

# 需求未知情况下供应链中的信息汇聚效应<sup>①</sup>

刘开军, 张子刚

(华中科技大学管理学院, 武汉 430074)

**摘要:** 考虑由一个供应商和两个零售商组成的二级供应链, 假设产品的市场需求分布未知, 供应链中的上下游企业共享需求信息. 由于需求信息在供应商处汇聚, 供应商与零售商占有的信息量不同, 这就可能扭曲供应商对市场需求的认识, 造成供应商认为市场过度膨胀或萎缩, 把这种现象称为信息汇聚效应 (PIE, pooled information effect). 文中首先给出 PIE 效应的定义, 然后根据可观察需求信息的类型分两种情况讨论: 对需求信息可完全观察的情况, 简要给出了多周期供应链发生 PIE 效应的充分条件; 对需求信息可部分观察的情况, 基于需求信息可观察时的结论, 先给出了短视订货策略下, 多周期供应链发生 PIE 效应的充分条件, 再给出了最优订货策略下, 3 周期供应链发生 PIE 效应的充分条件. 数值算例和模拟实验表明, 在一定条件下, 发生 PIE 效应的概率很可观. 最后分析了牛鞭效应、信息共享和信息汇聚效应的关系.

**关键词:** 供应链管理; 未知需求; 信息汇聚效应; 信息共享

**中图分类号:** F273   **文献标识码:** A   **文章编号:** 1007-9807(2009)04-0103-12

## 0 引言

需求不确定性是库存管理者需要解决的重要问题之一, 经典的库存管理理论通常假设产品的需求是分布已知的随机变量, 在此基础上研究如何设计库存管理策略以使库存成本最小化. 这种假设对成熟产品来说是合理的, 能极大地简化库存策略的求解过程. 然而对新上市产品来说, 其需求的未知性不可忽视, 零售商虽然可以根据经验初步估计新产品的需求分布, 但仍需要在销售期间根据观察到的数据逐步修正需求估计, 这将影响零售商的库存决策. 在强调密切合作、快速响应的供应链中, 为满足变化的市场环境, 需要不断推出新的创新性产品, 需求的未知性是要经常面对的问题. 由于供应链是多层的网络组织, 未知需求对供应链的运作造成的影响更为复杂, 它不仅会改变零售商的决策, 还会波及到上游的各级企业.

当需求分布未知时, 直接的办法是通过观察到的销售数据 (sales) 来估计需求 (demand) 分布, 然而销售数据和需求是不同的, Conrad<sup>[1]</sup> 最先在库存管理领域说明了两者的区别: (1) 当需求量超过库存量时, 过多的需求可能会丢失, 销售量将小于需求量; (2) 产品间会有替代, 销售数据可能包含有对其他产品的需求. 目前研究未知需求的文献中一般不考虑产品间的替代问题 (关于产品替代模型的复杂性可参见 Chen<sup>[2]</sup>), 主要关注于利用销售数据制定最优库存决策的方法. 由于这类模型采用贝叶斯框架描述需求分布的更新过程, 因此也称为贝叶斯库存管理 (Bayesian inventory management 简称 BM) 模型. BM 模型通常是采用动态规划的方法求解, 但随着时间线的延长, 动态规划的后退解法面对的状态空间的维数迅速增大, 因此求解 BM 模型非常困难.

早期的 BM 模型<sup>[3-5]</sup> 通常假设需求可完全

① 收稿日期: 2007-03-07; 修订日期: 2007-12-25.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70871044); 中国博士后科学基金资助项目 (20080430968).

作者简介: 刘开军 (1979-), 男, 湖北襄樊人, 博士. Email: kaijun.li@snail.hust.edu.cn

观察,即:即使需求量超过当期的库存水平,发生了缺货现象,企业仍然可以观察到准确的需求量.这种假设在一定的条件下是成立的,例如客户通过邮件、电话等向零售商订货,或者在电子商务网站填写在线订单订货,企业通过记录订单量就可以观察到完全的需求.这些文献设法克服 BM 模型的计算问题,有两个研究方向:一个是设法构造销售数据的充分统计量,这样就可以把不断增多的销售数据缩减为固定的维数<sup>[6-7]</sup>;另一个是构造状态空间压缩技术,设法把 BM 模型简化为一维动态规划问题<sup>[8-9]</sup>,Lovejoy<sup>[10]</sup>进一步给出了可以把一维动态规划简化为静态最优化问题的条件.

需求可完全观察只在少数情况下适用,在大部分情况下,当发生缺货时,缺货量将丢失,需求被库存水平截尾,此时需求只是部分可观察, BM 模型将变得更为复杂.如果考虑需求信息被截尾,那么只有一部分需求分布有充分统计量, Braden 和 Freimer<sup>[11]</sup>把它们称为报童分布 (news vendor distribution), Larivière 和 Porteus<sup>[12]</sup>进一步表明在报童分布中,只有 Weibull 分布适用状态空间压缩技术.报童分布的提出是 BM 研究领域最重要的成果之一,能大大简化 BM 模型的计算.

近期的文献则直接关注需求信息截尾对最优库存水平的影响. Larivière 和 Porteus<sup>[12]</sup>证明对易逝品 (perishable product),若需求服从指数分布且先验服从 Gamma 分布,最优订货量将大于短视策略 (myopic policy) 的订货量, Ding 等<sup>[13]</sup>假设需求服从一般分布,得到相似结论. Lu 等<sup>[14]</sup>采用路径分析法,对一般产品 (包括 perishable 和 non-perishable),给出了最优订货量满足的一阶条件,并构造出求解最优订货量的近似算法. Chen 和 Plambeck<sup>[15]</sup>证明对非易逝品 (non-perishable product) 而言,最优订货量并不一定大于短视策略的订货量.还有部分文献研究了需求分布未知时动态定价问题,如 Zhang 和 Chen<sup>[16]</sup>分析了 BM 模型中最优库存和定价策略的结构性质.

国内研究库存和供应链的文献也有部分涉及到需求未知的产品,但通常是讨论两次订货方式下,各企业的最优生产/订货量以及协调问题,如文献<sup>[17-19]</sup>,这样的系统只有一次需求信息更

新,其复杂度与 BM 模型差别很大,研究的重点也不同.

现有 BM 文献为理解需求未知问题提供了帮助,但它们都只分析单个零售商的库存问题,可以看作是传统报童模型的扩展,对供应链环境下的类似问题研究很少.

对供应链管理来说,市场需求直接决定着各级企业的生产和库存决策,需求的波动甚至会引起“牛鞭效应”<sup>[20]</sup>,因此各级企业都非常重视对需求信息的把握.为了更好地制定决策,供应链中各级企业之间需要共享需求信息,当产品的需求分布未知时,上游的企业更需要通过信息共享及时了解市场需求,以制定最优的生产策略.然而,由于各级企业得到的需求信息量不同,各企业对需求的估计也将发生偏差,造成上游的供给与下游的需求不一致.

本文将把 BM 模型引入供应链环境,考虑由一个供应商和两个零售商组成的二级供应链,假设产品的需求分布未知,各企业根据观察到的数据逐步更新自己对需求分布的先验.零售商向供应商共享需求信息,因此信息将在供应商处汇聚,供应商掌握更多信息,能更有效地更新自己的先验.然而,信息的汇聚也可能扭曲供应商对市场需求的认识,使供应商认为市场过度膨胀或过度萎缩,把这种现象称为信息汇聚效应.本文将表明信息汇聚效应的发生依赖于需求分布本身的特性,将给出信息汇聚效应发生的充分条件,并分析牛鞭效应、信息共享和信息汇聚效应之间的关系.信息汇聚效应并不是惯常现象,根据本文给出的充分条件,可以估算出在具体条件下,发生信息汇聚效应的概率的下界.

## 1 基本符号和假设

考虑由 1 个供应商 (记为 S) 和 2 个零售商 (分别记为  $R_1$  和  $R_2$ ) 组成的二级供应链,在每个销售周期初,两个零售商分别向供应商订购一种易逝品,产品立即到达,之后零售商向市场出售产品.假设两个零售商的市场容量相同,供应链持续运作  $T$  个周期.显然,在每个销售周期,零售商面对的是经典的报童问题,设批发价格为  $c$ ,剩余产

品的处理价为  $h (h < c)$ , 缺货损失价为  $p (p > c)$ , 记  $\lambda = (p - c) / (p - h)$ .

