多种广告媒体下纵向合作广告的微分对策模型①

聂佳佳[1,2], 熊中楷[1]
(1. 重庆大学经济与工商管理学院, 重庆 400030; 2. 西南交通大学经济管理学院, 成都 610031)

摘要: 利用微分对策理论研究了零售商采用 3种媒体广告宣传时的纵向合作广告问题, 建立了合作广告的微分对策模型. 运用最优控制理论分别求得了集中式和分散式决策下最优的广告投入、稳定的销售量和供应链利润以及分散式决策下最优的广告分担比例. 通过比较分析发现, 集中式决策下广告投入量、稳定销售量和供应链利润分别高于分散式决策下的相应值, 并运用效用理论对系统增量利润进行了划分. 最后, 将模型扩展到多种广告媒体投入下的合作广告模型, 发现零售商选择的广告媒体数量越多, 零售商投入的广告、稳定的销售量以及制造商、零售商和供应链的最优利润都越多.

关键词: 供应链; 合作广告; 微分对策; 整合营销传播; Stackelberg博弈; 汉密尔顿-雅可比-贝尔曼方程

中图分类号: F270. 5 文献标识码: A 文章编号: 1007- 9807(2010)05- 0001- 10

0 引 言

供应链上下游企业间的合作广告 (或称纵向合作广告), 即制造商对零售商的地方性广告进行补贴. 纵向合作广告被绝大多数行业所采用, 它在许多公司的营销战略中扮演了极为重要的角色, 是许多制造商财务预算中的重要部分[1-2]. 据估计在 1987年, 美国公司大约花费 100亿美元在合作广告上[3], 而这个数字在 1993年则达到了极为惊人的 200亿美元[4]. 纵向合作广告在零售业中使用的比例相当高, 依照广告时代 (Advertising Age)[5]杂志的描述, 合作广告大约占所有百货商店广告的 50%, 占所有食品杂货店广告的 75%. 另外, 合作广告在其它行业也得到了广泛的应用. 如: 在计算机行业, IBM分担了零售商一半的广告成本, 而 Apple公司则负担了 75%的媒体广告成本, Intel自 1991年以来通过与计算机营销商的协作, 实施了全球最大的合作广告计划 "Intel Inside", 被指定用于 Intel微处理器促销活动的合作资金在 1999年达到了大约 8亿美元 (相当于 60%的分担率), 仅仅过了两年就增长至 15亿美元. 又如: 在汽车行业中, 通用汽车公司向其经销商提供了 25%的分担比例[6]. 相对于制造商的全国性广告投入而言, 制造商用于补偿零售商的地方性广告开支要高得多, 如: 通用电器公司用于地方性广告的开支是其全国性广告开支的 3倍[6].

纵观近年来国内外纵向合作广告问题的研究情况, 大多数文献都从更加理论化的视角出发, 建立相关数学模型以及运用博弈论方法分析合作广告问题. 合作广告模型可以分为两类: 静态模型和动态模型②.

静态模型方面: Huang和 Li[7]针对零售势力从制造商向零售商转移这一市场结构的变化, 考察了制造商与零售商合作广告系统的交易效率问

① 收稿日期: 2008- 10- 22; 修订日期: 2009- 05- 25.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70571088).
作者简介: 聂佳佳 (1981—), 男, 河南许昌人, 博士生. Email: nie_jia@126.com
② 静态合作广告模型没有考虑供应链中参与方的长期利润, 而动态合作广告模型 (通过微分对策理论建立的合作广告模型)考虑了供应链中参与方的长期利润, 因而微分对策合作广告模型更加贴近现实[11-13].

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

题; Yue等[8]对此模型加以扩展, 研究了在富有需求弹性的市场环境下, 制造商向消费者直接提供一个价格折扣时的两层供应链合作广告问题; Huang等[9]后来又侧重研究了合作博弈中制造商与零售商的最优广告策略选择, 并与经典的序贯行动博弈情形进行了比较分析, 结果表明, 前一种博弈情形比后一种博弈结构的系统利润更高, 并且制造商全国性广告支出以及零售商地方性广告支出也更高; 王磊等[2]又将 Huang和 Li发展到零售商存在竞争行为的合作广告模型; 胡本勇和彭其渊[10]对合作广告问题也做了深入研究. 动态模型方面: Jørgensen等[11]构建了一个存在两种类型广告 (长期广告和短期广告)的动态合作广告模型; Jørgensen等[12]假定销售量依赖于商誉和广告促销活动, 并且销售量关于商誉边际报酬递减, 他们先后讨论了 Nash非合作博弈和 Stackelberg博弈, 并对此进行了比较分析; 另外张庶萍和张世英[13]以及付强和曾顺秋[1]也对动态合作广告进行了深入的研究.

现有对合作广告研究的文献, 其基本假设为零售商通过一种媒体 (如电视)进行广告. 事实上, 零售商多是同时通过多种媒体进行广告宣传, 如: 电视、报纸、网络等. Naik和 Raman[14]通过实证研究表明多种媒体广告对需求的影响不是独立的, 同时进行电视和报纸广告对需求会产生协同作用, 即同时进行电视和报纸广告产生的需求比单独使用一种媒体广告带来的总需求多. 这种通过多种媒体的广告策略即所谓的整合营销传播 (integrated marketing communications, IMC). IMC是一种市场营销方法, 这种方法强调利用多个媒体以及各媒体之间的协同作用创造产品的品牌价值. IMC可以定义为一种综合广告、促销及公共关系等各种营销传播方法的营销计划, 旨在明确这些传播方法的战略角色, 整合这些传播方法, 使之产生清晰、一致和最大的市场作用[15]. IMC强调在营销活动的计划中考虑各种媒体均对销售产生促进作用, 并且各媒体还会产生协同作用, 比单独使用一种媒体产生更好的效果. Gopalakrishna和 Chatterjee[16]对家用电器行业的实证研究也表明多种媒体广告之间存在协同作用, 能产生额外的需求, 而且这部分额外需求与各个媒体广告的投入有关. 既然多种媒体广告具有协同作用, 那么在 IMC策略下, 下游零售商如何在多种媒体间分配广告预算, 上游制造商又如何激励下游零售商投入广告? 这些问题就显得至关重要, 本文将充分考虑协同作用对供应链的影响. 首先, 运用微分对策理论建立零售商 3种广告媒体下的供应链合作广告模型, 试图研究集中式和分散式两种决策形式, 并对这两种决策形式下的最优广告投入以及利润进行比较分析; 然后, 将模型扩展到多种广告媒体投入下的合作广告模型, 研究广告媒体数量对广告投入和零售商、制造商和供应链利润的影响. 期望所得到的相关结论能为制造商和零售商在广告预算支出、促销活动安排等方面的科学决策提供理论依据.

