基于基元前景交叉判断的前景价值模型①

李春好, 杜元伟, 刘成明, 蔡 莉
(吉林大学管理学院, 长春 130025)

摘要: 针对现有概率权重非参数确定方法存在的两方面缺陷,即因假设概率权重仅与概率有关而没有考虑概率权重受概率与结果共同影响的问题和没有针对决策者主观判断不准确性予以判断偏差有效控制的问题,通过引入两两比较思维构建了反映概率和结果对概率权重复杂影响的基元前景两两比较交叉判断新模式,并在此基础上运用误差控制优化技术提出了基元前景价值确定模型和前景优劣排序模型.数值模拟分析结果表明,应用前景优劣排序模型得到的前景排序与“假定能够事先知道、能够真实反映决策者在有限理性下实际选择行为”的真实排序具有高度一致性,证实了其克服现有非参数法固有缺陷的有效性.

关键词: 前景理论; 行为决策; 基元前景; 两两比较判断; 交叉判断
中图分类号: C934 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807(2010)02-0012-12

0 引 言

Kahneman和 Tversky[1]从决策行为的有限理性出发提出了挑战期望效用理论的前景理论(prospect theory).该理论自提出以来受到了学术界的高度关注,被认为能够比期望效用理论更真实地反映人类风险决策的实际择优行为.前景理论将决策问题可能出现的状态称作结果,将各种结果及其发生概率所组成的序列称作前景,并认为前景的价值是由结果的价值和对概率进行转换的概率权重所决定的.迄今,现有文献就如何确定结果发生概率所对应的概率权重问题,给出了参数法和非参数法.其中,参数法需要决策者利用确定性等价(certainty equivalence CE)或概率等价(probability equivalence PE)关系先主观判断出一组前景的价值或与它们等价的其他前景,然后使用最大似然度估计等技术拟合出概率权重与结果发生概率之间的具体函数式[1-5].非参数法则是借助确定性等价关系或价值权衡(trade-off)原理,由决策者主观判断出一组特定前景(特殊前景)在价值等价条件下所对应的结果或概率,然后利用这些估计值离散地确定出一组对应于特定前景各概率取值的概率权重[5-7].由于参数法采用的拟合技术需由经验事先假设出概率权重函数式,因此当假定的函数式不能通过统计检验时该方法便会失效[6-7].而非参数法由于是离散地确定出一组概率所对应的概率权重,不需要事先假设概率权重函数式,特别适用于决策者的行为偏好较为复杂、凭经验给出的概率权重函数式难以通过统计检验的场合,或从更具一般意义上讲,特别适用于难以凭借经验假定或没有理由假定概率权重函数具体形式的场合,因此是适用场合宽广、富有灵活柔性的概率权重估计方法.但是,现有的各种非参数法均直接利用决策者主观判断出的结果或概率去确定概率权重[5-7],并没有针对主观判断不准确性予以判断偏差控制(如对主观判断逻

① 收稿日期: 2008-08-04; 修订日期: 2009-06-03.
基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(70732005); 国家自然科学基金资助项目(70971054; 70471015); 教育部人文社会科学研究规划资助项目(09YJA630047); 吉林省软科学研究资助项目(20080610); 吉林大学‘211’工程资助项目; 吉林大学基本科研业务费资助项目(2008JC012).
作者简介: 李春好(1966—), 男, 辽宁盖州人, 博士, 教授, 博士生导师. Email: jyhlichunhao@sina.com
© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

辑不一致的控制)[8], 因而所得出的概率权重在反映决策者真实行为偏好上的可信性是令人质疑的.

迄今, 在前景理论研究领域绝大多数文献均认为概率权重的取值仅受概率大小的影响. Dyer和 Jia[9]、Tamura[10]等学者对此看法提出了质疑, 并认为概率权重是受概率和结果共同影响的二元函数. 但是, Dyer和 Jia给出的方法只是对前景理论原有概率权重函数式的修正, 需要通过假定的修正函数式去拟合确定概率权重, 因此仍具有前述参数法的固有缺陷; 而 Tamura也仅是从理论上推广证明了概率权重受概率和结果共同影响时前景价值与概率权重、结果价值之间的数学关系, 并没有讨论此情境下的概率权重数值估计问题. 由此可见, 如何在概率权重受概率和结果共同影响这一复杂情境下克服现有方法的固有缺陷、合理估计出概率权重和前景价值以适应现实复杂决策问题的需要, 目前仍是一项学术空白.

鉴于上述两方面问题和应用前景理论解决现实问题的需要, 本文首先给出相关预备知识和非参数概率权重确定方法的研究进展评述, 然后基于概率权重非参数方法的离散估计思想, 通过构建对前景的两两比较交叉判断矩阵和相应的优化方法来纳入概率和结果对概率权重的二元复杂影响并对决策者主观判断偏差予以识别控制, 提出能够填补上述学术空白的前景价值模型.

1　相关预备知识与研究进展评述

1.1　前景理论及其发展

设决策问题可能出现的状态结果为 x_i, $i = 1, 2, \cdots, n$, $x_1, x_2, \cdots, x_n$, 结果 x_i 出现的概率为 p_i, $i = 1, 2, \cdots, n$, 这些结果和概率所组成的序列记作前景 $(x_1, p_1; x_2, p_2; \cdots; x_n, p_n)$, 则在经典前景理论[1]中 $(x_1, p_1; x_2, p_2; \cdots; x_n, p_n)$ 的价值为

$$V(x_1, p_1; x_2, p_2; \cdots; x_n, p_n) = \sum_{i=1}^{n} w(p_i)v(x_i) \quad (1)$$

式(1)中 $w(p_i)$ 为对应于概率 p_i 的概率权重, $v(x_i)$ 为结果 x_i 的价值. Kahneman和 Tversky认为 $w(p_i)$ 和 $v(x_i)$ 可分别由式(2)和(3)予以确定

$$w(p_i) = \frac{p_i^{\gamma}}{[p_i^{\gamma} + (1-p_i)^{\gamma}]^{1/\gamma}}, \ 1 \leqslant i \leqslant n \quad (2)$$

$$v(x_i) = x_i^{\alpha}, \ x_i \geqslant 0, \ 1 \leqslant i \leqslant n, \quad (3)$$

其中 γ、α为由参数法拟合得出的参数. 据对有代表性文献的总结, γ的取值有 0.96、0.71、0.67、0.61、0.60、0.56、0.50, α的取值有 0.88、0.82、0.50、0.48、0.25、0.19[11].

目前确定概率权重 $w(p_i)$ 的非参数法有 Currim和 Sarin[5]基于 CE原理提出的非参数 CE法和 Bleichrodt和 Pinto[6]、Abdellaoui[7]分别在价值权衡原理上提出的两种非参数两阶段法. 其中, CE法基于决策者主观绝对判断出的、与特定前景 $(x_\cdot, p_\cdot; 0, 1-p_\cdot)$ 价值相等的确定性前景 $(\hat{x_\cdot}, 1; 0, 0)$ (记作 $(\hat{x_\cdot}, 1)$) 所对应的结果 $\hat{x_\cdot}$ 来确定特定概率 $p_\cdot$ 的概率权重 $w(p_\cdot)$. 其具体公式为

$$w(p_\cdot) = v(\hat{x_\cdot})/v(x_\cdot) \quad (4)$$

显然, 当结果的价值采用参数法估计时, 式(4)中结果价值 $v(\hat{x_\cdot})$ 和 $v(x_\cdot)$ 可以由式(3)予以确定, 但 Currim和 Sarin为了与概率权重的非参数估计相匹配, 建议使用非参数程序去估计结果价值 $v(\hat{x_\cdot})$ 和 $v(x_\cdot)$. 具体程序为: 首先给出 q 个以零为最小值的等差结果 (记作序列 $x'_1, x'_2, \cdots, x'_q$); 然后让决策者分别判断出序列中相邻结果之间的价值差即 $v(x'_2)-v(x'_1)$, $v(x'_3)-v(x'_2)$, $\cdots$, $v(x'_q)-v(x'_{q-1})$; 最后按照表达式

$$v(x'_{i'}) = \sum_{j'=1}^{i'} [v(x'_{j'}) - v(x'_{j'-1})], \quad 1 \leqslant i' \leqslant q \quad (5)$$

得出等差结果序列中第 i' 个结果的价值估计值. 当 $\hat{x_\cdot}, x_\cdot \notin \{x'_1, x'_2, \cdots, x'_q\}$ 时, 则分别从等差结果序列中找出与它们相邻的两个结果, 利用其价值估计值通过插值分别得出 $v(\hat{x_\cdot})$ 和 $v(x_\cdot)$[5].