设产品在每个周期的市场需求独立同分布, 但具体的分布函数未知. 由产品特性可以确定需求分布属于  $f(\bullet | \theta)$  类型, 其中  $\theta$  为未知参数,  $\theta \in \Theta = [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ ,  $\theta$  的真实值为  $\theta_0 \in \Theta$ . 在第 1 个销售周期初, 3 个企业对  $\theta$  有共同先验  $\pi_1^S = \pi_1^{R_1} = \pi_1^{R_2} = \pi_1$ . 在每个销售周期末, 两个零售商将当前观察到的数据与供应商共享 (关于信息共享结构, 将在第 5 节讨论), 因此在每个周期, 每个零售商只能观察到一个数据, 而供应商将同时观察到两个. 在第  $n (n = 2, \dots, T)$  个销售周期初, 各企业根据在第  $n - 1$  周期观察到的数据, 将先验  $\pi_{n-1}^i (i = S, R_1, R_2)$  按贝叶斯法则更新为后验  $\pi_n^i$ . 在不同假设下, 能观察到的数据类型不同, 先验的更新方法也不同, 将在第 3 节和第 4 节说明.

在第  $n (n = 1, \dots, T)$  个销售周期, 企业  $i (i = S, R_1, R_2)$  认为需求的边际分布为

$$m_n^i(x) = \int_{\Theta} f(x | \theta) \pi_n^i(\theta) d\theta \quad (1)$$

边际累积分布函数为

$$\begin{aligned} M_n^i(x) &= \int_0^x m_n^i(t) dt \\ &= \int_{\Theta} F(x | \theta) \pi_n^i(\theta) d\theta \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $F(\bullet | \theta)$  为需求  $X | \theta$  的累积分布函数.

对零售商  $i = R_1, R_2$  来说, 若订货量为  $y$ , 则当期的报童模型成本为

$$\begin{aligned} R(\pi_n^i, y) &= cy - h \int_0^y (y - x) m_n^i(x) dx + \\ & p \int_y^+ (x - y) m_n^i(x) dx \end{aligned} \quad (3)$$

如果零售商把上式的最优解作为当前周期的订货量, 则称其订货策略为短视策略 (myopic policy), 因为此时零售商只考虑了当前周期的成本, 而没有顾及当前决策对未来信息更新的影响. 记短视策略下的订货量为  $y^M(\pi_n^i)$ .

对简单的报童模型和本文考虑的模型来说, 最优订货量都会依赖于需求的分布. 假设  $f(\bullet | \theta)$  随  $\theta$  似然比序增大, 即

对  $\forall \theta_1, \theta_2 \in \Theta$ , 且  $\theta_1 \leq \theta_2$  有

$$\frac{\partial f(x | \theta_2)}{\partial x f(x | \theta_1)} \geq 0 \text{ 或 } X | \theta_1 \leq_{LR} X | \theta_2 \quad (4)$$

也就是说, 如果  $\theta_1 \leq \theta_2$ , 那么以  $\theta_1$  为参数的需求将随机偏小, 而  $\theta_2$  为参数的需求将随机偏大, 也可以理解为需求分布  $f(\bullet | \theta)$  与  $\theta$  正相关. 似然比序强于随机序, 故  $f(\bullet | \theta)$  也随  $\theta$  随机序增大, 即对  $\forall \theta_1, \theta_2 \in \Theta$ , 且  $\theta_1 \leq \theta_2$  有

$$F(x | \theta_1) \geq F(x | \theta_2) \text{ 或 } X | \theta_1 \leq_{st} X | \theta_2 \quad (5)$$

先考虑两个零售商在报童模型下的决策问题, 有下面的结论.

**定理 1** 若  $f(\bullet | \theta)$  随  $\theta$  似然比序增大且需求信息可完全观察, 在第  $n (n = 1, \dots, T - 1)$  周期  $\pi_n^{R_1}(\theta) = \pi_n^{R_2}(\theta)$ ,  $R_1$  和  $R_2$  观察到的需求分别为  $x_1$  和  $x_2$ ,  $x_1 \leq x_2$ , 那么在第  $n + 1$  周期有

$$\pi_{n+1}^{R_1}(\theta | x_1) \leq_{LR} \pi_{n+1}^{R_2}(\theta | x_2)$$

且

$$y^M(\pi_{n+1}^{R_1}) \leq y^M(\pi_{n+1}^{R_2})$$

**证明** 若需求可完全观察, 则零售商  $R_i (i = 1, 2)$  的先验更新方法为

$$\begin{aligned} \pi_{n+1}^{R_i}(\theta | x_i) &= \frac{f(x_i | \theta) \pi_n^{R_i}(\theta)}{\int_{\Theta} f(x_i | \theta) \pi_n^{R_i}(\theta) d\theta} \\ &= \frac{f(x_i | \theta) \pi_n^{R_i}(\theta)}{m_n^i(x_i)} \end{aligned}$$

若  $f(\bullet | \theta)$  随  $\theta$  似然比序增大, 则对  $\forall \theta_1, \theta_2 \in \Theta$ , 且  $\theta_1 \leq \theta_2$  有

$$\frac{f(x_1 | \theta_2)}{f(x_1 | \theta_1)} \leq \frac{f(x_2 | \theta_2)}{f(x_2 | \theta_1)}$$

即

$$\frac{f(x_2 | \theta_1)}{f(x_1 | \theta_1)} \leq \frac{f(x_2 | \theta_2)}{f(x_1 | \theta_2)}$$

故

$$\begin{aligned} \frac{\pi_{n+1}^{R_2}(\theta_1 | x_2)}{\pi_{n+1}^{R_1}(\theta_1 | x_1)} &= \frac{f(x_2 | \theta_1) m_n^{R_1}(x_2)}{f(x_1 | \theta_1) m_n^{R_2}(x_1)} \leq \\ & \frac{f(x_2 | \theta_2) m_n^{R_2}(x_2)}{f(x_1 | \theta_2) m_n^{R_1}(x_1)} = \frac{\pi_{n+1}^{R_2}(\theta_2 | x_2)}{\pi_{n+1}^{R_1}(\theta_2 | x_1)} \end{aligned}$$

即

$$\pi_{n+1}^{R_1}(\theta | x_1) \leq_{LR} \pi_{n+1}^{R_2}(\theta_1 | x_2)$$

对  $\forall x \in R^+$ , 由式 (2) 可得

$$M_{n+1}^{R_2}(x) = E_{\theta|x_2}[F(x | \theta)]$$

$$M_{n+1}^{R_1}(x) = E_{\theta|x_1}[F(x | \theta)]$$

因为  $f(x | \theta)$  随  $\theta$  似然比序增大, 故  $F(x | \theta)$  是  $\theta$  的单调减函数. 又  $\theta | x_2 \leq_{LR} \theta | x_1$ , 故有

$$M_{n+1}^{R_1}(x) \geq M_{n+1}^{R_2}(x)$$

又由式 (3) 可得报童模型的最优解为

$$y^M(\pi_{n+1}^{R_1}) = M_{n+1}^{R_1^{-1}}(\lambda)$$

$$y^M(\pi_{n+1}^{R_2}) = M_{n+1}^{R_2^{-1}}(\lambda)$$

故有  $y^M(\pi_{n+1}^{R_1}) \leq y^M(\pi_{n+1}^{R_2})$  证毕.

定理 1 说明, 如果只考虑一步更新这种最简单情况, 那么从相同的先验出发, 观察到较大信号的零售商将倾向于认为  $\theta$  较大, 订购较多的产品, 而观察到较小信号的零售商则相反, 这个结论与常识相符. 在供应链环境下, 由于信息共享, 需求信息将在供应商处汇聚, 供应商能同时观察到一小一大两个信号  $x_1$  和  $x_2$ ,  $\pi_n^S(\theta)$  将更新为  $\pi_{n+1}^S(\theta | x_1, x_2)$ , 一种自然的想法是: 由于后验的似然比序由信号大小决定, 因此  $\pi_{n+1}^S(\theta | x_1, x_2)$  的似然比序应位于  $\pi_{n+1}^{R_1}(\theta | x_1)$  和  $\pi_{n+1}^{R_2}(\theta | x_2)$  之间,  $y^M(\pi_{n+1}^S)$  位于  $y^M(\pi_{n+1}^{R_1})$  和  $y^M(\pi_{n+1}^{R_2})$  之间, 也就是说供应商对市场的认识应处于两个零售商的认识之间. 这种直观的想法是合理的, 实际上在大部分情况下也是成立的, 但在一定的条件下, 供应商对市场的认识可能发生过度扭曲, 超出两个零售商的认识范围.

