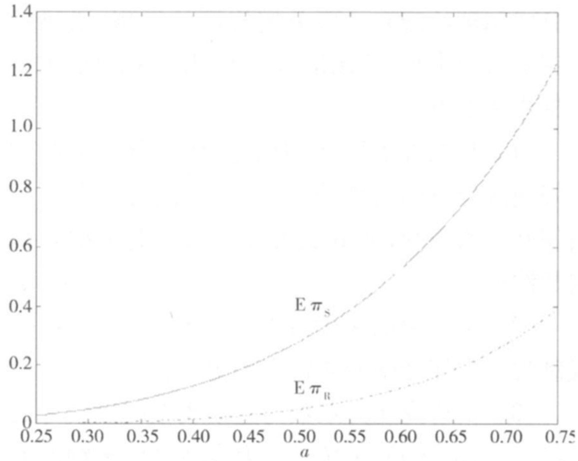

图 8　$E\pi_S$ 和 $E\pi_R$

Fig. 8 Relationship between a and $E\pi_S$, $E\pi_R$

2) $\frac{\partial f(a)}{\partial a} > 0$ (即随着 a 增加, 相应类型销售商的数量或比例增加), 令

$$f(a) = \frac{3}{2} + a$$

则

$$F(a) = \frac{1}{2}a^2 + \frac{3}{2}a - \frac{13}{32}$$

通过数值仿真得到图 9、图 10

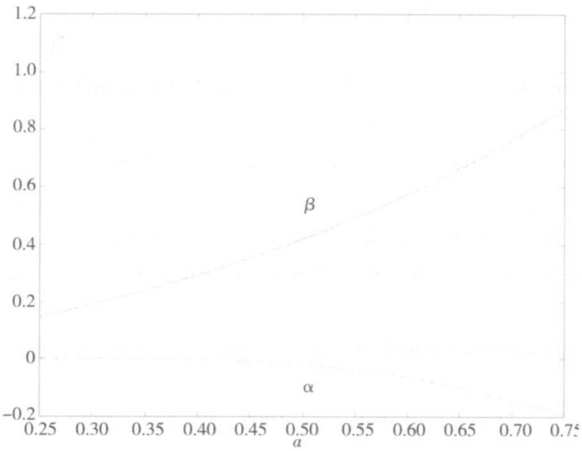

图 9　线性次优契约 $\{\alpha,\beta\}$

Fig. 9 Relationship between a and $\{\alpha,\beta\}$

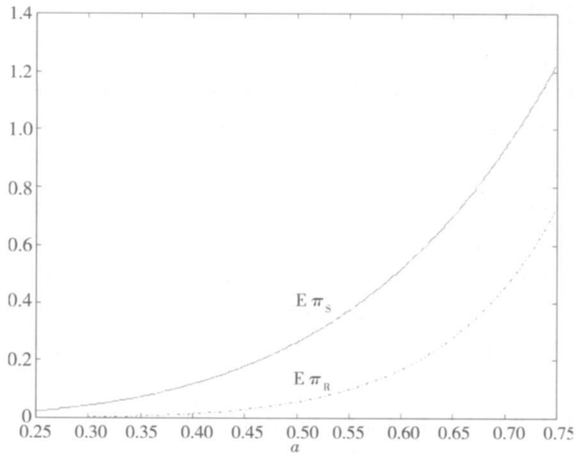

图 10　$E\pi_S$ 和 $E\pi_R$

Fig. 10 Relationship between a and $E\pi_S$, $E\pi_R$

从图 7至图 10可以看出, $\beta(a)$ 是 a 的单调递增 (与结论 8一致) 凸函数, $E\pi_R(a)$ 是 a 的单调递增 (与结论 9一致) 凸函数; 同时, $\alpha(a)$ 是 a 的单调递减凹函数, $E\pi_S(a)$ 是 a 的单调递增凸函数. 在该两例仿真中 (并结合其他 10余例数值仿真), 注意到 $\frac{\partial f(a)}{\partial a}$ 越大 (即随着 a 增加, 相应类型销售商的数量或比例增加的速度加快), 销售商的期望收益也增多.