由上述概率权重的确定过程可以看出, 非参数 CE法不仅没有讨论主观判断偏差的检验与控制问题, 而且也没有讨论某一概率对应的概率权重值在结果取不同水平值时是否会产生差异的问题, 其依赖的理论观点是概率权重仅受概率大小的影响、不受结果水平的影响.

在 Bleichrodt和 Pinto[6]提出的概率权重非参数两阶段确定方法中, 第 1阶段先由价值权衡等价判断出保证结果价值等距的标准结果序列 $x_{s0}, \cdots, x_{sh}$, 然后在第 2阶段再由价值权衡等价判

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

断得出针对概率较小和概率较大两种情形的概率权重. 概率权重的具体表达式如下

$$w(p_\cdot)=\frac{v(x_{s_{h1}})-v(z_1)}{[v(x_{s_{h1}})-v(z_1)]+[v(x_{s_{h3}})-v(x_{s_{h2}})]} \tag{6}$$

$$w(p_\cdot)=\frac{v(x_{s_{h5}})-v(x_{s_{h_4}})}{[v(z_2)-v(x_{s_{h6}})]+[v(x_{s_{h5}})-v(x_{s_{h4}})]} \tag{7}$$

式(6)适用于概率 $p_\cdot$ 较小情形, 要求在第 2阶段选取的结果 z_1 需保证前景 $(x_{s_{h2}}, p_\cdot; x_{s_{h1}}, 1-p_\cdot)$ 和前景 $(x_{s_{h3}}, p_\cdot; z_1, 1-p_\cdot)$ 价值等价, 其中 $x_{s_{h1}}, x_{s_{h2}}, x_{s_{h3}}$ 为标准结果序列 $x_{s_0}, \ldots, x_{s_h}$ 中的元素, 并且 $x_{s_{h1}} \leqslant x_{s_{h2}} \leqslant x_{s_{h3}}$. 式(7)适用于概率 $p_\cdot$ 较大情形, 要求在第 2阶段选取的结果 z_2 需保证前景 $(x_{s_{h6}}, p_\cdot; x_{s_{h5}}, 1-p_\cdot)$ 和前景 $(z_2, p_\cdot; x_{s_{h4}}, 1-p_\cdot)$ 价值等价, 其中的 $x_{s_{h4}}, x_{s_{h5}}, x_{s_{h6}}$ 也是标准结果序列 $x_{s_0}, \ldots, x_{s_h}$ 中元素, 并且 $x_{s_{h4}} \leqslant x_{s_{h5}} \leqslant x_{s_{h6}}$.

在 Abdellaoui[7] 提出的概率权重 $w(p_\cdot)$ 非参数两阶段确定方法中, 第 1阶段与 Bleichrodt和 Pinto的非参数方法的第 1阶段完全一样, 也是先判断出标准结果序列 $x_{s_0}, \ldots, x_{s_h}$, 但在第 2阶段价值权衡等价判断中, 需要针对概率 $p_\cdot$ 通过判断选取标准结果序列中的元素 x_{s_l}, 以保证前景 $(x_{s_h}, p_\cdot; x_{s_0}, 1-p_\cdot)$ 和确定性前景 $(x_{s_l}, 1; x_{s_0}, 0)$ 即 x_{s_l} 价值等价. Abdellaoui给出的概率权重表达式为

$$w(p_\cdot) = \frac{v(x_{s_l}) - v(x_{s_0})}{v(x_{s_h}) - v(x_{s_0})} \tag{8}$$

分析 Abdellaoui的概率权重非参数两阶段法可知, 能够在标准结果序列中判断选取到元素 x_{s_l} 以保证前景 $(x_{s_h}, p_\cdot; x_{s_0}, 1-p_\cdot)$ 和 x_{s_l} 价值等价是该方法能否具有实际应用可行性的技术前提. 而若假定这一前提成立也就假定了该方法在前后两阶段前景价值等价权衡中使用的概率水平是相同的, 或者从更有方法应用价值的层面上讲, 在两阶段前景价值等价权衡中假定的是概率权重相对结果水平保持不变. 事实上, 若深入分析 Abdellaoui及 Bleichrodt和 Pinto的概率权重非参数两阶段法所使用的标准结果序列 $x_{s_0}, \ldots, x_{s_h}$ 价值等距的证明过程(参见文后附录), 也可以充分看出它们均认为概率权重相对于前景价值等价权衡中涉及的结果水平(如结果 R^+ 和 R^-)是保持不变的. 需要指出的是, Bleichrodt和 Pinto在文献[6]的引言中的确注意到了概率权重会受到结果影响的问题, 只是在方法构建中因直接采用了 Wakker和 Deneffe提出的标准结果序列构建方法而疏忽了此问题[12]. 与 Bleichrodt和 Pinto不同, Dyer和 Jia[9], Tamura[10], Hogarthh和 Einhorn[13]等学者则明确认为概率权重会受到结果的影响, 并且 Dyer和 Jia[9] 给出了概率权重受结果 $(x_\cdot)$ 和概率 $(p_\cdot)$ 影响的拟合函数式

$$w(p_\cdot, x_\cdot) = p_\cdot^{\beta} - B p_\cdot^{\lambda} x_\cdot^{\lambda-\beta}(1-p_\cdot^{1-\theta}) \tag{9}$$

其中, β, λ, θ, B 为拟合参数. 其不足主要是在适用场合上存在参数法的固有缺陷[6-7].

分析式(6)～(8)可以看出, 两种概率权重非参数两阶段法在第 2阶段确定概率权重时均需要依赖决策者在第 1阶段主观给出的标准结果序列. 这样, 第 1阶段产生的判断偏差便会传递到第 2阶段, 从而加大概率权重的估计误差, 因此 Bleichrodt和 Pinto与 Abdellaoui在文献[6]和[7]中均明确承认他们给出的概率权重确定方法具有产生误差放大效应的技术缺陷. 但是, 对此问题他们并没有给出相应的(事前/事中)控制手段, 只是给出了在他们的实验研究中误差放大效应经统计分析并不显著的个案性研究结论[6-7]. 从实质上讲, 他们对误差放大效应所采取的实验研究属于事后统计检验控制, 因而与概率权重估计的参数法类似也会因不能通过统计检验而出现失效问题. Abdellaoui和 Bleichrodt最近再次指出误差放大效应问题的存在, 但在问题处理上采取的仍然是事后实验统计分析[14]. Abdellaoui在经典期望效用理论的推广研究中虽提出了概率权衡一致性条件, 但并没有在此基础上研究相应的误差放大效应控制手段[15]. 不仅如此, 对概率权衡一致性条件, L'Haridon[16] 最近还指出它所保证的仅是概率权重独立于结果状态的排序一致性. 因此, 迄今对概率权重非参数两阶段法也更没有基于概率权重受概率和结果共同影响所开展的主观判断偏差控制研究.

综合以上两方面的分析可知: 迄今, 概率权重非参数两阶段法和非参数 CE法一样不仅没有讨论概率权重为二元函数复杂情境下的数值估计问

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

题, 而且也更没有针对 (此情境下) 主观判断偏差给出较有效的控制手段.