一般地, 在第  $n(n = 1, \dots, T)$  周期, 两个零售商的最优订货量分别记为  $y_n^{R_1^*}$  和  $y_n^{R_2^*}$ , 供应商根据自己的先验推测每个市场的最优订货量为  $y_n^S$ , 这 3 个订货量可能有 3 种关系:

(1)  $\min\{y_n^{R_1^*}, y_n^{R_2^*}\} < y_n^S < \max\{y_n^{R_1^*}, y_n^{R_2^*}\}$ , 此时供应商对市场认识的偏差是正常的, 供货短缺量或过剩量都在正常范围;

(2)  $y_n^S \leq \min\{y_n^{R_1^*}, y_n^{R_2^*}\}$ , 这意味着若供应商按照自己对市场的认识安排生产和库存, 那将造成产品严重供不应求, 在供应商看来, 此时的市

场过度膨胀了;

(3)  $y_n^S \geq \max\{y_n^{R_1^*}, y_n^{R_2^*}\}$ , 这意味若供应商按照自己对市场的认识安排生产和库存, 那将造成产品严重积压, 在供应商看来, 此时的市场过度萎缩了.

由于需求信息在供应商处汇聚, 供应商的先验更新路径与零售商不同, 这就可能造成供应商认为市场过度膨胀或萎缩, 把这种现象称为信息汇聚效应. 需要说明的是, 与牛鞭效应不同, 信息汇聚效应并不是供应商中的惯常现象, 它只能在一定的条件下发生, 这些条件依赖于需求曲线的形状, 因此对不同的供应链发生信息汇聚效应的概率也不同. 下面分别分析需求可完全观察和需求可部分观察两种情况下, 发生信息汇聚效应的充分条件.

## 2 需求可完全观察的模型

假设在每个销售周期, 零售商总能完全观察到需求信息. 这种假设在少数供应链中合理的 (参见第 1 节), 它可以大大简化信息更新方法, 使模型的求解在本质上等同于经典的报童模型. 此时对供应商和零售商来说, 先验的更新方法为<sup>[14, 21]</sup>:

引理 1 若需求信息可完全观察, 零售商  $R_i(i = 1, 2)$  在第  $k(k \leq n)$  个周期观察到的需求量为  $x_k^{R_i}$ , 则对  $n = 1, 2, \dots, T$ , 有

$$\pi_{n+1}^{R_i}(\theta) = \frac{\int \prod_{j=1}^n f(x_j^{R_i} | \theta) \pi_1^{R_i}(\theta)}{\int \int \prod_{j=1}^n f(x_j^{R_i} | \theta) \pi_1^{R_i}(\theta) d\theta}$$

$$\pi_{n+1}^S(\theta) = \frac{\int \prod_{j=1}^n f(x_j^{R_1} | \theta) f(x_j^{R_2} | \theta) \pi_1^S(\theta)}{\int \int \prod_{j=1}^n f(x_j^{R_1} | \theta) f(x_j^{R_2} | \theta) \pi_1^S(\theta) d\theta}$$

引理 1 是贝叶斯定理在多阶段的推广, 可由贝叶斯定理直接推出, 证明过程略过. 引理 1 说明, 零售商和供应商对市场需求的学习结果只与历史数据值和个数有关, 而与这些数据被观察到的先后次序无关, 也就是说企业的学习路径有可交换性.

引理 2 记  $\pi(\theta)$  为任一可行先验,  $\hat{\pi}(Q | t)$  为观察到需求量  $t$  后的后验, 设  $f(x | \theta)$  随  $\theta$  似然比序增大. 对  $f(x | \theta)$ , 若存在  $x^*$  使得  $\frac{\partial f(x^* | \theta)}{\partial \theta} \geq 0$  则对  $\forall x \geq x^*$ , 有  $\pi(\theta) \leq_{LR} \hat{\pi}(\theta | x)$ ; 若存在  $x^*$  使得  $\frac{\partial f(x^* | \theta)}{\partial \theta} \leq 0$  则对  $\forall x \leq x^*$ , 有  $\pi(\theta) \geq_{LR} \hat{\pi}(\theta | x)$ .

证明 若存在  $x^*$  使得

$$\frac{\partial f(x^* | \theta)}{\partial \theta} \geq 0$$

则有

$$\frac{\partial \hat{\pi}(\theta | x^*)}{\partial \theta} \frac{\pi(\theta)}{\hat{\pi}(\theta | x^*)} = \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{f(x^* | \theta)}{\int_{\Theta} f(x^* | \theta) \pi(\theta) d\theta} \geq 0$$

即

$$\pi(\theta) \leq_{LR} \hat{\pi}(\theta | x^*)$$

又由定理 1 的证明可知, 对  $\forall x \geq x^*$ , 有

$$\hat{\pi}(\theta | x^*) \leq_{LR} \hat{\pi}(\theta | x)$$

故

$$\pi(\theta) \leq_{LR} \hat{\pi}(\theta | x)$$

若存在  $x^*$  使得  $\frac{\partial f(x^* | \theta)}{\partial \theta} \leq 0$  可作类似证明, 在此略过. 证毕

引理 2 实际上给出了一步更新时先验形成似然比序的充分条件. 结合引理 1 和引理 2 可推出多步更新时先验形成似然比序的充分条件, 这将在下面的定理 2 中说明. 一般来说, 若  $\frac{\partial f(x^* | \theta)}{\partial \theta} \geq 0$

或  $\frac{\partial f(x^* | \theta)}{\partial \theta} \leq 0$  的解存在, 该解将与  $\theta$  有关. 记

$$\bar{x}^* = \min_{f^*} x | \text{对 } \forall \theta \in \Theta, \frac{\partial f(x | \theta)}{\partial \theta} \geq 0,$$

$$\underline{x}^* = \min_{f^*} x | \text{对 } \forall \theta \in \Theta, \frac{\partial f(x | \theta)}{\partial \theta} \leq 0,$$

(6)

那么可以将  $R^+$  划分成 3 个区间:  $R_1 = [0, \bar{x}^*]$ ,  $R_2 = (\bar{x}^*, \underline{x}^*)$  和  $R_3 = [\underline{x}^*, +\infty)$ . 当零售商观察

到的需求量  $x \in R_1$  时, 后验似然比序小于先验; 当观察到的需求量  $x \in R_2$  时, 后验与先验的似然比序未定; 当观察到的需求量  $x \in R_3$  时, 后验似然比序大于先验.

当需求信息可完全观察时, 零售商  $R_i (i = 1, 2)$  在第  $n (n = 1, 2, \dots, T)$  个销售周期的决策问题可表述为

$$u_n(\pi_n^{R_i}) = \min_{y_n^{R_i} \in R^+} \{ R(\pi_n^{R_i}, y_n^{R_i}) + \int_{R^+} u_{n+1}(\pi_{n+1}^{R_i}(\bullet | x)) m_n^{R_i}(x) dx \} \quad (7)$$

边界条件为  $u_{T+1}(\pi_{T+1}^{R_i}) = 0$ . 由于需求信息可完全观察,  $\pi_{n+1}^{R_i}$  和  $u_{n+1}(\pi_{n+1}^{R_i})$  都与  $y_n^{R_i}$  没有关联, 因此求解式 (7) 等价于求解报童模型, 最优解为

$$y_n^{R_i^*} = y^M(\pi_n^{R_i}) = \arg \min R(\pi_n^{R_i}, y) \quad (8)$$

对供应商来说, 他认为每个市场上的最优订货量为

$$y_n^S = y^M(\pi_n^S)$$

定理 2 若  $f(\bullet | \theta)$  随  $\theta$  似然比序增大且需求信息可完全观察,  $R_1$  或  $R_3$  非空, 则第  $n (n = 2, 3, \dots, T)$  个销售周期发生信息汇聚效应的充分条件为: 对  $\forall k < n, x_k^{R_1} \in R_1$  且  $x_k^{R_2} \in R_1$ , 或对  $\forall k < n, x_k^{R_1} \in R_3$  且  $x_k^{R_2} \in R_3$ .