1 模 型

考虑由一个制造商和一个零售商组成的供应链, 制造商和零售商进行合作广告. 零售商通过多种广告媒体进行地方性广告, 首先考虑 3种广告媒体, 在模型扩展中将考虑多种广告媒体. 设零售商在 3种传播渠道的地方性广告投入分别为 $A_i(t)$, $i = 1, 2, 3$③, 制造商承担零售商广告成本的比例为 $x(t)$, 且 $0 \leqslant x(t) \leqslant 1$. 设零售商的广告成本函数为 $A_i^2(t)$[11-13]. 假设零售商投入广告可以提高需求, 根据 Naik和 Raman[14] 的研究, 一个体现需求与广告支出以及 3种广告协同作用关系的微分方程如下④

③ 不考虑制造商的全国性广告, 可以理解为制造商投入了某一特定数量的广告费用, 对销售量的影响为一确定值[2].

④ Naik和 Raman[14] 研究的是垄断企业的 IMC问题, 并通过实证研究证实协同作用的存在, 其需求与广告投入的微分方程为 $\dot{S} = \rho_1 A_1 + \rho_2 A_2 + kA_1A_2 - \delta S$, 该文研究的是两种广告媒体, 本文将其模型扩展到 3种广告媒体, 考虑协同作用为二次根号的原因为: Prasad和 Sethi[17] 也采用了类似的处理; 量纲上的考虑, 若广告投入一单位所带来需求的单位以件或千克计, 那么 $\sqrt{A_1A_2}$的单位也为件或千克; 数学处理上的方便.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\frac{dS(t)}{dt} = \dot{S}(t) = \sum_{i=1,2,3} \rho_i A_i(t) + \sum_{i,j=1,2,3,i\neq j} k_{ij}\sqrt{A_i(t)A_j(t)} - \delta S(t),$$
$$S(0) = S_0 \tag{1}$$

其中 ρ_i 表示零售商通过媒体 i 投入广告对销售量的影响, k_{ij} 反映两个媒体的协同作用, $\delta > 0$ 表示销售量的衰减程度, $S(t)$ 为零售商 t 时刻的销售量, 为系统的状态变量. 设制造商和零售商有着相同且为正值的贴现率 r, 双方的目标都是在 $[0,\infty)$ 内寻求使自身利润最大化, 双方的边际利润分别为 π_m 和 π_r, 二者为常量. 制造商和零售商的目标函数分别为

$$\max_{x(t)}\left\{J_m(S) = \int_0^\infty e^{-rt}[\pi_m S(t) - x(t)(A_1^2(t) + A_2^2(t) + A_3^2(t))]\,dt\right\} \tag{2}$$

$$\max_{A_1(t),A_2(t),A_3(t)}\left\{J_r(S) = \int_0^\infty e^{-rt}[\pi_r S(t) - (1-x(t)) \times (A_1^2(t) + A_2^2(t) + A_3^2(t))]\,dt\right\} \tag{3}$$

约束条件为式 (1). 式 (2) 和 (3) 说明由零售商决策各种媒体的广告投入量, 由制造商确定分担比例. 这是因为零售商接近终端顾客, 由零售商负责促销广告活动更加有利于销售更多的产品; 制造商确定分担比例的原因在于制造商在供应链中处于领导者地位. 大量的文献采用了这种决策模式, 如文献 [1, 2, 6-13]. 由于 Chintagunta 和 Vilcassim[18] 以及 Erickson[19] 通过实证研究表明反馈控制策略所得到的解与实证数据拟合效果比开环解要好, 另外一方面反馈控制策略对于局部对策也是最优的, 所以本文研究模型的反馈控制策略⑤.

2　集中式决策

集中式决策意味着由分散式决策下的两个决策者变为集中式下的一个决策者. 下面给出集中式决策下 3种媒体的最优广告投入和供应链的最优利润. 以上标 "C" 表示集中式决策下的最优值.

命题 1　在集中式决策下, 3种媒体的最优广告投入为

$$A_1^C = \frac{(\pi_m + \pi_r)\varpi_1}{2(r+\delta)},\ A_2^C = \frac{(\pi_m + \pi_r)\varpi_2}{2(r+\delta)},$$
$$A_3^C = \frac{(\pi_m + \pi_r)\varpi_3}{2(r+\delta)} \tag{4}$$

供应链最优利润为

$$V^C(S) = \frac{\pi_m + \pi_r}{r+\delta}S + \frac{(\pi_m + \pi_r)^2}{4r(r+\delta)^2} \times (\varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2) \tag{5}$$

其中 $\varpi_1, \varpi_2, \varpi_3$ 由如下方程组确定

$$\begin{cases} \varpi_1 = \rho_1 + \dfrac{k_{12}}{2y_1} + \dfrac{k_{13}}{2y_2},\ \varpi_2 = \rho_2 + \dfrac{k_{12}y_1}{2} + \dfrac{k_{23}}{2y_3} \\ \varpi_3 = \rho_3 + \dfrac{k_{13}y_2}{2} + \dfrac{k_{23}y_3}{2}, \\ y_1^2 = \dfrac{\varpi_1}{\varpi_2},\ y_2^2 = \dfrac{\varpi_1}{\varpi_3},\ y_3^2 = \dfrac{\varpi_2}{\varpi_3} \end{cases} \tag{6}$$

证明　在集中式决策下, 双方将以供应链系统利润最大化为目标, 共同来确定 3种媒体的最优广告投入. 那么供应链的目标函数为

$$\max_{A_1,A_2,A_3}\left\{J = J_m + J_r = \int_0^\infty e^{-rt}[(\pi_m + \pi_r)S - (A_1^2 + A_2^2 + A_3^2)]\,dt\right\} \tag{7}$$

其最优利润函数 $V(S)$ 必须满足如下汉密尔顿-雅可比-贝尔曼 (Hamilton-Jacobi-Bellman, HJB) 方程[11-13]

$$rV(S) = \max_{A_1,A_2,A_3}\left\{(\pi_m + \pi_r)S - (A_1^2 + A_2^2 + A_3^2) + V'(S)\dot{S}\right\} \tag{8}$$

其中 $V'(S) = dV(S)/dS$⑥, 式 (8) 右端最大化的一阶条件为

$$V'\left(\rho_i + \frac{k_{ij}}{2}\sqrt{\frac{A_j}{A_i}} + \frac{k_{ik}}{2}\sqrt{\frac{A_k}{A_i}}\right) - 2A_i = 0,$$
$$i,j,k = 1,2,3;\ i\neq j\neq k \tag{9}$$

由式 (9) 得 $2(A_1^2 + A_2^2 + A_3^2) + V'\left(\sum_{i=1,2,3}\rho_i A_i + \sum_{i,j=1,2,3,i\neq j} k_{ij}\sqrt{A_iA_j}\right)$, 代入供应链的 HJB 方程得

⑤　为书写方便, 后文部分省略时间.

