

具有差异化选择特征的复杂社会网络扩散研究^①

赵正龙^{1,2}, 陈忠¹, 孙武军³, 李莉⁴

(1. 上海交通大学安泰经济与管理学院, 上海 200052 2. 交通银行股份有限公司, 上海 100120
3. 南京大学商学院, 南京 210093 4. 上海师范大学教育学院, 上海 200234)

摘要: 人们有时会偏好与他人保持差异, 例如“搭便车”者总是选择与邻居相反的策略. 利用反协调博弈刻画了个体的差异化选择特征, 分析了复杂社会网络上的扩散过程及其影响因素. 结论表明, 这类扩散总能成功, 当采用策略的风险占优程度越高时, 同质性网络中的采用者数量越多, 而异质性网络中的采用者数量可能减少, 且存在唯一的最优风险占优度. 网络结构特征变化能够显著影响采用者数量, 则小世界特征的影响效果取决于策略是否风险占优, 而平均度和异质性的影响效果还需要考虑策略风险占优度的大小. 若个体对邻居信息出现认知偏差, 会显著改变最终的采用者个数. 因此, 通过调整个体采用收益、认知程度和个体间相互联系, 可以有效管理和控制具有差异化选择特征的扩散, 如度假产品、奢侈品、“搭便车”行为、流行与时尚等.

关键词: 扩散; 复杂社会网络; 差异化选择; 无标度网络; 小世界网络

中图分类号: F224 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2010)03-0038-12

0 引言

复杂社会网络上的扩散主要指产品^[1-2]、行为^[3-4]、文化^[5]以及群体现象^[6-7]等在特定网络结构的社会网络中的传播, 其微观基础在于大量社会个体在互动中做出选择的动态过程. 与物理、生物或其他网络上的扩散有明显不同: 一是个体决策过程容易受到与之联系的邻居个体选择的影响^[8], 这是因为邻居的选择会形成、影响甚至改变个体观念和态度, 促使其选择采用或者拒绝^[9], 如文献[10]表明喀麦隆妇女是否采用避孕行为和采取哪种药物, 主要取决于她的社交网络中其他妇女的选择. 因此, 不考虑个体间的相互影响, 会导致研究结论出现偏差, 一个明显的例子是 Bass 模型对网络效应产品的扩散模式解释力度不足^[11]. 正是由于网络效应也是个体互动作用的一种表现形式, 而 Bass 模型忽略了对理性个体互

动过程的刻画. 二是个体决策受到个体间联系网络的拓扑构型的影响. 复杂网络理论表明, 真实世界中大量社会个体间联系所构成的网络呈现小世界效应和无标度特征^[12-13], 并对扩散具有重要影响^[14-15]. 这些发现推动了相关扩散研究的发展, 如文献[16]应用小世界网络模型构建了新产品上市预测模型, 文献[17]基于消费者网络的结构特征提出了“hub 赠样策略”, 从而提高了新产品营销的效率. 文献[18]借用复杂网络理论比较了产品质量与安装基础对具有网络外部性的新产品扩散的决定作用. 文献[19]研究了网络结构对社会中合作行为的影响, 文献[20]研究了网络结构对知识传播的影响. 而文献[21-22]将复杂网络理论应用到了经济领域, 研究复杂社会网络上的扩散问题.

上述研究大都关注个体选择与他人趋同的特

① 收稿日期: 2008-01-22; 修订日期: 2009-01-09.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70671070, 70703016); 上海市软科学发展基金博士生论文资助项目.

作者简介: 赵正龙(1979-), 男, 重庆人, 博士. Email: zhenglong_zha@163.com

征,即采用某种行为或策略的人越多时,个体越倾向采用相同的行为或策略^②。而本文试图研究个体偏好于选择与邻居相反策略时的扩散问题,并采用反协调博弈(anti coordination game)描述这种差异化选择特征^③。许多社会现象都体现了差异化选择特征,如文献[24]指出农场主试验新技术时都有“搭便车”行为:积极试验新技术的农场主越多,目标个体越不积极,从而既享受公共利益,又减少了自己的试验成本。文献[25]研究了度假产品、奢侈品、流行与时尚等具有虚荣效应的产品,指出当某产品使用的人越多时,愿意选择的人反而越少。文献[26]发现城市向周边的扩张幅度越大,开发商进一步获得郊区田地或森林的难度反而越高,这种空间拥挤效应也体现了差异化选择特征。文献[27]则从行为经济学角度指出,具有更多信息的人能够借助信息优势采取差异化投资,并获得更多盈利,这也促使金融市场价格不会过度偏离均衡。

本文采用反协调博弈来描述个体偏好差异化选择的特征,并借鉴文献[14-15, 21-22]的平均场方法将扩散的微观基础与宏观现象联系在一起,从而定量研究采用者收益和网络结构特征的变化对扩散结果的影响。鉴于扩散影响因素的多样性和复杂性,本文简化了其他影响扩散的因素,着重讨论个体收益、差异化选择偏好、决策更新的短期最优反应机制和空间网络结构等约束条件下的扩散问题。

1 模型

1.1 群体网络结构

令 $N = \{1, 2, 3, \dots, i, \dots, n\}$ 表示包含有限个相互作用个体所组成的网络,其中个体间相互作用关系用无向连线表示,即个体 i 连向个体 j 等价于个体 j 也连向个体 i 。若个体 i 具有 k 条连线 (k 个邻居),则定义 k_i 为结点 i 的度 (degree)。具有度 k 的个体在群体中的比例为 $P(k)$,称为度分布 (degree distribution),其中, $k = 1, 2, \dots, n-1$ 本

文研究随机生成的网络结构,并假定网络结构生成后在整个扩散过程中保持不变。

1.2 有限理性个体的差异化选择过程

假设一个具有特定网络结构的社会群体 N ,在每一时期都面临两种策略的选择(策略可能表示选择某种产品,接受某种思想或文化,采纳某种行为或方案等)。任意时刻个体 i 要么选择策略 A,要么选择策略 B(为行文方便,称选择策略 A 的个体为采用者),即任意时刻 t 该社会群体的状态空间为:

$$s_t = (s_{1t}, s_{2t}, \dots, s_{it}, \dots, s_{nt}) \in S^N \equiv \{A, B\}^N$$

由于网络足够大且社会个体是有限理性的,即个体 i 对网络结构、全局个体选择情况和邻居选择历史仅具有不完全信息,唯一具有的信息是上期个体 i 与邻居 j 的收益矩阵

表 1 反协调博弈收益矩阵

Table 1 Payoff matrix of anti coordination game

		个体 j	
		策略 A	策略 B
个体 i	策略 A	b, b	c, d
	策略 B	d, c	e, e

令 $b < d, e < c$ 此时该博弈为反协调博弈,其纯策略纳什均衡是 (A, B) 和 (B, A),即参与者的均衡策略是选择与他人保持差异。该博弈显然还存在一个混合策略纳什均衡 ($q, 1-q$),其中, q 为均衡状态下博弈一方选择策略 A 的概率

$$q = \frac{c - e}{d - b + c - e}$$

显然,任意时刻个体的收益就是它与所有邻居两两博弈的总和。由于个体是有限理性的,它仅能根据邻居个体的选择情况判断哪种策略能使自己的本期收益最大化,即对上期博弈收益矩阵作出短期最优反应 (a myopic best response)^④。例如,当 $t-1$ 时刻个体 i 的邻居中采用者的比例低于 q 时,个体 i 预期 t 时刻邻居博弈方采用策略 A 的概率也小于 q 。由于差异化选择的收益更大,个体 i 的最优反应是选择策略 A。根据风险占优的相