证明 若对  $\forall k < n, x_k^{R_1} \in R_3$  且  $x_k^{R_2} \in R_3$ , 则由

$$\pi_1^S(\theta) = \pi_1^{R_1}(\theta) = \pi_1^{R_2}(\theta)$$

和引理 2 可知

$$\pi_2^S(\theta | x_1^{R_1}, x_1^{R_2}) \geq_{LR} \pi_2^{R_1}(\theta | x_1^{R_1})$$

且

$$\pi_2^S(\theta | x_1^{R_1}, x_1^{R_2}) \geq_{LR} \pi_2^{R_2}(\theta | x_1^{R_2})$$

假设在第  $i (i = 2, 3, \dots, n-1)$  个销售周期, 有

$$\pi_i^S(\theta) \geq_{LR} \pi_i^{R_1}(\theta)$$

且

$$\pi_i^S(\theta) \geq_{LR} \pi_i^{R_2}(\theta)$$

成立, 则由引理 2 和引理 1 可知

$$\begin{aligned} \pi_{i+1}^{R_1}(\theta) &\leq_{LR} \frac{f(x_i^{R_2} | \theta) \pi_{i+1}^{R_1}(\theta)}{\int_{\Theta} f(x_i^{R_2} | \theta) \pi_{i+1}^{R_1}(\theta) d\theta} \\ &= \frac{f(x_i^{R_2} | \theta) f(x_i^{R_1} | \theta) \pi_i^{R_1}(\theta)}{\int_{\Theta} f(x_i^{R_2} | \theta) f(x_i^{R_1} | \theta) \pi_i^{R_1}(\theta) d\theta} \end{aligned}$$

$$\leq_{LR} \frac{f(x_i^{R_2} | \theta) f(x_i^{R_1} | \theta) \pi_i^S(\theta)}{\int_{\Theta} f(x_i^{R_2} | \theta) f(x_i^{R_1} | \theta) \pi_i^S(\theta) d\theta}$$

$$= \pi_{i+1}^S(\theta)$$

同理可得

$$\pi_{i+1}^{R_2}(\theta) \leq_{LR} \pi_{i+1}^S(\theta)$$

由上述可得

$$\pi_n^S(\theta) \geq_{LR} \pi_n^{R_1}(\theta)$$

且

$$\pi_n^S(\theta) \geq_{LR} \pi_n^{R_2}(\theta)$$

再由定理 1 的证明过程可知

$$y_n^S = y^M(\pi_n^S)$$

$$\geq \max\{y^M(\pi_n^{R_1}), y^M(\pi_n^{R_2})\}$$

$$= \max\{y_n^{R_1^*}, y_n^{R_2^*}\}$$

这说明在第  $n$  个周期将发生信息汇聚效应。

若对  $\forall k < n, x_k^{R_1} \in R_1$  且  $x_k^{R_2} \in R_1$ , 可由类似过程得

$$\pi_n^S \geq_{LR} \pi_n^{R_1}(\theta)$$

且

$$\pi_n^S(\theta) \leq_{LR} \pi_n^{R_2}(\theta)$$

以及

$$y_n^S \leq \min\{y_n^{R_1^*}, y_n^{R_2^*}\}$$

则此时也将发生信息汇聚效应。 证毕。

由定理 2 给出的充分条件可知, 如果已经观察到的需求量都落在  $R_1$  (或  $R_3$ ) 区间, 则下一个周期必会发生信息汇聚效应。这个充分条件很严格, 相当于要求在历史路径上, 每一步都能使供应商的后验似然比序大于 (或小于) 两个零售商的后验, 然而如果不满足这个严格的充分条件, 即使在历史路径上只有一步发生偏离, 也可能最终不会发生信息汇聚效应 (参见第 4 节的反例)。

由定理 2 可以估计各周期发生信息汇聚效应的概率。在第 1 个销售周期, 各企业的先验相同, 故不会发生信息汇聚效应; 在第 2 个周期, 发生信息汇聚效应的概率不小于  $[P(x \in R_1)]^2 + [P(x \in R_3)]^2$ 。一般地, 在第  $n$  ( $n = 2, 4, \dots, T$ ) 个周期, 发生信息汇聚效应的概率不小于  $[P(x \in R_1)]^{2(n-1)} + [P(x \in R_3)]^{2(n-1)}$ 。这说明在供应链初期, 发生信息汇聚效应的可能性较大, 而随着时间线的延长, 发生信息汇聚效应的充分条件越来越难以满足, 实际上, 随着需求样本容量的增大, 供应商和零售商的后验将逐渐收敛到未知参数的真实值  $\theta, y_n^S$ 、

$y_n^{R_1^*}$  和  $y_n^{R_2^*}$  将趋于一致, 发生信息汇聚效应的概率将趋于 0

### 3 需求可部分观察的模型

需求可完全观察的假设可以极大地简化模型, 但这个假设在大部分应用环境中是不合适的, 通常零售商观察到的需求信息会被当期库存水平截尾。设零售商  $R_i$  ( $i = 1, 2$ ) 在第  $n$  ( $n = 1, 2, \dots, T$ ) 个销售周期初的订货量为  $y_n^{R_i}$ , 当期的需求量为  $x_n^{R_i}$ , 则, 若  $x_n^{R_i} < y_n^{R_i}$ , 零售商将可以确信自己观察到了真实的需求量, 而若  $x_n^{R_i} \geq y_n^{R_i}$ , 将发生缺货现象, 缺货量一般不可观察, 因此零售商将不能观察到真实的需求量。也就是说, 当需求只可部分观察时, 在每个销售周期, 零售商能观察到的信息将包括两部分: 当期的销售量与是否发生了缺货。记零售商  $R_i$  ( $i = 1, 2$ ) 在第  $n$  ( $n = 1, 2, \dots, T$ ) 个销售周期观察到的信息为

$$o_n^{R_i} = (o_n^{R_i, 1}, o_n^{R_i, 2}) = \begin{cases} (x_n^{R_i}, e), & \text{若 } x_n^{R_i} < y_n^{R_i} \\ (y_n^{R_i}, c), & \text{若 } x_n^{R_i} \geq y_n^{R_i} \end{cases} \quad (9)$$

为方便计, 把  $(x_n^{R_i}, e)$ , 简记为  $x_n^{R_i, e}$ , 把  $(y_n^{R_i}, c)$ , 简记为  $y_n^{R_i, c}$ 。信息  $x_n^{R_i, e}$  发生的似然率为  $f(x_n^{R_i} | \theta)$ , 而信息  $y_n^{R_i, c}$  发生的似然率为  $1 - F(y_n^{R_i} | \theta)$ 。与引理 1 类似, 可得需求可部分观察时各企业的先验更新方法<sup>[14-21]</sup>如下。

引理 3 若需求信息可部分观察, 则对  $n = 1, 2, \dots, T$ , 有

$$\pi_{n+1}^{R_i}(\theta) = \frac{\int \prod_{j=1}^n g(o_j^{R_i} | \theta) \pi_1^{R_i}(\theta) d\theta}{\int \prod_{j=1}^n g(o_j^{R_i} | \theta) \pi_1^{R_i}(\theta) d\theta}$$

$$i = 1, 2$$

$$\pi_{n+1}^S(\theta) = \frac{\int \prod_{j=1}^n g(o_j^{R_1} | \theta) g(o_j^{R_2} | \theta) \pi_1^S(\theta) d\theta}{\int \prod_{j=1}^n g(o_j^{R_1} | \theta) g(o_j^{R_2} | \theta) \pi_1^S(\theta) d\theta}$$

其中

$$g(o_j^{R_i} | \theta) = \begin{cases} f(o_j^{R_i} | \theta), & \text{若 } o_j^{R_i} = e \\ 1 - F(o_j^{R_i} | \theta), & \text{若 } o_j^{R_i} = c \end{cases}$$

证明过程可参见文献 [13]、[14]、[21], 在此

略过.