⑥　为书写方便, 后文省略了状态变量 S.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$rV(S) = (\pi_m + \pi_r - \delta V')S + (A_1^2 + A_2^2 + A_3^2) \quad (10)$$

令 $y_1 = \sqrt{A_1/A_2}$, $y_2 = \sqrt{A_1/A_3}$, , $y_3 = \sqrt{A_2/A_3}$, 则由式(9)得最优的广告投入为 $A_i = \varpi_i V'/2$, 其中 ϖ_i, $i = 1, 2, 3$ 由式(6)的方程组确定. 由于式(6)不含有未知变量, 因此 ϖ_1, ϖ_2, ϖ_3 和 y_1, y_2, y_3 均为正值. 将 A_i 代入式(10), 合并整理后得

$$rV(S) = (\pi_m + \pi_r - \delta V')S + (V')^2(\varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2)/4$$

关于 S 的线性最优利润函数是此 HJB 方程的解, 令 $V(S) = l_1 S + l_2$, 其中 l_1, l_2 为待定常数. 将 $V(S)$ 及其对 S 的导数代入式(10), 求得参数值为

$$l_1 = \frac{\pi_m + \pi_r}{r + \delta},$$

$$l_2 = \frac{(\pi_m + \pi_r)^2}{4r(r + \delta)^2}(\varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2) \quad (11)$$

则得到集中式决策下 3种媒体的最优广告投入和最优利润函数.

在集中式决策下, 制造商(零售商)的边际利润越高, 3种媒体的广告投入和供应链的总利润都越高. 表明边际利润是渠道双方投入广告的动力所在, 双方可以通过降低单位成本或降低运营成本以增加边际利润. 将 3种媒体的最优广告投入代入式(1)得

$$\dot{S}(t) = \frac{(\pi_m + \pi_r)}{2(r + \delta)}\left(\sum_{i=1,2,3} \rho_i \varpi_i + \sum_{i,j=1,2,3;\, i \neq j} k_{ij}\sqrt{\varpi_i \varpi_j}\right) - \delta S(t) \quad (12)$$

初始条件为 $S(0) = S_0$. 求解式(12)的微分方程得

$$S(t) = \bar{S}^C/\delta + e^{-\delta t}(S_0 - \bar{S}^C/\delta)$$

$$\bar{S}^C = \frac{(\pi_m + \pi_r)}{2(r + \delta)}\left(\sum_{i=1,2,3} \rho_i \varpi_i + \sum_{i,j=1,2,3;\, i \neq j} k_{ij}\sqrt{\varpi_i \varpi_j}\right) \quad (13)$$

则 $t \to \infty$ 时, 稳定的销售量为 $\bar{S}^C/\delta$

命题 2 在集中式决策最优广告投入下, 1) 当 $\delta > \bar{S}^C/S_0$ 时, 销售量随时间推移不断减小, 但始终大于 $\bar{S}^C/\delta$; 当 $\delta < \bar{S}^C/S_0$ 时, 销售量随时间推移不断增加, 但始终小于 $\bar{S}^C/S_0$; 当 $\delta = \bar{S}^C/S_0$, 销售量始终为 S_0; 2) 制造商或零售商的边际利润越大, 稳定的销售量越多, 然而, 贴现率或衰减系数越大, 稳定的销售量越少.

这揭示了当消费者对广告的"遗忘"程度比较大时, 即使投入广告也不能阻止销售量的减小, 但企业不投入广告销售量减少的速度更快. 这说明此时企业只有通过改善企业的广告形式降低消费者对广告的"遗忘"才能增加销售量, 例如: 在广告影响力大的媒体上进行广告宣传. 反之, 可做类似分析. 同时, 命题 2还说明提高边际利润可以增加销售量, 而制造商降低生产成本和零售商降低运营成本是提高边际利润的一条有效途径.

3 分散式决策

在分散式决策下, 把制造商和零售商之间的关系建立成制造商作为领导者而零售商作为追随者的一个序贯非合作博弈模型. 从制造商角度看, 制造商采用合作广告策略可以激励零售商增加它的地方性广告支出. 在 Stackelberg博弈下, 博弈顺序如下: 首先由制造商确定为零售商承担的地方性广告分担比例; 然后零售商选择 3种媒体最优的地方性广告投入. 以上标"*"表示 Stackelberg主从博弈下的最优值.

命题 3 在 Stackelberg主从博弈情形下, 零售商 3种媒体下最优广告投入分别为

$$A_1^* = \frac{(2\pi_m + \pi_r)\varpi_1}{4(r + \delta)},$$

$$A_2^* = \frac{(2\pi_m + \pi_r)\varpi_2}{4(r + \delta)},$$

$$A_3^* = \frac{(2\pi_m + \pi_r)\varpi_3}{4(r + \delta)} \quad (14)$$

制造商的最优广告分担比例为 $x^* = (2\pi_m - \pi_r)/(2\pi_m + \pi_r)$, 制造商、零售商和供应链的最优利润分别为

$$\begin{cases} V_m^*(S) = \dfrac{\pi_m}{r + \delta}S + \dfrac{(2\pi_m + \pi_r)^2}{16r(r + \delta)^2}(\varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2), \\ V_r^*(S) = \dfrac{\pi_r}{r + \delta}S + \dfrac{\pi_r(2\pi_m + \pi_r)}{8r(r + \delta)^2}(\varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2) \\ V^*(S) = V_m^*(S) + V_r^*(S) = \dfrac{(\pi_m + \pi_r)}{r + \delta}S + \\ \quad \dfrac{(2\pi_m + \pi_r)(2\pi_m + 3\pi_r)}{16r(r + \delta)^2}(\varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2) \end{cases} \quad (15)$$

证明 为了得到此博弈的 Stackelberg均衡, 运用逆向归纳法. 首先求解零售商的最优化控制

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

问题, 最优利润函数 $V_r(S)$ 必须满足 HJB方程

$$rV_r(S)=\max_{A_1,A_2,A_3}\{\pi_r S-(1-x)(A_1^2+A_2^2+A_3^2)+\dot{V}_r'(S)S\} \tag{16}$$

式(16)右端最大化的一阶条件为

$$V_r'\left(\rho_i+\frac{k_{ij}}{2}\sqrt{\frac{A_j}{A_i}}+\frac{k_{ik}}{2}\sqrt{\frac{A_k}{A_i}}\right)-2A_i(1-x)=0$$
$$i,j,k=1,2,3;\ i\neq j\neq k \tag{17}$$

由式(17)得 $2(A_1^2+A_2^2+A_3^2)(1-x)=V_r'\left(\sum_{i=1,2,3}\rho_i\times A_i+\sum_{i,j=1,2,3;i\neq j}k_{ij}\sqrt{A_iA_j}\right)$ 和最优的广告投入为 $A_i(x)=V_r'\varpi_i/(2(1-x))$, 代入零售商 HJB方程得 $rV_r(S)=(\pi_r-\delta V_r')S+(1-x)(A_1^2+A_2^2+A_3^2)$. 此时制造商的 HJB方程为

$$rV_m(S)=\max_x\{\pi_m S-x(A_1^2+A_2^2+A_3^2)+\dot{V}_m'S\} \tag{18}$$

将 $A_i(x)$ 代入式(18), 化简整理后得

$$rV_m(S)=\max_x\{(\pi_m-\delta V_m')S+V_r'\frac{2(1-x)V_m'-xV_r'}{4(1-x)^2}(\varpi_1^2+\varpi_2^2+\varpi_3^2)\} \tag{19}$$