② 这是因为个体趋同化选择过程不仅符合个体非理性特征,也是常见的社会现象,如著名的羊群效应和从众效应等。

③ 文献[23]使用反协调博弈刻画差异化选择特征。著名的斗鸡博弈 (chicken game)、鹰鸽博弈 (hawk-dove game) 和雪堆博弈 (snow drift game) 等都是反协调博弈的具体表现形式,常被用来刻画不同情况下的差异化选择特征。

④ 短期最优反应是一种有限理性个体的学习特征,其本质是贝叶斯更新机制,见文献[4]。

关概念,不妨令 q 为策略 A 的风险占优度,若 $q > 1/2$ 则策略 A 是风险占优的^⑤, q 越大,策略 A 的风险占优度越高,个体越偏向选择策略 A,称 q 趋近于 1 时策略 A 是强风险占优策略,称 q 趋近于 1/2 时策略 A 是弱风险占优策略.显然,风险占优度 q 取决于收益.

不妨假设网络中大部分个体都选择策略 B,且网络中大量个体重复上述动态互动过程,则网络群体采纳策略 A 的过程就成为标准的扩散研究问题,借助平均场方法则可将基于大量个体差异化选择的扩散过程模型化,并使模型求解成为可能.

1.3 平均场方法

当网络 N 足够大时,网络个体同质且随机分布时,扩散问题可以根据平均场方法进行刻画^⑥.令 $\rho_k(t)$ 表示 t 时刻度为 k 的个体中的采用者比例, $\frac{kP(k)}{\langle k \rangle}$ 表示任意连线指向度为 k 个体的偏好概率,其中, $\langle k \rangle = \sum_{k \geq 1} kP(k)$ 为网络平均度,也称为结点平均度.则 t 时刻任意连线一端指向采用者的概率为^⑦

$$\theta(t) = \frac{\sum_k kP(k)\rho_k(t)}{\langle k \rangle} \quad (1)$$

因此, t 时刻任意个体具有 k 个邻居,且邻居中恰好 a 个采用者的概率为 $\binom{k}{a} \theta(t)^a (1 - \theta(t))^{(k-a)}$.

不妨令 $P(A | a, k)$ 表示具有 k 个邻居,且邻居中恰好 a 个采用者的个体,自己也选择策略 A 的概率.由短期最优反应机制可知,若 t 时刻个体 i 预期邻居采用者比例低于 q 则个体(可能是采用者,也可能是非采用者)选择策略 A,反之则选择策略 B(包括邻居采用者比例等于 q 的情况).因此有

$$\begin{cases} P(A | a, k) = 1 & a/k < q \\ P(A | a, k) = 0 & a/k \geq q \end{cases} \quad (2)$$

为了区别个体策略的转变(如原来是非采用者,现在转变为采用者)与延续(如原来是采用者,现在还是采用者),令 r 表示个体策略的转变概率,则个体从非采用者转变到采用者的概率为

$$R(A | k, \theta(t)) = \sum_{a=0}^k rP(A | a, k) \binom{k}{a} \theta(t)^a (1 - \theta(t))^{(k-a)} \quad (3)$$

同理,个体从采用者转变到非采用者的概率为 $R(B | k, \theta(t)) = r - R(A | k, \theta(t))$,即个体选择策略的转变包括从策略 A 到策略 B 和从策略 B 到策略 A 两种情况,二者关系是非此即彼的互补关系.

此时根据平均场方程可将网络中采用者比例变化率写成

$$\frac{d\rho_k(t)}{dt} = (1 - \rho_k(t))R(A | k, \theta(t)) - \rho_k(t)R(B | k, \theta(t))$$

将 $R(B | k, \theta(t)) = r - R(A | k, \theta(t))$ 代入上式,简化为

$$\frac{d\rho_k(t)}{dt} = -r\rho_k(t) + R(A | k, \theta(t)) \quad (4)$$

由上式可知,网络中采用者比例变化率主要与个体的策略转变概率和个体当期状态有关,而与时间无关,因此可看作连续时间系统的马尔科夫过程.令 $\frac{d\rho_k(t)}{dt} = 0$ 可得任意时刻均衡状态下采用者比例为

$$\rho_k = R(A | k, \theta(t)) / r$$

将其代入式(1)可得

⑤ 文献[4]指出二人对称博弈中,博弈双方的最优反应策略总是风险占优的.换言之,当个体 i 预期对方以 $(1/2, 1/2)$ 的概率选择两种策略,若个体 i 选择策略 A 的收益更高时,策略 A 就是最优反应,也是风险占优的.因此,这种最优反应策略被称为 $1/2$ 占优的 ($1/2$ -dominant),也是风险占优的.

⑥ 平均场理论常被统计物理学家用来近似刻画连续时间的复杂系统动力学.其应用条件是连续时间系统下,群体足够大且同质混合,此时,局部异质变化可以被全局均值替代便于进行解析分析.本文设定群体网络 N 有限且足够大,选择策略 A 和 B 的个体数量差异的变化即为异质变化部分.具体应用见文献[14-15, 21-22].

⑦ $\theta(t)$ 与个体的度和网络位置等性质无关,是将所有个体看作同质混合的整体平均量.它表示任意选择一条线,它的一端指向采用者的概率.若 $\theta(t) = 0$ 则表示网络中所有的连线都不与采用者相连,若 $\theta(t) = 1$ 则表示网络中所有的连线,至少有一端与采用者相连.

$$\theta = H_q(\theta) \tag{5}$$

其中

$$H_q(\theta) = \frac{1}{\langle k \rangle} \sum_k kP(k) \times \sum_{a=0}^k P(A|a, k) \binom{k}{a} \theta^a (1-\theta)^{(k-a)}$$

式 (5) 的解对应于函数 $H_q(\theta)$ 的不动点 θ 即均衡状态时 θ 的非零解, 它对应于扩散成功情况下采用者的比例 $\rho = \sum_k P(k) \rho_k$ 这对于分析扩散问题具有实际意义, 尤其是有助于研究采用者比例的影响因素。

2 扩散影响因素的理论分析

2.1 采用者均衡分析

由上可知, 在给定网络度分布 $P(k)$ 和个体选择规则情况下, 若网络中初始时刻采用者比例非常低甚至没有, 随着个体间互动过程趋于稳定, 采用者比例最终会达到某种稳定状态, 因此有