由引理 3 可知, 当需求可部分观察时, 各周期初的订货量将影响当期可观察的信息以及信息的似然率  $g(\bullet | \theta)$ , 因此每期的订货量不仅会影响本周期的成本, 还会影响到以后各周期的先验更新过程, 这是与需求可完全观察时的最大区别. 对零售商  $R_i (i = 1, 2)$  来说, 在第  $n (n = 1, 2, \dots, T)$  个销售周期的决策问题可表述为

$$u_n(\pi_n^{R_i}) = \min_{y_n^R \in R^+} \left\{ \begin{aligned} &R(\pi_n^{R_i}, y_n^{R_i}) + \\ &\int_0^{y_n^{R_i}} u_{n+1}(\pi_{n+1}^{R_i}(\bullet | x_c)) m_n^{R_i}(x) dx + \\ &u_{n+1}(\pi_{n+1}^{R_i}(\bullet | y_n^{R_i})) [1 - M_n(y_n^{R_i})] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

记上式的最优解为  $y_n^{R_i^*}$ . 对供应商来说, 他认为每个市场上的最优订货量为  $y_n^S$ .

求解式 (10) 非常困难, 对一般的需求分布, 无法给出最优订货量的解析结果, 只能通过分析一阶条件得出最优解的位置区间<sup>[13-14]</sup>. 很多学者致力于给出在特殊情况下简化该模型的方法, 其中最重要的成果之一是 Braden 和 Freimer<sup>[11]</sup> 总结的报童分布模型, 然而即使是假设需求服从报童分布并采用共轭先验, 得到的最优解的形式依然很复杂. 当时间线较长时, 由于计算繁琐, 实际应用几乎无法采用最优解, 学者们转而研究近似解和定性结论. Lovejoy<sup>[10]</sup> 构造了一种动态调整的短视策略, 可以作为近似最优策略. 文献 [21]、[22]、[10]、[13] 和 [14] 分别在不同情况下, 证明对易逝品而言, 最优订货量高于短视策略的订货量. 本节先简要讨论短视策略, 然后分析 3 周期供应链中发生信息汇聚效应的充分条件.

### 3.1 短视策略下的信息汇聚效应

当需求可完全观察时, 短视策略就是最优策略, 而当需求只可部分观察时, 每期订货量将会影响以后的先验更新过程, 因此决定最优订货量时不能仅考虑当期周期的成本, 短视策略不是最优策略. 然而, 短视策略计算简便, 并且已证明短视策略是最优策略的下界, 在实际应用中, 可以把短视策略的订货量作为近似参考. 这里, 假设供应商和零售商都采用短视策略决定每期的订货量.

与第 2 节相似, 也可以把观察到的需求信息

分类, 不同的是, 此时还有截尾需求信息要考虑. 类似于式 (6), 可以构造

$$\begin{aligned} \underline{x}_c^* &= \min_{\{x | \forall \theta \in \Theta, \frac{\partial [1 - F(x | \theta)]}{\partial \theta} \geq 0\}} \\ \bar{x}_c^* &= \max_{\{x | \forall \theta \in \Theta, \frac{\partial [1 - F(x | \theta)]}{\partial \theta} \leq 0\}} \end{aligned} \quad (11)$$

由此, 可以把  $R^+$  分为 3 个区间:  $R_{1c} = [0, \underline{x}_c^*]$ 、 $R_{2c} = (\underline{x}_c^*, \bar{x}_c^*)$  和  $R_{3c} = [\bar{x}_c^*, +\infty)$ . 记

$$\hat{R}_1 = \{(x, e), (y, c) | x \in R_1, y \in R_{1c}\}$$

$$\hat{R}_3 = \{(x, e), (y, c) | x \in R_3, y \in R_{1c}\}$$

类似于定理 2 可得此时发生信息汇聚效应的充分条件如下.

定理 3 若  $f(\bullet | \theta)$  随  $\theta$  似然比序增大且需求

信息可部分观察,  $\hat{R}_1$  或  $\hat{R}_3$  非空, 企业采用短视策略订货, 则第  $n (n = 2, 3, \dots, T)$  个销售周期发生信息汇聚效应的充分条件为: 对  $\forall k < n$ , 有  $o_k^{R_1} \in \hat{R}_1$  且  $o_k^{R_2} \in \hat{R}_1$ , 或对  $\forall k < n$ ,  $o_k^{R_1} \in \hat{R}_3$  且  $o_k^{R_2} \in \hat{R}_3$ .

定理 3 的证明过程在此略过. 值得注意的是, 由

$$\frac{\partial [1 - F(x | \theta)]}{\partial \theta} = \int_x^\infty \frac{\partial f(x | \theta)}{\partial \theta} \quad (12)$$

可知, 有  $\underline{x}_c^* \leq \bar{x}_c^*$  且  $\underline{x}_c^* \leq \bar{x}_c^*$ , 故相对于第 2 节中需求可完全观察的情况而言, 此时发生  $y_n^M(\pi_n^S) \geq \max\{y_n^M(\pi_n^{R_1}), y_n^M(\pi_n^{R_2})\}$  的概率增大, 而  $y_n^M(\pi_n^S) \leq \min\{y_n^M(\pi_n^{R_1}), y_n^M(\pi_n^{R_2})\}$  的概率减小, 这是由于发生需求信息截尾时, 人们会认为真实的需求偏大, 因而更可能高估市场需求.

### 3.2 3 周期模型中的信息汇聚效应

在有多个销售周期的供应链中, 由于无法得到最优订货量的解析结果, 难以给出在一般环境下发生信息汇聚效应的充分条件. 对具体的供应链环境来说, 供应商可以根据  $f(\bullet | \theta)$  和当前先验的形式, 直接用数值方法判断是否将发生信息汇聚效应, 但这种数值方法的结果适用范围有限. 这里只考虑一个简单的 3 周期模型, 即供应链只运

作 3 个周期, 此时可以得到一阶条件的展开式.

在第 1 个销售周期, 供应商和零售商对  $\theta$  的先验相同, 供应商生产的产品正好可以满足两个零售商的订货需求. 在第 3 个销售周期, 由于已经到达最后一个周期, 零售商将使用短视策略. 因此可以根据定理 3 给出的充分条件判断是否将发生信息汇聚效应. 在第 2 个销售周期, 零售商  $R_i (i = 1, 2)$  的决策问题是

$$u_2^{R_i} = \min_{y_2^{R_i} \in R} G_2^{R_i}(y_2^{R_i})$$

其中

$$G_2^{R_i}(y_2^{R_i}) = R(\pi_2^{R_i}, y_2^{R_i}) + \int_{y_2^e}^{y_2^c} R[\pi_3^{R_i}(\bullet | x_e), y^M(\pi_3^{R_i}(\bullet | x_e))] m_2^{R_i}(x) dx + R[\pi_3^{R_i}(\bullet | y_2^{R_i,c}), y^M(\pi_3^{R_i}(\bullet | y_2^{R_i,c}))] \times [1 - M_2^{R_i}(y_2^{R_i})] \quad (13)$$

在第 2 个周期的决策会影响第 3 个周期的先验, 因此第 2 个周期, 供应商的先验似然比序占优 (或被占优) 并不能保证一定发生信息汇聚效应, 这时的充分条件将比前面的要严格.

现有文献<sup>[13, 14]</sup>已证明  $y_2^{R_i*} \geq y^M(\pi^{R_i})$ , 下面给出  $y_2^{R_i*}$  的一个上边界. 为方便计, 记

$$\pi_{3e}^{R_i} = \pi_3^{R_i}(\bullet | y_2^{R_i,e})$$

$$\pi_{3c}^{R_i} = \pi_3^{R_i}(\bullet | y_2^{R_i,c})$$

$$y_{3e}^{R_i} = y^M(\pi_{3e}^{R_i})$$

$$y_{3c}^{R_i} = y^M(\pi_{3c}^{R_i})$$

$$I(\pi_2^{R_i}) = \min_{y_2^{R_i} \in R} \int_{y_2^e}^{y_2^c} [M_3^{R_i}(t | y_e) - \lambda] dt$$

$$\varphi(\pi_2^{R_i}, y) = \frac{M_2^{R_i}(y) - \lambda}{m_2^{R_i}(y)}$$

记  $\varphi(\pi_2^{R_i}, y) = I(\pi_2^{R_i})$  的解为  $y^U(\pi_2^{R_i})$ , 可以得到下面的引理.