结论 11　当销售商的能力水平系数 a 是连续类型时, 采用本文所设计的线性次优契约, 则销售商的销售能力越强, 供应商所获得的期望收益就越多.

5　结论与展望

供应链契约设计的合理性是保证供应链高效协调运营的重要因素. 针对不同的情况, 委托方设计合适的契约可以有效激励代理方的工作效率, 提高供应链的协作水平. 本文考虑在 1个供应商和 1个销售商组成的二级供应链中, 在逆向选择和道德风险并存的情况下, 供应商设计合理的线

性分成制契约能有效区分销售商的类型、激励销售商的努力水平, 并保证自身效用的最优化. 主要结论概述如下:

(1) 与线性混同契约相比, 线性分离契约能很好地区分不同类型的销售商, 高能力类型销售商偏好分离契约, 而低能力类型销售商更偏好混同契约;

(2) 销售商的风险规避程度越高, 则线性分成制契约中佣金率的激励作用越低;

(3) 销售商能力系数为连续类型时所设计的次优契约 $\{\alpha^{SB}(a), \beta^{SB}(a)\}$ 为线性分离契约的前提条件为

$$\frac{d}{da}\left(\frac{1-F(a)}{af(a)}\right) < 0$$

此时, 所有类型的销售商均能选择到最适合于自己的合同, 在次优契约中不存在混同现象;

(4) 在线性分离契约中, 除了最低能力类型销售商外, 所有其他类型的销售商都能获得严格正的信息租金, 销售能力越强, 销售商获得的信息租金越多, 从而期望收益也越大;

(5) 采用线性分成制契约, 销售商的销售能力越强, 供应商获得的期望收益越多.

此外, 文中还分析了一些参数条件 (如销售商能力系数、销售商努力成本、不同类型销售商所占比例、市场销售条件等) 对线性分成制契约的影响, 并通过数值仿真讨论了相关因素和供应商期望收益之间的关系. 所得的结论无论从定性还是定量角度均能为供应链主导方制订成员收益分配策略提供很好的建议. 同时, 所采用的分析方法为下一步研究供应链中 1个委托方和多个代理方的收益协调问题提供了参考思路.

参 考 文 献:

[1] Wang Y, Cerchak Y. Supply chain coordination when demand is shelf-space dependent[J]. Manufacturing and Service Management, 2001, 3(1): 82—87.

[2] Ailawadi K. The retail power-performance conundrum: what have we learned[J]. Journal of Retailing, 2005, 77(3): 299—318.

[3] 让-雅克. 拉丰, 大卫. 马赫蒂摩. 激励理论 (第 1卷): 委托代理模型 [M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2002.
Laffont J J, Matimort D. The Theory of Incentives Ⅰ: The Principal-agent Model[M]. Beijing: China Renmin University Press, 2002. (in Chinese)

[4] Laffont J J, Matoussi M. Moral hazard, financial constraints and sharecropping in El Oulja[J]. Review of Economic Studies, 1995, 62: 381—399.

[5] Laffont J J, Rochet R. Regulation of a risk-averse firm[J]. Games and Economic Behavior, 1998, 25: 149—173.

[6] Tirole J. Incomplete contracts: Where do we stand[J]. Econometrica, 1999, 67: 741—782.

[7] Mezzeti C, Tsoulouhas T. Gathering information before signing a contract with a privately informed principal[J]. International Journal of Industrial Organization, 2004, 18(3): 667—689.

[8] Cachon G P. Supply Chain Coordination with Contracts. Handbooks in Operation and Managements Science: Supply Chain Management[C]. North-Holland, 2003.

[9] Gonzalo C. Economic growth and concentrated ownership in stock markets[J]. Journal of Economic Behavior & Organization, 2006, 59(2): 249—286.