命题 1 当网络度分布为 $P(k)$, 个体选择过程如上所述时, 扩散必定成功, 此时采用者比例为正。

证明

由于 $a/k < q$ 即 $a < kq$ 时 $P(A|a, k) = 1$, 否则 $P(A|a, k) = 0$ 所以式 (5) 可改写为

$$\begin{aligned} \theta &= H_q(\theta) \\ &= \frac{1}{\langle k \rangle} \sum_k kP(k) \sum_{a=0}^{\lfloor kq \rfloor} \binom{k}{a} \theta^a (1-\theta)^{(k-a)} \end{aligned} \tag{6}$$

其中, $\lfloor kq \rfloor$ 是对 kq 直接取整, 所以 $a < kq$ 等价于 $a \leq \lfloor kq \rfloor$ 。

据上式可知, 当 $\theta = 0$ 时, 有 $H_q(0) = 1$ 当 $\theta = 1$ 时, 有 $H_q(1) = 0$ 因此, 当 $H_q(\theta)$ 在定义域上连续时, 必有不动点 $\theta^* \in (0, 1)$ 满足式 (6), 即网络中必定有正的采用者比例。证毕。

从命题 1 可以看出, 个体偏好差异化选择的扩散总能成功, 这与趋同选择下的扩散现象截然不同。此时稳定状态下两种策略总是共存于网络中, $\theta^* \in (0, 1)$ 说明了这点。这一结论解释了为

什么当个体具有差异化选择特征时, 群体中两种策略总能共存。以“度假旅游”为例, 随着旅游人数增多, 个体参与旅游中获得的收益(度假愉悦感)下降, 则旅游者会逐步减少, 但随着旅游者减少, 个体参与旅游中获得的收益回升, 则旅游者又会增多。可见, 收益变化引起采用者比例波动, 但却不会产生“赢家通吃”的极端现象, 如图 1。

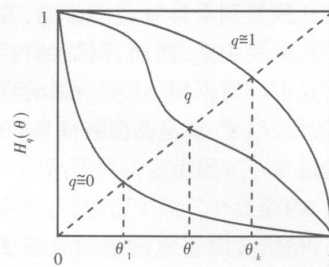


图 1 稳定状态下采用者比例 θ^* 与风险占优度 q
Fig 1 Fraction of adopter θ^* in stationary state corresponding to degree of risk dominance of q

2.2 策略风险占优度与采用者比例的内在关系

对于这类扩散现象, 扩散是否能够成功已不再是研究的重点, 关键是讨论哪些条件能够影响采用者比例, 哪些条件下采用者能够占据网络主导, 从而为管理决策提供理论指导。显然, 基于个体互动而产生的社会网络上的宏观扩散现象, 其微观动力在于收益驱动下的个体间互动, 而这种互动过程也受到网络拓扑结构的制约, 因此, 下面着重分析基于个体收益的策略风险占优度和网络结构特征对采用者比例的影响。在此之前, 不妨引入 $H_q(\theta)$ 在定义域上单调的条件, 即对所有定义域上的 θ 有

$$H'_q(\theta) \leq 0 \tag{7}$$

成立。由式 (7) 和命题 1 可知, 扩散只存在惟一的不动点, 据此有

命题 2 若 $H_q(\theta)$ 满足式 (7), 则稳定状态下的采用者比例 θ^* 与策略 A 的风险占优度 q 呈阶梯式结构的单调关系。

证明 见附录。

由命题 2 可知, θ^* 与 q 不是严格单调的, 而是呈阶梯式结构单调关系。随着策略 A 的风险占优度 q 的提高, 稳定时刻采用者比例 θ^* 是一个升序数列 $\{\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_k^*\}$, 即 q 越高, 稳定时刻采用者比例越高, 且采用者比例在区间 $[\theta_i^*, \theta_{i+1}^*]$ 内波

动,采用者比例最少为 θ_1^* , 最多为 θ_k^* , 如图 1 所示. 命题 2 具有较强的管理意义, 由于策略 A 的风险占优度 q 实际由博弈具体收益决定, 因此参与人的收益发生变化, q 也随之变动, 从而影响了采用者比例的变动, 换言之, 通过调整个体收益能够影响采用者比例.

2.3 网络结构对采用者比例的影响分析

采用者比例受到个体收益的影响, 并与风险占优度 q 存在单调关系. 然而, 网络结构不同, 个体间互动方式也有所不同, 从而会影响到采用者比例. 不妨假设 $H_q(\theta)$ 满足凸性条件, 即 $H_q(\theta)$ 在定义域上满足

$$H_q''(\theta) > 0 \tag{8}$$

结合命题 2 可知, 此时任意的稳定时刻采用者比例都单调对应惟一的风险占优度 q 且总是占据网络少数, 即 $\theta^* \in (0, 1/2)$.

命题 3 若 $H_q(\theta)$ 满足二阶单调, 稳定时刻的采用者比例分布具有对称性.

证明 由最优反应机制和风险占优的相关概念可知 (2.2 节), 当 $q > 1/2$ 时, 策略 A 为 $1/2$ 占优的, 而 $q < 1/2$ 时, 策略 B 是 $1/2$ 占优的, 且 q 越高, 策略 A 的风险占优程度越高, 结合博弈的对称性可知, 策略 A 的风险占优度对称于 $q = 1/2$. 若 $H_q(\theta)$ 满足二阶单调, 即 $H_q''(\theta) > 0$ 或 $H_q''(\theta) < 0$ 易知稳定时刻采用者比例 $\theta^* \in (0, 1)$ 都单调的对应惟一的 $q \in (0, 1)$, 则 θ^* 也对称于 $q = 1/2$.
证毕.

为了更好地考察复杂网络结构特征对采用者比例的影响, 本文采用一阶随机占优 (FOSD, first order stochastic dominance) 条件表示网络平均度的变化^⑧, 即网络结点的平均度, 若网络 G 的度分布一阶随机占优于网络 G' 的度分布, 则网络 G 的平均度更高, 网络更密集. 同时, 采用二阶随机占优 (SOSD, second order stochastic dominance) 条件表示网络异质性的变化. 所谓异质性, 是指网络结点度分布的非均匀性, 也就是结点度的方差. 结点度分布的方差越大, 若网络 G 的度分布二阶随机占优于网络 G' 的, 则网络 G' 的异质性更高. 例如, 著名的无标度网络就具有极高异质性, 反之,

规则网络结点度分布均匀, 没有异质性, 因此, 规则网络度分布二阶随机占优于无标度网络度分布. 利用这些条件, 可得如下命题:

命题 4 若 $H_q(\theta)$ 满足式 (7) 和式 (8), $P(k)$ 和 $P'(k)$ 为平均度不同的两个网络的度分布, 且 $P(k)$ 一阶随机占优于 $P'(k)$, 则对任意 q_L 小于 $1/2$ 和 q_H 大于 $1/2$ 相应有 $\theta_L \leq \theta'_L$, $\theta_H \geq \theta'_H$.

证明 见附录.

由一阶随机占优的性质可知, $P(k)$ 对应相对密集的网络, $P'(k)$ 对应相对稀疏的网络, 如图 2 所示. 可见, 网络联通度对采用者比例的影响取决于策略 A 是否风险占优, 若策略 A 风险占优, 则网络越密集, 采用者比例越高, 越有利于扩散, 若策略 A 不是风险占优的, 则网络越稀疏, 采用者比例越高, 越有利于扩散.