引理 4 在 3 周期模型中, 若当  $x \geq y^M(\pi_2^{R_i})$

时,  $\frac{\partial f(x | \theta)}{\partial \theta} \leq 0$  则对零售商  $R_i (i = 1, 2)$ , 有

$$y_2^{R_i*} \leq y^U(\pi_2^{R_i}).$$

证明 由 Lu 等<sup>[14]</sup> 的定理 3 可得  $y_2^{R_i}$  应满足的一阶条件为<sup>②</sup>

$$\frac{\partial G_2^{R_i}(y_2^{R_i})}{\partial y_2^{R_i}} = \frac{\partial R(\pi_2^{R_i}, y_2^{R_i})}{\partial y_2^{R_i}} + m_2^{R_i}(y_2^{R_i}) \times$$

$$\{R[\pi_{3e}^{R_i}, y_{3e}^{R_i}] - R[\pi_{3e}^{R_i}, y_{3c}^{R_i}]\} = 0$$

由

$$\frac{\partial R(\pi_2^{R_i}, y_2^{R_i})}{\partial y_2^{R_i}} = (c - p) + (p - h)M_2^{R_i}(y_2^{R_i})$$

$$R[\pi_{3e}^{R_i}, y_{3e}^{R_i}] = p \int_{y_2^e}^{y_2^c} m_3^{R_i}(t | y_2^{R_i,e}) dt +$$

$$h \int_{y_2^e}^{y_2^c} m_3^{R_i}(t | y_2^{R_i,e}) dt$$

$$R[\pi_{3e}^{R_i}, y_{3c}^{R_i}] =$$

$$y_{3c}^{R_i} \{ (c - p) + (p - h)M_3^{R_i}(y_{3c}^{R_i} | y_2^{R_i,e}) \} +$$

$$p \int_{y_2^e}^{y_2^c} m_3^{R_i}(t | y_2^{R_i,e}) dt +$$

$$h \int_{y_2^e}^{y_2^c} m_3^{R_i}(t | y_2^{R_i,e}) dt$$

故有

$$\frac{1}{(p - h)} \frac{\partial G_2^{R_i}(y_2^{R_i})}{\partial y_2^{R_i}} = -\lambda + M_2^{R_i}(y_2^{R_i}) +$$

$$m_2^{R_i}(y_2^{R_i}) \times \int_{y_2^e}^{y_2^c} \{ \lambda - M_3^{R_i}(y_{3c}^{R_i} | y_2^{R_i,e}) \} +$$

$$\int_{y_2^e}^{y_2^c} m_3^{R_i}(t | y_2^{R_i,e}) dt \}$$

又由

$$\int_{y_2^e}^{y_2^c} m_3^{R_i}(t | y_2^{R_i,e}) dt = y_{3e}^{R_i} M_3^{R_i}(y_{3e}^{R_i} | y_2^{R_i,e}) -$$

$$\lambda y_{3e}^{R_i} - \int_{y_2^e}^{y_2^c} M_3^{R_i}(t | y_2^{R_i,e}) dt$$

可将一阶条件化为

$$\frac{1}{(p - h)} \frac{\partial G_2^{R_i}(y_2^{R_i})}{\partial y_2^{R_i}} = M_2^{R_i}(y_2^{R_i}) - \lambda -$$

$$m_2^{R_i}(y_2^{R_i}) \int_{y_2^e}^{y_2^c} [M_3^{R_i}(t | y_2^{R_i,e}) - \lambda] dt = 0$$

即

$$\frac{M_2^{R_i}(y_2^{R_i}) - \lambda}{m_2^{R_i}(y_2^{R_i})} = \int_{y_2^e}^{y_2^c} [M_3^{R_i}(t | y_2^{R_i,e}) - \lambda] dt$$

(14)

若当  $x \geq y^M(\pi_2^{R_i})$  时,  $\frac{\partial f(x | \theta)}{\partial x} \leq 0$  则易知

此时  $m_2^{R_i}(x)$  单减, 而  $\varphi(\pi_2^{R_i}, x)$  单增. 又由式 (14)

可知  $y_2^{R_i*}$  满足

$$\varphi(\pi_2^{R_i}, y_2^{R_i*}) \leq I(\pi_2^{R_i}) = \varphi(\pi_2^{R_i}, y_2^U(\pi_2^{R_i}))$$

② Lu 等<sup>[14]</sup> 中的定理 3 给出了多周期情况下, 最优解应满足的一阶条件, 使用的符号也与本文不同, 此处作了简化和转换.

故必有  $y_2^{R_2^*} \leq y^U(\pi_2^{R_2})$  证毕.

引理 4 的条件实际上是要求  $f(\cdot | \theta)$  是扁尾分布, 这对于支持集为  $(0 + \infty)$  的分布来说很容易满足. 关于  $I(\pi_2^{R_2})$ , 做了大量的数值实验, 试图找出其取值点的规律. 对于  $f(\cdot | \theta)$  为指数分布的情况, 若  $\pi_2^{R_2}$  为线性先验, 可以证明  $I(\pi_2^{R_2})$  将在  $y_2^{R_2} = 0$  时取值, 但对其他的情况, 发现并不总是如此, 这依赖于  $f(\cdot | \theta)$  和  $\pi_2^{R_2}$  的形状.

定理 4 若当  $x \geq y^M(\pi_2^{R_2})$  时,  $\frac{\partial f(x | \theta)}{\partial x} \leq 0$

则在 3 周期模型的第 2 个销售周期发生信息汇聚效应的充分条件为

$$y^M(\pi_2^S) \geq \max\{y^U(\pi_2^{R_1}), y^U(\pi_2^{R_2})\}$$

或

$$y^U(\pi_2^S) \leq \min\{y^M(\pi_2^{R_1}), y^M(\pi_2^{R_2})\}$$

定理 4 可由引理 4 得出, 证明略. 当需求信息只可部分观察时, 直接由历史信息来判断是否会发生信息汇聚效应的方法不再可行, 一定量的计算是难以避免的.

对周期更长的供应链, 零售商的最优策略需要同时考虑当期周期和以后所有周期, 这就需要求解式 (10), 计算量太大, 因此实际应用通常是用简单的近似解代替最优解. 短视策略只考虑当前周期, 这种策略虽然易于计算, 但近似程度有限, 改进的方法之一是在决策时同时考虑当前周期和下一个周期, 即向前看一步, 这相当于把每一周期 (除第一个和最后一个周期) 都当成 3 周期模型的第 2 个周期, 因此对多周期供应链中的信息汇聚效应, 这里给出的充分条件可以用作辅助判断.

### 4 数值算例和模拟

以服从指数分布的需求为例来说明上面的结论, 指数分布是形式最简单的报童分布<sup>[11]</sup>. 设两个市场在各销售周期的需求服从均值为  $\theta$  的指数分布, 即  $f(x | \theta) = \frac{e^{-x/\theta}}{\theta}$ , 则有

$$\frac{\partial f(x | \theta)}{\partial \theta} = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta} (x - \theta) \quad (15)$$

若需求信息可完全观察, 则由定理 2 可知, 此时  $R_1 = [0, \theta]$ ,  $R_2 = (\theta, \bar{\theta})$  和  $R_3 = [\bar{\theta}, +\infty)$ , 这

说明如果两个零售商观察到的历史需求量总是小于均值下界或者总是大于均值上界, 那么供应链中必将发生信息汇聚效应. 还可以计算出各个周期发生信息汇聚效应的概率, 由

$$\begin{aligned} P(x \in R_1) &= F(\theta | \theta_0) \\ &= 1 - e^{-\theta/\theta_0} \geq 1 - e^{-\theta/\bar{\theta}} \\ P(x \in R_3) &= 1 - F(\bar{\theta} | \theta_0) \\ &= e^{-\bar{\theta}/\theta_0} \geq e^{-\bar{\theta}/\theta} \end{aligned} \quad (16)$$

可知,  $\bar{\theta}/\theta$  越小,  $P(x \in R_1)$  和  $P(x \in R_3)$  的下界越大. 因此, 区间  $\Theta$  越向  $\theta_0$  集中, 定理 2 的充分条件就越容易满足. 在供应链中发生信息汇聚效应的概率的下界越大. 例如,  $\Theta = [100, 200]$  时, 在第 2 周期发生信息汇聚效应的概率不小于 0.173. 而  $\Theta = [150, 170]$  时, 在第 2 周期发生信息汇聚效应的概率将不小于 0.447. 如果区间  $\Theta$  足够短, 发生信息汇聚效应的概率是很可观的.

