

服务多类需求串行供应链的最优控制策略^①

周伟华, 吴晓波, 杜 健

(浙江大学管理学院管理科学与工程学系, 杭州 310058)

摘要: 研究由一系列生产环节采用串行方式组成多级供应链的最优控制策略. 在此供应链中, 原材料经过各级生产环节顺序加工形成最终产品. 各级生产环节的加工时间服从随机分布. 对最终产品存在多类随机需求. 在每个时刻, 管理者需要决定: 1) 是否该启动某个生产环节的生产; 2) 当有需求到达时, 是否该满足此需求. 管理者期望系统运行的总期望折扣成本最小. 构造了该系统的马尔可夫决策模型并深入研究了其最优控制策略及其动态协同特性. 在生产策略方面, 证明系统的最优生产策略就是对各级生产环节采用动态的基本库存策略. 该策略的动态协同特性主要体现在各级生产环节的最优基本库存水平受其他生产环节的库存水平影响. 在产品分配方面, 证明系统的最优分配策略是动态配给策略. 该策略的动态协同特性主要体现在每类随机需求最优配给水平受各级生产环节的库存水平影响.

关键词: 多级串行系统; 马尔可夫决策模型; 多类随机需求; 随机提前期

中图分类号: F224 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2010)03-0019-10

0 引 言

产品从原材料到最终产品的生产过程, 往往要经历多个中间环节. 这些中间环节可以是加工过程, 也可以是运输过程. 产品经历的各个环节则形成一条产品的供应链. 由于所谓的牛鞭效应^[1], 针对供应链单一环节寻求局部最优的解决方案在目前市场竞争日益激烈的情况下已变得不合时宜, 企业逐渐注重提升供应链的整体效率. 然而, 如何实现供应链系统的整体最优却是个具有非常挑战的问题. 这主要是因为供应链系统的整体最优有赖于系统中各中间环节的相互协同和配合. 这种协同控制, 由于要协同多个拥有不同特性(如生产时间、库存成本等)的中间环节, 即使在整个供应链只有 1 个中心控制者的情况下, 依然及其复杂.

到目前为止, 在假设整个供应链只有 1 个中

心控制者的前提下, 已有少数学者研究了各环节产品加工提前期(lead time)为确定变量时的多级系统, 如多级串行系统(series system)^[2]和多级装配系统(assembly system)^[3]. 当各环节产品加工提前期具有不确定性时(这是生产过程或运输过程中的常见现象), 供应链系统的协同控制变得尤其困难. 在这种情况下, 现有文献仅研究了两级系统^[4-5]的最优控制策略.

在很多行业, 供应链系统的管理者往往还面临着各种不同类型的随机需求. 这对供应链系统的最优控制带来了更多的挑战. 由于需要处理多种不同类型的随机需求, 供应链系统的最优控制策略除了要协同各环节的生产之外, 还需针对不同类别需求分配产品. 在生产能力有限的情况下, 当需求产生时, 若满足当前需求则有可能导致未来没有足够产品满足盈利贡献更高的需求; 但拒绝当前需求同样可能会导致收益降低. 因此管理

① 收稿日期: 2008-11-25; 修订日期: 2009-07-27.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70801053); 中国博士后科学基金资助项目(200902267, 20080430218)

作者简介: 周伟华(1976—), 男, 江苏无锡人, 博士, 讲师. Email: lanyzhou@zju.edu.cn

者就必须综合考虑生产因素(供应链系统中各环节的库存水平和生产提前期等)以及需求因素(需求的随机特性和盈利贡献等),制定合理的产品分配策略以实现利益最大化。

本文研究服务于多类需求的多级串行供应链系统,采用按库存生产的方式,研究的核心问题是寻求达成供应链整体最优的控制策略,即无限时段下总期望折扣成本最小的产品生产和分配决策。在本文研究的系统中,假设只有1个中心决策者。所研究的供应链系统常见于采用贴牌生产方式(OEM)的半导体加工行业。半导体产品的加工从硅片开始,需要经历晶圆处理,针测,封装和测试等多道环节。此外,这些进行贴牌加工的厂商往往同时服务于几个不同的客户。在其他采用贴牌生产方式的行业,如服装,玩具,电子产品等,也可见类似的串行供应链系统。需要注意的是,只有1类顾客的多级供应链系统是研究系统的一个特例。

本文构造了上述系统的马尔可夫决策模型并深入研究了该类系统的最优控制策略及其特性。在生产策略方面,本文证明最优生产策略是对各阶段生产采用动态的基本库存策略(base stock policy)。其动态性体现在当前生产环节的最优基本库存水平同下游生产环节的库存水平成非递增关系,而同上游生产环节的库存水平成非递减关系。本文进一步证明如果下游生产环节同当前生产环节的距离越远,则当前生产环节的最优基本库存水平受其库存水平的影响也越弱。该结论表明,基于级库存(echelon inventory)的静态基本库存策略在提前期为随机变量时并不是最优策略(当产品加工提前期为确定变量时,基于级库存的静态的基本库存策略是多级串行系统的最优生产策略。有兴趣的读者可参看相关文献[2])。在产品分配方面,本文证明最优的分配策略是动态配给策略。对于每一类需求,都存在一个最优配给水平。当需求到达时,如果最终产品的库存水平低于该类需求相应的最优配给水平,该需求被拒绝,否则就被接受。进一步证明每类随机需求的最优配给水平同上游各级生产环节的库存水平成非递减关系。

现有关于多级串行系统的研究只获得了当加工提前期为确定时间时的最优控制策略。本文工作则提供了当加工提前期为随机变量时的最优控制策略,把有关多级串行系统的研究往前大大推进了一步。这对于加深对串行供应链系统的认识,指导通用串行供应链系统的具体运作具有重大意义。此外,本文研究获得的最优控制策略也有助于研发高效的启发式算法以获得高性能的近似最优策略。

本文第1部分介绍了相关问题的研究现状;第2部分针对研究问题构建了相应的马尔可夫决策模型;第3部分应用理论模型深入分析最优控制策略的特性;第4部分通过一个实例具体展示最优控制策略的执行机制;第5部分则总结了本文工作并对下一步研究方向进行讨论。

