三类风险投标者共存下的一级价格拍卖①

王明喜[1,2], 刘树林[1]
(1. 对外经济贸易大学国际经济贸易学院, 北京 100029;
2. 中国科学院数学与系统科学研究院, 北京 100190)

摘要: 许多拍卖文献在研究投标者的投标策略时,假设所有投标者要么是风险中性的,要么是风险规避的.但是,在实际投标中,可能风险中性、风险规避和风险爱好的投标者同时存在.针对 1级价格密封式拍卖,假设 3类风险投标者共存,通过引入"风险指标"度量 3类风险投标者的风险态度,给出了投标者的对称均衡投标策略,推广了经典的独立私人估价模型;此外,说明各类风险偏好的投标者的"风险指标"不仅对自己的报价有正向影响,而且对其他风险偏好的投标者的报价有交叉影响.

关键词: 风险态度; 投标策略; 一级价格拍卖
中图分类号: F016 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807-(2010)08-0015-07

0 引 言

许多拍卖文献在研究投标者的投标策略时,要么假设所有投标者是风险中性的[1-5],要么假设所有投标者是风险规避的[6-9].然而,在现实投标中,有些投标者是风险爱好者,想利用将来的不确定性因素获利;有些投标者害怕将来的不确定性因素,是风险规避者;还有些投标者对将来的不确定性因素漠不关心,是风险中性者.

在研究投标者的投标策略时,对风险中性的投标者而言,他们的收益为 $v-b$,其中 v和 b分别表示投标者对拍卖品的估价和报价.毕志伟和王彦[3]以及王彦等[4]假设投标者是风险中性的,把拍卖行引入到 1级和 2级价格密封式拍卖中,考察了佣金率对投标策略和卖者预期收益的影响,并比较了卖者在两种密封式拍卖中的预期收益,得到收益等价定理不再成立的结论.杨兴丽等[5]在投标者是风险中性的假设下,研究了网上一口价拍卖的投标策略.文献[3-5]仅讨论了所有的投标者均是风险中性的情形.

对风险规避的投标者而言,他们的效用函数已经出现很多形式,文献[9]和[10]使用了抽象的效用函数形式,这种做法的不足之处是求不出投标策略的显示表达式,只能研究它们的一些定性性质.后来有不少学者采用具体的效用函数形式,考察投标策略的内涵.Fibich等[11]假设投标者的效用函数是拟线性的形式,求出 1级价格密封式拍卖的投标策略.假设投标者具有常数绝对风险规避的效用函数,杨清清等[12]通过求解投标者的纳什均衡投标策略,研究了最优拍卖机制设计问题.邱新平和吕廷杰[13]也假设投标者具有常数绝对风险规避的效用函数,讨论了投标者在 1级价格密封式拍卖中对 3G许可权的报价情况,其结果表明:现阶段我国 3G许可权分配不宜采用拍卖方式.这些学者的研究方法有两点共同之处:一是,假设所有投标者的风险态度相同;二是,均采用效用函数反映投标者的风险态度.就像前面提到的,现实投标中,3类风险态度的投标者可能同

① 收稿日期: 2008-09-19; 修订日期: 2009-03-24.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70571014); 全国优秀博士学位论文作者专项基金资助项目(200159); 博士后科学基金资助项目.
作者简介: 王明喜(1979—), 男, 安徽亳州人, 博士. Email: mxwang@amss.ac.cn

时存在. 如果在模型中仅考虑单一类型风险态度的投标者, 那么所得到的结论可能与现实相差甚远, 对拍卖实务的指导作用不大. 另外, 用效用函数体现风险态度也有一定的局限性. 对投标者而言, 尽管效用函数可以对不同的选择进行偏好排序, 但很难求解投标策略的显示表达式, 除非是一些特殊的效用函数, 如文献[12]和[13]的做法.

为了能够在拍卖模型中同时涵盖3类风险偏好的投标者, 并能求解出投标策略的显示表达式, 本文引入"风险指标"来表示和度量投标者的风险态度. 对于不可分割的拍卖品, 假设投标者首先根据确定性因素(如保留价格、进入费等)确定自己的私人估价 v, 然后再根据一些不确定性因素(如拍品的品质、2级市场的炒作程度等), 不同的投标者对自己的私人估价做出调整. 具体地, 风险规避者认为不确定性因素对自己不利, 就对私人估价 v 打一个折扣; 风险爱好者喜欢不确定性因素, 他们认为高风险带来高收益, 将私人估价 v 进一步提高; 风险中性的投标者不对 v 做出任何调整. 为此, 本文引入"风险指标" $\delta(>0)$, 来度量投标者的风险态度

$$\delta\begin{cases} >1, & \text{如果投标者是风险爱好者;} \\ =1, & \text{如果投标者是风险中性者;} \\ <1, & \text{如果投标者是风险规避者。} \end{cases}$$

这样, 投标者风险调整后的估价为 δv. 而且, δ 的大小有具体的含义, $\delta(0<\delta<1)$ 越小表示风险规避的程度越高; $\delta(\delta>1)$ 越大表示风险爱好的程度越高.