定理 2 给出的充分条件虽然很严格, 但如果发生偏离, 就可能不会发生信息汇聚效应. 例如: 设供应链已运作了 3 个周期,  $\Theta = [140, 150]$ , 零售商  $R_1$  观察到的数据为,  $(x_1^{R_1}, x_2^{R_1}, x_3^{R_1}) = (155, 155, 180)$ ,  $R_2$  观察到的数据为  $(x_1^{R_2}, x_2^{R_2}, x_3^{R_2}) = (155, 110, 155)$ , 可见除  $x_3^{R_2} \notin R_3$  外, 其余数据均在  $R_3$  内, 但对  $\forall \lambda > 0$  总有  $y_4^{R_2^*} < y_4^S < y_4^{R_1^*}$ , 即在第 4 个周期将不会发生信息汇聚效应.

若需求只可部分观察, 计算最优订货策略很困难, 也难以准确地估计各周期发生信息汇聚效应的概率, 但可以借助定理 3 和定理 4 做辅助判断. 定理 3 假设各企业采用短视策略订货, 定理 4 实际上是假设各企业采用向前一步的策略订货, 可以比较这两个近似策略与最优策略, 查看在这 3 种策略下信息汇聚效应发生的概率. 设  $\theta_0 = 120$ ,  $\lambda = 0.9$ . 供应链共运作 6 个周期. 由文献 [11] 知, 报童分布 (包括指数分布) 的共轭分布为 Gamma 分布, 故为计算方便, 取

$$\pi_1(\theta | a, S) = \frac{S^a e^{-S/\theta}}{\Gamma(a)\theta^{a-1}}$$

其中:  $a = 2$ ,  $S = 100$

对该供应链运作进行 1 000 次模拟, 记录各周期发生信息汇聚效应的次数, 以频率近似概率, 则 3 种订货策略下发生信息汇聚效应的概率如图 1 所示.

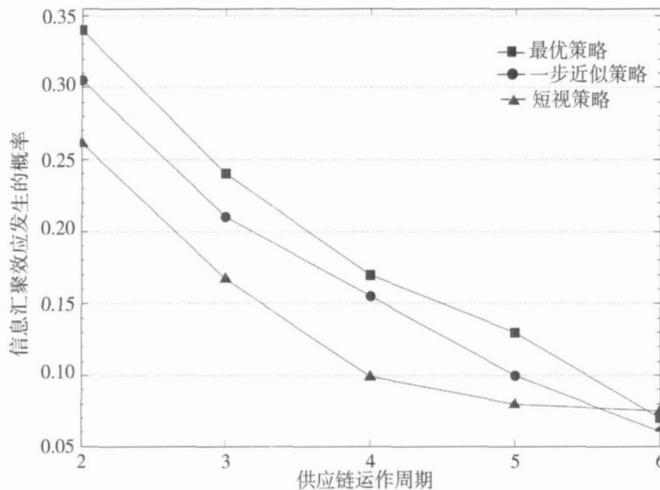


图 1 3种订货策略下发生信息汇聚效应的概率

Fig. 1 Probabilities of information pooling effect under three ordering policies

从图 1 可以看出,不论企业采用何种订货策略,信息汇聚效应发生的概率都随着供应链运作周期的增多而逐渐减小,这是因为随着需求样本容量的增大,供应商和零售商对市场需求的认识将逐渐趋于一致,供应商的先验落入两个零售商先验之间的概率增大,信息汇聚效应随之减少。但可以看到,在供应链初期,发生信息汇聚效应的概率不能忽略。

## 5 牛鞭效应、信息共享和信息汇聚效应

信息汇聚效应会使得上游企业认为市场过度膨胀或萎缩,这种上游的波动现象很容易让人联想到供应链中著名的牛鞭效应。牛鞭效应最先在实际供应链中被观察到<sup>[23]</sup>,是指下游企业的需求信息在向上游企业传递时波动逐级放大的现象。在 Lee 等<sup>[20-23]</sup> 深入分析牛鞭效应后,许多学者研究了牛鞭效应现象。本文提出的信息汇聚效应与牛鞭效应主要的不同之处在于:(1)牛鞭效应是指需求的方差在上游放大,而信息汇聚效应是指需求量在上游过度放大或缩小;(2)牛鞭效应主要是由订货环节的策略引起<sup>[20]</sup>,而信息汇聚效应则是由信息共享引起;(3)牛鞭效应通常是在需求已知假设下分析,而信息汇聚效应则是在需求未知假设下分析;(4)信息共享是解决牛鞭效应最直接的方法,但这却会造成信息汇聚效应。

为了解决“牛鞭效应”问题,国内外学者先后

提出了许多解决方案,如 VM I或 CRP 采购承诺和数量柔性、缩短提前期的快速响应 (quick response) 以及第 3 方物流等,但是最直接的方法是实现供应链成员间信息共享<sup>[24]</sup>。实际上,信息共享不仅能够有效解决牛鞭效应造成的问题,还可以加强供应链成员间的信任和合作,对促进供应链联盟具有重要作用。因此,虽然有学者认为信息共享没有价值<sup>[25]</sup>,但信息共享已经成为建设供应链关系的基础工作之一。

然而,供应链中的信息共享并非是“完全”的。通常讨论的信息共享主要是指下游企业向上游企业共享需求信息,少数文献也分析了上游企业向下游共享物流等信息的作用<sup>[26]</sup>,也就是说供应链中的信息共享都是上下游之间的纵向共享 (vertical information sharing),同一个层次的企业之间的横向信息共享 (horizontal information sharing) 不是必须的。实际上,由于同层次的企业之间有竞争关系,需求信息的横向共享会被尽量避免<sup>[27]</sup>。Li<sup>[28]</sup> 分析过这个问题,他指出在下游有水平竞争的供应链中,纵向信息共享会改变各企业的决策(称为直接效应),下游企业在观察到上游企业的决策后会推测竞争对手的私有信息(称为泄露效应),两种效应都会阻止下游企业共享需求信息。因此,认为“完全”的信息共享是不可行的,下游企业不会愿意上游将自己的需求信息透露给竞争对手,需求信息的共享只能是单向的。

在分析信息汇聚效应时的一个重要假设是需求信息是单向的纵向共享,不能由供应商反馈给

零售商, 从而在每个周期末同步更新各企业的先验. 本文认为这符合实际情况, 零售商不会将自己私有的需求信息直接或间接交给竞争对手. 在只有单向的信息共享的供应链中, 信息汇聚效应就可能发生. 需要说明的是, 本文中信息共享的内容仅包括需求信息 (即各期观察到的需求数据), 信息共享是单向的, 但对于其他类型的信息, 如库存信息、生产信息等, 信息共享可能有双向的、完全的共享.

从表面上看, 信息汇聚效应发生的原因在于单向的信息共享和信息汇聚, 但是更深层次的原因在于供应链成员间的利益冲突. 在由一个供应商和多个零售商组成的供应链中, 有两种竞争关系: 一方面, 供应商与零售商之间存在纵向的竞争, 争夺供应链的利润, 这种利益冲突的结果就是著名的“双边际效应”; 另一方面, 在多个零售商之间, 还存在水平的竞争, 争夺终端市场的顾客需求, 这种利益冲突的结果是零售商之间保守私有信息, 市场信息不对称. 因此, 在  $1$  对  $N$  结构的供应链中, 存在着纵向和水平的二维利益冲突. 传统的信息共享关注于仅有一维纵向利益冲突的供应链, 可以解决上下游间的信息不对称问题, 但是却无法解决含有二维利益冲突的信息不对称问题, 正是这种不“完全”的信息共享直接导致了信息

汇聚效应的发生.