命题 5 若 $H_q(\theta)$ 满足 (7) 和 (8), $P(k)$ 和 $P'(k)$ 为异质性不同的两个网络的度分布, 且 $P(k)$ 二阶随机占优于 $P'(k)$, 则对任意 q_L 小于 $1/2$ 和 q_H 大于 $1/2$ 相应有 $\theta_L \leq \theta'_L$, $\theta_H \geq \theta'_H$.

证明 见附录.

由二阶随机占优的性质可知, $P(k)$ 对应异质性更低的网络, $P'(k)$ 对应异质性更高的网络, 如图 2 所示. 因此, 网络异质性对采用者比例的影响取决于策略 A 是否风险占优, 若策略 A 风险占优, 则网络异质性越低, 采用者比例越高, 越有利于扩散, 若策略 A 不是风险占优的, 则网络异质性越高, 采用者比例越高, 越有利于扩散.

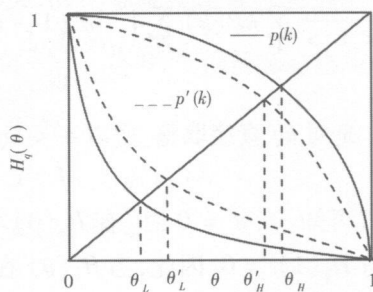


图 2 不同网络结构中采用者比例 θ^* 的变化

Fig. 2 Variance of fraction of adopter θ^* in stationary state in different network

⑧ 一阶随机占优和二阶随机占优条件可用以表示不同网络的结构特征差异, 详见文献 [28] 的综述.

3 扩散影响因素的仿真分析

3.1 仿真设计

鉴于模型的复杂性, 须借助仿真方法深化研究, 期望进一步揭示具有差异化选择特征的网络扩散规律. 本文选取了常见的规则网络、指数网络、无标度网络和小世界网络 4 种网络结构^⑨. 所有网络的平均度都为 $\langle k \rangle = 2m$, $m = 2, 4$ 其中, 规则网络的度分布为 $P_H(k) = 1$, 指数网络的度分布为 $P_E(k) \propto e^{-ak/2m}$, 无标度网络的度分布为 $P_F(k) \propto e^{-2.5}$. 显然, 当网络平均度相同时, 这 3 种网络所有结点度的均值相等, 而结点度的方差则具有显著差异, 这也反映了不同网络的异质性程度的差异. 规则网络的度分布波动方差最小, 也就是异质性最低, 无标度网络的异质性最高, 而指数网络异质性适中. 而小世界网络则用以考察小世界特征对采用者比例的影响^⑩.

最后, 仿真都取 1 000 个顶点, 初始采用者比例设为 0.01 (不同的初始采用者比例对最终结果的影响不大), 每次扩散循环 10 000 次即可达到稳定, 并且取 100 次仿真的平均值.

3.2 结果分析

3.2.1 风险占优度与采用者比例的关系及其影响因素

分析仿真结果可以发现一些新的现象, 如图 3 所示, 首先, 尽管采用者个数和风险占优度 q 在规则网络和小世界网络上呈单调增长关系, 但在指数网络 (c) 和无标度网络 (d) 中, 采用者比例和风险占优度之间表现出非单调关系. 具体表现在整体而言 q 越大, 采用者个数趋向增加, 但分段区间内随着 q 的增加采用者个数反而会减少. 无标度网络中这种单调减少的反转幅度尤为明显, 由此可得:

结论 1 网络异质性特征改变了采用者个数

与策略 A 的风险占优度 q 之间的单调关系.

由命题 2 可知, 风险占优度 q 实际刻画了对策略 A 的偏好程度, 一般情况下 q 越高, 选择策略 A 的个体应该更多. 而结论 1 指出异质性网络中, 策略 A 的风险占优度 q 越高, 采用者个数反而可能减少, 且异质性越高, 降幅越明显, 说明了网络结构的异质性特征对扩散结果的显著影响.

其次, 对比图 3 中非异质性网络 (规则网络 (图 a) 与小世界网络 (图 b)) 和异质性网络 (指数网络 (图 c) 和无标度网络 (图 d)) 可知, 异质性网络中, 最多采用者个数和最少采用者个数分别对应特定的最优风险占优度 q_{min}^* 和 q_{max}^* , 而在非异质性网络中, 可以使采用者个数最多 (最少) 的风险占优度有无穷多个. 根据本文模型, 策略 A 的采用者个数最小化必然对应策略 B 的采用者个数最大化, 而个体选择策略 A 和策略 B 的选择具有对称性, 因此只需要考察策略 A 的采用者个数最大化的情况:

结论 2 异质性网络存在唯一的最优风险占优度可使得采用者比例最大化.

由于绝大多数真实网络都存在异质性, 该结论可应用于具有差异化选择特征的网络扩散现象, 对管理者制定扩散控制策略具有实际意义.

3.2.2 网络结构特征的影响分析

图 4 比较了网络异质性对采用者比例的影响, 即给定网络平均度 $\langle k \rangle = 4$ 以规则网络为基准, 计算了无标度网络和指数网络上采用者的增减情况: 当 $q > 1/2$ 时 (策略 A 风险占优), 若 q 趋近于 1 时, 异质性越高, 采用者减少, 若 q 趋近于 $1/2$ 则异质性越高, 采用者增多. $q < 1/2$ 时的情况与 $q > 1/2$ 时的情况对称. 网络密度对采用者比例的影响模式与此相似, 由图 3 可知, 当 $q > 1/2$ 时 (策略 A 风险占优), 网络越密集, 采用者比例越高, 但当风险占优度接近中点时, 这种关系发生

^⑨ 小世界网络指具有小世界特征的网络构型, 其统计特征为短的平均距离和大的聚集系数, 而无标度网络是结点度分布呈幂律分布特征的网络, 其本质是度分布的异质性. 实证研究表明, 许多真实的社会网络具备上述特征, 如公司董事网络、企业间网络、电子邮件网络等 (参看文献 [29] 的综述文章). 其中, 小世界网络根据 Watts-Strogatz 模型生成 [12], 无标度网络根据 Barabasi-Albert 模型生成 [13], 规则网络和指数网络根据配置模型生成 [30].

^⑩ 由于 Watts-Strogatz 模型生成的网络中, 所有结点的度大致相等, 近似于规则网络, 因此可以排除异质性的干扰, 更准确的考察小世界特征对采用者比例的影响, 如图 5.

变化, 在异质性网络中平均度越高, 采用者比例反而越低. $q > 1/2$ 时的情况根据对称性可以相应得出. 因此有

结论 3 若策略 A 是弱风险占优策略 (或策略 B 是弱风险占优策略), 则网络越稀疏, 或异质性越高, 采用者比例越高; 若策略 A 是强风险占优策略 (或策略 B 是强风险占优策略), 提高网络密集程度, 或降低异质性, 反而能使采用者比例提高.

显然, 无论是网络异质性还是网络密度, 它们对采用者比例的影响都不仅取决于策略是否风险

占优, 还取决于风险占优程度的强弱. 也就是说, 这种影响关系对个体间博弈的收益变化十分敏感.