1.2 两两比较判断矩阵及其逻辑一致性检验

两两比较判断矩阵是层次分析方法 (AHP) 为确定决策者对一组因素偏好程度所使用的判断信息提取手段[17]. 设有 K 个因素, 两两比较判断矩阵需由决策者主观判断给出, 可以表示为 $\boldsymbol{A}=(a_{st})_{K\times K}$ $(1\leqslant s, t\leqslant K)$, 其中 a_{st} 为第 s 个因素相对于第 t 个因素的偏好程度或重要性. 若决策者认为第 s 个因素相比于第 t 个因素为同样喜好、稍喜好、较喜好、很喜好或极喜好, 则 a_{st} 的取值 (或者说对 a_{st} 的数值标度) 分别为 1、3、5、7、9; 反之, 若第 s 个因素相比于第 t 个因素稍不喜好、较不喜好、很不喜好或极不喜好, 则 a_{st} 分别取 1/3、1/5、1/7、1/9. 当 $\boldsymbol{A}$ 满足 $a_{st}=a_{sk}\cdot a_{kt}$ $(\forall s, k, t=1, 2, \cdots, K)$ 时, 它被称作具有完全逻辑一致性, 此时有

$$\boldsymbol{A}[\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_K]^{\mathrm{T}}=K[\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_K]^{\mathrm{T}} \tag{10}$$

其中, $[\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_K]^{\mathrm{T}}$ 为 K 个因素的偏好权重向量. 由于 $\boldsymbol{A}$ 由决策者主观给出, 通常不会满足 $a_{st}=a_{sk}\cdot a_{kt}$ $(\forall s, k, t=1, 2, \cdots, K)$, 因此为提高决策的质量需要对它进行逻辑一致性检验[14]. 参见式 (11), 若相对一致性指标 $C.R.$ 小于 0.1, 则 $\boldsymbol{A}$ 可通过逻辑一致性检验; 反之则认为 $\boldsymbol{A}$ 存在明显的逻辑错误, 需对其中的元素予以调整 (具体方法见文献 [17]).

$$CR=\frac{\lambda_{\max}-K}{R.I.\times(K-1)} \tag{11}$$

式 (11) 中, $\lambda_{\max}$ 为判断矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的最大特征根, $R.I.$ 为可以通过查表得到的平均随机一致性指标值[17]. 对存在逻辑错误但能够通过逻辑一致性检验的判断矩阵 $\boldsymbol{A}$, 式 (10) 应改写为

$$\boldsymbol{A}[\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_K]^{\mathrm{T}}=K[\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_K]^{\mathrm{T}}+[e_1, e_2, \cdots, e_K]^{\mathrm{T}} \tag{12}$$

其中, $[e_1, e_2, \cdots, e_K]^{\mathrm{T}}$ 为误差调节向量.

2 建模思路与模型的表达

2.1 建模思路

分析非参数 CE法对决策者主观判断信息的提取模式可以看出, 概率权重估计总是以一类特定前景 $(x_\cdot, p_\cdot; 0, 1-p_\cdot)$ 为考察对象的. 为叙述方便, 将该类特定前景称作基元前景并将之简记为 $(x_\cdot, p_\cdot)$. 现有相关文献认为决策者可以利用确定性等价关系找到在价值上与 $(x_\cdot, p_\cdot)$ 相等的确定性前景 $(\hat{x}, 1)$[1-7]. 因此, 若将基元前景 $(x_\cdot, p_\cdot)$、$(x'_\cdot, p_\cdot)$ 和 $(x_\cdot, p'_\cdot)$ 的价值分别记为 $v(x_\cdot, p_\cdot)$、$v(x'_\cdot, p_\cdot)$ 和 $v(x_\cdot, p'_\cdot)$, 决策者可以找到的、分别与这些基元前景等价的确定性前景记为 $(\hat{x}_\cdot, 1)$、$(\hat{x}'_\cdot, 1)$、$(\hat{x}''_\cdot, 1)$, 这些确定性等价前景的价值分别记为 $f(\hat{x}_\cdot, 1)$、$f(\hat{x}'_\cdot, 1)$ 和 $f(\hat{x}''_\cdot, 1)$, 则由确定性等价关系可知 $v(x_\cdot, p_\cdot)=f(\hat{x}, 1)$, $v(x'_\cdot, p_\cdot)=f(\hat{x}'_\cdot, 1)$ 以及 $v(x_\cdot, p'_\cdot)=f(\hat{x}''_\cdot, 1)$; 或者,

$$v(x_\cdot, p_\cdot)/v(x'_\cdot, p_\cdot)=f(\hat{x}_\cdot, 1)/f(\hat{x}'_\cdot, 1) \tag{13}$$

$$v(x_\cdot, p_\cdot)/v(x_\cdot, p'_\cdot)=f(\hat{x}_\cdot, 1)/f(\hat{x}''_\cdot, 1) \tag{14}$$

心理物理学 (Psychophysics) 通过大量的实验发现, 相对度量是比绝对度量更与人类主观判断、直觉思维相匹配的度量模式[18-19], 而式 (13) 和 (14) 的等式右边分别是确定性对象即确定性前景 $(\hat{x}_\cdot, 1)$、$(\hat{x}'_\cdot, 1)$、$(\hat{x}''_\cdot, 1)$ 之间的价值相对比较, 恰好与人类主观判断、直觉思维习惯使用的度量模式相匹配. 因此, 式 (13) 和 (14) 表明, 决策者完全可以对基元前景的价值进行主观偏好的相对判断. 对基元前景进行主观偏好的相对判断, 不仅具有较好符合人类直觉思维习惯的优点, 而且它是在兼顾结果和概率两个基元前景价值影响因素基础上能够包容各种复杂概率权重函数形式和结果价值函数形式的复合判断, 因此可以充分反映出结果水平与概率对概率权重的二元影响机理.

尽管对基元前景进行主观偏好的相对判断具有上述优点, 但它与非参数 CE 法等各种概率权重非参数法类似, 并没有针对决策者主观判断不准确性予以合理控制. 为克服这一缺陷, 提出如下 3个彼此相联系的解决策略. 其一, 采用两两比较判断来刻划决策者对一组基元前景之间的主观偏好相对判断. 最早由 Fechner提出的两两比较判断模式在获取决策者主观判断信息上的有效性不仅已为 Koczkodaj[20] 开展的蒙特卡洛实验所证明, 而且由 AHP发展提出的两两比较判断逻辑一

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

致性检验的可靠性也已为大量、多领域广泛而成功的应用所证实[17]. 因此, 采用该策略不仅可以有效实现对决策者关于一组基元前景给出的主观比较判断结果即两两比较判断矩阵予以逻辑一致性检验, 而且当判断矩阵不能通过逻辑一致性检验时, 还可以利用 AHP的判断矩阵调整技术来指导决策者对有关基元前景相对偏好判断值的调整. 其二, 对同一个基元前景从两个维度上构造两次两两比较判断即基元前景的交叉判断来实现对基元前景主观价值判断的相互对照检验 (基元前景交叉判断方法见下文 2.2). 其三, 对与同一个基元前景相关联的、能够通过逻辑一致性检验的两个两两比较判断矩阵 (实际上是与同一组基元前景相联系的两类两两比较判断矩阵), 构建最优控制模型来优化协调两次 (类) 两两比较判断对每个基元前景的价值估计 (优化控制模型见下文 2.3).

2.2 基元前景的两两比较交叉判断

设决策选择问题有 G个前景, 分别记作

$$L_g = (x_1^{(g)}, p_1^{(g)}; x_2^{(g)}, p_2^{(g)}; \cdots; x_{N_g}^{(g)}, p_{N_g}^{(g)}),\quad 1 \leqslant g \leqslant G$$

将这些前景中的结果和概率取值 ($x_r^{(g)}, p_r^{(g)}$, $r = 1, 2, \cdots, N_g$) 分别由小到大进行排列 (当结果或概率数值相等时应对有关结果或概率进行合并) 得到的排序记为

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_m,\quad p_1 < p_2 < \cdots < p_n,\quad 1 \leqslant m,\ n \leqslant N_1 + N_2 + \cdots + N_G$$

则将概率 $p_1, p_2, \cdots, p_n$ 分别与结果 $x_1, x_2, \cdots, x_m$进行组合, 可得出 $m \cdot n$ 个基元前景, 即

$$L_{ij} = (x_i, p_j),\ 1 \leqslant i \leqslant m,\ 1 \leqslant j \leqslant n$$

根据前文对基元前景主观偏好判断提出的两两比较判断策略和从两个维度上构造两次两两比较判断的技术策略, 需要由决策者构造出如下所述的两类判断矩阵, 即

$$\boldsymbol{A}_i = \begin{array}{c|c} & \begin{matrix} L_{i1} & L_{i2} & \cdots & L_{in} \end{matrix} \\ \begin{matrix} L_{i1} \\ L_{i2} \\ \vdots \\ L_{in} \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_{11}^{(i)} & a_{12}^{(i)} & \cdots & a_{1n}^{(i)} \\ a_{21}^{(i)} & a_{22}^{(i)} & \cdots & a_{2n}^{(i)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1}^{(i)} & a_{n2}^{(i)} & \cdots & a_{nn}^{(i)} \end{bmatrix} \end{array},\ 1 \leqslant i \leqslant m \tag{15}$$

$$\boldsymbol{B}_j = \begin{array}{c|c} & \begin{matrix} L_{1j} & L_{2j} & \cdots & L_{mj} \end{matrix} \\ \begin{matrix} L_{1j} \\ L_{2j} \\ \vdots \\ L_{mj} \end{matrix} & \begin{bmatrix} b_{11}^{(j)} & b_{12}^{(j)} & \cdots & b_{1m}^{(j)} \\ b_{21}^{(j)} & b_{22}^{(j)} & \cdots & b_{2m}^{(j)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{m1}^{(j)} & b_{m2}^{(j)} & \cdots & b_{mm}^{(j)} \end{bmatrix} \end{array},\ 1 \leqslant j \leqslant n \tag{16}$$