为使上面等式右边最大化, 得 $x=(2V_m'-V_r')/(2V_m'+V_r')$. 于是得到零售商和制造商 HJB方程分别为

$$rV_m(S)=(\pi_m-\delta V_m')S+\frac{(2V_m'+V_r')^2}{16}\times(\varpi_1^2+\varpi_2^2+\varpi_3^2) \tag{20}$$

$$rV_r(S)=(\pi_r-\delta V_r')S+\frac{V_r'(2V_m'+V_r')}{8}\times(\varpi_1^2+\varpi_2^2+\varpi_3^2) \tag{21}$$

由式(20)和(21)可知, 关于 S的线性最优利润函数分别为制造商和零售商 HJB方程的解. 令 $V_m(S)=g_1S+g_2$, $V_r(S)=h_1S+h_2$, 其中 g_1, g_2, h_1, h_2为待定常数. 将 $V_m(S)$和 $V_r(S)$及其对 S的导数代入式(20)和(21), 求得最优利润函数的参数值为

$$g_1=\frac{\pi_m}{r+\delta}$$

$$g_2=\frac{(2\pi_m+\pi_r)^2}{16r(r+\delta)^2}(\varpi_1^2+\varpi_2^2+\varpi_3^2),$$

$$h_1=\frac{\pi_r}{r+\delta}$$

$$h_2=\frac{\pi_r(2\pi_m+\pi_r)}{8r(r+\delta)^2}(\varpi_1^2+\varpi_2^2+\varpi_3^2) \tag{22}$$

因此得到 3种媒体的最优广告投入和制造商、零售商以及供应链的最优利润函数.

命题 4　1)如果 $\pi_m/\pi_r>1/2$, 那么制造商提供正的广告补贴给零售商; 如果 $\pi_m/\pi_r\leqslant 1/2$, 那么制造商不提供补贴给零售商; 2)制造商的边际利润越高, 为零售商分担的地方性广告也越多, 而零售商的边际利润越高, 制造商分担的地方性广告越少; 无论是制造商还是零售商的边际利润越高, 零售商的地方性广告投入也越多, 同时, 制造商和零售商的利润也越多.

命题 4表明边际利润是渠道双方投入广告的动力所在, 而降低生产成本或运营成本是提高边际利润的有效途径, 这就需要制造商不断改进生产工艺等手段降低生产成本, 零售商引入先进管理经验降低运营成本. 命题 4还说明进行有效合作广告策略的必要条件是渠道双方具备一定的实力(获取边际利润的能力), 如果零售商的边际利润水平比较低, 其投入的地方性广告就比较少, 即使制造商给与零售商较高的广告分担比例也不能激励零售商投入较多的广告; 而如果制造商边际利润较低, 将不能为零售商提供一个较高的分担比例, 也不能有效地激励零售商投入较高的地方性广告. 类似于集中式决策情形可以得到分散式决策下稳定的销售量为 $\bar{S}/\delta$, 其中

$$\bar{S}=\frac{(2\pi_m+\pi_r)}{4(r+\delta)^2}\left(\sum_{i=1,2,3}\rho_i\varpi_j+\sum_{i,j=1,2,3;i\neq j}k_{ij}\sqrt{\varpi_i\varpi_j}\right) \tag{23}$$

命题 5　当 $\pi_m>\bar{\phi}\pi_r$ 时, 稳定时制造商的利润高于零售商的利润; 当 $\pi_m<\bar{\phi}\pi_r$ 时, 稳定时制造商的利润低于零售商的利润; 当 $\pi_m=\bar{\phi}\pi_r$ 时, 双方利润相等, 其中

$$\bar{\phi}=\frac{\varpi_1^2+\varpi_2^2+\varpi_3^2}{\left(\frac{r}{}+\frac{\bar{B}}{\delta}\right)}\Big/\frac{2(\varpi_1^2+\varpi_2^2+\varpi_3^2)}{\left(\frac{r}{}+\frac{\bar{B}}{\delta}\right)}\in(0,1) \tag{24}$$

只要制造商边际利润不是很低, 其利润将高于零售商的利润. 这表明无论是制造商还是零售商若想在合作广告中获取更多利润, 提升自身边际利润是必须的. 即使当制造商和零售商的边际

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

利润相等, 稳定时制造商的利润也是大于零售商的利润, 这是由于制造商在 Stackelberg博弈中处于领导地位所致, 即所谓的“先动优势”. 集中式和分散式决策下的最优广告以及供应链利润都与 ϖ_i 有关, 而式 (6) 决定了 ϖ_i 的值. 对于式 (6) 而言, 难以给出关于 ϖ_i 和 y_i 的解析解, 下面考虑一个特殊情形 ——对称的媒体, 如 $\rho_i = \rho$, $k_{ij} = k$. 于是得到 $\varpi_i = \varpi = \rho + k$, 最优广告投入为 $A_i^* = A^* = (2\pi_m + \pi_r)(\rho + k)/(4(r + \delta))$. 制造商、零售商和供应链的最优利润分别为

$$\begin{cases} V_m^*(S) = \dfrac{\pi_m}{r+\delta}S + \dfrac{3(2\pi_m + \pi_r)^2(\rho + k)^2}{16r(r+\delta)^2} \\ V_r^*(S) = \dfrac{\pi_r}{r+\delta}S + \dfrac{3\pi_r(2\pi_m + \pi_r)(\rho + k)^2}{8r(r+\delta)^2} \\ V^*(S) = V_m^*(S) + V_r^*(S) = \dfrac{(\pi_m + \pi_r)}{r+\delta}S + \\ \qquad \dfrac{3(2\pi_m + \pi_r)(2\pi_m + 3\pi_r)(\rho + k)^2}{16r(r+\delta)^2} \end{cases} \tag{15}$$

命题 **6**　若 3种媒体为对称的, 如 $\rho_i = \rho$, $k_{ij} = k$, 那么无论是广告影响力 (ρ) 还是媒体间的协同作用 (k) 越大, 零售商投入的广告越多, 制造商、零售商和供应链的利润越多.

命题 6说明广告影响力越大, 零售商在媒体上投入广告越多, 则供应链各企业和供应链总利润均增大. 媒体间的协同作用越大也会为供应链各企业带来更多利润, 这样的结论是合乎常理的, 因为协同作用越大, 等量的广告投入能为零售商带来更多销售量, 在边际利润不变情形下, 销售量的增多意味着供应链各企业利润增加. 由此表明, 当零售商选择在多个媒体上进行广告投入时, 不仅要考虑单个媒体的广告影响力, 而且还要考虑不同媒体之间的协同作用.