1 相关问题研究现状

本文研究的核心问题是多级串行供应链系统达成整体最优的生产策略和分配策略。关于多级供应链系统的最优生产决策(多级供应链是串行供应链的一个超集),国内外学者已做了大量的工作^[6]。根据对产品加工提前期的不同假设,目前关于多级系统最优控制策略的研究基本可以分为以下两类:1)产品加工提前期为确定变量的多级系统。这方面研究可参考Clark和Scarf^[2],Schmitt和Nahmias^[7],Rosling^[3],Chen和Zheng^[8]以及Chen^[9]的工作。其中Clark和Scarf的工作是多级系统研究中里程碑式的工作。Clark和Scarf研究了多级串行系统。他们证明,当产品在系统各加工环节的加工提前期为确定变量时,每个生产环节采用基于级库存的静态基本库存控制策略可以达到整个系统的最优。其中,某个生产环节的“级库存”定义为该环节及其下游所有生产环节的库存水平之和。在此基础上,Rosling^[3]进一步证明,加工提前期为确定变量的多级装配系统可等价转化为多级串行系统。Chen^[5]则进一步研究了采用批量订购模式的装配系统的最优控制策略。2)产品加工提前期为随机变量的多级系统。这方面的研究相对较少,有兴

趣的读者可参考柳键和 马士华^[10], Veatch 和 Wein^[11], Chen 等^[5], Benjaafar 和 Elhafi^[4] 的工作. 其中 Benjaafar 和 Elhafi 研究了产品加工提前期为随机变量的两级装配系统, 在模型中他们假设最终产品的组装无需花费时间. 作者假设每个组件的加工提前期服从指数分布. 在此基础上, 他们证明对每个组件的生产采用基本库存控制策略可以实现对整个系统的最优控制.

本文的研究工作的另一重点是面对多类随机需求时的最优产品分配策略. 在这一方面, 国内外学者也已经做了大量工作, 如 Topkis^[12], Ha^[13-14], de Véricourt 等^[15], Arslan 等^[16], Ding 等^[17] 等. 在这些工作中, 系统的最优控制策略涉及两个方面: 生产策略和产品分配策略. 这些工作只考虑了单个企业或供应链的单一环节的决策问题, 不存在多个环节相互协同的问题. 因而这些工作涉及的生产策略相对简单, 其研究主要侧重于产品分配策略. Ha^[13] 是其中比较有代表性的工作, 他研究了服务于多类随机需求的 M/M/1 排队生产库存系统. 他证明该系统的最优生产策略是基本库存策略, 并且证明最优产品分配策略是配给策略.

综合分析以上文献不难发现, 尽管针对有关多级系统和多类随机需求优化控制的研究已经进行得相当深入, 但仍存在着一些不足之处: 1) 以往有关多级系统最优控制策略的研究主要集中在产品加工提前期为确定变量的多级系统, 对于加工提前期为随机变量的多级系统的研究非常有限; 2) 以往有关多级系统和多类随机需求的研究基本上都是独立进行, 两者的整合研究比较少. 为此, 本文希望通过研究服务多类需求的多级串行供应链的最优控制策略 (包括生产和分配策略) 进一步丰富有关研究, 为供应链系统的实际运作决策提供更多理论支持.

2 模型建立

考虑基于连续盘点策略的服务于多种需求的多级供应链系统. 该系统由 $m (\geq 1)$ 个生产环节组成, 原材料从第 1 个阶段生产环节进入, 经过各

个阶段生产环节的逐级加工, 当完成第 m 个阶段生产环节的加工时, 则变为最终产品产出. 用阶段 k 产品 ($k = 1, \dots, m$) 表示第 k 个阶段生产环节的加工完成的产品. 阶段 1 的产品对应于最上游生产设施的产出, 阶段 m 的产品则对应于最终产品. 系统采用按库存生产方式, 每阶段加工完成的产品放入相应库存设施. 在生产过程中, 第 k 阶段的加工只有在阶段 $k-1$ 产品存在的情况下才能启动. 每阶段的生产设施 1 次只能加工 1 件产品并且加工时间服从指数分布. 阶段 k 的加工时间均值为 μ_k^{-1} . 在该系统中, 不同阶段的加工时间相互独立. 第 k 阶段的加工完成后, 阶段 $k-1$ 产品库存的数量减少 1 件而阶段 k 产品库存的数量则增加 1 件. 把正在加工的产品视作上一阶段的库存. 本文用 x_k 表示阶段 k 产品的库存水平, $h_k(x_k)$ 表示阶段 k 产品每单位时间需消耗的库存成本. 假设 $h_k(\cdot)$ 是一个单调递增的凹函数. 系统各阶段的库存水平可由矢量 $x = (x_1, \dots, x_m)$ 表示, 而 $h(x) = \sum_{k=1}^m h_k(x_k)$ 表示整个系统的库存成本. 假设该系统要服务 $n (\geq 1)$ 类不同的需求. 第 $l (1 \leq l \leq n)$ 类需求服从到达率为 λ_l 的泊松随机过程. 不同类需求的到达过程相互独立. 对于各类需求, 采用缺货不补的假设. 如果第 l 类的需求不能马上得到满足, 该需求就丢失并产生一定的缺货成本 c_l . 不失一般性, 假设 $c_1 \geq c_2 \geq \dots \geq c_n$.

根据模型设定 (服从指数分布的加工时间和泊松过程的随机需求), 整个系统具有无记忆的特性, 这使得可以将系统构造成马尔可夫决策优化问题, 即系统的决策只和系统的当前状态有关. 用系统中各阶段的库存水平, 即矢量 $x = (x_1, \dots, x_m)$, 表示系统的状态. 由于采用缺货不补的假设, 系统中各阶段产品的库存水平都是非负整数. 我们用 $Z^+{}^m$ —— m 维的非负整数空间, 代表了多级串行系统的状态空间.

