损失厌恶下的供应链收益共享契约研究①

林志炳[1], 蔡 晨[2], 许保光[2]
(1. 福州大学管理学院, 福州 350108; 2. 中国科学院科技政策与管理科学研究所, 北京 100190)

摘要: 在决策主体是损失厌恶的假设条件下,研究了离散供应链系统中的最优订购策略,揭示了损失厌恶特性对零售商最优订货量的影响;同时还分析了收益共享契约参数及决策者目标函数之间的关系,发现收益共享契约在损失厌恶下与风险中性情况下的差异;并且结合数值分析方法,对存在差异的原因进行了探讨,研究的结果为决策者在供应链管理过程中的决策提供了参考.

关键词: 损失厌恶; 供应链; 收益共享; 最优订货量
中图分类号: F274　　文献标识码: A　　文章编号: 1007-9807(2010)08-0033-09

0 引 言

由于市场需求的不确定性, 使得供应链管理不可避免的要涉及到风险问题. 众所周知, 风险理论演变经过了 3个阶段: 从最早的期望值理论, 到其后的期望效用理论, 到最新的前景理论. 这 3种理论在供应链管理中都有所体现, 早期的期望值理论是在风险中性假设下, 决策者根据期望值的大小来进行决策. 关于供应链管理的文献, 很多都是采用期望值理论, 在此就不做详细的阐述.

期望效用理论把决策者对风险的偏好用效用函数形式来表示, 以期望效用值的大小为决策依据, 这在一定程度上弥补了期望值理论的不足. 在供应链管理领域中, 采用期望效用理论的研究文献也不少, 如: Lau[1]在报童问题中采用两个新的目标函数 (一个是以期望效用最大化为目标; 另一个则是设定一个利益标杆, 以大于该利益的概率最大化为目标), 并且在这两种目标函数下对报童的订购策略进行了分析. Eeckhoudt等[2]采用比较静态的方法分析了价格和成本变化对于报童期望效用的影响, 他们同时还分析了“均值不变增加风险”这一类累计分布函数对最优订货量的影响. Agrawal和 Seshadri[3]不仅考虑零售商的风险厌恶特性, 同时还假设需求是受价格影响的. 在这些假设条件下, 作者对单期报童问题的定价和订货策略进行了研究, 发现在需求函数采用乘法模式情况下, 零售商将会决定用高的零售价格和小的订货量, 而在加法模式情况下, 零售商将会降低零售价格来提高期望效用.

虽然在期望效用理论框架下, 分析供应链决策问题所得结论相对于期望值理论有所改善, 但是期望效用理论也无法解释所有现象, 比如阿莱斯悖论和艾斯伯格悖论. 因此在期望效用理论的基础上, 心理学家 Kahneman和 Tversky[4]提出了一种新的风险理论 ——前景理论. 该理论相对与期望效用理论有两个重要的改变: 一是价值函数, 用于替代传统预期效用理论中的效用函数; 二是决策权重函数, 用于替代传统预期效用理论中的概率, 他们分别具有以下特点: 价值函数: 1)单调递增, 表现为收益越大价值越高, 或损失越大价值越低; 2)价值函数考察的是增量, 而不是存量. 价值函数是相对于不同参考点的收益或损失水平; 3)价值函数是 S型曲线, 当收益出现时, 价值函数是凹函数, 反映了投资者对风险的厌恶倾向; 当

① 收稿日期: 2008-09-10; 修订日期: 2009-03-04.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70371059).
作者简介: 林志炳 (1981—), 男, 福建泉州人, 博士, 讲师. Email: linzhibing@gmail.com

损失出现时,价值函数是凸函数,反映了投资者对风险偏好的倾向; 4)在损失区域的斜率比收益区间的斜率大. 权重函数: 1)不可能事件不会被选择; 2)必然事件的权重最大; 3)小概率事件具有超过其概率的决策权重; 4)事件的权重是其发生概率的增函数.