在判断矩阵 $\boldsymbol{A}_i$ 中, $a_{st}^{(i)}$ 表示结果相同时决策者判断给出的基元前景 L_{is} 相对于 L_{it}的偏好程度, $1 \leqslant i \leqslant m$, $1 \leqslant s, t \leqslant n$. 由于对同一个结果而言, 其发生的概率越大, 相应的基元前景价值便越大, 即有

$$v(x_i, p_1) < v(x_i, p_2) < \cdots < v(x_i, p_n)$$

因此矩阵 $\boldsymbol{A}_i$ 中的元素在理论上应满足

$$a_{s1}^{(i)} > a_{s2}^{(i)} > \cdots > a_{sn}^{(i)},\ 1 \leqslant i \leqslant m,\ 1 \leqslant s \leqslant n$$

(该式在实际判断中因相对偏好的离散标度应调整为 $a_{s1}^{(i)} \geqslant a_{s2}^{(i)} \geqslant \cdots \geqslant a_{sn}^{(i)}$). 类似地, 在判断矩阵 $\boldsymbol{B}_j$ 中, $b_{s't'}^{(j)}$ 表示概率相同时决策者给出的基元前景 $L_{s'j}$ 相对于 $L_{t'j}$ 的偏好程度, $1 \leqslant j \leqslant n$, $1 \leqslant s' \leqslant m$, $1 \leqslant t' \leqslant m$. 由于在 $L_{1j}, L_{2j}, \cdots, L_{mj}$ 中有

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_m$$

且各结果发生概率相同, 因此有

$$v(x_1, p_j) < v(x_2, p_j) < \cdots < v(x_m, p_j)$$

由此可知, 判断矩阵 $\boldsymbol{B}_j$ 中的元素理论上应该满足

$$b_{s'1}^{(j)} \geqslant b_{s'2}^{(j)} \geqslant \cdots \geqslant b_{s'm}^{(j)},\ 1 \leqslant s' \leqslant m,\ 1 \leqslant j \leqslant n$$

(在实际应用中应相应地调整为

$$b_{s'1}^{(j)} \geqslant b_{s'2}^{(j)} \geqslant \cdots \geqslant b_{s'm}^{(j)},\ 1 \leqslant s' \leqslant m,\ 1 \leqslant j \leqslant n)$$

矩阵 $\boldsymbol{A}_i$ 和 $\boldsymbol{B}_j$ 的上述构造方式不仅通过对任意一个基元前景 L_{ij} 进行两次两两比较判断达到对决策者行为选择判断看法相互检验的目的, 而且还可以通过暂时固定结果对概率权重的影响来让决策者更为容易地针对不同概率水平的概率权重进行行为直觉比较判断. 针对决策者比较判断偏差问题, 根据 2.1中的建模策略, 本文建议使用式 (11) 对判断矩阵 $\boldsymbol{A}_i$ 和 $\boldsymbol{B}_j$ 进行比较判断的逻辑一致性检验并采用 AHP中有关调整方法 (参见文献 [17]) 来指导决策者对不满足逻辑一致性检验的判断矩阵予以修正, 以达到合理控制决策者行为判断偏差的目的. 当然, 在进行实际决策过程中, 可能会因待选择的前景数目过大或待选择前景的概率水平或结果水平过多而出现高阶判断矩

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

阵不宜直接使用式 (11) 进行逻辑一致性检验的问题, 对此问题的解决方法将在下文 2.4中予以讨论.

2.3 基元前景价值计算模型

令 u_{ij} 为基元前景 L_{ij} 的价值归一化值, 即

$$u_{ij} = v(x_i, p_j) \Big\backslash \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} v(x_i, p_j),\ 1 \leqslant i \leqslant m,\ 1 \leqslant j \leqslant n \tag{17}$$

则参见式 (15)、(16) 及其中矩阵元素的赋值方法可知 $u_{ij} > 0$, 并且在考虑到 $\boldsymbol{A}_i$ 和 $\boldsymbol{B}_j$ 通常存在决策者主观判断误差后, 根据式 (12) 可知

$$\boldsymbol{A}_i[u_{i1}, u_{i2}, \cdots, u_{in}]^{\mathrm{T}} = n[u_{i1}, u_{i2}, \cdots, u_{in}]^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{E}_i,\ 1 \leqslant i \leqslant m \tag{18}$$

$$\boldsymbol{B}_j[u_{1j}, u_{2j}, \cdots, u_{mj}]^{\mathrm{T}} = m[u_{1j}, u_{2j}, \cdots, u_{mj}]^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{E}'_j,\ 1 \leqslant j \leqslant n \tag{19}$$

其中 $\boldsymbol{E}_i = [e_{i1}, e_{i2}, \cdots, e_{in}]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{E}'_j = [e'_{1j}, e'_{2j}, \cdots, e'_{mj}]^{\mathrm{T}}$ 为调节决策者主观判断偏差的误差向量.

由于矩阵 $\boldsymbol{A}_i (1 \leqslant i \leqslant m)$ 和 $\boldsymbol{B}_j (1 \leqslant j \leqslant n)$ 均是对基元前景相对价值的反映, 这样从式 (18) 和 (19) 可看出 $\boldsymbol{E}_i$ 和 $\boldsymbol{E}'_j$ 具有相同的内涵, 因而可以选择 $\boldsymbol{E}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_2 + \cdots + \boldsymbol{E}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_m + \boldsymbol{E}_1'^{\mathrm{T}}E'_1 + \boldsymbol{E}_2'^{\mathrm{T}}E'_2 + \cdots + \boldsymbol{E}_n'^{\mathrm{T}}E'_n$ 为目标函数, 并令其取最小值以获得 (18) 和 (19) 两式关于 u_{ij} 的最优解. 按此逻辑可建立下述数学规划模型

$$\min Z = \sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{E}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_i + \sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{E}_j'^{\mathrm{T}}E'_j \tag{20}$$

s.t.

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}_i[u_{i1}, u_{i2}, \cdots, u_{in}]^{\mathrm{T}} = n[u_{i1}, u_{i2}, \cdots, u_{in}]^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{E}_i,\ 1 \leqslant i \leqslant m; \\ \boldsymbol{B}_j[u_{1j}, u_{2j}, \cdots, u_{mj}]^{\mathrm{T}} = m[u_{1j}, u_{2j}, \cdots, u_{mj}]^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{E}'_j,\ 1 \leqslant j \leqslant n; \\ u_{ij} > 0,\ 1 \leqslant i \leqslant m,\ 1 \leqslant j \leqslant n; \\ \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} u_{ij} = 1; \\ u_{ij} < u_{i,j+1},\ 1 \leqslant i \leqslant m,\ 1 \leqslant j \leqslant n-1; \\ u_{ij} < u_{i+1,j},\ 1 \leqslant i \leqslant m-1,\ 1 \leqslant j \leqslant n \end{cases}$$

式 (20) 中, 第 4组约束条件来自于 u_{ij} 的定义, 即式 (17), 第 5、6组约束条件来自于 2.2中的

$$v(x_i, p_1) < v(x_i, p_2) < \cdots < v(x_i, p_n)$$

和

$$v(x_1, p_j) < v(x_2, p_j) < \cdots < v(x_m, p_j)$$

以及式 (17) 对 u_{ij} 的定义. 显然, 模型 (20) 是个二次规划模型, 其准确最优解

$\boldsymbol{U}^* = (u^*_{1,1}, u^*_{1,2}, \cdots, u^*_{1,n}, u^*_{2,1}, u^*_{2,2}, \cdots, u^*_{2,n}, \cdots, u^*_{m,1}, u^*_{m,2}, \cdots, u^*_{m,n})$ 可用 Lingo、Matlab等优化软件非常方便地求解出来.