在任一系统状态, 系统管理者需要决定 1) 启动哪个阶段生产环节的生产 and 2) 当一个需求到达时, 是否需要满足该需求. 定义 $v^*(x)$ 为系统的最优成本函数, 即状态 x 所对应的最小总期望折扣成本. 根据马尔可夫决策理论, $v^*(x)$ 满足下

列最优决策方程:

$$v^*(x) = h(x) + \sum_{k=1}^m \mu_k T_k v^*(x) + \sum_{l=1}^n \lambda_l T^l v^*(x) \quad (1)$$

其中算子 T_k 和 T^l 分别定义如下

$$T_k v^*(x) = \begin{cases} v^*(x) & \text{如果 } x_{k-1} = 0 \\ \min\{v^*(x + e_k - e_{k-1}), v^*(x)\} & \text{否则} \end{cases}$$

$$T^l v^*(x) = \begin{cases} v^*(x) + c_l & \text{如果 } x_m = 0 \\ \min\{v^*(x - e_m), v^*(x) + c_l\} & \text{否则} \end{cases}$$

其中 e_k 是第 k 维方向的 m 维单位矢量. 由于马尔科夫决策理论的建模方法已经相当标准化, 本文忽略了具体的建模过程, 而将论文阐述的重点放在下一章节中有关最优控制策略的具体分析. 对建模过程和方法有兴趣的读者可参见文献 [18] 或参考书 [19].

$T_k v^*(x)$ 对应于状态 x 下第 k 阶段生产的最优决策. 在状态 x , $x_{k-1} = 0$ 表明阶段 $k-1$ 产品的库存为 0 此时, 第 k 阶段的生产无法展开, 系统停留在状态 x . $x_{k-1} \neq 0$ 表明阶段 $k-1$ 产品的库存不为 0 此时, 管理者可以选择生产或不生产. 如果选择启动第 k 阶段的生产, 当生产完成时, 阶段 k 产品增加而阶段 $k-1$ 产品被消耗, 系统状态变为 $x + e_k - e_{k-1}$. 如果选择不启动第 k 阶段的生产, 那么系统停留在状态 x . 系统管理者在上述两个决策中选择能使总成本降低的决策, 即 $\min\{v^*(x + e_k - e_{k-1}), v^*(x)\}$. $T^l v^*(x)$ 对应于状态 x 下第 l 类需求到达时的库存分配的最优决策. 在状态 x , $x_m = 0$ 表明阶段 m 产品 (即最终产品) 库存为 0 此时, 显然没有办法满足到达的需求从而产生缺货成本 c_l , 系统停留在状态 x . $x_m \neq 0$ 表明阶段 m 产品的库存不为 0 此时, 管理者可以选择满足或拒绝该需求. 如果满足该需求, 那么最终产品被消耗, 系统状态变为 $x - e_m$. 如果拒绝到达的需求, 则产生缺货成本 c_l , 系统停留在状态 x . 系统管理者在上述两个决策中选择能使总成本降低的决策, 即 $\min\{v^*(x - e_m), v^*(x) + c_l\}$.

3 最优控制策略及其特性

在这一部分, 着重分析最优控制策略的形式及其结构特性.

假设 v 是定义在 Z^m 空间上的函数. 引入 v 的差分运算符:

$$\Delta_j v(x) = v(x + e_j) - v(x), \quad j = 1, \dots, m,$$

$$\Delta_{-j} v(x) = v(x + e_j - e_{j-1}) - v(x), \quad j = 1, \dots, m,$$

$$\Delta_{-l} v(x) = v(x + e_j - e_l) - v(x), \quad j = 1, \dots, m, \quad l = 1, \dots, m$$

其中 $x = (x_1, \dots, x_m)$ 是 Z^m 空间中的矢量. 对于 v 的复合差分运算符, 简记为

$$\Delta_{i,j} v(x) = \Delta_i \Delta_j v(x) = \Delta_j v(x + e_i) - \Delta_j v(x),$$

$$i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, m,$$

$$\begin{aligned} \Delta_{i,-j} v(x) &= \Delta_{i,-} \Delta_{-j} v(x) \\ &= \Delta_{i,-} v(x + e_j - e_{j-1}) - \Delta_{i,-} v(x), \\ i &= 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, m, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{i,-j} v(x) &= \Delta_{i,-} \Delta_j v(x) \\ &= \Delta_{i,-} v(x + e_j) - \Delta_{i,-} v(x), \\ i &= 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, m, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{i,-j,l} v(x) &= \Delta_{i,-} \Delta_{-j} \Delta_l v(x) \\ &= \Delta_{i,-} v(x + e_j - e_l) - \Delta_{i,-} v(x), \\ i &= 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, m, \quad l = 1, \dots, m \end{aligned}$$

根据差分运算符的定义, 这些复合差分运算符的顺序都是可交换的, 如

$$\Delta_{i,j} v(x) = \Delta_j \Delta_i v(x)$$

定义 1 V 表示定义在 Z^m 空间并拥有下列特性的函数集合; 对于任一函数 $v \in V$, v 满足

$$\mathbf{A1:} \quad \Delta_{i,-m} v(x) \geq 0 \quad i = 1, \dots, m;$$

$$\mathbf{A2:} \quad \Delta_{i,-j} v(x) \leq 0 \quad j \neq i \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, m;$$

$$\mathbf{A3:} \quad \Delta_m v(x) \geq -c_l$$

性质 1 如果 $v \in V$, 那么 v 也满足下列属性, 对于 $i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, m, l = 1, \dots, m$

$$\mathbf{B1:} \quad \Delta_{i,-j} v(x) \leq 0 \quad j < i$$

$$\mathbf{B2:} \quad \Delta_{i,-j,l} v(x) \geq 0, \quad l > j > i$$

$$\mathbf{B3:} \quad \Delta_{i,-j} v(x) \geq 0, \quad j \geq i$$

$$\mathbf{B4:} \quad \Delta_{i,j} v(x) \geq 0;$$

B5 $\Delta_{i-, i} v(x) \geq 0$.

证明 见附录.

性质 2 如果 $v \in V$, 那么 $Tv \in V$, 其中

$$Tv(x) = h(x) + \sum_{k=1}^m \mu_k T_k v(x) + \sum_{l=1}^n \lambda_l T^l v(x);$$

并且最优成本函数 v^* 是 V 中的一个元素, 即 $v^* \in V$.

证明 见附录.