目前国内外有不少学者采用前景理论方法来分析报童问题和供应链问题,周亚平等[5]研究了绝对风险回避系数与最优存贮策略之间的相关性,得到了不同风险态度决策者最优存贮策略的近似算法. 沈厚才等[6]通过研究表明损失规避制造商的采购时间和采购数量与其损失规避程度有关. 索寒生等[7]说明了利益共享可以使供应链协调,而价格折扣却只能在一定条件下协调供应链,同时还指出销售商的风险规避程度对于供应链协调是存在负面影响的. 文平[8]研究发现报童的最优订货量与报童的损失厌恶程度有关. Tian和Huang[9]分析了损失厌恶情况下的供应链协调模型,发现帕累托最优规则与供应链系统总收益的相关性. Wang和Webster[10]指出了缺货成本对损失厌恶报童库存的影响,同时还比较分析了批发价格、零售价格与最优订货量之间的关系.

本文采用前景理论来分析供应链管理中的收益共享模型,用理论分析和数值计算相结合的方式探讨零售商的最优订购策略以及模型中参数对决策变量和目标函数的影响,加深决策者对供应链模型中的损失厌恶特性的理解,以便作为未来决策的参考.

1 模型假设

本文考虑由 1个供应商和 1个零售商构成的供应链模型,其中供应商和零售商都是损失厌恶的. 供应商的产品成本为 c,批发价格为 w. 零售商的零售价格为 p,剩余商品的残值为 v. 市场需求为 D,其累计分布函数和概率密度函数分别为 $F(x)$, $f(x)$,其中 $F(x)$ 是连续可微的,且当 $x \leqslant 0$ 时, $F(x) = 0$;当 $x > 0$, $f(x) > 0$. 供应商和零售商之间达成了收益共享契约, φ为零售商获得的收益占总收益的比值(在本文中,称 φ为收益共享因子).

假设 $p \geqslant w \geqslant c \geqslant v$, $0 \leqslant \varphi \leqslant 1$, Π表示随机收益, π表示期望收益, U表示效用, Q 表示订货量, $\bar{q}$表示盈亏平衡需求量(当需求处在该点时,收益为零). 下标 s, r, sc分别表示供应商,零售商和纵向一体化供应链系统,上标"*"表示最优取值.

针对供应商和零售商的损失厌恶特性,本文采用简单的分段线性函数来刻画. 令 W_0为决策者的初始财富,则

$$U(W) = \begin{cases} W - W_0, & W \geqslant W_0 \\ \lambda(W - W_0), & W < W_0 \end{cases} \tag{1}$$

$\lambda \geqslant 1$,它表示决策者的损失厌恶系数, λ越大表示损失厌恶程度越高. 不失一般性,假设决策者的初始财富为零,即 $W_0 = 0$. 之所以采用分段线性函数,不仅因为它能反映出 S型曲线的基本特性,同时还可以简化计算. 目前,这种简化形式已经被广泛用于经济学、决策科学和管理科学等领域.

2 模型分析

首先给出纵向一体化的供应链系统,作为后文研究的比较基准. 该供应链系统的随机收益为

$$\Pi_{sc} = \begin{cases} \Pi_{sc,1} = (p - v)x - (c - v)Q, & x < Q \\ \Pi_{sc,2} = pQ - cQ, & x \geqslant Q \end{cases} \tag{2}$$

令 $\Pi_{sc,1} = 0$,可以求得盈亏平衡需求量

$$\bar{q}_{sc} = \frac{c - v}{p - v}Q$$

其期望收益和期望效用分别为

$$\pi_{sc} = \mathrm{E}\Pi_{sc} = \int_0^Q [px + v(Q - x)]f(x)\,\mathrm{d}x + \int_Q^{+\infty} pQf(x)\,\mathrm{d}x - cQ \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{E}U_{sc} &= \lambda_{sc}\int_0^{\bar{q}_{sc}} [px + v(Q - x) - cQ]f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{\bar{q}_{sc}}^{Q} [px + v(Q - x) - cQ]f(x)\,\mathrm{d}x + \int_Q^{+\infty} (p - c)Qf(x)\,\mathrm{d}x \\ &= (\lambda_{sc} - 1)\int_0^{\bar{q}_{sc}} [px + v(Q - x) - cQ]f(x)\,\mathrm{d}x + \pi_{sc} \end{aligned} \tag{4}$$