若 3种媒体之间是对称的, 意味着任意两种媒体的广告投入之比等于 1. 若媒体之间不是对称的, 零售商又该在 3种媒体间选择投入量. 这个问题归结于求解式 (6) 的方程组, 下面通过一个例子说明广告影响力系数对广告投入量的影响. 设 3个媒体的广告影响力分别为 $\rho_1 = 1$, $\rho_2 = 1.5$, $\rho_3 = 1.7$, 媒体间的协同作用 $k = 1$, 代入式 (6) 的方程组. 运用 Maple 12求解得 $\varpi_1 = 2.102$, $\varpi_2 = 2.476$, $\varpi_3 = 2.632$, $y_1 = 0.921$, $y_2 = 0.894$, $y_3 = 0.967$⑦, 这说明广告影响力最小的媒体 1其广告投入最少, 而广告影响力最大的媒体 3其投入广告最多. 为了说明媒体协同作用对广告投入的影响, 当 3种媒体的广告影响力不变下增大媒体协同作用, 设 $k = 1.3$ 此时, 媒体间的协同作用甚至已经超过了媒体 1的广告影响力, 这样的设置是合理的, 如 Naik和 Raman[14] 的实证有类似的结果 (见该文的表 2). 类似地, 将广告影响力和协同参数代入式 (6), 求解得 $\varpi_1 = 2.412$, $\varpi_2 = 2.774$, $\varpi_3 = 2.924$, $y_1 = 0.933$, $y_2 = 0.908$, $y_3 = 0.974$. 与第一次的结果相比可知, 当媒体间的协同作用由 1增加到 1.3时, ϖ_i 值均增加, 这说明协同作用的增加会增加零售商、制造商和供应链的利润. 若广告预算不变情形下, y_i 值均增大说明零售商在媒体 1上的广告投入增多, 而在媒体 3上的广告减少, 而媒体 2上广告投入增大与否取决于媒体 1广告投入增加值与媒体 3广告投入减少值之差. 媒体间协同作用的增大, 意味着零售商会在广告影响力小的媒体上多投入广告.

为了说明零售商同时进行多种媒体广告是有利可图的, 下面将本文模型与单媒体广告投入模型相比. 若零售商仅在一个媒体上进行广告, 系统状态方程为 $\dot{S} = \rho A - \delta S$, 制造商和零售商目标函数为 $\max_x \{J_m = \int_0^\infty e^{-rt}(\pi_m S - xA^2)\,dt\}$ 和 $\max_A \{J_r = \int_0^\infty e^{-rt}[\pi_r S - (1-x)A^2]\,dt\}$. 得到零售商的广告投入以及供应链、零售商和制造商的最优值分别为⑧

$$\begin{cases} A^O = \dfrac{\rho(2\pi_m + \pi_r)}{4(r+\delta)}, \\ V^O(S) = \dfrac{(\pi_m + \pi_r)}{r+\delta}S + \dfrac{\rho^2(2\pi_m + \pi_r)(2\pi_m + 3\pi_r)}{16r(r+\delta)^2} \\ V_m^O(S) = \dfrac{\pi_m}{r+\delta}S + \dfrac{\rho^2(2\pi_m + \pi_r)^2}{16r(r+\delta)^2}, \\ V_r^O(S) = \dfrac{\pi_r}{r+\delta}S + \dfrac{\rho^2\pi_r(2\pi_m + \pi_r)}{8r(r+\delta)^2} \end{cases}$$

⑦ 结果保留 3位小数.

⑧ 以上标 O 表示单媒体下的最优值.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

与对称媒体下的广告投入和各方利润相比可知, 3种媒体下的广告投入量大于单媒体下的广告投入量, 而且各方利润分别大于单媒体下各方利润的相应值, 同时其增加量与媒体间的协同作用相关, 协同作用越大, 多种媒体下增加的利润越多. 因此, 对于供应链双方而言, 当媒体间存在协同作用时, 进行多种媒体广告总是有利可图的.

4　比较分析

本部分试图对集中式决策和分散式决策下零售商的最优广告投入、供应链最优利润和稳定销售量进行比较, 所得到的相关结论在命题 7中列出.

命题 **7**　当 $\pi_m/\pi_r > 1/2$时, 集中式决策与分散式决策相比, 媒体 i的最优广告投入满足 $A_i^C > A_i^*$, $i = 1, 2, 3$; 供应链的最优利润满足 $V^C(S) > V^*(S)$; 稳定的销售量满足 $\bar{S}^C > \bar{S}$.

由命题 4知 $\pi_m/\pi_r > 1/2$为制造商补贴零售商广告投入的条件. 若 $\pi_m/\pi_r \leqslant 1/2$时, 那么制造商将不对零售商进行补贴. 在 $\pi_m/\pi_r > 1/2$条件下, 由命题 7可知, 集中式决策时零售商在 3个媒体上的广告投入高于分散式决策下的广告投入. 对供应链最优利润而言, 集中式决策要优于分散式决策. 倘若最终的利润分配方案合理可行, 即方案同时满足制造商和零售商的个体理性约束和参与约束, 那么对制造商和零售商双方利润来说, 集中式决策情形是 Pareto最优的.

由分散式决策转变到集中式决策, 供应链的利润增加了, 设增加量为 ΔV. 为了激励双方进行集中式决策, 对利润的划分是有必要的. 因为对增量利润划分的不合理将导致双方不能协同决策, 进而影响整个供应链的绩效, 所以对增量利润的合理划分就显得至关重要. 对增量利润的划分要满足激励相容约束, 只要双方分得的利润大于等于零就能满足双方的激励相容约束. 但是如果某一方分得了负的增量利润, 显然这样的分配方法不能满足这一方的激励相容约束, 因此这样的分配方式是不成立的, 仅考虑分配的增量利润为正的情形. 本文将运用效用理论来确定此系统利润增量的分配, 以实现"共赢"的目标. 设制造商和零售商分得的增量利润分别为 ΔV_m 和 ΔV_r, 且 $\Delta V_m + \Delta V_r = \Delta V$. 同时制造商和零售商的效用函数均采用常见的指数效用函数 $U_m(\Delta V_m) = 1 - \exp(-\phi_m \Delta V_m)$, $U_r(\Delta V_r) = 1 - \exp(-\phi_r \Delta V_r)$[20], 其中 $U_m(\Delta V_m)$ 和 $U_r(\Delta V_r)$ 分别表示制造商和零售商分得 ΔV_m 和 ΔV_r 增量利润的效用, ϕ_m, ϕ_r 分别表示制造商和零售商的风险规避程度. 渠道双方的目标为供应链的效用函数最大化, 即制造商和零售商效用函数的加权平均[20], 则渠道双方的利润分配模型可以表示如下

$$\begin{aligned}\max_{\Delta V_m, \Delta V_r} U(\Delta V_m, \Delta V_r) &= \lambda_m U_m(\Delta V_m) + \lambda_r U_r(\Delta V_r) \\ &= 1 - \lambda_m \exp(-\phi_m \Delta V_m) - \lambda_r \exp(-\phi_r \Delta V_r)\end{aligned} \tag{26}$$