本文余下的内容安排如下: 第1节描述模型的假设条件. 第2节给出1级价格密封式拍卖的均衡投标策略; 得到投标者的风险指标不仅对自己的投标策略有正向影响, 而且对其他投标者的投标策略有交叉影响. 第3节总结全文.

1 模型

经典的独立私人估价模型采用以下6条基本假设②:

A1 投标者是风险中性的, 投标总人数已知;

A2 独立私人估价③;

A3 估价是对称的, 即所有投标者的估价服从相同的概率分布;

A4 非歧视性, 即投标者的支付仅与报价情况有关, 与其他情况(如身份和社会地位等)无关;

A5 单一不可分割的拍卖品;

A6 卖者也是风险中性的.

基于假设 A1 ~ A6, 在1级价格密封式拍卖中, 投标者 i 的决策问题是如何选择报价 b_i 以极大化他或她的预期收益[1-2]

$$\max_{b_i} \mathrm{Prob}_i(win)(v_i - b_i) \tag{1}$$

其中 $\mathrm{Prob}_i(win)$ 表示投标者 i 的获胜概率, v_i 表示投标者 i 的估价, b_i 是其报价.

后来, 不少学者修改经典私人估价模型的假设 A1. 如文献[8]将假设 A1 修改为如下的假设 A1′, 并保持假设 A2 ~ A6 不变:

A1′ 投标者是风险规避的, 即投标者拥有递增凹的效用函数 u, 投标总人数已知.

相应地, 投标者 i 的决策问题(1)就变成了下面的最优化问题

$$\max_{b_i} \mathrm{Prob}_i(win)u(v_i - b_i) \tag{2}$$

无论基于假设 A1 ~ A6, 还是基于假设 A1′ 和 A2 ~ A6 建立模型, 都仅考虑单一类型的风险偏好者(风险中性者或风险规避者). 本文讨论3类风险偏好者共存的情形, 保持假设 A2 ~ A6 不变, 而将假设 A1 修改为如下的假设 A1″:

A1″ 投标者中有 n_1 个风险规避者、n_2 个风险中性者和 n_3 个风险爱好者, 对应的风险指标分别为 δ_1^1、δ_2^1、…、$\delta_{n_1}^1$、δ^2(n_2个)和 δ_1^3、δ_2^3、…、$\delta_{n_3}^3$, 且满足 $0<\delta_i^1<1(i=1,2,\cdots,n_1)$, $\delta^2=1$, $\delta_k^3>1(k=1,2,\cdots,n_3)$.

在拍卖实务中, 可以根据下面的观察粗略地判断投标者的风险类型: 积极跟进拍卖师喊价的投标者属于 n_3 中的成员, 1次报价后不再跟进拍卖师喊价的投标者属于 n_1 中的成员, 介于二者之

② McAfee和McMillan[1]明确提出假设 A1 ~ A4, 文中隐含着假设 A5和 A6; Wolfstetter[14]提出除 A4外的其它假设条件.

③ 独立私人估价是指每个投标者仅根据自己的私人信息对拍卖品进行估价, 与其他投标者的私人信息无关; 即使知道了其他人的私人信息, 也不会改变自己对拍卖品的估价. 用数学语言可以叙述为, 投标者 i 的估价 v_i 仅仅是 i 的私人信息的函数, 而且 i 的估价 v_i 与任意一个投标者 $j(j\neq i)$ 的估价 v_j 是相互独立的两个变量.

间的投标者属于 n_2 中的成员.

基于假设 A1″和 A2～ A6, 在一级价格密封式拍卖中, 投标者 i的决策问题是

$$\max_{b_i} \mathrm{Prob}_i(win)(\delta_i v_i - b_i) \tag{3}$$

其中 δ_i表示投标者 i的风险指标.

目标函数(3)有其合理性. 以艺术品拍卖为例, 投标者(收藏投资者)根据实地考察, 确定他们的心理价位 v; 由于投标者对艺术品未来价值的不确定性, 使得他们对艺术品未来价值的判断与其心理价位 v有所出入. 因此, 投标者在拍卖现场有必要对他们的心理价位做出相应调整(设调整后的心理价位为 δv). 例如, 2006年 5月, 佳士得(Christie)拍卖行在香港举行的“中国 20世纪艺术”拍卖会上, 张晓刚创作的油画《遗忘与记忆: 男孩》以 3.5百万港币的高价成交, 是拍卖行最初估价的 12倍[15]. 这一新闻反映了几乎所有的投标者调整后的心理价位 δv远远高于 v. 又如, 2007年 10月, 索斯比(Sotheby)拍卖行在香港举行的“中国当代艺术”拍卖会上, 拍卖结果表现不佳, 几个重大作品的拍卖价刚刚达到拍卖行的最低估价[16]. 这则新闻则反映了所有的投标者调整后的心理价位 δv可能低于 v. 所以, 投标者应基于收益 $\delta v - b$而不是 $v - b$来投标报价.