在离散供应链系统中, 零售商的随机收益为

$$\Pi_r = \begin{cases} \Pi_{r1} = \varphi[pQ - (p-v)(Q-x)] - wQ, & x < Q \\ \Pi_{r2} = \varphi pQ - wQ, & x \geqslant Q \end{cases} \tag{5}$$

令 $\Pi_{r1} = 0$, 可以求得零售商的盈亏平衡需求量为

$$\bar{q}_r = \frac{\frac{w}{\varphi} - v}{p - v} Q$$

其期望收益和期望效用分别为

$$\pi_r = E\Pi_r = \varphi[pQ - \int_0^Q (p-v)(Q-x)f(x)\mathrm{d}x] - wQ \tag{6}$$

$$EU_r = (\lambda_r - 1) \times \int_0^{\bar{q}_r} \{\varphi[px + v(Q-x)] - wQ\} f(x)\mathrm{d}x + \pi_r \tag{7}$$

同理可分别得到供应商的期望收益和期望效用

$$\pi_s = E\Pi_s = (w-c)Q + (1-\varphi) \times [pQ - \int_0^Q (p-v)(Q-x)f(x)\mathrm{d}x] \tag{8}$$

$$EU_s = (\lambda_s - 1)\int_0^{\bar{q}_s} \{(w-c)Q + (1-\varphi) \times [px + v(Q-x)]\} f(x)\mathrm{d}x + \pi_s \tag{9}$$

其中, $\bar{q}_s = \dfrac{c - w + (\varphi - 1)v}{(1-\varphi)(p-v)}Q$.

通过对零售商和供应商的盈亏平衡需求量进行比较可以得到如下性质

性质 1 当 $w = \bar{w} = \varphi c$时, $\bar{q}_r = \bar{q}_s$;

当 $w < \varphi c$, 则 $\bar{q}_s = \bar{q}_r$;

当 $w > \varphi c$, 则 $\bar{q}_s < \bar{q}_r$.

证明省略.

性质 1给出了离散供应链系统中供应商和零售商盈亏平衡需求量的大小关系. 从性质 1发现, 在收益共享契约中, 参数 w 和 φ的取值将直接影响 $\bar{q}_r$和 $\bar{q}_s$. 当 $w = \varphi c$时, 供应商和零售商的盈亏平衡需求量是相等的. 这表明无论市场需求怎么变化, 供应商和零售商将同时获得收益或者同时产生亏损, 而当 $w \neq \varphi c$时, 供应商和零售商的盈亏情况将会出现不一致, 具体的为: 当 $w < \varphi c$, 如果市场需求满足 $\bar{q}_s > D > \bar{q}_r$, 则供应商产生亏损, 而零售商获得收益; 当 $w > \varphi c$, 如果市场需求满足 $\bar{q}_s < D < \bar{q}_r$, 则零售商产生亏损, 而供应商获得收益.

对于零售商的期望效用, 分别计算其对订货量 Q 的一阶和二阶导数, 可以得到下面的式子

$$\frac{\mathrm{d}EU_r}{\mathrm{d}Q} = -(\lambda_r - 1)(w - \varphi v)F(\bar{q}_r(Q)) + \varphi[p - (p-v)F(Q)] - w \tag{10}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 EU_r}{\mathrm{d}Q^2} = -(\lambda_r - 1)\frac{(w - \varphi v)^2}{(P-v)\varphi}f(\bar{q}_r(Q)) - \varphi(p-v)f(Q) \tag{11}$$

对于等式 (11), 由于 $\lambda_r \geqslant 1$, $p > v$, 可知$\dfrac{\mathrm{d}^2 EU_r}{\mathrm{d}Q^2} < 0$, 所以可以得到下面的性质.