图 5 则剔除了异质性的影响, 比较了小世界特征对采用者比例的影响, 同样以规则网络为基准, 计算了 $\langle k \rangle = 4$ 和 $\langle k \rangle = 8$ 时小世界网络中采用者个数的增减情况, 发现小世界特征对采用者的影响只取决于策略 A 是否风险占优:

结论 4 若策略 A 风险占优, 则小世界特征会提高采用者数量, 若策略 A 不是风险占优的, 小世界特征则会降低采用者数量.

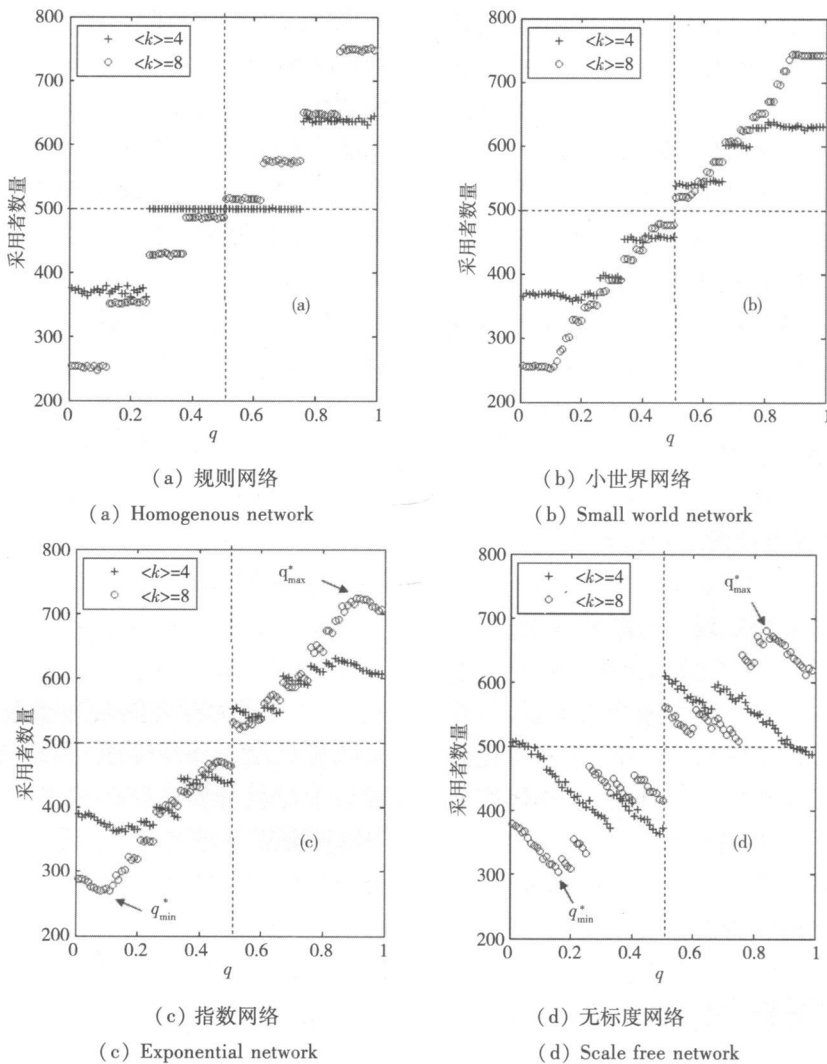


图 3 采用者数量与 q 值的关系

Fig. 3 Number of adopters and degree of risk dominance of q

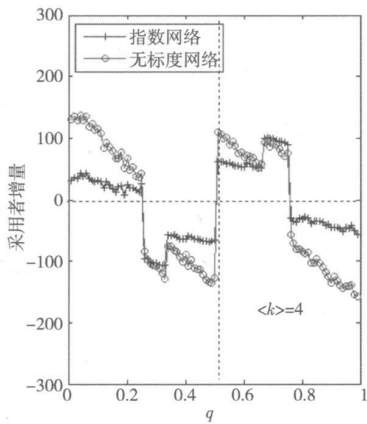


图 4 异质性和对采用者数量的影响 (以规则网络采用者数量为参照系)

Fig. 4 Effect of heterogeneity on number of adopters (Compared with number of adopters in homogenous network)

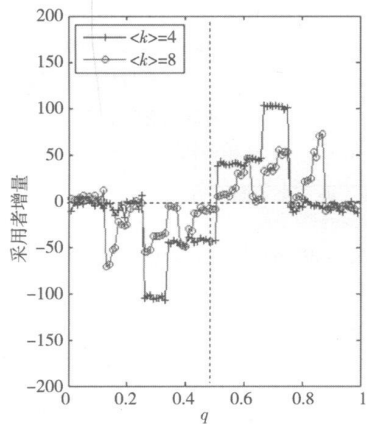


图 5 小世界特征对采用者数量的影响 (以规则网络采用者数量为参照系)

Fig. 5 Effect of small world effect on number of adopters (Compared with number of adopters in homogenous network)

3.2.3 短期最优反应机制的影响分析

图 6 考察了决策更新的短期最优反应机制约束对采用者比例的影响。即给定网络平均度为 $\langle k \rangle = 4$ 分析不同的短期最优反应机制约束条件、风险占优度与采用者比例之间的复杂关系。由前可知, 短期最优反应机制是指有限理性个体仅能根据邻居个体的选择情况判断哪种策略能使自己的本期收益最大化, 从而决定自身选择策略。换句话说, 就是根据上期博弈收益矩阵来决定本期的策略选择。例如, $t-1$ 时刻个体 i 的邻居采用者

比例 a/k 低于 q 则个体 i 预期 t 时刻邻居博弈方采用策略 A 的概率也小于 q 。由于差异化选择的收益更大, 个体 i 的最优反应是选择策略 A, 如式 (2) 所示。鉴于有限理性约束, 个体的这种最优反应可能存在认知偏差 (perception bias)^①, 换言之, 即使知道了上期的邻居采用者比例, 但并不一定会预期本期邻居采用者比例依然保持不变。因此, 不妨做出如下设定: 令邻居采用者比例为 $f(k, a)$, 若个体认为本期邻居采用比例保持不变, 则有 $f(k, a) = a/k$; 若个体判断本期的邻居采用者比例要更高, 则有 $f(k, a) = (a/k)^{1/2}$; 若个体判断本期邻居采用者比例更低, 则有 $f(k, a) = (a/k)^2$, 式 (2) 的短期最优反应机制约束条件变形为

$$\begin{cases} P(A | a, k) = 1 & f(k, a) < q \\ P(A | a, k) = 0 & f(k, a) \geq q \end{cases}$$