本文通篇采用以下记号. v表示投标者的估价, b表示投标者的报价, β表示均衡投标策略, π表示投标者的预期效用; F表示投标者的估价在 $[0, 1]$上的分布函数④, 其密度函数为 $F' = f > 0$, δ表示风险指标. 所有的证明放在附录中.

2　投标策略

考虑风险调整后的模型(3), 基于假设 A1″和 A2～ A6, 下面的命题 1给出投标者在一级价格密封式拍卖中的对称的贝叶斯-纳什(Bayes-Nash)均衡投标策略.

命题 1　在假设 A1″和 A2～ A6下, 一级价格密封式拍卖存在对称的贝叶斯-纳什均衡投标策略 $\beta(v; \delta)$.

1) 对风险规避的投标者而言

$$\beta(v; \delta^1_i) = \delta^1_i \left[v - \int_0^v \frac{G_i(x)}{G_i(v)} \mathrm{d}x \right] \tag{4}$$

其中

$$v \in [0, 1],\quad 0 < \delta^1_i < 1,$$

$$G_i(x) = \prod_{h \neq i}^{n_1} F\left(\frac{\delta^1_i}{\delta^1_h} x\right) F^{n_2}(\delta^1_i x) \prod_{k=1}^{n_3} F\left(\frac{\delta^1_i}{\delta^3_k} x\right),$$

$$i = 1, 2, \cdots, n_1;$$

2) 对风险中性的投标者而言

$$\beta(v) = v - \int_0^v \frac{G(x)}{G(v)} \mathrm{d}x \tag{5}$$

其中

$$v \in [0, 1]$$

$$G(x) = \prod_{i=1}^{n_1} F\left(\frac{1}{\delta^1_i} x\right) F^{n_2 - 1}(x) \prod_{k=1}^{n_3} F\left(\frac{1}{\delta^3_k} x\right);$$

3) 对风险爱好的投标者而言

$$\beta(v; \delta^3_k) = \delta^3_k \left[v - \int_0^v \frac{G_k(x)}{G_k(v)} \mathrm{d}x \right] \tag{6}$$

其中

$$v \in [0, 1],\quad \delta^3_k > 1,$$

$$G_k(x) = \prod_{i=1}^{n_1} F\left(\frac{\delta^3_k}{\delta^1_i} x\right) F^{n_2}(\delta^3_k x) \prod_{h \neq k}^{n_3} F\left(\frac{\delta^3_k}{\delta^3_h} x\right),$$

$$k = 1, 2, \cdots, n_3.$$

当所有投标者均是风险中性时, 即 $n_1 = n_3 = 0$, 由命题 1中的式(5)可得

$$\beta(v) = v - \int_0^v \left[\frac{F(x)}{F(v)}\right]^{n_2 - 1} \mathrm{d}x$$

这就是独立私人估价模型下的一级价格密封式拍卖的投标策略⑤. 因此, 命题 1是独立私人估价模型的推广. 由命题 1中的式(4)和式(5)可知, $\beta(v; \delta^1_i) < v$, $\beta(v) < v$, 所以风险规避者和风险中性者的报价不会超过自己的估价; 由式(6)可知, $\beta(v; \delta^3_k)$有可能大于 v, 所以风险爱好者的报价有可能超过自己的估价. 此外, 因为

$$0 < \frac{G(x)}{G(v)} < 1 \quad (0 < x < v)$$

所以 $n_1 + n_2 + n_3$越大时, 式(4)、(5)和(6)3式的值越大. 这意味着投标人数越多, 竞争越激烈, 投标者的报价就越高, 对卖者越有利.

投标者的风险偏好程度不仅对自己的报价有

④　假设分布区间为 $[0, 1]$不失一般性, 对任意的分布区间 $[a, b]$, 可以通过变换 $(x - a)/(x - b)$变为 $[0, 1]$区间.

⑤　在文献[10]中有较详细的推导和证明.

正向影响, 而且对其他投标者的报价有交叉影响, 其具体影响体现在下面两个推论中.