[10] Morten H. Performance-related pay in Danish cooperative creameries[J]. Advances in the Economic Analysis of Participatory & Labor-Managed Firms, 2006, 9(1): 149—176.

[11] Basu A K, Lal R. Salesforce compensation plans: An agency theoretic perspective[J]. Marketing Science, 1985, 4(3): 267—291.

[12] Lal R, Srinivalan V. Compensation plans for single-and-multi-product salesforces: An application of the Holmstorm-Milgrom model[J]. Management Science, 1999, 45(6): 777—793.

[13] Chen F. Sales-force incentives and inventory management[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2004, 2(2): 186—202.

[14] Krishnan H, Kapuscinski R, Butz D. Coordinating contracts for decentralized supply chains with retailer promotional[J]. Management Science, 2004, 50(4): 48—64

[15] Corbett C J, Zhou D, Tang C S. Designing supply contracts: Contract type and information asymmetry[J]. Management Science, 2004, 50(4): 550—559.

[16]姜　荣. 基于分成制的供应链合同设计与道德风险[J]. 南通大学学报, 2005, 21(3): 42—44.
Jiang Rong. The studies of contract design, motivation mechanism and moral hazard when the supply chain is dependent on the divided mechanism[J]. Journal of Nantong University, 2005, 21(3): 42—44. (in Chinese)

[17]李善良, 朱道立. 不对称线性下供应链详细激励契约委托代理分析[J]. 计算机集成制造系统, 2005, 11(12): 1758—1762.
Li Shan-liang, Zhu Dao-li. Principal-agent analysis of supply chain incentive contract with asymmetric information[J]. Computer Integrated Manufacture System, 2005, 11(12): 1758—1762. (in Chinese)

[18] Charles J, Corbett G A, Albert Y H. Optimal shared-savings contracts in supply chains: Linear contracts and double moral hazard[J]. European Journal of Operational Research, 2005, 163(3): 653—667.

[19] Thonemann U W. Improving supply-chain performance by sharing advance demand information[J]. European Journal of Operational Research, 2005, 142(1): 81—107.

[20]朱. 弗登博格, 让. 梯若尔. 博弈论[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2002
Fudenberg D, Tirole J. Game Theory[M]. Beijing: China Renmin University Press, 2002. (in Chinese)

[21]倪得兵, 唐小我. 代理人努力决策柔性的分成制委托代理模型[J]. 管理科学学报, 2005, 8(3): 15—24
Ni De-bing, Tang Xiao-wo. Sharecropping principle-agent model with agent's flexible effort decision[J]. Journal of Management Sciences in China, 2005, 8(3): 15—24. (in Chinese)

[22]徐玖平, 陈书剑. 不对称信息下风险投资的委托代理模型研究[J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24(1): 19—24.
Xu Jiu-ping, Chen Shu-jian. The study of venture capital's principal-agent model based on asymmetric information[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2004, 24(1): 19—24. (in Chinese)

Design of supply chain linear shared-saving contract with asymmetric information

CAO Jian[1,2], *YANG Chun-jie*[1], *LI Ping*[1], *ZHOU Gen-gui*[2]

1. Institute of System Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;
2. College of Business & Administration, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032, China

Abstract To improve supply chain performance, one key step is to share the profit efficiently between members. For a bi-level supply chain system with both moral hazard and adverse selection, the design of linear shared-saving contracts was studied when asymmetric information was discrete and continuous respectively. The contract was modeled to be an optimal programming problem and solved by stackelberg game model and the theory of incentive mechanism. The validity of the linear screening contract was illustrated by comparing it with the linear pooling contract, and the influence of several correlative factors on the linear contract was analyzed in detail as well. The premise of a second-best contract being a linear screening under consecutive asymmetric information was proposed. The effects of certain parameters on the principal's expected profit were also illustrated with a numerical simulation. The conclusion in the paper is valuable and significant to the operation of supply chain.