为此, 图 6 考察了当个体过高估计 ($f(k, a) = (a/k)^{1/2}$) 或过低估计 ($f(k, a) = (a/k)^2$) 本期邻居采用者比例的情况下的扩散过程, 并与图 3 ($\langle k \rangle = 4$ 的部分) 所考察的正常估计 ($f(k, a) = a/k$) 情况进行对比。正如命题 2 所揭示的那样, 采用者个数和风险占优度 q 之前存在分段函数关系, 且分段数目大致等于网络平均度 $\langle k \rangle$, 平均度越高, 分段数目越多。此外, 观察图 3 可知, 在个体正常估计邻居采用者的情况下, 采用者比例围绕中心点 (0.5, 0.5) 对称, 在 $q = 0.5$ 附近, 规则网络上采用者比例约为 1/2 而其他网络上 $q = 0.5$ 时采用者比例都会从网络少数 (小于 1/2) 跳跃至网络多数 (大于 1/2), 异质性越高, 跳跃幅度越大。而若个体过低估计邻居采用者比例, 则中心点左移, 采用者个数在更低的风险占优度时即可跳跃至网络多数, 若个体过高估计邻居采用者比例, 则中心点右移, 采用者个数在更高的风险占优度时才可跳跃至网络多数。采用者何时能占据网络多数, 取决于中心点的位置, 或者说取决于个体对邻居采用者比例的认知情况。为此有

① 认知偏差指社会个体的心理特征会影响个体的理性分析能力, 从而使判断和决策出现偏差 (Tversky 和 Kahneman, 1974)。此处认知偏差表现为个体过高估计或过低估计本期邻居采用者比例。

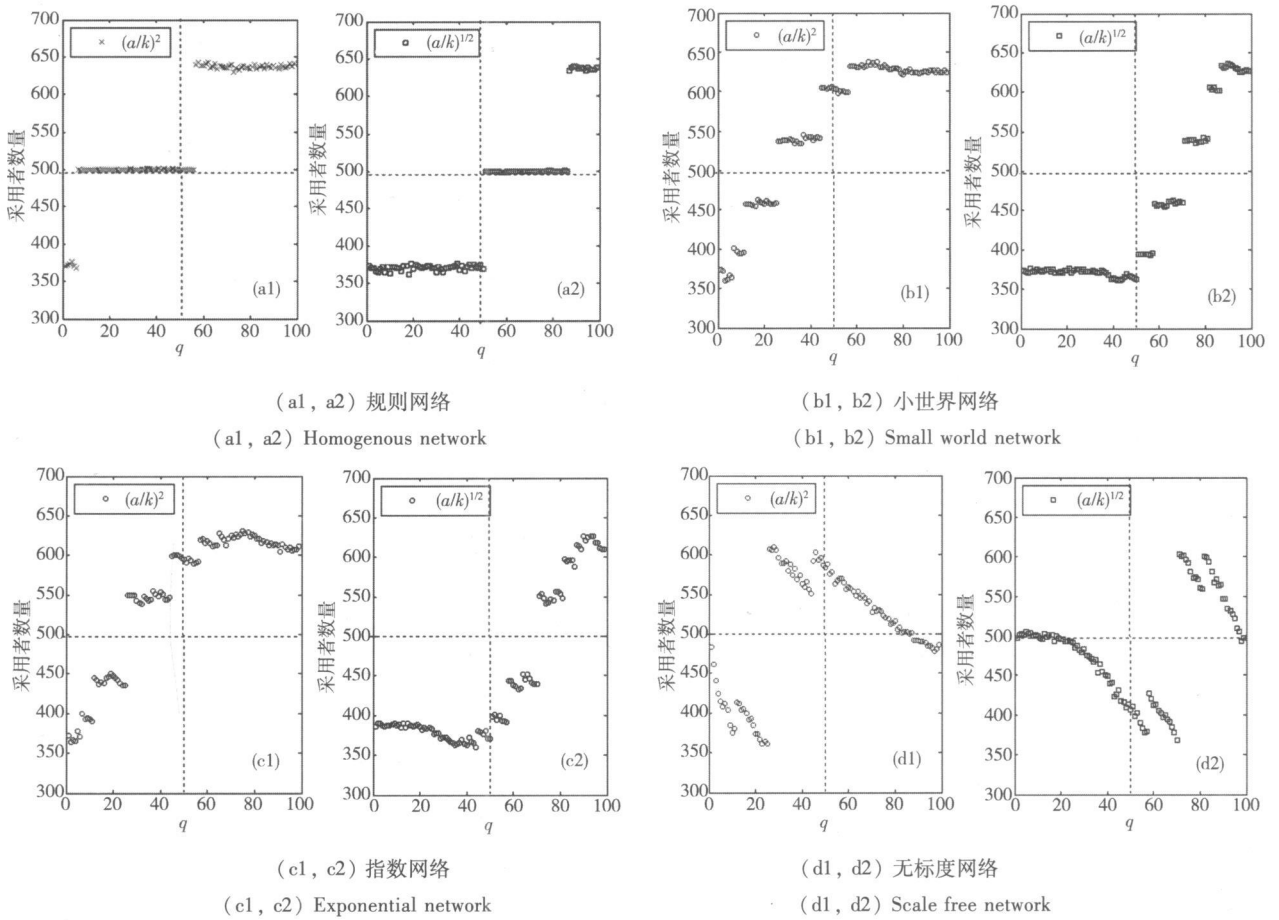


图 6 最优反应机制约束对采用者数量的影响 ($\langle k \rangle = 4$)

Fig. 6 Constraint of myopic best response on number of adopters ($\langle k \rangle = 4$)

结论 5 采用者何时能占据网络多数取决于个体对邻居采用情况的认知程度, 过低估计邻居采用者比例往往会促使网络形成更多的采用者^②。

4 结束语

本文从网络视角出发, 研究了社会个体偏好差异化选择时的一类社会扩散现象, 研究表明:

1) 该类扩散总能成功, 但采用者是否能占据网络多数, 受个体认知情况和采用策略风险占优程度的影响。2) 在非异质性网络上, 某种策略的风险占优度越高, 则采用它的人越多, 而在异质性网络上, 某种策略的风险占优度越高, 则采用它的人可能越少, 此时存在唯一的最优风险占优度, 可使得采用者比例最大化。3) 在个体认知正常的情况

下, 小世界特征对采用者比例的影响取决于策略是否风险占优: 若策略 A 风险占优, 小世界特征会提高采用者数量, 若策略 A 不是风险占优的, 小世界特征会降低采用者数量。4) 在个体认知正常的情况下, 网络密度和异质性对采用者比例的影响取决于策略风险占优程度的强弱: 对于强风险占优策略的扩散, 提高网络密集程度, 或降低异质性, 能够促使采用者比例提高; 对于弱风险占优策略的扩散, 则网络越稀疏, 或提高异质性程度, 采用者比例反而越高。(5) 其他条件相同的情况下, 个体的认知偏差也会显著改变采用者比例。上述结论不仅能够解释具有差异化选择特征的扩散现象, 也为相应的管理策略提供了可操作的理论指导。例如, 为了抑制群体中的“搭便车”行为, 一是可以通过引入外部监督或惩罚机制来降低“搭便

^② 需要指出的是, 在认知偏差的情况下结论 1 和结论 2 依然成立, 但结论 3 和结论 4 需要相应做出修正, 限于篇幅, 此处不再讨论。

车”行为的收益,二是可以根据其风险占优程度调整群体间相互关系,改变网络结构特征,三是加强对“搭便车行为”的抵制宣传,使个体高估“搭便车者”的人数,从而达到控制目的。