推论 1 在假设 A1″和 A2~A6下, 一级价格密封式拍卖的投标策略 $\beta(v; \delta)$ 有如下性质

$$\frac{\partial \beta(v; \delta_i^1)}{\partial \delta_i^1} > 0, \quad i = 1, 2, \cdots, n_1 \tag{7}$$

$$\frac{\partial \beta(v; \delta_k^3)}{\partial \delta_k^3} > 0, \quad k = 1, 2, \cdots, n_3 \tag{8}$$

对风险规避者来说, 式(7)蕴含着投标者的风险规避程度越高(δ_i^1越小), 越害怕将来的不确定性因素带来的损失, 为保证自己中标后仍有正的收益, 必须降低自己的报价. 因为风险中性的投标者对将来的不确定性因素抱着中性的态度, 所以将来的不确定性因素对他现在的报价不产生任何影响. 对风险爱好者来说, 式(8)表明风险爱好程度越高的投标者(δ_k^3越大), 越相信高风险带来高收益, 所以他们的报价也越高.

推论 2 在假设 A1″和 A2~A6下, 若估价 v 的概率分布函数 F 关于估价的弹性⑥ $\dfrac{v}{F(v)}f(v)$ 是估价的减(或增)函数, 则

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \beta(v; \delta_i^1)}{\partial \delta_k^3} \geqslant 0 (或 \leqslant 0), \\ \dfrac{\partial \beta(v; \delta_i^1)}{\partial \delta_j^1} \geqslant 0 (或 \leqslant 0), \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \beta(v; \delta_k^3)}{\partial \delta_i^1} \geqslant 0 (或 \leqslant 0), \\ \dfrac{\partial \beta(v; \delta_k^3)}{\partial \delta_h^3} \geqslant 0 (或 \leqslant 0), \end{cases} \tag{10}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \beta(v)}{\partial \delta_i^1} \geqslant 0 (或 \leqslant 0), \\ \dfrac{\partial \beta(v)}{\partial \delta_k^3} \geqslant 0 (或 \leqslant 0), \end{cases} \tag{11}$$

$$i, j = 1, 2, \cdots, n_1; \ h, k = 1, 2, \cdots, n_3$$

推论 2表明, 若估价的概率分布函数关于估价的弹性是递减的, 当 δ_k^3 增加时, 相当于风险爱好的投标者对估价 v 的夸大增加, 即将来的不确定性因素增加, 风险爱好者的报价也会随之增加. δ_k^3 增加对风险规避者的报价产生两方面的影响: 一方面, 将来的不确定性因素的增加导致他们对估价的折扣力度加大, 进而降低报价; 另一方面, 风险爱好者报价的增加对他们的报价又有激励作用. 其综合影响的结果是后者较强, 所以风险规避者增加报价. 虽然风险中性的投标者不受将来的不确定性因素的影响, 但爱好风险投标者报价的增加对其有激励作用. 当 δ_i^1 增加时, 相当于风险规避者对估价 v 的折扣减小, 即将来的不确定性因素减少, 风险规避者的报价增加, 类似于上述的综合影响导致风险爱好者的报价增加; 同样, 风险规避的投标者增加报价对风险中性的投标者有积极影响.

如果对风险指标进行排序, 不妨设

$$\delta_1^3 > \delta_2^3 > \cdots \delta_{n_3}^3 > \delta^2 = 1 >$$
$$\delta_1^1 > \delta_2^1 > \cdots > \delta_{n_1}^1$$

若估价的概率分布函数 F 关于估价的弹性是估价的减函数, 那么由推论 1和推论 2可知

$$\beta(v; \delta_1^3) > \beta(v; \delta_2^3) > \cdots > \beta(v; \delta_{n_3}^3) > \beta(v) >$$
$$\beta(v; \delta_1^1) > \beta(v; \delta_2^1) > \cdots > \beta(v; \delta_{n_1}^1), \ v \in (0, 1]$$

这也就是说, 在估价相同时, 风险指标越大的投标者其报价也越高. 这样, 风险爱好者在一级价格密封式拍卖中获胜的可能性较大, 与直觉相符. 另外, 对充分小的正数 ε, 由 β 的连续性和命题 1证明中的式(A4)可知

$$\beta(v - 2\varepsilon; \delta_k^3) > \beta(v) > \beta(v - \varepsilon) > \beta(v; \delta_i^1),$$
$$k = 1, 2, \cdots, n_3; \ i = 1, 2, \cdots, n_1$$

尽管风险规避者 i 的估价较高, 但在一级价格密封式拍卖中可能不中标, 这充分说明了投标者对待风险的态度在其报价中起着极其重要的作用. 下面的例子将解释说明这一点.

例 若 $n_1 = n_2 = n_3 = 1$, $\delta^1 = 1/2$, $\delta^2 = 1$, $\delta^3 = 3/2$, $v \sim U[0, 1]$. 在一级价格密封式拍卖中, 由命题 1可得

$$\beta(v_1; \delta_1^1) = \frac{1}{2}\left[v_1 - \int_0^{v_1} \frac{x^2}{v_1^2} dx\right] = \frac{1}{3}v_1$$

同样地

$$\beta(v_2) = \frac{2}{3}v_2, \quad \beta(v_3; \delta^3) = v_3$$

于是, 当 $\max\{v_2, v_3\} < v_1 < \max\{2v_2, 3v_3\}$ 时, 尽

⑥ 变量 y 关于变量 x 的弹性在经济学中的定义为 $E_{yx} = \dfrac{dy}{dx}\dfrac{x}{y}$, 这里 $y = f(x)$.