性质 2 零售商的期望效用函数是订货量的凹函数, 其最优订货量 Q_r^* 满足下面的一阶条件等式

$$-(\lambda_r - 1)(w - \varphi v)F(\bar{q}_r(Q_r^*)) + \varphi p - w - \varphi[(p-v)F(Q_r^*)] = 0$$

同理可得, 纵向一体化供应链的期望效用函数是订货量的凹函数, 其最优订货量 Q_{sc}^* 满足一阶条件等式

$$-(\lambda_{sc} - 1)(c - v)F(\bar{q}_{sc}(Q_{sc}^*)) + p - c - (p-v)F(Q_{sc}^*) = 0$$

对比上面两个一阶条件等式发现, 零售商的最优订货量跟供应链系统的最优订货量具有类似的结构关系. 下面将通过理论分析来探讨 Q_r^* 与 Q_{sc}^* 的关系.

假设

$$\beta_{sc} = \frac{c - v}{p - v};\quad \beta_r = \frac{\frac{w}{\varphi} - v}{p - v}$$

把 β_{sc}, β_r 分别带入 Q_{sc}^* 和 Q_r^* 的一阶条件等式, 化简可得

$$-(\lambda_{sc} - 1)\beta_{sc}F(\beta_{sc}Q_{sc}^*) + 1 - \beta_{sc} - F(Q_{sc}^*) = 0 \tag{12}$$

$$-(\lambda_r - 1)\beta_r F(\beta_r Q_r^*) + 1 - \beta_r - F(Q_r^*) = 0 \tag{13}$$

性质 3 假设 $\lambda_{sc} = \lambda_r$, 当 $w = \bar{w} = \varphi c$ 时, $Q_{sc}^* = Q_r^*$;

当 $w > \bar{w}$时, $Q_{sc}^* > Q_r^*$;

当 $w < \bar{w}$时, $Q_{sc}^* < Q_r^*$.

证明 令

$$G_i(\lambda_i, \beta_i) = -(\lambda_i - 1)\beta_i F(\beta_i Q_i) + 1 - \beta_i - F(Q_i) = 0 \quad (i = r, sc) \tag{14}$$

利用隐函数定理, 可得

$$\frac{\mathrm{d}Q_r^*}{\mathrm{d}w}=-\frac{\partial G_r/\partial w}{\partial G_r/\partial Q_r^*}=-\frac{-(\lambda_r-1)[F(\bar{q}_r(Q_r^*))+\beta_r Q_r^* f(\bar{q}_r(Q_r^*))]-1}{-(\lambda_r-1)(w-\varphi v)\beta_r f(\bar{q}_r(Q_r^*))-\varphi(p-v)f(Q_r^*)}<0 \tag{15}$$

从上面的分析可以看出,零售商的最优订货量随着批发价格的增大而减小.

当 $w=\bar{w}=\varphi c$ 时,可得

$$\frac{\frac{w}{\varphi}-v}{p-v}=\beta_r=\beta_{sc}=\frac{c-v}{p-v}$$

如果 $\lambda_{sc}=\lambda_r$,则 $G_{sc}(\lambda_{sc},\beta_{sc})$ 和 $G_r(\lambda_r,\beta_r)$ 除了订货量,其他参数是一样的.由于供应链系统和零售商的期望效用都是订货量的凹函数,因此他们的最优解是惟一的,从而可知 $Q_{sc}^*=Q_r^*$.对于供应链系统而言,批发价格并不影响整体的期望效用,也不会影响其最优订货量.然而,在离散供应链系统中零售商的最优订货量却受到批发价格的影响,根据上面的分析,知道 Q_r^* 随着 w 的增大而减小,因此可知,当 $w>\bar{w}$ 时,$Q_{sc}^*>Q_r^*$,当 $w<\bar{w}$ 时,$Q_{sc}^*<Q_r^*$.