## 6 结束语

在需求未知情况下, 上下游企业由于占有的信息量不同, 对市场的认识总是会有所差异, 这种差异严重到一定程度就会发生信息汇聚效应, 即上游企业认为下游市场过度膨胀或萎缩. 本文分析了需求可完全观察和可部分观察两种情况下, 发生信息汇聚效应的充分条件. 本文给出的充分条件适用较为一般的情况, 对于具体的需求函数和先验, 可以给出更细致的充分条件. 信息汇集效应虽不是普遍现象, 但只要满足一定条件, 在供应链中发生信息汇聚的概率会很可观. 在具体条件下, 可根据本文给出的充分条件估算信息汇聚效应发生的概率的下界.

本文发现信息汇聚效应的发生与需求函数和先验的曲线形状密切相关, 这也说明在不同类型的供应链中发生信息汇聚效应的概率也会不同. 目前, 只从理论上肯定了信息汇聚效应发生的可能性, 下一步还需要实证分析. 在新品市场上, 需求高度不确定, 产品严重缺货或积压的情况时有发生, 这其中就可能发生信息汇聚效应.

## 参考文献:

- [1] Conrad S A. Sales data and the estimation of demand [J]. *Operational Research Society*, 1976, 27(1): 123—127.
- [2] Chen L. Optimal Information Acquisition, Inventory Control, and Forecast Sharing in Operations Management [D]. Department of Management Science and Engineering, Stanford University, 2005.
- [3] Scarf H E. Bayes solution of the statistical inventory problem [J]. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1959, 30(2): 490—508.
- [4] Hayes R H. Statistical estimation problems in inventory control [J]. *Management Science*, 1969, 15(11): 686—701.
- [5] Lovejoy W S. Myopic policies for some inventory models with uncertain demand distribution [J]. *Management Science*, 1990, 36(6): 724—738.
- [6] Karlin S. Dynamic inventory policy with varying stochastic demands [J]. *Management Science*, 1960, 6(3): 231—258.
- [7] Iglehart D L. The dynamic inventory problem with unknown demand distribution [J]. *Management Science*, 1964, 10(3): 429—440.
- [8] Scarf H E. Some remarks on Bayes solution to the inventory problem [J]. *Naval Research Logistics Quarterly*, 1960, 7(4): 591—596.
- [9] Azouy K S. Bayes solution to dynamic inventory models under unknown demand distribution [J]. *Management Science*, 1985, 31(9): 1150—1160.
- [10] Lovejoy W S. Myopic policies for some inventory models with uncertain demand distribution [J]. *Management Science*, 1990, 36(6): 724—738.

- [ 11] Braden D J, Freimer M. Information dynamics of censored observations[ J]. *Management Science*, 1991, 37(11): 1390—1404
- [ 12] Larive M A, Porteus E L. Stalking information: Bayesian inventory management with unobservable lost sales[ J]. *Management Science*, 1999, 45(3): 346—363
- [ 13] Ding X, Puterman M L, Bisi A. The censored newsvendor and the optimal acquisition of information[ J]. *Operations Research*, 2002, 50(3): 517—527
- [ 14] Lu X, Song J, Zhu K. Inventory Control with Unobservable Lost Sales and Bayesian Updates[ R]. Hong Kong University of Science and Technology, Working Paper, 2005
- [ 15] Chen L, Plambeck E L. Dynamic Inventory Management with Learning About the Demand Distribution and Substitution Probability[ R]. Stanford University, Working Paper, 2006
- [ 16] Zhang J, Chen J. Bayesian solution to pricing and inventory control under unknown demand distribution[ J]. *Operations Research Letters*, 2006, 34(5): 517—524
- [ 17] 陈旭. 需求信息更新条件下易逝品的批量订货策略[ J]. *管理科学学报*, 2005, 8(5): 38—42  
Chen Xu. Optimal batch-ordering policy for perishable products with demand information updating[ J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2005, 8(5): 38—42 (in Chinese)
- [ 18] 周茵, 李董辉. 具有两阶段生产模式的一类短生命周期产品的供应链协调[ J]. *系统工程理论与实践*, 2006, 26(12): 17—24  
Zhou Yin, Li Donghui. Effective production planning for fashion goods with uncertainty in demand and two production modes[ J]. *Systems Engineering Theory & Practice*, 2006, 26(12): 17—24 (in Chinese)
- [ 19] 何勇, 何炬, 杨德礼. 需求不确定下的补偿策略理论模型[ J]. *管理科学学报*, 2004, 7(6): 30—36  
He Yong, He Ju, Yang Deli. Theoretical model of return policy under demand uncertainty[ J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2004, 7(6): 30—36 (in Chinese)
- [ 20] Lee H L, Padmanabhan V, Whang S. Information distortion in a supply chain: The bullwhip effect[ J]. *Management Science*, 1997, 43(4): 546—558
- [ 21] Harpza G, Lee W Y, Winkler R L. Learning, experimentation, and the optimal output decisions of a competitive firm[ J]. *Management Science*, 1982, 28(6): 589—603
- [ 22] Lovejoy W S. Suboptimal policies with bounds for parameter adaptive decision processes[ J]. *Operations Research*, 1993, 41(3): 583—599
- [ 23] Lee H L, Padmanabhan V, Whang S. The bullwhip effect in supply chains[ J]. *Sloan Management Review*, 1997, 38(2): 93—102
- [ 24] Cachon G P, Fisher M. Supply chain inventory management and the value of shared information[ J]. *Management Science*, 2000, 46(8): 1032—1048
- [ 25] Graves S C. A single item inventory model for a nonstationary demand process[ J]. *Manufacturing & Service Operations Management*, 1999, 1(1): 50—61
- [ 26] Fu Y, Piplani R. Supply-side collaboration and its value in supply chains[ J]. *European Journal of Operational Research*, 2004, 152(1): 281—288
- [ 27] Raith M. A general model of information sharing in oligopoly[ J]. *Journal of Economic Theory*, 1996, 71(1): 260—288
- [ 28] Li L. Information sharing in a supply chain with horizontal competition[ J]. *Management Science*, 2002, 48(9): 1196—1212

## Pooled information effect in supply chains with unknown demand

LIU Kai-jun, ZHANG Zi-gang

School of Management, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

**Abstract** This paper considers a two-stage supply chain consisting of a supplier and two retailers and assumes  
(下转第 144 页)

## Analytic valuation of the callable convertible discount bonds: Equivalent decomposition method

ZHOU Qi-yuan<sup>1, 2</sup>, WU Chong-feng<sup>1</sup>, LIU Hai-long<sup>1</sup>

1. Antai School of Economics & Management, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200052, China

2. Taipingyang Asset Management Ltd., Shanghai 200120, China

**Abstract** Under the Black-Scholes framework, according to the risk-neutral valuation principle, we present an equivalent decomposition method for the Callable Convertible Discount Bonds (CCDB). Based on this method, we equivalently decompose one CCDB into the portfolio of five kinds of simple and tradable securities: two regular American Binary Calls with immediately-made fixed payments, one regular Up-and-Out Call, one regular American binary call with a fixed payment that is deferred until maturity, and one corresponding discount bond. Then, we work out the analytic valuation formula for CCDB. At the same time, we validate this valuation formula with Monte Carlo simulation. Compared with the existing numerical procedures, this method can not only give much new insight to the value composition of CCDB, but also greatly speed up the valuation of CCDB.

**Key words** callable convertible discount bonds; equivalent decomposition method; up-and-out call; American binary calls; derivative pricing

(上接第 114页)

that the demand distribution is unknown and that there is information sharing in supply chains, since the demand information is pooled at the supplier, the supplier and the retailers will obtain different information, which may lead the supplier to think the market has expanded or shrank too much. We call this phenomenon Pooled Information Effect (PIE). To analyze conditions for PIE, two cases are discussed. In the case of fully observable demand information, we present the sufficient condition for PIE in multi-period supply chains. In the case of partially observable demand information, we present the sufficient condition for PIE in multi-period supply chains when the myopic inventory strategy is adopted and that in a three-period supply chain when optimal inventory strategy is adopted. Numerical examples and simulations show that the probability of PIE is considerably greater under certain conditions. Finally, we analyze the relationship among the bullwhip effect, information sharing and pooled information effect.

**Key words** supply chain management; unknown demand; pooled information effect; information sharing