管投标者 1(风险规避者) 的估价高于投标者 2(风险中性者) 和投标者 3(风险爱好者), 但投标者 1不中标.

如果持相同风险态度的投标者对风险偏好的程度相同, 即

$$\delta_1^1 = \delta_2^1 = \cdots = \delta_{n_1}^1 = \delta^1; \delta^2 = 1;$$

$$\delta_1^3 = \delta_2^3 = \cdots = \delta_{n_3}^3 = \delta^3$$

类似于命题 1的证明可以得到下面的命题 2

命题 **2**　在假设 A1″和 A2～ A6下, 如果持相同风险态度的投标者对风险偏好的程度相同, 那么 1级价格密封式拍卖存在对称的贝叶斯 -纳什均衡投标策略为 $\beta(v; \delta)$.

1) 对风险规避的投标者而言

$$\beta(v; \delta^1) = \delta^1\left[v - \int_0^v \frac{G(x)}{G(v)}\mathrm{d}x\right] \tag{12}$$

其中

$v \in [0, 1]$, $0 < \delta^1 < 1$,

$$G(x) = F^{n_1-1}(x)F^{n_2}(\delta^1 x)F^{n_3}\left(\frac{\delta^1}{\delta^3}x\right)$$

2) 对风险中性的投标者而言

$$\beta(v) = v - \int_0^v \frac{G(x)}{G(v)}\mathrm{d}x \tag{13}$$

其中

$v \in [0, 1]$,

$$G(x) = F^{n_1}\left(\frac{1}{\delta^1}x\right)F^{n_2-1}(x)F^{n_3}\left(\frac{1}{\delta^3}x\right)$$

3) 对风险爱好的投标者而言

$$\beta(v; \delta^3) = \delta^3\left[v - \int_0^v \frac{G(x)}{G(v)}\mathrm{d}x\right] \tag{14}$$

其中

$v \in [0, 1]$, $\delta^3 > 1$,

$$G(x) = F^{n_1}\left(\frac{\delta^3}{\delta^1}x\right)F^{n_2}(\delta^3 x)F^{n_3-1}(x)$$

命题 2中的投标策略式 (12)、(13) 和 (14) 也具有类似于推论 1和推论 2中的风险效应.

3　结束语

本文建立在独立私人估价模型的基础上, 考虑了 3类风险偏好的投标者共存的情形, 突破了前人仅局限于单一风险类型投标者的研究 (如文献 [17]). 通过引入“风险指标”度量投标者的风险态度, 克服了采用抽象效用函数度量投标者的风险态度解不出显示投标策略的不足 (如文献 [10]). 针对 1级价格密封式拍卖, 给出了投标者的对称的贝叶斯 -纳什均衡投标策略, 并用一个例子解释说明投标者的风险态度在他们的报价中起着极其重要的作用. 具体表现在, 投标者的风险态度不仅对自己的报价有正向影响, 而且对其他投标者的报价有交叉影响.

本文假设投标者的风险指标 δ仅是外生给定的参变量, 考虑风险指标是某个区间上的随机变量是本文未来的研究工作.

参 考 文 献:

[1] McAfee R P, McMillan J. Auctions and bidding[J]. Journal of Economic Literature, 1987, 25(2): 699－738.

[2] Milgrom P. Auctions and bidding: A primer[J]. Journal of Economic Perspectives, 1989, 3(3): 3－22.

[3] 毕志伟, 王 彦. 考虑佣金的关联价值拍卖模型[J]. 管理科学学报, 2005, 8(3): 24－27.
Bi Zhi-wei, Wang Yan. Affiliated value model considering effect of commission[J]. Journal of Management Sciences in China, 2005, 8(3): 24－27. (in Chinese)

[4] 王 彦, 毕志伟, 李楚霖. 佣金收取对拍卖结果的影响[J]. 管理科学学报, 2004, 7(4): 45－48.
Wang Yan, Bi Zhi-wei, Li Chu-lin. Effect of commission on auctions[J]. Journal of Management Sciences in China, 2004, 7(4): 45－48. (in Chinese)

[5] 杨兴丽, 陈 霞, 吕廷杰. 网上一口价拍卖顾客投标策略研究[J]. 管理科学, 2007, 20(4): 57－61.
Yang Xing-li, Chen Xia, Lv Ting-jie. Study on bidding strategies in online auctions with buyout price[J]. Journal of Management Sciences, 2007, 20(4): 57－61. (in Chinese)

[6] Maskin E, Riley J G. Optimal auctions with risk averse buyers[J]. Econometrica, 1984, 52(6): 1473－1518.