根据性质 2 多级串行系统的最优函数 $v^* \in V$. 这意味着 v^* 满足属性 A1—A3 同时根据性质 1, v^* 也满足 B1—B5 为了系统地描述多级串行系统的最优控制策略, 引入以下变量

$$s_k(x_{-k}) = \min\{x_k \geq 0 \mid \Delta_{k-} v^*(x) \geq 0\},$$
$$k = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$r_l(x_{-m}) = \min\{x_m > 0 \mid \Delta_m v^*(x - e_m) \geq -c_l\},$$
$$l = 1, \dots, n \quad (3)$$

其中 $x_{-k} = (x_1, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_m)$ 是一个 $m-1$ 维矢量, 对应于除阶段 k 产品外的其他各阶段产品的库存水平.

定理 1 系统存在一个平稳最优控制策略.

1) 生产策略

系统的最优生产策略即是对各阶段的生产都采用动态基本库存策略. 对于第 k 阶段的生产, 其最优基本库存水平是 $s_k(x_{-k})$. 当 k 阶段产品库存水平低于 $s_k(x_{-k})$ 时, 则应当启动生产; 否则不应当生产.

2) 分配策略

系统的最优的分配策略是一个动态配给策略. 对于每一类需求都存在相应的最优配给水平. 对于第 l 类的需求, 其最优配给水平为 $r_l(x_{-m})$. 当第 l 类的需求到达系统时, 如果最终产品的库存水平不低于 $r_l(x_{-m})$, 该需求应当被满足; 否则该需求应当被拒绝.

3) 策略的协同特性

① 阶段 k 产品的最优基本库存水平 $s_k(x_{-k})$ 同下游产品库存水平成非递减关系但同上游产品库存水平成非递增关系, 即如果 $j > k$ 则 $s_k(x_{-k} + e_j) \leq s_k(x_{-k})$; 如果 $j < k$ 则 $s_k(x_{-k} + e_j) \geq s_k(x_{-k})$.

② 第 l 类需求的最优配给水平 $r_l(x_{-m})$ 同各阶段产品 (除了最终产品) 库存水平成非递增关系, 即如果 $j \neq m, r_l(x_{-m} + e_j) \leq r_l(x_{-m})$.

③ 各类需求的最优配给水平满足下列关系 $r_n(x_{-m}) \geq \dots \geq r_1(x_{-m}) = 1$

④ 对于阶段 k 产品, 下游产品越接近, 则其产品库存水平, 对阶段 k 最优基本库存水平 $s_k(x_{-k})$ 的影响越大, 即如果 $l > j > k, s_k(x_{-k} + e_j) \leq s_k(x_{-k} + e_l)$.

证明 定理中所述的策略特性都是由属性 A1—A3 以及 B1—B5 导出.

1) 生产策略

根据性质 B3 对于 $k = 1, \dots, m, \Delta_{k-} v^*(x) \geq 0$ 因此有

$$\begin{cases} v^*(x + e_k - e_{k-1}) \geq v^*(x) & \text{如果 } x_k \geq s_k(x_{-k}), \\ v^*(x + e_k - e_{k-1}) < v^*(x) & \text{否则} \end{cases}$$

这表明对于第 k 阶段生产环节 ($k = 1, \dots, m$), 若阶段 k 产品库存水平低于 $s_k(x_{-k})$, 即 $x_k < s_k(x_{-k})$, 则应当启动第 k 阶段的生产; 否则就不生产. 因此, $s_k(x_{-k})$ 是第 k 阶段生产环节的最优基本库存水平. 生产策略的动态性体现在最优基本库存水平 $s_k(x_{-k})$ 依赖于 $x_{-k} = (x_1, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_m)$, 即除阶段 k 产品外的其他各阶段产品的库存水平.

2) 分配策略

根据性质 B4 $\Delta_m v(x) \geq 0$ 即 $\begin{cases} v^*(x) + c_l \geq v^*(x - e_m) & \text{如果 } x_m \geq r_l(x_{-m}), \\ v^*(x) + c_l < v^*(x - e_m) & \text{否则} \end{cases}$

这表明当一个第 l 类的需求到达时, 如果最终产品的库存水平低于 $r_l(x_{-m})$, 即 $x_m < r_l(x_{-m})$, 则该需求应当被拒绝; 否则就满足该需求. 因此, 系统的最优的分配策略是配给策略, 其中 $r_l(x_{-m})$ 为第 l 类的需求的最优配给水平. 分配策略的动态性体现在最优配给水平 $r_l(x_{-m})$ 依赖于 x_{-m} , 即除最终产品外的其他各阶段产品的库存水平.

3) 协同特性

根据性质 B1 对于 $j < k, \Delta_{k-, j} v^*(x) \leq 0$ 这意味着 $s_k(x_{-k} + e_j) \geq s_k(x_{-k})$.

根据性质 B3 对于 $j > k, \Delta_{k-, j} v^*(x) \geq 0$ 这意味着 $s_k(x_{-k} + e_j) \leq s_k(x_{-k})$.

根据性质 B4 对于 $j \neq m, \Delta_{j, m} v^*(x) \geq 0$ 这意味着 $r_l(x_{-m} + e_j) \leq r_l(x_{-m})$. 由于 $c_1 \geq c_2 \geq \dots \geq$

c_n , 根据方程 (3), 有 $r_l(x_m) \geq \dots \geq r_1(x_m)$ 另外, 根据 A3 有 $r_1(x_m) = 1$

根据性质 B2 对于 $l > j > k$, $\Delta_{k,j} v^*(x) \geq 0$ 这意味着 $s_k(x_{-k} + e_j) \leq s_k(x_{-k} + e_l)$ 证毕.

策略特性 ① 表明当下游各阶段产品库存水平比较高时, 当前阶段的最优基本库存水平应当比较低, 这是因为此时下游的库存水平已经足以满足需求, 当前阶段没有大量制造的必要. 策略特性 ① 同时表明当上游各阶段产品库存水平较高时, 当前阶段的最优基本库存水平也应较高, 这是因为这有利于消除上游的库存, 并提高对需求的响应能力. 策略特性 ② 表明当各阶段产品库存水平增高时, 各类需求的最优配给水平不会增高. 这意味着当各阶段库存比较多时, 需求更有可能被满足. 策略特性 ③ 表明需求的缺货成本越高, 则其对应的最优配给水平越低. 这意味系统应当优先满足缺货成本较高的需求. $r_1(x_m) = 1$ 则表明只要有最终产品, 第 1 类需求就应当始终被满足.