当 $\lambda_{sc}=\lambda_r=1$,供应链系统和零售商期望效用的一阶最优条件就退化为风险中性下的一阶最优条件.$w=\bar{w}=\varphi c$ 就是风险中性情况下收益共享契约协调供应链的参数设定值.

假设 $\lambda_{sc}\neq\lambda_r$,因为

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}Q_r^*}{\mathrm{d}\lambda_r}&=-\frac{\partial G_r/\partial\lambda_r}{\partial G_r/\partial Q_r^*}\\&=-\frac{-\beta_r F(\bar{q}_r(Q_r^*))}{-(\lambda_r-1)\beta_r^2 f(\bar{q}_r(Q_r^*))-\beta_r f(Q_r^*)}\\&=-\frac{F(\bar{q}_r(Q_r^*))}{(\lambda_r-1)\beta_r f(\bar{q}_r(Q_r^*))+f(Q_r^*)}\\&<0\end{aligned} \tag{16}$$

从而可知零售商的最优订货量随着损失厌恶系数的增大而减小.这也说明了在风险中性情况下,零售商的最优订货量大于损失厌恶下的最优订货量.同时结合零售商和供应商的盈亏平衡需求量的公式,可以发现:零售商的损失厌恶程度越高,其最优订货量越低,而相应盈亏平衡需求量也越低,这在一定程度上体现了零售商的损失厌恶特性,因为零售商的损失厌恶程度越高,其行为也就越保守;通过减少订货量不仅可以降低盈亏平衡需求量,同时还可以减小库存过剩的风险,最终降低发生损失的可能性.

综合上面对 Q_{sc}^* 和 Q_r^* 分析,可以用如下表格来表示它们之间的关系.

表 1　Q_{sc}^* 和 Q_r^* 的关系

Table 1 The relation of Q_{sc}^* and Q_r^*

	$w>\bar{w}$	$w=\bar{w}$	$w<\bar{w}$
$\lambda_{sc}>\lambda_r$	不确定	$Q_r^*>Q_{sc}^*$	$Q_r^*>Q_{sc}^*$
$\lambda_{sc}=\lambda_r$	$Q_r^*<Q_{sc}^*$	$Q_r^*=Q_{sc}^*$	$Q_r^*>Q_{sc}^*$
$\lambda_{sc}<\lambda_r$	$Q_r^*<Q_{sc}^*$	$Q_r^*<Q_{sc}^*$	不确定

根据上面的分析和零售商期望效用的表达式(7),发现损失厌恶系数和批发价格除了通过最优订货量来间接影响零售商期望效用之外,本身对期望效用也有直接的影响.下面将对此展开分析.

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}EU_r(Q_r^*)}{\mathrm{d}w}&=(\lambda_r-1)\int_0^{\bar{q}_r}[(\varphi v-w)\frac{\mathrm{d}Q_r^*}{\mathrm{d}w}-Q_r^*]\times f(x)\mathrm{d}x+\frac{\mathrm{d}\pi_r}{\mathrm{d}w}\\&=(\lambda_r-1)\int_0^{\bar{q}_r}[(\varphi v-w)\frac{\mathrm{d}Q_r^*}{\mathrm{d}w}-Q_r^*]\times f(x)\mathrm{d}x-w+[\varphi p-\varphi\int_0^{Q_r^*}(p-v)\times f(x)\mathrm{d}x-w]\frac{\mathrm{d}Q_r^*}{\mathrm{d}w}\\&=[(\lambda_r-1)\int_0^{\bar{q}_r}(\varphi v-w)f(x)\mathrm{d}x+\varphi p-\varphi\int_0^{Q_r^*}(p-v)f(x)\mathrm{d}x-w]\frac{\mathrm{d}Q_r^*}{\mathrm{d}w}-(\lambda_r-1)Q_r^*F(\bar{q}_r)-w\\&=-(\lambda_r-1)Q_r^*F(\bar{q}_r)-w\\&<0\end{aligned} \tag{17}$$

由于

$$-(\lambda_r-1)(w-\varphi v)F(\bar{q}_r(Q_r^*))+\varphi p-w-\varphi[(p-v)F(Q_r^*)]=0$$