[7] Matthews S. Selling to risk averse buyers with unobservable tastes[J]. Journal of Economic Theory, 1983, 30(2): 370－400.

[8]Matthews S. Comparing auctions for risk averse buyers: A buyer's point of view[J]. Econometrica, 1987, 55(3): 636 – 646.

[9]刘树林, 汪寿阳, 黎建强. 投标与拍卖的几个数学模型[J]. 管理科学学报, 1998, 1(2): 11 – 16.

Liu Shu-lin, Wang Shou-yang, Li Jian-qiang. Several mathematical models for bidding and auctions[J]. Journal of Management Sciences in China, 1998, 1(2): 11 – 16. (in Chinese)

[10]Krishna V. Auction Theory[M]. New York: Academic Press, 2002.

[11]Fibich G, Gavious A, Sela A. All-pay auctions with risk-averse players[J]. International Journal of Game Theory, 2006, 34(4): 583 – 599.

[12]杨清清, 李金林, 冉 伦. 基于风险规避顾客的收入管理在线拍卖机制[J]. 系统工程, 2008, 26(7): 17 – 21.

Yang Qing-qing, Li Jin-lin, Ran Lun. Online auctions mechanism of customers' revenue management based on risk averse buyers[J]. Systems Engineering, 2008, 26(7): 17 – 21. (in Chinese)

[13]邱新平, 吕廷杰. 国有企业的风险规避特性与3G运营许可权分配[J]. 现代管理科学, 2006, (4): 19 – 20.

Qiu Xin-ping, Lv Ting-jie. The risk aversion characteristics of state-owned enterprises and the allocation of 3G operation license[J]. Modern Management Science, 2006, (4): 19 – 20. (in Chinese)

[14]Wolfstetter E. Auctions: An introduction[J]. Journal of Economic Surveys, 1996, 10(4): 367 – 420.

[15]Li Y (Editor). Christie's Asian modern art auction harvests US$ 45.5m.

Available on < http://news.xinhuanet.com/english/2006-05/30/content_4624167.htm >.

[16]Vogel C. Art market bounces back in 2nd night of spring sales.

Available on < http://www.nytimes.com/2005/05/05/arts/design/05christies.html?_r=1&oref=slogin >.

[17]Vickrey W. Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders[J]. Journal of Finance, 1961, 16(1): 8 – 37.

First-price auction with three types of risk bidders

WANG Ming-xi[1,2], *LIU Shu-lin*[1]

1. School of International Trade and Economics, University of International Business and Economics, Beijing 100029, China;

2. Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

Abstract: In many auction literature studying bidders' bidding strategies, it is assumed that the bidders are either risk-neutral or risk-averse. However, there may exist three risk types of bidders (risk neutral, risk averser, and risk seeking) simultaneously in real world bidding. In this paper, we assume that there exist three risk types of bidders whose attitudes toward risk are measured by "the risk indicator" and we derive the bidders' equilibrium bidding strategies under the first-price sealed-bid auction, which extends the classical independent private value model. Additionally, we show that the risk indicators of the bidders not only have a positive effect on their own bids, but also have a cross effect on the other bidders' bids.

Key words: risky attitude; bidding strategy; first-price auction

附录:

命题 1的证明: 假设除了风险爱好的投标者 1外, 其他投标者使用 $\beta(\delta v) \equiv \beta(v; \delta)$ 进行报价. 在一级价格密封式拍卖中, 当投标者 1的风险调整后的估价为 $\delta_1^3 v$, 而他的报价为 b时, 暂时假设 β是递增的(后面可以证明确实如此), 那么 $b \in [\beta(0), \beta(\delta_1^3)]$. 如若不然, $b > \beta(\delta_1^3)$ 或 $b < \beta(0)$. 对估价为 0的投标者来说, 一级价格密封式拍卖的支付规则决定投标者的报价不可能超过其估价, 当然投标者的报价也不可能为负, 所以 $b = 0 = \beta(0)$, 即 $b < \beta(0)$ 不可能出现; 另外, 若 $b > \beta(\delta_1^3)$, 对于风险中性和风险规避的投标者而言, 投标者 1肯定获得拍卖品, 在不影响获胜的前提下, 理性的投标者可以稍微降低报价, 来增加自己的收益, 即大于 $\beta(\delta_1^3)$ 的报价不可能是投标者 1的均衡报价.