Key words supply chain; linear shared-saving contract; moral hazard; adverse selection; incentive mechanism; Stackelberg model

附录:

A、销售商期望收益 $E\pi_R$ 的求取

根据 $EU_R = U_R(W)$, 得到

$$EU_R = -e^{-r(m-\frac{rv}{2})} = -e^{-r(W)}$$

即

$$W = m - \frac{rv}{2}$$

其中, m 和 v 分别为 π_R 的均值和方差. 可求得

$$m = \alpha + \beta(ae+\theta) - \frac{be^2}{2}$$

$$v = \beta^2\sigma^2$$

于是, 得到销售商的期望收益为

$$E\pi_R = W = \alpha + \beta(ae+\theta) - \frac{be^2}{2} - \frac{r\sigma^2\beta^2}{2}$$

B、线性混同契约 $\{\alpha^{SB}, \beta^{SB}\}$ 的求取

由于在 Stackelberg 模型中销售商为后动方, 根据逆向归纳法, 首先确定令 $E\pi_R$ 最优化的决策变量 $\bar{e}_H$ 和 $\bar{e}_L$, 即对式(5)和式(6)求解, 得到

$$\bar{e}_H = \frac{a_H}{b}\beta, \quad \bar{e}_L = \frac{a_L}{b}\beta$$

同时, 由反证法可知 a_L 类型销售商的 IR(即式(8))为紧约束. 将 $\bar{e}_H$, $\bar{e}_L$ 和 α 代入(P1)的目标函数中, 并对 β 求偏导, 即可得到 α^{SB}, β^{SB}.

C、规划问题(P2')的求取

将式(15)和式(16)不等式的右边分别改写为条件上限, 即

$$\alpha_H + \beta_H(a_H\bar{e}_H + \theta) - \frac{b}{2}\bar{e}_H^2 - \frac{r\sigma^2}{2}\beta_H^2 \geqslant \tag{C.1}$$

$$\max_{e_H}[\alpha_L + \beta_L(a_H e_H + \theta) - \frac{b}{2}e_H^2 - \frac{r\sigma^2}{2}\beta_L^2]$$

$$\alpha_L + \beta_L(a_L\bar{e}_L + \theta) - \frac{b}{2}\bar{e}_L^2 - \frac{r\sigma^2}{2}\beta_L^2 \geqslant \tag{C.2}$$

$$\max_{e_L}[\alpha_H + \beta_H(a_L e_L + \theta) - \frac{b}{2}e_L^2 - \frac{r\sigma^2}{2}\beta_H^2]$$

求解道德风险情况下的两个 IC(即式(11)和式(12)), 得到

$$\bar{e}_H = \frac{a_H}{b}\beta_H, \quad \bar{e}_L = \frac{a_L}{b}\beta_L$$

同时, 针对式(C.1)和式(C.2)的右式, 令

$$\bar{e}_H' \in \max[\alpha_L + \beta_L(a_H e_H + \theta) - \frac{b}{2}e_H^2 - \frac{r\sigma^2}{2}\beta_L^2] \tag{C.3}$$

$$\bar{e}_L' \in \max[\alpha_H + \beta_H(a_L e_L + \theta) - \frac{b}{2}e_L^2 - \frac{r\sigma^2}{2}\beta_H^2] \tag{C.4}$$

其中, $\bar{e}_H'$ 和 $\bar{e}_L'$ 分别表示 a_H 和 a_L 类型销售商分别冒充对方类型时的最优努力水平, 得到 $\bar{e}_H' = \frac{a_H}{b}\beta_L$, $\bar{e}_L' = \frac{a_L}{b}\beta_H$. 将式 $\bar{e}_H$, $\bar{e}_L$, $\bar{e}_H'$ 和 $\bar{e}_L'$ 代入(P2)中, 即得到与之等价的规划问题(P2').