已有相关研究指出, 影响前景价值的概率权重是背景依赖的. 例如, Dyer和 Jia[9]、Tamura[10] 以及 Hogarth和 Einhorn[13] 等认为概率权重大小会受到结果水平的影响; Rottensreich和 Hsee[12]、Wakker和 Deneffe[21] 等认为概率权重的大小会受到结果所属领域 (如结果为健康状况的医学领域、结果为货币数额的经济领域) 的影响. 应当说, 这些研究成果已为建构前述针对概率和结果共同影响的基元前景价值交叉判断控制模型 (即式 (20)) 提供了直接理论依据. 但是, 目前关于概率权重的描述性或规范性理论的地位尚存在学术争议. 主张传统期望效用理论为规范性研究根基的学者认为, 概率权重是导致主观价值判断背离期望效用偏见的主要根源, 因此需要决策者认识到价值判断偏见的存在, 并在此基础上修改其价值判断以回到传统期望效用的规范性研究轨道[22-23]. 另一方面, 也有许多学者, 如 Abdellaoui[15]、Machina[24]、Quiggin[25] 和 Segal[26] 等主张概率权重的规范性学术地位, 并在此基础上通过推广传统期望效用理论, 提出了著名的序依赖期望效用理论及其完善模型 (即传统期望效用理论的真正序依赖推广模型[15]). 考虑到上述学术争议, 本文在式 (20) 中对主观判断偏差的控制采取了两种学术观点都能够支持的谨慎建模思路, 即在主观判断偏差控制上并不旨在消除因概率权重导致的、背离期望效用的价值判断理论偏差, 而是旨在利用 $u_{i,j} < u_{i,j+1}$ 和 $u_{ij} < u_{i+1,j}$ 尽可能消除或降低概率和结果两个维度上的两两比较交叉判断矩阵中违背基元前景价值序 (如下图 1所示) 的主观判断测度工具误差 (图 1所示的价值序可由前景理论、序依赖期望效用理论或传统期望效用理论的价值或效用计算公式直接推出). 因此, 无论是从描述性理论视角还是从规范性理论视角来看, 式 (20) 所示的主观判断偏差优化控制模型都是稳健可靠的.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\begin{array}{ccccccc} v(x_1, p_1) & < & v(x_1, p_2) & < & \cdots & < & v(x_1, p_n) \\ \wedge & & \wedge & & & & \wedge \\ v(x_2, p_1) & < & v(x_2, p_2) & < & \cdots & < & v(x_2, p_n) \\ \wedge & & \wedge & & & & \wedge \\ \cdots & & \cdots & & & & \cdots \\ \wedge & & \wedge & & & & \wedge \\ v(x_m, p_1) & < & v(x_m, p_2) & < & \cdots & < & v(x_m, p_n) \end{array}$$

图 1 基元前景价值序

Fig. 1 Value ranking of basic prospects

2.4 前景价值模型

针对概率权重受结果与概率共同影响情形，Tamura[10] 对式(1)进行了理论推广并给出了如下式(21)所示的前景价值模型

$$V(x_1, p_1; x_2, p_2; \cdots; x_M, p_M) = \sum_{r=1}^{M} w(p_r, x_r) v(x_r)$$

$$= \sum_{r=1}^{M} v(x_r, p_r) \tag{21}$$

其中，$w(p_r, x_r)$ 表示结果为 x_r 时概率 p_r 对应的概率权重. 由式(21)可以看出，前景的价值在概率权重受结果与概率共同影响条件下仍为基元前景价值之和. 按此观点并结合式(20)的最优解，可以得知前景 L_g 的价值

$$V(L_g) = \sum_{r=1}^{N_g} v(x_r^{(g)}, p_r^{(g)}) = \delta \sum_{r=1}^{N_g} u_{r,r}^{(g)},$$

$$1 \leqslant g \leqslant G \tag{22}$$

其中

$$\delta = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} v(x_i, p_j) \tag{23}$$

是一个数值未知的固定常数，$\delta > 0$(因 $u_{i,j} > 0$和定义式(17))，

$u_{r,r}^{(g)} = u_{l,h}^{*}$,

$l \in \{i \mid$ 模型(20)中的基元前景 (x_i, p_j) 与基元前景 $(x_r^{(g)}, p_r^{(g)})$ 之间应满足 $x_l = x_r^{(g)}\}$,

$h \in \{j \mid$ 模型(20)中的基元前景 (x_i, p_j) 与基元前景 $(x_r^{(g)}, p_r^{(g)})$ 之间应满足 $p_j = p_r^{(g)}\}$

由于在式(22)所示的前景价值理论模型中 δ 并不影响前景价值排序，因此可以将用于前景优劣选择的前景价值定义为

$$V'(L_g) = \sum_{r=1}^{n_g} u_{r,r}^{(g)}, \ 1 \leqslant g \leqslant G \tag{24}$$

由于式(24)建构在基元前景交叉判断基础之上，因此这里将它称为基于基元前景交叉判断的前景价值排序模型，简记作 BL-PT模型.

BL-PT模型的主要功能在于从一组前景中筛选出能够真实反映决策者行为选择有限理性的最优前景. 因此，当待选择的一组前景个数过多或前景中的结果水平或概率水平过多而使判断矩阵 $\boldsymbol{A}_i$ 或 $\boldsymbol{B}_j$ 阶数过高时，可以先将待选择的前景随机分成几组，然后针对每个前景分组构造基元前景、进行两两比较交叉判断并构造出阶数较低的基元前景交叉判断矩阵，在此基础上运用 BL-PT 模型筛选出每个前景分组中的最优前景，最后针对它们构造基元前景、进行两两比较交叉判断并再次利用 BL-PT模型最终排序得出决策问题的最优前景.

由 BL-PT模型及基元前景价值计算模型的建模过程可以看出，其隐含使用的概率权重是概率和结果的二元函数，并且对受概率权重和结果价值影响的基元前景价值主观判断予以了测度误差优化控制. 这是 BL-PT模型相对于现有概率权重非参数确定方法及依赖它们的前景价值计算方法所直接体现出的理论方法创新优势. 文献[23]指出，概率权重非参数两阶段法为保证决策者能够选择出符合其价值偏好的标准结果序列而要求的结果状态连续性(continuum of outcomes)，在许多复杂决策情境下特别是在结果状态离散或结果仅能予以定性状态描述的决策情境下是很难甚至是无法得到满足的. 由于 BL-PT模型依赖的基元前景价值交叉判断仅利用决策前已有定义的结果状态，并不在决策问题之外再来额外要求结果状态空间具有连续性，因此，该模型与概率权重非参数两阶段法相比更有实际应用的可行性. 特别地，由于在定性决策问题中定性结果一般仅能有少数几个状态水平，采用 BL-PT 模型需要由决策者给出的基元前景价值交叉判断矩阵的阶数一般较低，相应地决策者主观判断的工作量通常也会较低，因此结合上述可行性优势可以看出，BL-PT模型尤为适用于定性决策问题.

3 数值模拟分析

下面通过一个数值模拟例子，对上文提出的 BL-PT模型予以有效性验证. 之所以选择一个数

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

值模拟例子而非一个实际例子来进行模型的验证分析,是因为前景理论是基于有限理性的决策理论,在现实世界中很难找到可以事先判明决策者已坚持了有限理性、能够较好地规避决策非理性的实际例子,以将它作为分析 BL-PT模型和现有模型优劣的比较基准. 由于在现有概率权重非参数法中非参数 CE法目前最为常用,因此在验证分析中它及依赖它的经典前景理论价值模型(下文简称非参数 CE前景模型)被选为判别 BL-PT模型是否有效的比较对象. 此外,验证分析所使用的待选择前景共有 5个,有关这些前景的结果与概率信息及前景的符号标记如表 1所示.