本文采用平均场理论和反协调博弈思想,着重从三个维度对扩散模型进行了改进和拓展,一是个体偏好差异化选择,二是空间网络结构可变,

三是个体决策更新受短期最优反应机制约束。鉴于扩散问题影响因素的多样性和复杂性,目前尚缺乏统一的解释框架^[31],未来研究可在此基础上引入更多影响因素进行研究,如个体采用决策阈值的异质性、价格、营销与广告、组织文化等,也可采用其他方法在不同理论框架下进行研究,如实物期权理论^[32]。

参考文献:

- [1] Kameshu G D. Stochastic evolution of innovation diffusion in heterogeneous groups: Study of life cycle patterns[J]. *Management Mathematics*, 2001, 12(2): 107-126
- [2] Young H P. The Spread of Innovations by Social Learning[M] // Lawrence E, et al. *The Economy as a Complex Evolving System*. Durlauf: Oxford University Press, 2003: 267-281.
- [3] Banerjee A V. A simple model of herd behavior[J]. *The Quarterly Journal of Economics*, 1992, 107(3): 797-817.
- [4] Morris S. Contagion[J]. *Review of Economic Studies*, 2000, 67(1): 57-78.
- [5] Bakchandanani S, Hirshleifer D, Weick K A. A theory of fads, fashion, custom, and cultural change as informational cascades [J]. *Journal of Political Economy*, 1992, 100(5): 992-1026
- [6] Granovetter M. Threshold models of collective behavior[J]. *American Journal of Sociology*, 1978, 83(6): 14-20
- [7] Granovetter M, Soong R. Threshold models of diversity: Chinese restaurants, residential segregation, and the spiral of silence[J]. *Sociological Methodology*, 1988, 18(1): 69-104
- [8] Manski C. Economic analysis of social interactions[J]. *Journal of Economic Perspectives*, 2000, 14(3): 115-136
- [9] 埃弗雷特·M·罗杰斯. 创新的扩散[M]. 北京: 中央编译出版社, 2002
Rogers E M. Diffusion of Innovation[M]. Beijing: Central Translate and Edit Publishing Company, 2002. (in Chinese)
- [10] Valente T W, Watkins S C, Jato M N, et al. Social network associations with contraceptive use among Cameroonian women in voluntary associations[J]. *Social Science & Medicine*, 1997, 45(5): 677-687
- [11] Goldenberg J, Libai B, Muller E. Riding the saddle: How cross-market communications creates a major slump in sales[J]. *Journal of Marketing*, 2002, 66(2): 1-16
- [12] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of small-world networks[J]. *Nature*, 1998, 393(10): 440-442
- [13] Barabasi A L, Albert R. Emergence of scaling in random networks[J]. *Science*, 1999, 286(15): 509-512
- [14] Pastor-Satorras R, Vespignani A. Epidemic spreading in scale-free networks[J]. *Physical Review Letters*, 2000, 86(24): 3200-3203
- [15] Pastor-Satorras R, Vespignani A. Epidemic dynamics and endemic states in complex networks[J]. *Physical Review E*, 2000, 63(6): 66-117
- [16] Garber T, Goldenberg J, Libai B, et al. From density to destiny: Using spatial analysis for early prediction of new product success[J]. *Marketing Science*, 2004, 23(3): 419-429
- [17] Duan W, Chen Z, Liu Z, et al. Efficient target strategies for contagion in scale-free networks[J]. *Physical Review E*, 2005, 72(2): 26-133
- [18] 段文奇, 陈忠. 网络效应新产品成功的关键: 产品质量还是安装基础? [J]. *系统工程理论与实践*, 2007, 23(7): 144-148
Duan Wenqi, Chen Zhong. Key factor to drive success of new product with network effects: Product quality or installed base? [J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2007, 23(7): 144-148. (in Chinese)
- [19] Hanaki N, Petehans I A, Dodds P S, et al. Cooperation in evolving social networks[J]. *Management Science*, 2007, 53(7): 1036-1050
- [20] 李志刚, 汤书昆, 梁晓艳, 等. 基于网络结构的产业集群知识创新和扩散绩效 [J]. *系统工程*, 2007, 25(5): 1-8
Li Zhigang, Tang Shukun, Liang Xiaoyan, et al. Performance of knowledge innovation and diffusion in the industry clusters based on network structure[J]. *Systems Engineering*, 2007, 25(5): 1-8. (in Chinese)

- [21] LópezP intado D. Contagion and coordination in random network [J]. International Journal of Game Theory 2007, 34 (3): 371– 384
- [22] LópezP intado D. Diffusion in complex social networks[J]. Games and Economic Behavior 2007, 62(2): 573– 590
- [23] Branou llé Y. Anticoordination and social interactions[J]. Games and Economic Behavior 2007, 58(1): 30– 49
- [24] Foster A, Rosenzweig M. Learning by doing and learning from others Human capital and technical change in agriculture [J]. Journal of Political Economy 1995 103(6): 1176– 1209
- [25] Cowan R, Cowan W, Swann P. A model of demand with interactions among consumers[J]. International Journal of Industrial Organization 1997, 15(6): 711– 733
- [26] Iwain E, BockstaeIN. Interacting agents, spatial externalities and the evolution of residential land use patterns[J]. Journal of Economic Geography 2002, 2(1): 1– 54
- [27] Wolfers J, Zitzewitz E. Prediction markets[J]. Journal of Economic Perspectives 2004, 18(2): 107– 126
- [28] Jackson M O. The Economics of Social Networks[M] //Richard B, Whitney N, and Torsten P. Advances in Economics and Econometrics Theory and Applications Ninth World Congress of the Econometric Society. Cambridge: Cambridge University Press, 2006
- [29] Newman M E J. The spread of epidemic disease on networks[J]. Physical Review E 2002, 66(1): 16– 128
- [30] Molloy M, Reed B. The dominating number of a random cubic graph[J]. Random Structures and Algorithms 1995 7 (3): 209 – 221.
- [31] 何应龙, 周宗放. 国外新产品扩散模型研究的新进展 [J]. 管理学报, 2007, 4(4): 29– 37
He Ying-long, Zhou Zong-fang. New advances in the internal research on the models for new product diffusion[J]. Chinese Journal of Management Science 2007, 4(4): 29– 37. (in Chinese)
- [32] 何佳, 曾勇. 技术创新速度对新技术购买行为的影响: 两代未来创新的情况 [J]. 管理科学学报, 2003, 6(1): 13– 19
He Jia, Zeng Yong. Impact of speed of innovation arrival on innovation adoption timing: Case of two generations of future innovations[J]. Journal of Management Sciences in China 2003, 6(1): 13– 19. (in Chinese)

Diffusion with property of differential choice in complex social network

ZHAO Zheng-long^{1, 2}, CHEN Zhong¹, SUN Wu-jun³, LI Li⁴

1. Aetna College of Economics & Management, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200052, China

2. Bank of Communications, Shanghai 100120, China

3. School of Business, Nanjing University, Nanjing 210093, China

4. College of Education, Shanghai Normal University, Shanghai 200234, China

Abstract Sometimes individuals prefer to be different from others. E.g. free-riders always choose strategies opposite to that of neighbors. The paper models the characteristics of differential choice by anticoordination game and analyses the diffusion and its influencing factors in complex social networks. The results show that this kind of diffusion could always occur. With the increase of risk dominance of adopted strategy, adopters increase in non-heterogeneous network but may decrease in heterogeneous network, in which there is only an optimal degree of risk dominance. Moreover, property of network structure could influence the number of adopters significantly. Effect of smallworld depends on whether a strategy is risk dominant while effect of connectivity and heterogeneity depends on the degree of risk dominance. Individuals' cognitive bias on neighbors' information will change the number of adopters significantly. Therefore, it is effective to adjust payoffs and cognition of individuals and relationships between individuals to manage the diffusion with property of differential choice such as holiday resort, luxury product, “free-riding” behavior and fashion.