D、线性分离契约 $\{(\alpha_H, \beta_H); (\alpha_L, \beta_L)\}$ 的求取

在(P2')中, 不难验证式(17)和式(20)是紧约束, 构造拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L(\alpha_H, \beta_H, \alpha_L, \beta_L, \lambda, \mu) = {} & p[(1-\beta_H)(\frac{a_H^2}{b}\beta_H + \theta) - \alpha_H] + \\ & (1-p)[(1-\beta_L)(\frac{a_L^2}{b}\beta_L + \theta) - \alpha_L] + \\ & \lambda(\alpha_L + \theta\beta_L + \frac{a_L^2}{2b}\beta_L^2 - \frac{r\sigma^2}{2}\beta_L^2 - \underline{\pi}_R) + \\ & \mu(\alpha_H + \theta\beta_H + \frac{a_H^2}{2b}\beta_H^2 - \frac{r\sigma^2}{2}\beta_H^2 - \alpha_L - \\ & \theta\beta_L - \frac{a_H^2}{2b}\beta_L^2 + \frac{r\sigma^2}{2}\beta_L^2) \end{aligned} \tag{D.1}$$

令 $\frac{\partial L}{\partial \alpha_H} = 0$, $\frac{\partial L}{\partial \alpha_L} = 0$, $\frac{\partial L}{\partial \beta_H} = 0$ 和 $\frac{\partial L}{\partial \beta_L} = 0$, 得到 $\mu = p$, $\lambda = 1$, 以及 α_H, β_H, α_L, β_L.

E、规划问题(P3)的求取

根据显示原理[3]对于分析连续类型变量的有效性, 可以将分析限制在直接显示机制 $\{(\alpha(\tilde{a}), \beta(\tilde{a}))\}$ 上, 因而 $\forall (a, \tilde{a}) \in A$, 存在

$$\alpha(a) + \theta\beta(a) + \frac{1}{2}(\frac{a^2}{b} - r\sigma^2)\beta^2(a) \geqslant$$

$$\alpha(\tilde{a}) + \theta\beta(\tilde{a}) + \frac{1}{2}(\frac{a^2}{b} - r\sigma^2)\beta^2(\tilde{a}) \tag{E.1}$$

根据式(E.1), $\forall (a, a') \in A$, 有

$$\alpha(a) + \theta\beta(a) + \frac{1}{2}(\frac{a^2}{b} - r\sigma^2)\beta^2(a) \geqslant$$

$$\alpha(a') + \theta\beta(a') + \frac{1}{2}(\frac{a^2}{b} - r\sigma^2)\beta^2(a') \tag{E.2}$$

$$\alpha(a') + \theta\beta(a') + \frac{1}{2}(\frac{a'^2}{b} - r\sigma^2)\beta^2(a') \geqslant$$

$$\alpha(a) + \theta\beta(a) + \frac{1}{2}(\frac{a'^2}{b} - r\sigma^2)\beta^2(a) \tag{E.3}$$

将式(E.2)和式(E.3)相加, 简化后得到

$$(a - a')(\beta(a) - \beta(a')) \geqslant 0 \tag{E.4}$$

则 $\beta(a)$ 是非递减的, 这表明 $\beta(a)$ 在区间 $[\underline{a}, \bar{a}]$ 是处处可微的(两个端点除外), 满足

$$\dot{\beta}(a) \geqslant 0 \tag{E.5}$$

此外, 从式(E.1)得到关于 $\tilde{a}$ 的一阶条件(也可称为 $\tilde{a}$ 相对于 a 的反应函数)满足

$$\dot{\alpha}(\tilde{a}) + \dot{\beta}(\tilde{a})(\theta + (\frac{a^2}{b} - r\sigma^2)\beta(\tilde{a})) = 0 \tag{E.6}$$

因而, 根据直接显示机制[3], $\forall a \in A$, 必须有

$$\dot{\alpha}(a) + \dot{\beta}(a)(\theta + (\frac{a^2}{b} - r\sigma^2)\beta(a)) = 0 \tag{E.7}$$

由此, 最终可得规划问题(P3).