权重 λ_m, λ_r 分别表示制造商和零售商的谈判能力, 且 $\lambda_m + \lambda_r = 1$. 求得最优的利润分配为

$$\begin{cases}\Delta V_m^* = \dfrac{\phi_r}{\phi_m + \phi_r}\Delta V - \dfrac{1}{\phi_m + \phi_r}\ln\dfrac{\phi_r \lambda_r}{(\phi_m \lambda_m)} \\ \quad = \eta \Delta V - \varepsilon \\ \Delta V_r^* = \dfrac{\phi_m}{\phi_m + \phi_r}\Delta V + \dfrac{1}{\phi_m + \phi_r}\ln\dfrac{\phi_r \lambda_r}{(\phi_m \lambda_m)} \\ \quad = (1 - \eta)\Delta V + \varepsilon\end{cases} \tag{27}$$

其中 $\eta = \phi_r/(\phi_m + \phi_r)$ 表示制造商分得增量利润的比例, $\varepsilon = [\ln(\phi_m \lambda_m/\phi_r \lambda_r)]/(\phi_m + \phi_r)$ 表示双方之间利润的补贴. 如果 $(\phi_r \lambda_r/\phi_m \lambda_m) > 1$, 那么 ε表示制造商给予零售商利润补贴. 否则, 它表示零售商给予制造商补贴. 制造商和零售商分得的增量利润比例与双方的风险规避程度相关, 而与双方的讨价还价能力无关, 同时风险规避程度小的一方获得的利润比例大. 如果双方的风险规避程度相等, 那么双方的利润分配比例相等, 而哪一方能够得到对方的补贴取决于双方的讨价还价能力.

5　模型的扩展 —— 多种广告媒体合作广告模型

以上研究了 3种广告媒体投入下的合作广告模型, 作为模型的扩展, 这一部分考虑多种广告媒体的合作广告模型. 零售商种广告媒体投入时, 依然设 $A_i(i \in \mathbf{I} \equiv \{1, 2, \cdots, n\})$ 为第 i种广告媒体的广告投入, 销售量满足如下微分方程

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\dot{S}(t)=\sum_{i\in I}\rho_i A_i+\sum_{i,j\in I,i\neq j}k_{ij}\sqrt{A_iA_j}-\delta S,$$
$$S(0)=S_0 \tag{28}$$

在 n 种广告媒体投入下, 广告投入对需求的影响有如下两种方式: 1) 一种媒体广告投入对需求的影响, 有 C_n^1 项; 2) 两种不同媒体广告协同作用对需求的影响有 C_n^2 项. 首先考虑 n 种广告媒体不对称的情形, 然后研究对称的情形. 对于 n 种非对称广告的媒体, 制造商和零售商的目标函数为

$$\max_x\{J_m=\int_0^\infty e^{-rt}(\pi_m S-x\sum_{i\in I}A_i^2)\,dt\},$$
$$\max_{A_1,\cdots,A_2}\{J_r=\int_0^\infty e^{-rt}(\pi_r S-(1-x)\sum_{i\in I}A_i^2)\,dt\} \tag{29}$$

约束条件为式 (28).

命题 8 n 种广告媒体投入下, 零售商最优的广告投入为 $A_i^{**}=(2\pi_m+\pi_r)\varpi_i/(4(r+\delta))$; 制造商的分担比例为 $x^{**}=(2\pi_m-\pi_r)/(2\pi_m+\pi_r)$; 制造商、零售商和供应链的最优利润分别为

$$\begin{cases}V_m^{**}(S)=\dfrac{\pi_m}{r+\delta}S+\dfrac{(2\pi_m+\pi_r)^2}{16r(r+\delta)^2}\hat{B},\\ V_r^{**}(S)=\dfrac{\pi_r}{r+\delta}S+\dfrac{\pi_r(2\pi_m+\pi_r)}{8r(r+\delta)^2}\hat{B}\\ V^{**}(S)=V_m^{**}(S)+V_r^{**}(S)\\ \qquad=\dfrac{\pi_m+\pi_r}{r+\delta}S+\\ \qquad\dfrac{(2\pi_m+\pi_r)(2\pi_m+3\pi_r)}{16r(r+\delta)^2}\hat{B}\end{cases} \tag{30}$$

其中 ϖ_i, $\hat{B}$ 和 y_{ij}; $i,j\in I$, $i\neq j$ 由如下方程确定

$$\varpi_i=(\rho_i+\sum_{j\in I,i\neq j}\frac{k_{ij}}{2y_{ij}}),$$
$$\hat{B}=\sum_{i\in I}\varpi_i^2,$$
$$y_{ij}^2=\varpi_i/\varpi_j,$$
$$y_{ij}y_{ji}=1;\ i,j\in I,\ i\neq j \tag{31}$$

证明 给定制造商的分担比例 x, 零售商的最优利润函 $V_r(S)$ 数满足如下 HJB方程

$$rV_r(S)=\max_{A_1,A_2,\cdots,A_n}\{\pi_r S-(1-x)\sum_{i\in I}A_i^2+V_r'(S)\dot{S}\} \tag{32}$$

对 $A_1,\cdots,A_n$ 求一阶条件得

$$\begin{cases}V_r'(\rho_1+\sum_{j\in I,j\neq 1}\dfrac{k_{1j}}{2}\sqrt{\dfrac{A_j}{A_1}})-2A_1(1-x)=0\\ \vdots\\ V_r'(\rho_n+\sum_{j\in I,j\neq n}\dfrac{k_{nj}}{2}\sqrt{\dfrac{A_j}{A_n}})-2A_n(1-x)=0\end{cases} \tag{33}$$

令 $y_{ij}=\sqrt{A_i/A_j}$, $i,j\in I$, $i\neq j$. 由式 (33) 得 $A_i(x)=\varpi_i V_r'/(2(1-x))$, 其中 $\varpi_i=\rho_i+\sum_{j\in I,j\neq i}\frac{k_{ij}}{2y_{ij}}$. 由式 (33) 得 $y_{ij}^2=\varpi_i/\varpi_j$. 进一步, 得 $2(1-x)\sum_{i\in I}A_i^2=V_r'(\sum_{i\in I}\rho_iA_i+\sum_{i,j\in I,i\neq j}k_{ij}\sqrt{A_iA_j})$, 代入零售商的 HJB 方程得 $rV_r(S)=(\pi_r-\delta V_r')S+(1-x)\sum_{i\in I}A_i^2$. 制造商的 HJB 方程为

$$rV_m(S)=\max_x\{\pi_m S-x\sum_{i\in I}A_i^2+V_m'\dot{S}\} \tag{34}$$

将 $A_i(x)$ 代入式 (34), 经化简整理后得

$$rV_m(S)=\max_x\{(\pi_m-\delta V_m')S+V_r'\frac{2(1-x)V_m'-xV_r'}{4(1-x)^2}\hat{B}\} \tag{35}$$