故有

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}EU_r(Q_r^*)}{\mathrm{d}\lambda_r}&=\int_0^{\bar{q}}\{\varphi[px+v(Q_r^*-x)]-wQ_r^*\}\times f(x)\mathrm{d}x+[(\lambda_r-1)[(\varphi v-w)F\times(\bar{q}_r(Q_r^*))+\varphi p-w-\varphi(p-v)F(Q_r^*)]\frac{\mathrm{d}Q_r^*}{\mathrm{d}\lambda_r}\\&=\int_0^{\bar{q}_r}\{\varphi[px+v(Q_r^*-x)]-wQ_r^*\}f(x)\mathrm{d}x\\&<0\end{aligned} \tag{18}$$

从式(18)可以看出,零售商的损失厌恶程度对其期望效用的影响可以分为直接影响和间接影响,式(18)右边的第1个表达式就是损失厌恶程度对其期望效用的直接影响,而第2个表达式可以看作间接影响——通过影响最优订货量而影响其期望效用.但是由于零售商在最优订货点上的边际效用为零,因此在零售商的最优订货点处,只有损失厌恶系数对其期望效用的直接影响发挥作用.

综合上述分析发现,零售商的期望效用随着批发价格的增大而减小,随着损失厌恶系数λ_r的增大而减小.批发价格在某种程度上表示了供应商和零售商销售单位产品的收益分配,相对较高的批发价格,意味着供应商获得的单位产品收益较高,而零售商获得单位产品收益较低.根据前面的分析结果可知,此时,零售商的订货量将降低,综合这两种作用,必然使得零售商的期望效用减少.损失厌恶系数反映了决策者对损失的敏感程度,相对较高的损失厌恶系数表示了在相同损失程度的情况下,其对决策者的负面效用将更明显,从而导致了决策者期望效用的降低.

在收益共享契约中,除了批发价格之外,还有一个重要的参数φ,即零售商获得的收益占总收益的比值.该参数直接影响收益和损失在供应商和零售商之间的分配,而且对其他决策变量和目标函数也有影响.

因为

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}Q_r^*}{\mathrm{d}\varphi} &= -\frac{\partial G_r/\partial\varphi}{\partial G_r/\partial Q_r^*}\\ &= -\frac{-(\lambda_r-1)[-v^* F(\bar{q}_r(Q_r^*)) - w/\varphi^* \beta_r Q_r^* f(\bar{q}_r(Q_r^*))] + [p-(p-v)F(Q_r^*)]}{-(\lambda_r-1)(w-\varphi v)\beta_r f(\bar{q}_r(Q_r^*)) - \varphi(p-v)f(Q_r^*)}\\ &= -\frac{-(\lambda_r-1)[v^* F(\bar{q}_r(Q_r^*)) + w/\varphi^* \beta_r Q_r^* f(\bar{q}_r(Q_r^*))] - [p-(p-v)F(Q_r^*)]}{(\lambda_r-1)(w-\varphi v)\beta_r f(\bar{q}_r(Q_r^*)) + \varphi(p-v)f(Q_r^*)}\end{aligned}\tag{19}$$

因为

$$\begin{aligned}&-(\lambda_r-1)[v^* F(\bar{q}_r(Q_r^*)) + w/\varphi^* \beta_r Q_r^* f(\bar{q}_r(Q_r^*))] - [p-(p-v)F(Q_r^*)] =\\ &-(\lambda_r-1)[v^* F(\bar{q}_r(Q_r^*)) + w/\varphi^* \beta_r Q_r^* f(\bar{q}_r(Q_r^*))] - [p-(p-v)F(Q_r^*)] + 0 =\\ &-(\lambda_r-1)[v^* F(\bar{q}_r(Q_r^*)) + w/\varphi^* \beta_r Q_r^* f(\bar{q}_r(Q_r^*))] - [p-(p-v)F(Q_r^*)] -\\ &(\lambda_r-1)(w/\varphi - v)F(\bar{q}_r(Q_r^*)) + [p-(p-v)F(Q_r^*)] - w/\varphi =\\ &-(\lambda_r-1)w/\varphi[F(\bar{q}_r(Q_r^*)) + \beta_r Q_r^* f(\bar{q}_r(Q_r^*))] - w/\varphi\\ &< 0\end{aligned}\tag{20}$$