在以往有关多阶段生产控制系统的研究中, 大家往往采用基于级库存的策略. 文献 [2], [3] 的研究指出当各阶段生产提前期是确定的时候, 级库存的控制策略是最优的. 基于级库存的控制策略使得管理者在确定某个生产阶段的生产决策时, 可只根据该阶段及其下游所有产品的库存水平之和作出决策. 然而在本文研究的系统中, 由于生产时间的随机特性, 使得基于级库存的策略并不是最优的控制策略. 策略特性 ④ 表明, 不同阶段的库存水平对于当前生产阶段的最优基本库存水平的影响各不相同. 因而在作生产决策时, 管理者必须根据下游每一个生产阶段库存分布而不是级库存作出最优决策.

4 实例分析

在此部分, 通过一个具体的实例来展示最优控制策略的结构特性. 考虑一个服务于两类不同需求的 3 级供应链系统, 如图 1 所示. 在此实例中, 假设系统的库存成本函数是各阶段生产环节库存

水平的线性函数, 即 $h(x) = \sum_{k=1}^m h_k x_k$, 其中 h_k 为阶段 k 产品的单位库存成本. 利用 Puteman^[19] 提供的数值迭代的方法 (value iteration method) 求解最优决策方程 (1), 从而获得该系统的最优控制策略. 利用此数值计算结果来验证和进一步阐释上一章节中的理论结论.

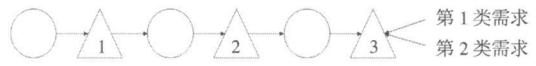


图 1 服务于两类不同需求的 3 级的供应链系统

Fig 1 A three stage series system with two demand classes

$$(\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1, h_1 = 1, h_2 = 1.5, h_3 = 2, \lambda_1 = 0.45, \lambda_2 = 0.45, c_1 = 150, c_2 = 50)$$

图 2(a) 显示了利用计算方法获得该系统的最优控制策略. 本文具体考察了阶段 1 产品库存水平为 8 时, 即 $x_1 = 8$ 阶段 2 产品和阶段 3 产品的最优生产策略. 当阶段 2 产品库存水平低于它的最优基本库存水平时, 即 $x_2 < s_2(x_1, x_3)$, 则应该生产阶段 2 产品, 否则就不生产. 同时, 在图 2(a) 中可以看出阶段 2 产品的最优基本库存水平随着阶段 3 产品库存水平的增加而递减. 对于阶段 3 产品, 其生产也是采用基本库存的生产策略; 然而其最优基本库存水平随着阶段 2 产品库存水平的增加而增加. 整个阶段 2 产品和阶段 3 产品的生产决策空间被划分为如图所示的 4 个部分.

图 2(b) 显示了阶段 1 产品最优基本库存水平受阶段 2 产品和阶段 3 产品库存水平的影响. $s_1(x_2, 0)$ 表示的当阶段 3 库存水平为 0 时, 即 $x_3 = 0$ 阶段 1 产品最优基本库存水平受阶段 2 产品库存水平的影响曲线. $s_1(0, x_3)$ 表示的当阶段 2 库存水平为 0 时, 即 $x_2 = 0$ 阶段 1 产品最优基本库存水平受阶段 3 产品库存水平的影响曲线. 从图中可以看出, 阶段 2 产品库存水平对阶段 1 产品最优基本库存水平的影响较大. 这充分说明基于级库存的生产策略不是最优策略.

图 3 显示了系统的最优分配策略及其特性. 本文具体考察了阶段 3 产品库存水平为 0 时 (即 $x_3 = 0$) 的最优分配策略. 当最终产品库存水平低于第 2 类需求的最优配给水平时, 则只有第 1 类需

求得到满足, 否则两类需求都能得到满足. 同时, 可以看到随着阶段 2 产品的库存水平增加, 第 2 类需求的最优配给水平, 即 $r_2(x_2, 0)$, 随之递减.

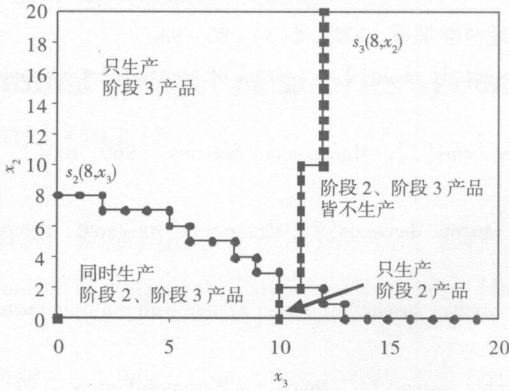
5 结 论

本文研究了一个服务于多类随机需求的多级串行供应链系统. 通过构造该系统的马尔可夫决策模型, 确定了该系统的最优控制策略. 在生产决策方面, 本文证明最优生产策略是对各阶段的生产采用动态的基本库存策略. 在库存分配方面, 证明最优的分配策略是一个配给策略. 除此之外, 本文的结论还表明当生产提前期具有随机性的时候, 基于级库存的控制策略并不是最优的. 最后, 我们利用一个具体实例进一步验证和阐释了上述理论结论.

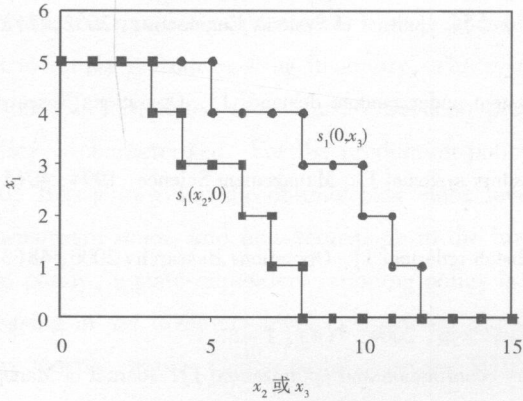
在本文的研究中, 假设每个阶段的生产时间服从指数分布. 指数分布的无记忆特性简化了模型, 使得模型的数学推导相对简单. 然而, 日常的生产设施的工作时间往往不具备无记忆特性, 这极大影响了模型的适用范围. 因此, 下一步的工作可以放宽关于生产时间的假设. 假设生产时间服从 *Erlang* 分布. 在此基础上, 可以进一步分析各阶段产品生产进程对于最优决策的影响.