其中 $\hat{B}=\sum_{i\in I}\varpi_i^2$. 由最大化条件得 $x=(2V_m'-V_r')/(2V_m'+V_r')$. 得到制造商和零售商的 HJB 方程分别为 $rV_m(S)=(\pi_m-\delta V_m')S+\frac{(2V_m'+V_r')^2}{16}\hat{B}$ 和 $rV_r(S)=(\pi_r-\delta V_r')S+\frac{V_r'(2V_m'+V_r')}{8}\hat{B}$. 关于 S 的线性函数为 HJB 方程的解, 设 $V_m(S)=g_1S+g_2$ 和 $V_r(S)=h_1S+h_2$, 那么得 $V_m'=g_1$ 和 $V_r'=h_1$. 得参数的解为

$$g_1=\frac{\pi_m}{r+\delta},\ g_2=\frac{(2\pi_m+\pi_r)^2}{16r(r+\delta)^2}\hat{B},$$
$$h_1=\frac{\pi_r}{r+\delta},\ h_2=\frac{\pi_r(2\pi_m+\pi_r)}{8r(r+\delta)^2}\hat{B} \tag{36}$$

则有命题 8的结论.

由命题 8可知, 零售商两个媒体的广告投入之比 $y_{ij}(i\neq j)$ 由式 (31) 的方程组确定, 而方程组中仅有广告影响力参数和媒体间的协同作用参数, 这意味着 y_{ij} 仅与这两类参数相关. 由于式 (31) 的方程组难以得到解析解, 下面考虑 n 种广告媒体对称的情形, 如 $\rho_i=\rho$, $k_{ij}=k$ 此时令 $A_i=A$. 由命题 8得, n 种广告媒体对称下零售商的最优

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

广告投入、稳定的销售量以及制造商、零售商和供应链的最优利润分别为

$$\begin{cases} A^{**} = \dfrac{(2\pi_m + \pi_r)[4\rho + kn(n-1)]}{16(r+\delta)} \\ \tilde{S} = \dfrac{(2\pi_m + \pi_r)(2n\rho + kn(n-1))(4\rho + kn(n-1))}{32\delta(r+\delta)} \\ V_m^{**}(S) = \dfrac{\pi_m}{r+\delta}S + \dfrac{(2\pi_m + \pi_r)^2 n(4\rho + kn(n-1))^2}{256r(r+\delta)^2} \\ V_r^{**}(S) = \dfrac{\pi_r}{r+\delta}S + \dfrac{\pi_r(2\pi_m + \pi_r)n(4\rho + kn(n-1))^2}{128r(r+\delta)^2} \\ V^{**}(S) = \dfrac{\pi_m + \pi_r}{r+\delta}S + \dfrac{(2\pi_m + \pi_r)(2\pi_m + 3\pi_r)n(4\rho + kn(n-1))^2}{256r(r+\delta)^2} \end{cases} \tag{37}$$

命题 **9**　对于 n种对称的广告媒体, 如: $\rho_i = \rho, k_{ij} = k$ 零售商选择的广告媒体数量 (n) 越多, 零售商投入的广告、稳定的销售量以及制造商、零售商和供应链的最优利润都越多.

由命题 9可知, 为了取得更多利润, 零售商应该尽可能多地选择媒体数量. 这是因为, 媒体数量越多, 因媒体间的协同作用增加的需求越多, 利润也越多. 事实上, 当零售商选择一个媒体广告时, 往往会产生一部分固定成本 (主要是用于广告设计支付的费用, 例如: 聘请名人拍摄广告、网络广告制作费用等) 而这部分费用是不随广告量的变化而改变. 一旦零售商选择了一个广告媒体, 这部分广告费用将成为沉没成本, 将这部分费用记为 F_i, $i \in \mathbf{I}$, 这部分费用也只会在零售商初次在一个媒体进行广告宣传时才会产生. 于是产生了这样的问题, 企业是否应该选择一个媒体进行广告? 以零售商为例 (对制造商和供应链的分析类似), 给定销售量 S, 选择 $i-1$ 个媒体时的利润为 $V_r^{**}(i-1 \mid S)$, 其中 $i \in \mathbf{I}, i \neq 1$那么增加一个广告媒体时的利润为 $V_r^{**}(i \mid S)$, 而增加的固定成本为 F_i. 那么当 $V_r^{**}(i \mid S) - V_r^{**}(i-1 \mid S) \geqslant F_i$ 时, 零售商选择在媒体 i上广告; 而当 $V_r^{**}(i \mid S) - V_r^{**}(i-1 \mid S) < F_i$时, 零售商不应当在媒体上广告. 以上分析说明, 虽然增加广告媒体的数量可以增加利润, 但是要考虑增加利润与固定成本之间的大小关系. 当选择一个媒体产生的固定成本为零或者很低时, 零售商应该将广告投入到更多数量的媒体上.

6　结束语

利用微分对策理论研究了零售商采用 3种媒体广告宣传时的纵向合作广告问题, 建立了合作广告的微分对策模型, 研究了模型的集中式和分散式两种决策模型. 运用最优化理论分别求得了集中式和分散式决策下 3种媒体最优的广告投入、稳定的销售量和供应链利润以及分散式决策下最优的广告分担比例. 最后, 将模型扩展到 $n(n \geqslant 3)$ 种广告媒体投入下的合作广告模型. 得到如下结论:

(1) 集中式决策下供应链利润、零售商的广告投入和稳定的销售量分别高于分散式决策下的对应值, 运用效用理论对集中式决策下的增量利润进行了划分, 发现谈判能力强的一方将获得另一方的利润补贴, 其补贴费用的大小取决于双方的讨价还价能力的相对值;

(2) 零售商稳定的销售量与广告衰减系数相关, 当衰减系数比较大时, 即使投入广告也不能阻止销售量的减少, 但企业不投入广告销售量减少的速度更快; 而当衰减系数比较小时, 投入广告会增加销售量;

(3) 制造商不断改进生产工艺等手段降低生产成本和零售商引入先进管理经验降低运营成本能提高供应链绩效, 而拥有高边际利润水平的一方将会在合作广告策略中获得更多利润;

(4) 将本文的多种媒体合作广告投入模型与单媒体合作广告进行了比较, 发现多种媒体广告投入下供应链双方利润均增加;

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

(5) 零售商选择的广告媒体数量越多, 制造商、零售商和供应链的最优利润都越多, 同时需考虑多选择一个广告媒体投入广告时所增加的固定成本, 当零售商选择一个媒体产生的固定成本为零或者很低时, 即增加一个广告媒体产生的利润大于其产生的固定成本, 零售商应该选择在该媒体上投入广告; 当零售商选择一个媒体产生的固定成本比较大时, 即增加一个广告媒体产生的利润小于其产生的固定成本, 零售商不应该多增加一个广告媒体投入广告. 后续研究方向如下: ①研究当零售商为供应链的领导者时的博弈情形; ②考虑零售商竞争情形下的多种媒体合作广告问题 (可以参考徐峰等[21] 的研究); ③对多种 (3种及其以上) 媒体间的协同作用进行实证研究.