所以

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}Q_r^*}{\mathrm{d}\varphi} > 0,\\ &\frac{\mathrm{dE}U_r(Q_r^*)}{\mathrm{d}\varphi} = (\lambda_r-1)\int_0^{\bar{q}}[px+v(Q_r^*-x)]f(x)\mathrm{d}x + [pQ_r^* - \int_0^{\bar{q}}(p-v)(Q_r^*-x)f(x)\mathrm{d}x] +\\ &\qquad \frac{\mathrm{dE}U_r(Q_r^*)}{\mathrm{d}Q_r^*}\frac{\partial Q_r^*}{\partial\varphi}\\ &\qquad = (\lambda_r-1)\int_0^{\bar{q}}[px+v(Q_r^*-x)]f(x)\mathrm{d}x + [pQ_r^* - \int_0^{\bar{q}}(p-v)(Q_r^*-x)f(x)\mathrm{d}x]\\ &\qquad = [\mathrm{E}U_r(Q_r^*) + (\lambda_r-1)wQ_r^* F(\bar{q}_r) + wQ_r^*]/\varphi\\ &\qquad > 0\end{aligned}\tag{21}$$

根据上面的分析可知:随着φ的增大,零售商的最优订货量和期望效用都将会增大.结合前面对批发价格的分析,发现收益共享契约的两个参数对零售商的最优订货量和期望效用的作用刚好相反.虽然w, φ在离散供应链系统中直接影响供应商和零售商收益情况,但是由于w主要影响单位产品收益,w越高,供应商获得的单位产品收益越高,零售商获得的单位产品收益越低,而φ越

高, 零售商分享的整体收益越高, 供应商分享的部分就越小, 从而促使零售商在讨价还价的时候, 尽量压低 w, 并提高 φ, 从而提高自己的期望效用. 而此举不仅对零售商产生影响, 也会对供应商的目标函数造成影响, 由于对供应商期望效用的分析比较复杂, 无法得到解析值, 将在后文中采用数值计算的方法对其进行研究, 以获取更直观的结果.

性质 4 当 $w = \bar{w}$ 时

$$L_r / L_s = \varphi/(1-\varphi),$$

$$\pi_r / \pi_s = \varphi/(1-\varphi),$$

当 $w > \bar{w}$ 时

$$L_r / L_s > \varphi/(1-\varphi),$$

$$\pi_r / \pi_s < \varphi/(1-\varphi)$$

当 $w < \bar{w}$ 时

$$L_r / L_s < \varphi/(1-\varphi),$$

$$\pi_r / \pi_s > \varphi/(1-\varphi).$$

其中, 供应商的期望损失为

$$L_s = \int_0^{\bar{q}} \{(w-c)Q + (1-\varphi)[px + v(Q-x)]\} f(x)\,dx$$

零售商的期望损失为

$$L_r = \int_0^{\bar{q}_r} \{\varphi[px + v(Q-x)] - wQ\} f(x)\,dx$$

证明

$$\begin{aligned} L_s &= \int_0^{\bar{q}} \{(w-c)Q + (1-\varphi)[px + v(Q-x)]\} f(x)\,dx \\ &= [(w-c)Q + (1-\varphi)vQ] F(\bar{q}_s) + \\ &\quad (1-\varphi)(p-v)\int_0^{\bar{q}_s} x f(x)\,dx \\ &= -(1-\varphi)(p-v)\int_0^{\bar{q}_s} F(x)\,dx \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} L_r &= \int_0^{\bar{q}_r} \{\varphi[px + v(Q-x)] - wQ\} f(x)\,dx \\ &= \int_0^{\bar{q}} \{\varphi[p-v)x + (\varphi v - w)Q\} f(x)\,dx \\ &= (\varphi v - w)QF(\bar{q}_r) + \varphi(p-v)\int_0^{\bar{q}_r} x f(x)\,dx \\ &= -\varphi(p-v)\int_0^{\bar{q}_r} F(x)\,dx \end{aligned} \tag{23}$$