除此之外, 还可将系统的结构从多级串行系统拓展到多级装配系统. 在多级装配系统中, 除了要研究上下游各阶段的协同特性之外, 还需要进一步研究同级之间或并行的各阶段之间的协同特性. 本文的研究结果为进一步的研究提供了良好的基础.

本文的另一个深化方向是研究最优控制策略的近似策略. 研究证明了系统的最优控制策略并指明了其结构特性. 然而由于最优决策的动态性 (最优基本库存水平和配给水平受各阶段产品库存水平的影响), 使得最优策略在现实中的实施相对比较困难. 可以寻找一种虽不是最优, 但却简单高效的协同控制策略. 具体而言, 可以采用静态基本库存控制策略和配给策略来拟合最优控制策略. 本文研究获得的最优控制策略的结构特性可以帮助我们快速高效确定拟合效果最佳的静态基本库存控制水平和配给水平.



(a)



(b)

图 2 最优生产策略及其特性

Fig. 2 The structure of the optimal production policy

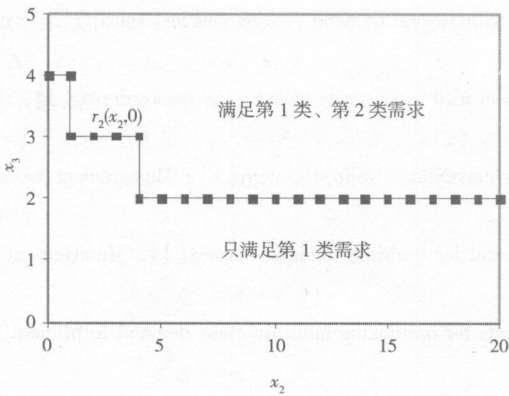


图 3 最优分配策略及其特性

Fig. 3 The structure of the optimal allocation policy

参考文献:

- [1] 达庆利, 张 钦, 沈厚才. 供应链中牛鞭效应问题研究[J]. 管理科学学报, 2003, 6(3): 86-93
Da Qing-li, Zhang Qin, Shen Hou-cai. Study on bullwhip effect in supply chain[J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(3): 86-93. (in Chinese)
- [2] Clark A J, Scarf H. Optimal policies for multi echelon inventory systems[J]. Management Science, 1960, 6(4): 475-490
- [3] Rosling K. Optimal inventory policies for assembly systems under random demands[J]. Operations Research, 1989, 37(4): 565-579.
- [4] Benjaafar S, El Hafsi M. Production and inventory control of a single product assemble to order system with multiple customer classes[J]. Management Science, 2006, 52(12): 1896-1912
- [5] Chen H, Yang P, Yao D D, *et al*. Optimal control of a simple assembly system[J]. Operations Research Letters, 1993, 14(4): 199-205.
- [6] 陈 剑, 黄 朔. 供应链结构研究进展[J]. 系统工程学报, 2002, 17(3): 246-251.
Chen Jian, Huang Shuo. Prospects of studies on supply chain structure[J]. Journal of Systems Engineering, 2002, 17(3): 246-251. (in Chinese)
- [7] Schmidt C, Nahmias S. Optimal policy for a two stage assembly system under random demand[J]. Operations Research, 1985, 33(5): 1130-1145.
- [8] Chen F, Zheng Y S. Lower Bounds for multi echelon stochastic inventory systems[J]. Management Science, 1994, 40(1): 1426-1443.
- [9] Chen F. Optimal policies for multi echelon inventory problems with batch ordering[J]. Operations Research, 2000, 48(3): 376-389.
- [10] 柳 键, 马士华. 供应链库存协调与优化模型研究[J]. 管理科学学报, 2004, 7(4): 1-8
Liu Jian, Ma Shi-hua. Research on model of supply chain inventory coordination and optimization[J]. Journal of Management Sciences in China, 2004, 7(4): 1-8. (in Chinese)
- [11] Veatch M H, Wein L M. Monotone control of queueing networks[J]. Queueing Systems, 1992, 12(3): 391-408
- [12] Topkis D. Optimal ordering and rationing policies in a nonstationary dynamic inventory model with n demand classes[J]. Management Science, 1978, 15(3): 160-176
- [13] Ha A Y. Inventory rationing in a make-to-stock production system with several demand classes and lost sales[J]. Management Science, 1997, 43(8): 1093-1103.
- [14] Ha A Y. Stock-rationing policy for a make-to-stock production system with two priority classes and backordering[J]. Naval Research Logistics, 1997, 44(5): 457-472.
- [15] de Véricourt F, Karaemen F, Dallery Y. Stock allocation for a capacitated supply system[J]. Management Science, 2002, 48(11): 1486-1501.
- [16] Aslan H, Graves S C, Roemer T. A single-product inventory model for multiple demand classes[J]. Management Science, 2007, 53(9): 1486-1500.
- [17] Ding Q, Kouvelis P, Milner J M. Dynamic pricing through discounts for optimizing multiple-class demand fulfillment[J]. Operations Research, 2006, 54(1): 169-183.
- [18] Lippman S. Applying a new device in the optimization of exponential queueing systems[J]. Operations Research, 1975, 23(4): 687-710.
- [19] Puterman M. Markov Decision Processes: Discrete Stochastic Dynamic Programming[M]. USA: New Jersey: John Wiley and Sons, Inc, 1994.
- [20] Bertsekas D P. Dynamic Programming and Optimal Control[M]. Volume 2. USA, Nashua: Athena Scientific, Second Edition, 2001.

[21]涂跃红, 邹兰兰. 跨国采购对我国企业的影响及对策[J]. 广东科技, 2004 4 54-55.