参 考 文 献:

[1]付 强, 曾顺秋. 纵向合作广告的微分对策模型研究[J]. 系统工程理论与实践, 2007, 27(11): 26-33.
Fu Qiang, Zeng Shun-qiu. Differential game models of the vertical cooperative advertising[J]. Systems Engineering-Theory and Practice, 2007, 27(11): 26-33. (in Chinese)

[2]王 磊, 梁 樑, 吴德胜, 熊 立. 零售商竞争下的垂直合作广告模型[J]. 中国管理科学, 2005, 13(4): 132-138.
Wang Lei, Liang liang, Wu De-sheng, et al. Vertical cooperative advertising model under retailers' competition[J]. Chinese Journal of Management Science, 2005, 13(4): 132-138. (in Chinese)

[3]Rigg C. Hard times mean growth for co-op ads[J]. Advertising Age, 1990, 61(47): 24-24.

[4]Davis R A. Retailers open doors wide for co-op[J]. Advertising Age, 1994, 65(32): 30-30.

[5]Top 100 advertisers[J]. Advertising Age, September 17, 1999, 16.

[6]Bergen M, John G. Understanding cooperative advertising participation rates in conventional channels[J]. Journal of Marketing Research, 1997, 34(8): 357-369.

[7]Huang Z M, Li S X. Co-op advertising models in manufacturer-retailer supply chains: A game theory approach[J]. European Journal of Operational Research, 2001, 135(3): 527-544.

[8]Yue J F, Austin J, Wang M. Coordination of cooperative advertising in a two-level supply chain when manufacturer offers discount[J]. European Journal of Operational Research, 2006, 168(1): 65-85.

[9]Huang Z M, Li S X, Mahajan V. An analysis of manufacturer-retailer supply chain coordination in cooperative advertising[J]. Decision Sciences, 2002, 33(3): 469-494.

[10]胡本勇, 彭其渊. 基于广告—研发的供应链合作博弈分析[J]. 管理科学学报, 2008, 11(2): 61-70.
Hu Ben-yong, Peng Qi-yuan. Game analysis of cooperation based on R&D-advertisement in supply chain[J]. Journal of Management Sciences in China, 2008, 11(2): 61-70. (in Chinese)

[11]Jørgensen S, Sigue S P, Zaccour G. Dynamic cooperative advertising in a channel[J]. Journal of Retailing, 2000, 76(1): 71-92.

[12]Jørgensen S, Taboubi S, Zaccour G. Cooperative advertising in a marketing channel[J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 2001, 110(1): 145-158.

[13]张庶萍, 张世英. 基于微分对策的供应链合作广告决策研究[J]. 控制与决策, 2006, 21(2): 153-162.
Zhang Shu-ping, Zhang Shi-ying. Dynamic cooperative advertising strategies based on differential games in a supply chain[J]. Control and Decision, 2006, 21(2): 153-162. (in Chinese)

[14]Naik P A, Raman K. Understanding the impact of synergy on multimedia communications[J]. Journal of Marketing Research, 2003, 40(4): 375-388.

[15]王 玺, 李星野. 两媒体整合营销沟通方案的最优决策[J]. 上海理工大学学报, 2006, 28(5): 507-510.
Wang Xi, Li Xing-ye. Optimal decision on integrated marketing communications of two media[J]. Journal of University of Shanghai for Science and Technology, 2006, 28(5): 507-510. (in Chinese)

[16]Gopalakrishna S, Chatterjee R A. Communications response model for a mature industrial product: Applications and implications[J]. Journal of Marketing Research, 1992, 29(5): 189-200.

[17]Prasad A, Sethi S P. Integrated marketing communications in markets with uncertainty and competition[J]. Automatica, 2009, 45(3): 601-610.

(下转第 61页)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

moral-hazard models under monopolistic and competitive credit markets respectively, and then characterize the optimal contract. The results show revenues of the banks are influenced by not only information structure but also firms' assets size and credit market type. Furthermore, the results indicate there exists a threshold value of mortgage assets under monopolistic credit market: when firms' mortgage assets are lower than this value, credit rationing is implemented by the bank. However, banks have to lower their requirements of mortgage assets in competitive credit market, and this contributes to relieving SME financing problem. Finally, some suggestions are given to overcome the difficulty in providing financial services to SMEs.

Key words: mortgage loans; credit rationing; firm asset size; market structure; moral hazard

---

(上接第 10页)

[18] Chintagunta P K, Vilcassim N J. An empirical investigation of advertising strategies in a dynamic duopoly[J]. Management Science, 1992, 38(12): 1230-1244.

[19] Erickson G M. Empirical analysis of closed-loop duopoly advertising strategies[J]. Management Science, 1992, 38(12): 1732-1749.

[20] Eliashberg J. Arbitrating a dispute: A decision analytic approach[J]. Management Science, 1986, 32(8): 963-974.

[21] 徐　峰, 盛昭瀚, 姚洪兴, 等. 延迟决策对一类双寡头广告博弈模型的影响分析[J]. 管理科学学报, 2008, 10(5): 1-10.
Xu Feng, Sheng Zhao-han, Yao Hong-xing, et al. Study on a duopoly advertising model with delayed decisions[J]. Journal of Management Sciences in China, 2008, 10(5): 1-10. (in Chinese)

Differential game models of vertical cooperative advertising with multiple advertising media

NIE Jia-jia[1,2], *XIONG Zhong-kai*[1]

1. School of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400030, China
2. School of Economics and Management, Southwest Jiaotong Unicersity, Chengdu 610031, China

Abstract: This paper studies the vertical cooperative advertising when the retailer advertises on three advertising media with differential game and the differential game models are developed. We obtain the optimal advertising, equilibrium sales and profits of supply chain in the integrated and decentralized decision models and the optimal advertising sharing rate is got in the decentralized model with optimal control theory. The results are compared and we find the optimal advertising of the retailer is higher in the integrated decision than in the decentralized decision. Furthermore, the incremental profit is divided between the retailer and the manufacturer with utility theory. At last, we extended the basic model to a cooperative advertising model with multiple advertising media.

Key words: supply chain; cooperative advertising; differential game; integrated marketing communications; Stackelberg game; Hamilton-Jacobi-Bellman Equation

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net