表 1　待选择的前景及其对应的结果和概率

Table 1 Prospects to be selected and its outcomes and probabilities

前景	结果和概率(结果为货币收入;单位:美元)					
	结果	概率	结果	概率	结果	概率
L_1	360	0.1	520	0.5	650	0.4
L_2	400	0.2	520	0.3	650	0.5
L_3	360	0.2	520	0.1	610	0.7
L_4	360	0.3	600	0.1	650	0.6
L_5	400	0.2	520	0.4	680	0.4

为保证模拟数据具有一般性而非刻意构造,本文按照下述具有相关文献支持、有学术谨慎性的工作程序生成了 3组用于模型验证的模拟数据.

步骤 **1**(参见下文 3.1) 首先以 Kahneman和 Tversky的经典前景价值模型和价值函数及参数(α)为基础,令经典前景价值模型中概率权重函数的参数(γ)相对各个结果水平区间取不同数值,模拟出概率权重受概率和结果二元影响的概率权重值和相应的基元前景价值,并将这些前景价值假定为“能够事先知道、能够真实反映决策者在有限理性下实际选择行为”的真实基础数据. 然后以该真实基础数据为依据,通过加入数据噪声模拟出决策者在出现主观测度误差情况下对各基元前景价值的绝对判断.

步骤 **2**(参见下文 3.2) 在步骤 1模拟出的基元前景价值绝对判断基础上,按照 BL-PT模型依赖的基元前景价值交叉判断矩阵构造方法,模拟出该模型所使用的主观判断信息. 由于在交叉判断矩阵构造中,对基元前景相对价值的表达采取的是基元前景价值绝对判断值相除后经过取整(或经取整再取倒数)的离散标度,会产生二次噪声,因此, BL-PT模型所使用的主观判断信息要比步骤 1模拟出的基元前景价值绝对判断(信息)存在更多的数据噪声.

步骤 **3**(参见下文 3.3) 首先,使用与步骤 1一样的价值函数及参数 α 取值,模拟出对应各个结果水平的价值函数值;然后,在步骤 1模拟出的基元前景价值绝对判断基础上,按照非参数 CE法的概率权重确定公式及其判断逻辑,模拟出各个概率水平的概率权重值,实现对非参数 CE前景模型所需输入数据的模拟.

比较步骤 2和步骤 3可以看出,在结果价值模拟方面, BL-PT模型所使用的、与结果价值关联的主观判断模拟信息比非参数 CE前景模型所使用的模拟数据多引入了二次数据噪声. 显然,这为谨慎、苛刻地验证 BL-PT模型的有效性提供了保证.

3.1　基元前景的价值模拟

将表 1中 5个前景所包含的结果取值和概率取值从小到大分别进行排列,得到结果排序为 360、400、520、600、610、650、680(分别记作 $x_1, x_2, \cdots, x_7$)和概率排序为 0.1、0.2、0.3、0.4、0.5、0.6、0.7(分别记作 $p_1, p_2, \cdots, p_7$). 由结果 x_i ($1 \leqslant i \leqslant 7$)与概率 p_j ($1 \leqslant j \leqslant 7$)和 2.1中给出的基元前景构造方法,可以形成如表 2所示的 49个基元前景 $L_{ij} = (x_i, p_j)$, $1 \leqslant i, j \leqslant 7$.

表 2　模拟出的基元前景价值

Table 2 Simulated values of basic prospects

L_{ij}	L_{11}	L_{12}	L_{13}	L_{14}	L_{15}	L_{16}	L_{17}
$v(L_{ij})$	35	47	51	61	73	77	92
L_{ij}	L_{21}	L_{22}	L_{23}	L_{24}	L_{25}	L_{26}	L_{27}
$v(L_{ij})$	40	48	63	65	82	91	102
L_{ij}	L_{31}	L_{32}	L_{33}	L_{34}	L_{35}	L_{36}	L_{37}
$v(L_{ij})$	42	69	72	93	109	125	136
L_{ij}	L_{41}	L_{42}	L_{43}	L_{44}	L_{45}	L_{46}	L_{47}
$v(L_{ij})$	45	77	95	115	130	143	161
L_{ij}	L_{51}	L_{52}	L_{53}	L_{54}	L_{55}	L_{56}	L_{57}
$v(L_{ij})$	52	79	98	118	131	153	171
L_{ij}	L_{61}	L_{62}	L_{63}	L_{64}	L_{65}	L_{66}	L_{67}
$v(L_{ij})$	56	81	101	127	143	160	183
L_{ij}	L_{71}	L_{72}	L_{73}	L_{74}	L_{75}	L_{76}	L_{77}
$v(L_{ij})$	59	83	105	132	149	167	193

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

为考虑结果对概率权重的影响, 这里假设概率权重函数, 即式(2)中的参数 γ在结果位于区间[300, 430)、[430, 570]和(570, 700]之内(上)时分别取 0.56、0.61、0.67, 并令价值函数, 即式(3)中 $\alpha = 0.88$由式(1)模拟出前述 49个基元前景的真实价值, 即假定“能够事先知道、能够真实反映决策者在有限理性下实际选择行为”的真实价值看法(记作 $v_0(L_{ij})$, $1 \leqslant i, j \leqslant 7$). 另外, 考虑到决策者在进行基元前景价值绝对判断时, 一方面需要反映基元前景的真实价值, 另一方面又会出现主观判断偏差的事实, 这里借鉴 Mishra和 Umesh[27] 的模拟数据生成方法, 从$[0.9 \times v_0(L_{ij}), 1.1 \times v_0(L_{ij})]$内随机取一值来模拟决策者对基元前景 L_{ij}绝对价值的判断值 $v(x_i, p_j)$, 即 $v(L_{ij})$(具体的模拟值详见表 2).

3.2 BL-PT模型的输入数据模拟

采用如下步骤来模拟构造决策者对基元前景的两两比较交叉判断矩阵: 首先, 以基元前景 $L_{11}, L_{12}, \cdots, L_{17}$为两两比较对象, 由表 2的基元前景价值计算出 $v(L_{1s'}) \backslash v(L_{1t'})$, 并对其取整, 模拟出决策者就 $L_{1s'}$相对于 $L_{1t'}$所做出的相对偏好判断值 $a^{(1)}_{s't'}$, $s' \geqslant t'$, $s', t' = 1, 2, \cdots, 7$; 然后, 利用两两比较的倒数规则模拟出决策者就 $L_{1s''}$相对于 $L_{1t''}$所做出的相对偏好判断值 $a^{(1)}_{s''t''}$, 即 $a^{(1)}_{s''t''} = 1 \backslash a^{(1)}_{s't'}$, $s'' = t'$, $t'' = s'$, $s'' < t''$, $s'', t'' = 1, 2, \cdots, 7$; 再令

$$a^{(1)}_{st} = \begin{cases} a^{(1)}_{s't'} \ (\text{当 } s = s', t = t', \text{且 } s \geqslant t \text{时}), \\ a^{(1)}_{s''t''} \ (\text{当 } s = s'', t = t'', \text{且 } s < t \text{时}), \end{cases}$$

模拟构造出决策者对基元前景 $L_{11}, L_{12}, \cdots, L_{17}$的两两比较判断矩阵 $\boldsymbol{A}_1$(具体详见式(25)); 最后, 与上述过程类似分别以 L_{i1}、L_{i2}、L_{i3}、L_{i4}、L_{i5}、L_{i6}、L_{i7}($i = 2, 3, \cdots, 7$)和 L_{1j}、L_{2j}、L_{3j}、L_{4j}、L_{5j}、L_{6j}、L_{7j}($j = 1, 2, \cdots, 7$)为两两比较判断对象, 模拟出决策者对基元前景的交叉比较判断矩阵 $\boldsymbol{A}_2, \boldsymbol{A}_3, \cdots, \boldsymbol{A}_7$和$\boldsymbol{B}_1, \boldsymbol{B}_2, \cdots, \boldsymbol{B}_7$. 经 *C. R.* 指标计算, 它们均通过了逻辑一致性检验, 这里限于篇幅未将它们一一列出.

$$\boldsymbol{A}_1 = (a^{(1)}_{st})_{7\times 7} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.33 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0.5 & 0.5 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0.5 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{25}$$

3.3 非参数 CE前景模型的输入数据模拟

由式(4)可知, 应用非参数 CE法估计概率权重需要依赖结果价值估计; 另一方面, 若采用非参数程序去估计结果价值又会在前述基础模拟数据之上产生额外的主观判断数据噪声. 基于上述考虑, 这里为保证非参数 CE法和 BL-PT模型在对比分析应用中具有苛刻验证 BL-PT模型的基础输入数据可比性, 假定非参数 CE 法估计概率权重时所依赖的结果价值与前文 3.1中基础数据发生时所使用的价值函数(即式(3)并且 $\alpha = 0.88$)是完全吻合的. 这样, 由式(3)可知, 对应于结果 360、400、520、600、610、650、680的价值分别为, $v(360) = 177.64$, $v(400) = 194.90$, $v(520) = 245.52$, $v(600) = 278.47$, $v(610) = 282.55$, $v(650) = 298.79$, $v(680) = 310.89$.