Key words diffusion; complex social network; differential choice; scale free network; smallworld network

附录:

命题 2 证明 由于相同区间的 q 对应相同的 $[kq]$, 如 $q \in (0, 1/k)$ 时 $[kq] = 0$, $q \in [1/k, 2/k)$ 时 $[kq] = 1$, \dots , $q \in [(k-1)/k, 1)$ 时 $[kq] = k-1$. 显然, 随着 q 增加, $[kq]$ 是个升序数列 $\{0, 1, \dots, k-1\}$, 因此, 若单调性假设式 (7) 成立, 随着 q 的变化, 共有 k 个不动点满足式 (5).

若 q_1 和 q_2 属于同一区间时, 不妨令

$$\begin{cases} m/k \leq q_1 \leq q_2 < (m+1)/k, 0 < m < k \\ m/k < q_1 \leq q_2 < (m+1)/k, m = 0 \end{cases}$$

其中 m 为整数, 则有

$$\begin{cases} [kq_1] = [kq_2] = m, 0 < m < k \\ [kq_1] = [kq_2] = 0, m = 0 \end{cases}$$

其中 m 为整数.

若式 (7) 成立, 则 $q = q_1$ 时有惟一不动点 θ_1^* , $q = q_2$ 时有惟一不动点 θ_2^* . 由于 $[kq_1] = [kq_2]$ 总是成立, 所以 q_1 和 q_2 所对应的不动点也相等, 即 $\theta_1^* = \theta_2^*$. 此时, θ^* 和 q 具有弱单调性.

若 q_1 和 q_2 属于不同区间时, 不妨令

$$\begin{cases} m/k \leq q_1 < (m+1)/k \leq q_2, 0 < m < k-1 \\ m/k < q_1 < (m+1)/k \leq q_2, m = 0 \end{cases}$$

其中 m 为整数.

同理可得 $[kq_1] = m$, $[kq_2] = m+1$, 即 $[kq_1] < [kq_2]$, 进一步有

$$H_{q_1}(\theta) = \frac{1}{\langle k \rangle} \sum_k kP(k) \sum_{a=0}^{[kq_1]} \binom{k}{a} \theta^a (1-\theta)^{(k-a)}$$

$$H_{q_2}(\theta) = H_{q_1}(\theta) + \frac{1}{\langle k \rangle} \sum_k kP(k) \times$$

$$\sum_{a=[kq_1]+1}^{[kq_2]} \binom{k}{a} \theta^a (1-\theta)^{(k-a)}$$

显然, 对于任意 θ 都有 $H_{q_1}(\theta) < H_{q_2}(\theta)$, 由于在式 (7)

条件下, $H_{q_1}(\theta)$ 和 $H_{q_2}(\theta)$ 分别对应惟一不动点, 则有

$$\theta_1^* = H_{q_1}(\theta) < \theta_2^* = H_{q_2}(\theta)$$

此时, θ^* 和 q 是单调增的.

证毕.

命题 4 证明 若 $H_q(\theta)$ 满足式 (7) 和 (8), 必有: 此时函数存在不动点的必要条件是 $H'_q(0) < 0$ 和 $H''_q(0) > 0$. 将 $\theta = 0$ 代入 $H'_q(\theta)$ 和 $H''_q(\theta)$ 可知, 只有当 $[kq] = 0$ (即 $k \leq [1/q]$) 时, 上述条件得到满足^⑩, 此时有

$$H'_q(0) = \frac{1}{\langle k \rangle} \sum_{k=1}^{[1/q]} (-k^2)P(k) < 0 \quad (9)$$

显然, q 越小, $H'_q(0)$ 越小, 相应的采用者比例 θ^* 也越小.

若 $P(k)$ 一阶随机占优于 $P'(k)$, 且 $-k^2$ 是单调减函数, 则根据一阶随机占优性质有^⑪

$$\sum_{k \geq 1}^M (-k^2)P(k) \leq \sum_{k \geq 1}^M (-k^2)P'(k),$$

任给 $0 < M \leq k$ (10)

存在 $M_L = [1/q_L]$ 使得

$$\frac{1}{\langle k \rangle} \sum_{k=1}^{M_L} (-k^2)P(k) = D_1$$

由式 (10) 可知, M_L 同时满足

$$\frac{1}{\langle k \rangle} \sum_{k \geq 1}^{M_L} (-k^2)P'(k) \geq D_1$$

由风险占优度 q 和采用者比例的单调对应关系可知, 相同的 q_L 值在不同的网络中必然对应 $\theta_L \leq \theta'_L$.

由命题 3 可知对 $q_H \in (1/2, 1)$ 和 $q'_H \in (1/2, 1)$, 有 $\theta_H \geq \theta'_H$. 证毕.

命题 5 证明 若 $P(k)$ 二阶随机占优于 $P'(k)$, 且 $-k^2$ 是凸函数, 则根据二阶随机占优性质有^⑫

$$\sum_{k \geq 1}^M (-k^2)P'(k) \geq \sum_{k \geq 1}^M (-k^2)P(k),$$

任给 $0 < M \leq k$ (11)

证明过程同命题 4 略.

证毕.

⑩ 若 $[kq] = 1$ 时有 $H'_q(0) = 0$ 和 $H''_q(0) < 0$. 此时若函数 $H_q(\theta)$ 二阶单调, 则在定义域上只能为凹性, 随着 q 降低可能不存在不动点, 即函数无解. 若 $[kq] > 1$ 则 $H''_q(0) = 0$, 式 (8) 不满足.

⑪ 令 $P(k)$ 和 $P'(k)$ 为平均度不同的两个网络的度分布, 若 $P(k)$ 一阶随机占优于 $P'(k)$, 则前者的网络平均度更高, 且当 $u(k)$ 为单调减函数时, 有 $\sum_{k \geq 1} u(k)P(k) \leq \sum_{k \geq 1} u(k)P'(k)$.

⑫ 令 $P(k)$ 和 $P'(k)$ 为平均度相同的两个网络的度分布, 若 $P(k)$ 二阶随机占优于 $P'(k)$, 则后者的网络异质性更高, 且当 $u(k)$ 为凸函数时, 有 $\sum_{k \geq 1} u(k)P'(k) \geq \sum_{k \geq 1} u(k)P(k)$.