而β是递增的,所以存在 $x\in[0,1]$,使得 $\beta(\delta_1^3x)=b$. 于是,投标者 1的预期效用为

$$\pi(v,x)=\mathrm{Prob}(win)(\delta_1^3v-b)$$
$$=\mathrm{Prob}(\beta(\delta_i^1v_i)<\beta(\delta_1^3x),\ i=1,2,\cdots,n_1)\mathrm{Prob}(\beta(\delta^2v_j)<\beta(\delta_1^3x),\ j=1,2,\cdots,n_2)\times$$
$$\mathrm{Prob}(\beta(\delta_k^3v_k)<\beta(\delta_1^3x),\ k=2,3,\cdots,n_3)(\delta_1^3v-\beta(\delta_1^3x))$$
$$=\mathrm{Prob}(\delta_i^1v_i<\delta_1^3x,\ i=1,2,\cdots,n_1)\mathrm{Prob}(\delta^2v_j<\delta_1^3x,\ j=1,2,\cdots,n_2)\times$$
$$\mathrm{Prob}(\delta_k^3v_k<\delta_1^3x,\ k=2,3,\cdots,n_3)(\delta_1^3v-\beta(\delta_1^3x))$$
$$=\mathrm{Prob}\left(v_i<\frac{\delta_1^3}{\delta_i^1}x,\ i=1,2,\cdots,n_1\right)\mathrm{Prob}\left(v_j<\frac{\delta_1^3}{\delta^2}x,\ j=1,2,\cdots,n_2\right)\times$$
$$\mathrm{Prob}\left(v_k<\frac{\delta_1^3}{\delta_k^3}x,\ k=2,3,\cdots,n_3\right)(\delta_1^3v-\beta(\delta_1^3x))$$

因为投标者的估价是独立私人估价,所以

$$\pi(v,x)=\prod_{i=1}^{n_1}\left(\frac{\delta_1^3}{\delta_i^1}x\right)F^{n_2}\left(\frac{\delta_1^3}{\delta^2}x\right)\times\prod_{k=2}^{n_3}F\left(\frac{\delta_1^3}{\delta_k^3}x\right)(\delta_1^3v-\beta(\delta_1^3x))$$

记

$$G(x)=\prod_{i=1}^{n_1}F\left(\frac{\delta_1^3}{\delta_i^1}x\right)F^{n_2}\left(\frac{\delta_1^3}{\delta^2}x\right)\times\prod_{k=2}^{n_3}F\left(\frac{\delta_1^3}{\delta_k^3}x\right)$$
$$g(x)=G'(x)$$

则

$$\pi(v,x)=G(x)(\delta_1^3v-\beta(\delta_1^3x))$$

一阶必要条件为

$$\frac{\partial\pi(v,x)}{\partial x}=g(x)(\delta_1^3v-\beta(\delta_1^3x))-G(x)\frac{\partial\beta(\delta_1^3x)}{\partial x}$$
$$=\delta_1^3vg(x)-\frac{\partial[G(x)\beta(\delta_1^3x)]}{\partial x}\qquad(\mathrm{A}1)$$

在对称的贝叶斯-纳什均衡时,有 $x=v$,且

$$\left.\frac{\partial\pi(v,x)}{\partial x}\right|_{x=v}=\delta_1^3vg(v)-\left.\frac{\partial[G(x)\beta(\delta_1^3x)]}{\partial x}\right|_{x=v}$$

整理得

$$\left.\frac{\partial[G(x)\beta(\delta_1^3x)]}{\partial x}\right|_{x=v}=\delta_1^3vg(v)$$

方程两边同时积分得

$$G(v)\beta(\delta_1^3v)=G(0)\beta(0)+\delta_1^3\int_0^v xg(x)\,\mathrm{d}x$$
$$=\delta_1^3\int_0^v xg(x)\,\mathrm{d}x,$$

等价地

$$\beta(\delta_1^3x)=\frac{\delta_1^3}{G(v)}\int_0^v xg(x)\,\mathrm{d}x$$
$$=\delta_1^3\left[v-\int_0^v\frac{G(x)}{G(v)}\mathrm{d}x\right]\qquad(\mathrm{A}2)$$

这只是必要条件,下面来验证它的充分性. 由式(A2)

$$\delta_1^3v-\beta(\delta_1^3x)=\delta_1^3(v-x)+\delta_1^3\int_0^x\frac{G(y)}{G(x)}\mathrm{d}y\qquad(\mathrm{A}3)$$

$$\frac{\partial\beta(\delta_1^3x)}{\partial x}=\delta_1^3\frac{\partial\left[v-\int_0^x\frac{G(y)}{G(x)}\mathrm{d}y\right]}{\partial x}$$
$$=\delta_1^3\frac{g(x)}{G^2(x)}\int_0^xG(y)\,\mathrm{d}y,\qquad(\mathrm{A}4)$$

将式(A3)和式(A4)代入式(A1)得

$$\frac{\partial\pi(v,x)}{\partial x}=g(x)\left[\delta_1^3(v-x)+\delta_1^3\int_0^x\frac{G(y)}{G(x)}\mathrm{d}y\right]-\delta_1^3\frac{g(x)}{G(x)}\int_0^xG(y)\,\mathrm{d}y$$
$$=\delta_1^3g(x)(v-x)$$

从而,当 $x<v$时,有$\frac{\partial\pi(v,x)}{\partial x}>0$,当 $x>v$时,有$\frac{\partial\pi(v,x)}{\partial x}<0$. 这说明式(A2)确实是投标者 1的最优选择. 另外,式(A4)隐含着 $\beta'>0$,所以β是递增函数.