由非参数 CE法的概率权重估计式(4)可知, 对应 $p_1 = 0.1$的概率权重 $w(0.1)$若分别采用特定基元前景(360, 0.1)、(400, 0.1)、(520, 0.1)、(600, 0.1)、(610, 0.1)、(650, 0.1)、(680, 0.1)去进行估计, 则由表 2的基元前景价值 $v(L_{ij})$和上面得到的 7个结果水平的价值, 会得出

$$w(0.1) = v(L_{11}) / v(360) = 35/177.64 = 0.197\,03 \text{ 或}$$

$$w(0.1) = v(L_{21}) / v(400) = 40/194.90 = 0.205\,23,$$

$$w(0.1) = v(L_{31}) / v(520) = 42/245.52 = 0.171\,07,$$

$$w(0.1) = v(L_{41}) / v(600) = 45/278.47 = 0.161\,60,$$

$$w(0.1) = v(L_{51}) / v(610) = 52/282.55 = 0.184\,04,$$

$$w(0.1) = v(L_{61}) / v(650) = 56/298.79 = 0.187\,42,$$

$$w(0.1) = v(L_{71}) / v(680) = 59/310.89 = 0.189\,78.$$

由于非参数 CE法认为结果水平不影响概率权重, 因此可以认为由该方法得出的概率权重为

$$\begin{aligned} w(0.1) = {} & (0.197\,03 + 0.205\,23 + 0.171\,07 + \\ & 0.161\,60 + 0.184\,04 + 0.187\,42 + 0.189\,78)/7 \\ = {} & 0.185\,17. \end{aligned}$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

与 $w(0.1)$ 的估计过程类似, 由非参数 CE法得出的对应概率水平 0.2、0.3、0.4、0.5、0.6、0.7 的概率权重分别为 0.269 44、0.323 91、0.390 85、0.452 00、0.505 31和 0.573 12.

3.4　基于非参数 CE前景模型的前景价值计算

将 3.3模拟得出的概率权重值和结果价值代入到式 (1), 经计算, 得出的待选择前景价值分别为 $V(L_1)=260.65$, $V(L_2)=267.09$, $V(L_3)=255.26$, $V(L_4)=260.08$, $V(L_5)=269.98$

3.5　基于 BL-PT模型的前景价值计算

将模拟得到的、经检验已满足逻辑一致性要求的判断矩阵 $\boldsymbol{A}_1\sim\boldsymbol{A}_7$ 和 $\boldsymbol{B}_1\sim\boldsymbol{B}_7$ 代入到式 (20). 经计算, 得出的基元前景价值 (归一化基元前景价值) 如表 3所示. 在此基础上, 由式 (24) 可知, 待选择前景 L_1、L_2、L_3、L_4、L_5 的前景价值分别为

$$V'(L_1)=u^*_{1,1}+u^*_{3,5}+u^*_{6,4}=0.053\ 37,$$
$$V'(L_2)=u^*_{2,2}+u^*_{3,3}+u^*_{6,5}=0.056\ 56,$$
$$V'(L_3)=u^*_{1,2}+u^*_{3,1}+u^*_{5,7}=0.051\ 74,$$
$$V'(L_4)=u^*_{1,3}+u^*_{4,1}+u^*_{5,6}=0.053\ 43,$$
$$V'(L_5)=u^*_{2,2}+u^*_{3,4}+u^*_{7,4}=0.056\ 25.$$

3.6　前景排序对比分析

根据表 1和 3.1中对参数 α和 γ的取值设定, 应用式 (1)、(2) 和 (3) 可知决策者在有限理性下对前景 $L_1\sim L_5$ 的真实偏好价值分别为 253.38、261.96、254.21、254.94和 261.57. 由此可知, 决策者对 $L_1\sim L_5$ 的偏好排序即"能够事先知道、能够真实反映决策者在有限理性下实际选择行为"的真实优劣排序为

$$R_0:\ L_2\succ L_5\succ L_4\succ L_3\succ L_1.$$

由 3.4和 3.5的结果可知, 由非参数 CE前景模型和 BL-PT模型对 $L_1\sim L_5$ 的优劣排序分别为

$$R_{CE}:\ L_5\succ L_2\succ L_1\succ L_4\succ L_3,$$
$$R_{BL\text{-}PT}:\ L_2\succ L_5\succ L_4\succ L_1\succ L_3.$$

比较上述对前景 $L_1\sim L_5$ 的优劣排序可以看出, 不仅 $R_{BL\text{-}PT}$ 中的最优前景和真实排序 R_0 中的最优前景完全相同, 均为 L_2, 而且在 $R_{BL\text{-}PT}$ 与 R_0 中前景优劣序中位于前 3位的前景也完全相同. 而在 R_{CE} 中不仅最优前景即 L_5 与真实排序 R_0 中的最优前景 (L_2) 不同, 而且对 $L_1\sim L_5$ 的优劣排序也是与 R_0 明显矛盾的. 由此可见, BL-PT模型在反映决策者对前景的真实偏好上明显优于非参数 CE前景模型. 由于在 3.1中进行基础数据模拟发生时, 除考虑了概率水平对概率权重的影响之外还添加了结果水平对概率权重的影响, 因而结合排序结果可以看出 BL-PT模型能够有效反映出概率和结果对概率权重共同作用的复杂影响关系, 较之于现有各种参数法和非参数法能够适用于更为宽广的决策环境. 或者说, BL-PT模型即使在人们不能判定概率权重是否由概率和结果共同影响的决策场合也是适用的.

表 3　由 BL-PT模型得出的基元前景价值

Table 3 Values of basic prospects computed by the BL-PT model

基元前景 (L_{ij})	基元前景价值 (u^*_{ij})	基元前景 (L_{ij})	基元前景价值 (u^*_{ij})
L_{11}	0.006 95	L_{45}	0.027 97
L_{12}	0.008 50	L_{46}	0.030 31
L_{13}	0.011 19	L_{47}	0.031 31
L_{14}	0.012 19	L_{51}	0.009 99
L_{15}	0.015 18	L_{52}	0.015 56
L_{16}	0.016 19	L_{53}	0.020 23
L_{17}	0.018 36	L_{54}	0.024 37
L_{21}	0.007 72	L_{55}	0.029 10
L_{22}	0.009 81	L_{56}	0.032 04
L_{23}	0.011 69	L_{57}	0.034 78
L_{24}	0.012 59	L_{61}	0.010 41
L_{25}	0.017 18	L_{62}	0.016 00
L_{26}	0.018 36	L_{63}	0.020 58
L_{27}	0.025 95	L_{64}	0.024 41
L_{31}	0.008 46	L_{65}	0.029 69
L_{32}	0.013 50	L_{66}	0.032 61
L_{33}	0.017 06	L_{67}	0.036 41
L_{34}	0.019 56	L_{71}	0.011 79
L_{35}	0.022 01	L_{72}	0.016 16
L_{36}	0.027 53	L_{73}	0.021 12
L_{37}	0.028 05	L_{74}	0.026 88
L_{41}	0.009 63	L_{75}	0.029 97
L_{42}	0.015 28	L_{76}	0.032 86
L_{43}	0.019 85	L_{77}	0.038 41
L_{44}	0.024 25	/	/

4　结　论

从一般意义上讲, 概率权重确定的非参数法具有适应复杂决策选择问题的灵活柔性, 相对于

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

参数法而言其适用场合更为宽广. 但是, 现有的各种非参数法尚存在着明显的技术缺陷 —— 认为概率权重只与概率有关而与结果无关, 因而对概率权重受概率与结果共同影响或人们不能判定概率权重是否受概率和结果共同影响的复杂决策情境并不适用. 此外, 它们也没有针对决策者主观判断不准确性予以判断偏差控制. 为解决上述缺陷和适应实际复杂决策问题的需要而提出的 BL-PT 模型, 不仅引入了与人类直觉思维模式具有很好符合性的两两比较判断模式, 较之于现有非参数法要求决策者采用的绝对判断模式更为容易可行, 而且基于非参数法离散估计思想引入的基元前景交叉判断和优化控制策略, 更能够对决策者行为选择的直觉判断偏差予以合理控制. 另外, BL-PT模型不再要求决策结果状态空间具有连续性, 因此相对于现有非参数方法更有实际应用的可行性, 特别地, 尤为适用于定性决策问题. 数值模拟分析结果表明, 应用 BL-PT模型得到的前景优劣排序与“假定能够事先知道、能够真实反映决策者在有限理性下实际选择行为”的真实优劣排序具有高度的一致性 (即不仅最优前景在两个排序中位于相同序位而且较优前景在两个排序中也位于相同序位), 能够有效地反映出复杂决策情境 (即概率权重受概率和结果共同影响或不能判定概率权重是否受概率和结果共同影响) 下的决策者真实选择行为.