Tu Yue-hong, Zhou Lan-lan. The impact of oversea orders on domestic companies[J]. Guangdong Science & Technology, 2004, 4 54-55 (in Chinese)

Optimal control of a series system with stochastic lead time and multiple demand classes

ZHOU Wei-hua, WU Xiao-bao, DU Jian

School of Management, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China

Abstract A multi stage series system with stochastic lead time and multiple demand classes is considered. Starting from the raw materials, the product is processed in the system stage by stage. There exist multiple demand classes for the final product. At each time epoch, the system manager must decide (1) whether or not to activate the production process at a stage and (2), should demand from a particular class arise, whether or not to satisfy it from existing inventory. The system manager seeks to minimize the total discounted cost. The problem is formulated as a Markov decision process. Based on the formulation, the structure of the optimal policy is characterized. For the production policy, a state-dependent base-stock policy for each stage is optimal. It is shown that the optimal base stock level of one stage is non-increasing in the inventory level in its' downstream stages and non-decreasing in the inventory level in its' upstream stages. For the inventory allocation policy, a state-dependent rationing policy is optimal. It is shown that the optimal rationing level is non-decreasing in the inventory level in upstream stages.

Key words multirechelon serial systems; MDP; multiple stochastic demand classes; stochastic lead time

附录

性质 1 证明:

B1 首先考虑 $j=1$ 的情况. 因为第 1 阶段的生产只消耗原材料, $\Delta_{i-1} v(x)$ 可简化为 $\Delta_{i-1} v(x)$. 根据 A2

$$\Delta_{i-1} v(x) = \Delta_{i-1} v(x) \leq 0$$

这意味着 $\Delta_{i-1} v(x + e_1) \leq \Delta_{i-1} v(x)$.

对于其他任意 $j < i$, 根据 A2 有 $\Delta_{i-j} v(x) \leq 0$ 即 $\Delta_{i-j} v(x + e_j) \leq \Delta_{i-j} v(x + e_{j-1})$. 通过反复运用性质 A2 可以得到

$$\begin{aligned} \Delta_{i-j} v(x + e_j) &\leq \Delta_{i-j} v(x + e_{j-1}) \\ &\leq \Delta_{i-j} v(x + e_{j-2}) \\ &\vdots \\ &\leq \Delta_{i-j} v(x) \end{aligned}$$

基于此, 可以证明 B1 成立.

证毕.

B2 由于 $l > i$ 根据 A2 有

$$\Delta_{i-l} v(x + e_l) \leq \Delta_{i-l} v(x + e_{l-1})$$

由于 $l > j > i$ 反复运用性质 A2 可以有

$$\Delta_{i-l} v(x + e_l) \leq \Delta_{i-l} v(x + e_j)$$

基于此, 可以证明 B2 成立.

证毕.

B3 当 $j=m$ 时, 根据 A1, 有 $\Delta_{i-m} v(x) \geq 0$. 假设 $j \neq m$ 且 $j \geq i$ 根据 B2 有 $\Delta_{i-j} v(x + e_j) \geq \Delta_{i-j} v(x + e_m)$. 根据 A1 可以进一步获得 $\Delta_{i-j} v(x + e_j) \geq \Delta_{i-j} v(x + e_m) \geq \Delta_{i-j} v(x)$. 基于此, 可以证明 B3 成立.

证毕.

B4 由于复合运算符 $\Delta_{i,j} v(x) = \Delta_{j,i} v(x)$, 在证明时不妨假设 $j \geq i$ 根据 B3 有

$$\begin{aligned} \Delta_j v(x + e_i) &\geq \Delta_j v(x + e_{i-1}) \\ &\vdots \\ &\geq \Delta_j v(x) \end{aligned}$$

基于此, 可以证明 B4 成立.

证毕.

B5 根据 B3 $\Delta_{i-l} v(x + e_i - e_{i-1}) \geq \Delta_{i-l} v(x + e_{i-1})$. 根据 B1, $\Delta_{i-l} v(x) \leq \Delta_{i-l} v(x - e_{i-1})$.

基于此, 可以证明 B5 成立.

证毕.

性质 2 证明:

整个证明可以分为 3 部分组成. 第 1 部分如果 $v \in V$, 那么对于任意 $k (= 1, \dots, m)$, $T_k v \in V$; 第 2 部分如果 $v \in V$, 那么对于任意 $l (= 1, \dots, n)$, $T^l v \in V$; 第 3 部分如果 $v \in V$, 那么 $T v \in V$.

1) 如果 $v \in V$, 那么对于任意 $k (= 1, \dots, m)$, $T_k v \in V$.
 要证明此一结论, 只要证明 $T_k v$ 满足性质 A1—A3 根据 $T_k v$ 定义, 可写作

$$T_k v(x) = v(x) + m \inf \{ \Delta_k v(x), 0 \}.$$

首先证明, $T_k v$ 满足性质 A1

对于任意 i

$$\begin{aligned} \Delta_{i,m} T_k v(x) &= T_k v(x + e_i - e_{i-1} + e_m) - T_k v(x + e_i - e_{i-1}) - \\ &\quad T_k v(x + e_m) + T_k v(x) \\ &= \Delta_{i,m} v(x) + m \inf \{ \Delta_k v(x + e_i - e_{i-1} + e_m), 0 \} - \\ &\quad m \inf \{ \Delta_k v(x + e_m), 0 \} - m \inf \{ \Delta_k v(x + e_i - e_{i-1}), 0 \} + \\ &\quad m \inf \{ \Delta_k v(x), 0 \} \end{aligned}$$

区分两种情况:

(a) 当 $i = k$ 时

$$\begin{aligned} \Delta_{k,m} T_k v(x) &= \Delta_{k,m} v(x) + m \inf \{ \Delta_k v(x + e_k - e_{k-1} + e_m), 0 \} - \\ &\quad m \inf \{ \Delta_k v(x + e_m), 0 \} - m \inf \{ \Delta_k v(x + e_k - \\ &\quad e_{k-1}), 0 \} + m \inf \{ \Delta_k v(x), 0 \}. \end{aligned}$$

根据 A1, $\Delta_k v(x + e_k - e_{k-1} + e_m) \geq \Delta_k v(x + e_k - e_{k-1})$ 以及 $\Delta_k v(x + e_m) \geq \Delta_k v(x)$. 根据 B5 $\Delta_k v(x + e_k - e_{k-1} + e_m) \geq \Delta_k v(x + e_m)$. 在此基础上我们可以有以下 6 种情况:

1 $\Delta_k v(x + e_k - e_{k-1} + e_m) \geq \Delta_k v(x + e_m) \geq \Delta_k v(x) \geq 0$
 和 $\Delta_k v(x + e_k - e_{k-1} + e_m) \geq \Delta_k v(x + e_k - e_{k-1}) \geq \Delta_k v(x) \geq 0$
 此情况下, $\Delta_{k,m} T_k v(x) = \Delta_{k,m} v(x) \geq 0$

2 $\Delta_k v(x + e_k - e_{k-1} + e_m) \geq \Delta_k v(x + e_m) \geq 0 \geq \Delta_k v(x)$
 和 $\Delta_k v(x + e_k - e_{k-1} + e_m) \geq \Delta_k v(x + e_k - e_{k-1}) \geq 0 \geq \Delta_k v(x)$
 此情况下, $\Delta_{k,m} T_k v(x) = \Delta_k v(x + e_m) \geq 0$

3 $\Delta_k v(x + e_k - e_{k-1} + e_m) \geq 0 \geq \Delta_k v(x + e_m) \geq \Delta_k v(x)$
 和 $\Delta_k v(x + e_k - e_{k-1} + e_m) \geq \Delta_k v(x + e_k - e_{k-1}) \geq 0 \geq \Delta_k v(x)$
 此情况下, $\Delta_{k,m} T_k v(x) = 0$

4 $\Delta_k v(x + e_k - e_{k-1} + e_m) \geq \Delta_k v(x + e_m) \geq 0 \geq \Delta_k v(x)$
 和

$\Delta_k v(x + e_k - e_{k-1} + e_m) \geq 0 \geq \Delta_k v(x + e_m - e_{k-1}) \geq \Delta_k v(x)$
 此情况下, $\Delta_{k,m} T_k v(x) = \Delta_k v(x + e_m) - \Delta_k v(x + e_k - e_{k-1}) \geq 0$

5 $\Delta_k v(x + e_k - e_{k-1} + e_m) \geq 0 \geq \Delta_k v(x + e_m) \geq \Delta_k v(x)$
 和 $\Delta_k v(x + e_k - e_{k-1} + e_m) \geq 0 \geq \Delta_k v(x + e_k - e_{k-1}) \geq \Delta_k v(x)$
 此情况下, $\Delta_{k,m} T_k v(x) = -\Delta_k v(x + e_k - e_{k-1}) \geq 0$

6 $0 \geq \Delta_k v(x + e_k - e_{k-1} + e_m) \geq \Delta_k v(x + e_m) \geq \Delta_k v(x)$
 和 $0 \geq \Delta_k v(x + e_k - e_{k-1} + e_m) \geq \Delta_k v(x + e_k - e_{k-1}) \geq \Delta_k v(x)$
 此情况下, $\Delta_{k,m} T_k v(x) = \Delta_{k,m} v(x + e_m) \geq 0$

因而对于以上每一种情况, 都可以证明 $\Delta_{k,m} T_k v(x) \geq 0$

(b) 当 $i \neq k$ 时

根据 A1, $\Delta_k v(x + e_i - e_{i-1} + e_m) \geq \Delta_k v(x + e_i - e_{i-1})$ 和 $\Delta_k v(x + e_m) \geq \Delta_k v(x)$. 根据 A2 $\Delta_k v(x + e_i - e_{i-1}) \geq \Delta_k v(x)$. 采用与上述证明类似的分类方法, 可以证明 $\Delta_{i,m} T_k v(x) \geq 0$

因而, 证明 $T_k v$ 满足性质 A1

其次证明, $T_k v$ 满足性质 A2

对于任意 i, j 且 $i \neq j$

$$\begin{aligned} \Delta_{i,j} T_k v(x) &= T_k v(x + e_i - e_{i-1} + e_j - e_{j-1}) - \\ &\quad T_k v(x + e_i - e_{i-1}) - T_k v(x + e_j - e_{j-1}) + T_k v(x) \\ &= \Delta_{i,j} v(x) + \\ &\quad m \inf \{ \Delta_k v(x + e_i - e_{i-1} + e_j - e_{j-1}), 0 \} - \\ &\quad m \inf \{ \Delta_k v(x + e_i - e_{i-1}), 0 \} - \\ &\quad m \inf \{ \Delta_k v(x + e_j - e_{j-1}), 0 \} + \\ &\quad m \inf \{ \Delta_k v(x), 0 \}. \end{aligned}$$

需要区分以下 2 种情形: (a) 当 $i = k$ 时 (或 $j = k$);

(b) 当 $i \neq j \neq k$ 时. 利用同性质 A1 相似的分类方法, 可以证明 $T_k v$ 满足性质 A2

最后证明, $T_k v$ 满足性质 A3

根据 A1, $\Delta_k v(x + e_m) \geq \Delta_k v(x)$. 因而

$$\begin{aligned} \Delta_m T_k v(x) &= \Delta_m v(x) + m \inf \{ \Delta_k v(x + e_m), 0 \} - \\ &\quad m \inf \{ \Delta_k v(x), 0 \} \geq -c_1 \end{aligned}$$

因而, $T_k v$ 满足性质 A3

(2) 如果 $v \in V$, 那么对于任意 $l (= 1, \dots, n)$, $T^l v \in V$.

应用证明 $T_k v$ 满足性质 A1, A2, A3 的类似方法, 同样可以证明 $T^l v$ 满足性质 A1, A2, A3

(3) 如果 $v \in V$, 那么 $Tv \in V$.

由于 $h(x)$ 是单调递增的凹函数, 它必然满足 A1, A2

A3 根据上述证明结果, $Tv(x) = h(x) + \sum_{k=1}^m \mu_k T_k v(x) +$

$\sum_{l=1}^n \lambda_l T^l v(x)$ 也满足 A1, A2, A3 因此, 有 $Tv \in V$.

同时根据文献 [20] 中性质 3.1.5 和 3.1.6, 可以证明最优成本函数 $v^* = \lim_{n \rightarrow \infty} T^{(n)} v$ 其中 v 为 V 中任一元素, $T^{(n)}$ 表示对函数 v 连续作用 n 次. 由于 $Tv \in V$, $v^* \in V$.

证毕.