同理可得

$$\beta(v;\delta_i^1)=\delta_i^1\left[v-\int_0^v\frac{G_i(x)}{G_i(v)}\mathrm{d}x\right]$$

其中

$$G_i(x)=\prod_{h\neq i}^{n_1}F\left(\frac{\delta_i^1}{\delta_h^1}x\right)F^{n_2}\left(\frac{\delta_i^1}{\delta^2}x\right)\times\prod_{k=1}^{n_3}F\left(\frac{\delta_i^1}{\delta_k^3}x\right),\quad i=1,2,\cdots,n_1$$

$$\beta(v;\delta^2)=\delta^2\left[v-\int_0^v\frac{G(x)}{G(v)}\mathrm{d}x\right]$$

其中

$$G(x)=\prod_{i=1}^{n_1}F\left(\frac{\delta^2}{\delta_i^1}x\right)F^{n_2-1}(x)\prod_{k=1}^{n_3}F\left(\frac{\delta^2}{\delta_k^3}x\right)$$

总结上面的论述,并注意到 $\delta^2=1$,可以得到命题 1.

推论 1的证明　因为估价为 0的投标者认为拍品没有任何价值,他将不会花时间去设计报价,所以可以默认为 $v>0$ 而命题 1的证明中式(A4)给出β是增函数,所以

$$\frac{\partial\beta(v;\delta_i^1)}{\partial\delta_i^1}\equiv\frac{\partial\beta(\delta_i^1v)}{\partial\delta_i^1}$$
$$=\beta'(\delta_i^1v)v>0,\quad i=1,2,\cdots,n_1$$
$$\frac{\partial\beta(v;\delta_k^3)}{\partial\delta_k^3}\equiv\frac{\partial\beta(\delta_k^3v)}{\partial\delta_k^3}$$
$$=\beta'(\delta_k^3v)v>0,\quad k=1,2,\cdots,n_3$$

(下转第 32页)

Zhang Jin-Te, Lo Zi-yun. On the cycle demand inventory models with resource constraints[J]. Taiwan Academy of Management Journal, 2003, 3(2): 29-40. (in Chinese)

[19] Schrage L. LINGO Release 8.0. LINDO System, Inc, 2002.

Supply chain coordination model for variable demand and variable supply under continuous production cycle

ZHANG Jin-te[1], *ZHENG Shu-ling*[2]

1. Department of Information Management, Chang Gang University, Taiwan Changhua 33302, China;
2. DKSH Taiwan Ltd., Taiwan Taipei 11493, China

Abstract: This research develops a single buyer-supplier integrated model under supply chain coordination and cooperation mechanisms between buyer and supplier. In order to meet the condition that both the demand of the buyer and the supply of the supplier are variable in practice, the model we proposed is under continuous production cycle, and considers small lot sizing and frequent deliveries policies in JIT purchasing system. Moreover, we consider both variable demand and variable supply. The purpose of this study is to minimize the total relevant costs incurred by the buyer and the supplier, so as to obtain the optimal number of deliveries, shipping points and shipping quantities in each shipping point. The solution of the proposed model is quite different from the complicated conventional econometrics. For developing this model, we adopt a mixed integer programming approach, it can be easily solved using common commercial packages to determine the optimal result by substituting the related parameters. This can be proved by the results of the numerical example and sensitivity analysis. Furthermore, we also find that the variable delivery intervals probably can save more costs than the fixed delivery intervals under the frequent deliveries.

Key words: supply chain coordination model; make to order; variable demand; variable supply

(上接第 21页)

推论 2的证明　若估价的概率分布函数 F 关于估价的弹性是估价的减(或增)函数, 对于 $x < y$, 则

$$\frac{xf(x)}{F(x)} > (\text{或} <) \frac{yf(y)}{F(y)}.$$

由命题 1中式(4)可得

$$\frac{\partial \beta(v, \delta_i^1)}{\partial \delta_k^3} = \frac{\delta_i^1}{\delta_k^3} \int_0^v \frac{G_i(x)}{G_i(v)} \left[\frac{\frac{\delta_i^1}{\delta_k^3} x}{F(\frac{\delta_i^1}{\delta_k^3} x)} f(\frac{\delta_i^1}{\delta_k^3} x) - \frac{\frac{\delta_i^1}{\delta_k^3} v}{F(\frac{\delta_i^1}{\delta_k^3} v)} f(\frac{\delta_i^1}{\delta_k^3} v) \right] \mathrm{d}x \geqslant (\text{或} \leqslant) 0$$

类似地, 可得到其他不等式.