参 考 文 献:

[1] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decisions under risk[J]. Econometrica, 1979, 47(2): 313 - 327.

[2] Humphrey S J, Verschoor A. The probability weighting function: Experimental evidence from Uganda, India and Ethiopia [J]. Economics Letters, 2004, 84(3): 419 - 425.

[3] Fehr-Duda H, de Gennaro M, Schubert R. Gender, financial risk, and probability weights[J]. Theory and Decision, 2006, 60(2 - 3): 283 - 313.

[4] Prelec D. The probability weighting function[J]. Econometrica, 1998, 66(3): 497 - 528.

[5] Currim I S, Sarin R K. Prospect versus utility[J]. Management Science, 1989, 35(1): 22 - 41.

[6] Bleichrodt H, Pinto J L. A parameter-free elicitation of the probability weighting function in medical decision analysis[J]. Management Science, 2000, 46(11): 1485 - 1496.

[7] Abdellaoui M. Parameter-free elicitation of utilities and probability weighting functions[J]. Management Science, 2000, 46 (11): 1497 - 1512.

[8] 徐泽水. 语言多属性决策的目标规划模型[J]. 管理科学学报, 2006, 9(2): 9 - 17.
Xu Ze-shui. Goal programming models for multiple attribute decision making under linguistic setting[J]. Journal of Management Sciences in China, 2006, 9(2): 9 - 17. (in Chinese)

[9] Dyer J S, Jia J. Relative risk-value models[J]. European Journal of Operational Research, 1997, 103(1): 170 - 185.

[10] Tamura H. Behavioral models for complex decision analysis[J]. European Journal of Operational Research, 2005, 66(3): 655 - 665.

[11] Stott H P. Cumulative prospect theory's functional menagerie[J]. Journal of Risk and Uncertainty, 2006, 32(2): 101 - 130.

[12] Wakker P P, Deneffe D. Eliciting von Neumann-Morgenstern utilities when probabilities are distorted or unknown[J]. Management Science, 1996, 42(8): 1131 - 1150.

[13] Hogarth R M, Einhorn H J. Venture theory: A model of decision weights[J]. Management Science, 1990, 36(7): 780 - 803.

[14] Abdellaoui M, Bleichrodt H. Eliciting Gul's theory of disappointment aversion by the tradeoff method[J]. Journal of Economic Psychology, 2007, 28(6): 631 - 645.

[15] Abdellaoui M. A genuine rank-dependent generalization of the von Neumann-Morgenstern expected utility theorem[J]. Econometrica, 2002, 70(2): 717 - 736.

[16] L'Haridon O. Behavior in the loss domain: An experiment using the probability trade-off consistency condition[J]. Journal of Economic Psychology, 2009, 30(4): 540 - 551.

[17] Saaty T L. The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation[M]. New York: McGraw-Hill, 1980.

[18] Brugha C M. Relative measurement and the power function[J]. European Journal of Operational Research, 2000, 121

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

(3): 627-640.

[19] Brugha C M. The structure of qualitative decision making[J]. European Journal of Operational Research, 1998, 104(1): 46-62.

[20] Koczkodaj W W. Testing the accuracy enhancement of pairwise comparisons by a Monte carlo experiment[J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 1998, 69(1): 21-31.

[21] Rottenstreich Y, Hsee C K. Money, kisses, and electric shocks: On the affective psychology of risk[J]. Psychological Science, 2001, 12(3): 185-190.

[22] von Winterfeldt D, Edwards W. Decision Analysis and Behavioral Research[M]. Cambridge UK: Cambridge University Press, 1986.

[23] Bleichrodt H, Pinto J L, Wakker P P. Making descriptive use of prospect theory to improve the prescriptive use of expected utility[J]. Management Science, 2001, 47(11): 1498-1514.

[24] Machina M. Book review of John Quiggin (1992), generalized expected utility theory—The rank-dependent model[J]. Journal of Economics, 1994, 32(3): 1237-1238.

[25] Quiggin J. Generalized Expected Utility Theory—The Rank-Dependent Model[M]. Dordrecht: Kluwer Academic Press, 1992.

[26] Segal U. Two-stage lotteries without the reduction axiom[J]. Econometrica, 1990, 58(2): 349-377.

[27] Mishra S, Umesh U N. Determining the quality of conjoint analysis results using violation of a priori signs[J]. Journal of Business Research, 2005, 58(3): 301-311.

Prospect value model via cross judgments of basic prospects

LI Chun-hao, DU Yuan-wei, LIU Cheng-ming, CAI Li

School of Management, Jilin University, Changchun 130025, China

Abstract There are two drawbacks in current nonparametric methods for eliciting probability weights (PW). One is no consideration of PWs being influenced by both probabilities and outcomes due to the viewpoint of PWs being influenced only by probability. The other is that there is no means of effectively controlling subjective judgment errors due to less consideration of the inaccurateness of subjective judgments. To overcome these shortages, a new mode of basic prospect cross judgments (BPCJ) for reflecting complex relations of probabilities and outcomes on PWs is presented by the thought of pairwise comparison. Based on BPCJs, a value-determination model for basic prospects and a ranking model for prospect choice, are developed through an error-controlling optimization technique for subjective judgments. The analysis results of numerical simulation show that the prospect ranking derived by the application model is highly consistent with the ranking of the decision-maker's real preferences supposed to be known prior to the simulation, and that the models can well overcome the drawbacks as mentioned above.

Key words prospect theory; behavioral decision-making; basic prospect; pairwise comparison judgment; cross judgment

附录: 标准结果序列结果价值等距的证明[6,7,12]

设标准结果序列的初始结果水平为 x_{s0}; 两个参考结果水平为 R^+ 和 R^-, $R^+ \geqslant R^- \geqslant x_{s0}$; $w(p)$ 为对应概率 p 的概率权重; $v(x_{sk'})$ 为标准结果序列的第 k' 个结果水平 $x_{sk'}$ 的价值, $k' = 0, 1, \dots, h$; 符号"~"表示前景价值等价. 文献[6, 7, 12]根据累积前景理论(即经典前景理论在序依赖期望效用理论基础上的发展), 对标准结果序列结果价值等距给出了如下证明.

由于当 $\forall k' \geqslant 2$ 时存在

$$(R^+, p; x_{s\,k'-2}, 1-p) \sim (R^-, p; x_{s\,k'-1}, 1-p) \Leftrightarrow$$

$$w(p)v(R^+) + [1-w(1-p)]v(x_{s\,k'-2}) = w(p)v(R^-) + [1-w(1-p)]v(x_{s\,k'-1}) \Leftrightarrow$$

$$w(p)[v(R^+) - v(R^-)] = [1-w(1-p)][v(x_{s\,k'-1}) - v(x_{s\,k'-2})],$$

$$(R^+, p; x_{s\,k'-1}, 1-p) \sim (R^-, p; x_{sk'}, 1-p) \Leftrightarrow$$

$$w(p)[v(R^+) - v(R^-)] = [1-w(1-p)][v(x_{sk'}) - v(x_{s\,k'-1})],$$

因此有 $v(x_{sk'}) - v(x_{s\,k'-1}) = v(x_{s\,k'-1}) - v(x_{s\,k'-2})$.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net