$$\frac{L_r}{L_s} = \frac{\varphi}{(1-\varphi)} \frac{\int_0^{\bar{q}_r} F(x)\,dx}{\int_0^{\bar{q}_s} F(x)\,dx} \tag{24}$$

当 $w = \bar{w}$ 时,

$$\bar{q}_r = \bar{q}_s,$$

$$\int_0^{\bar{q}_r} F(x)\,dx = \int_0^{\bar{q}_s} F(x)\,dx$$

所以

$$L_r / L_s = \varphi/(1-\varphi);$$

当 $w > \bar{w}$ 时

$$\bar{q}_s < \bar{q}_r,$$

$$\int_0^{\bar{q}_r} F(x)\,dx > \int_0^{\bar{q}_s} F(x)\,dx$$

所以

$$L_r / L_s > \varphi/(1-\varphi)$$

当 $w < \bar{w}$ 时

$$\bar{q}_s > \bar{q}_r,$$

$$\int_0^{\bar{q}_r} F(x)\,dx < \int_0^{\bar{q}_s} F(x)\,dx$$

所以

$$L_r / L_s < \varphi/(1-\varphi)$$

π_r 和 π_s 的关系比较简单, 关于他们的证明省略.

从供应商和零售商的期望效用函数形式可知: 他们的期望效用由两部分组成, 一部分是期望利润, 一部分是期望损失和修正因子 (供应商的修正因子: $\lambda_s - 1$; 零售商的修正因子: $\lambda_r - 1$) 的乘积. 性质 4给出了供应商和零售商期望利润和期望损失的大小关系, 结果表明了收益共享契约在损失厌恶情况下也有一定的意义. 只不过在损失厌恶供应链模型中, 期望损失和期望利润分开考虑. 收益共享契约参数对期望损失和期望利润都有影响, 但影响的幅度和步调可能不一致, 并且在效用函数中, 由于对决策者损失厌恶的假设, 导致期望损失需要乘以一个修正因子来反映决策者的损失厌恶程度. 这表明了收益共享契约在损失厌恶供应链模型中的作用跟其字面意义已经有很大的不同: 在损失厌恶模型中, 收益共享契约可以认为是决策者之间利润和损失共同分担的契约模式.

性质 4同时还揭示了供应商和零售商各自的讨价还价能力对他们的收益分享和损失承担程度的影响: 当 $w = \bar{w}$ 时, $L_r / L_s = \varphi/(1-\varphi)$, $\pi_r / \pi_s = \varphi/(1-\varphi)$, 可以认为供应商和零售商处于某种均衡状态, 此时他们的损失承担比例和收益共享比例是一样的. 而当 $w > \bar{w}$ 时, 可以认为供应商处于占优地位, 因为在分散供应链系统中, w 常常被视为在供应商和零售商间如何分配利润的决策变

量, 当供应商处于占优地位时, 他必将提高批发价格来获取较高的单位产品收益. 而从性质 4可以发现, 当 w 较高时, $L_r/L_s > \varphi/(1-\varphi)$, $\pi_r/\pi_s < \varphi/(1-\varphi)$, 此时供应商承担的损失比例相对于均衡状态时降低了, 同时其分享的收益比例却提高了, 由于供应商是损失厌恶的, 这在一定程度上大大降低了他的风险. 同理当 $w < \bar{w}$ 时, $L_r/L_s < \varphi/(1-\varphi)$, $\pi_r/\pi_s > \varphi/(1-\varphi)$, 也可以解释为零售商通过其讨价还价能力来降低自己承担的损失比例, 提高分享的收益比例.

3　数值分析

在上一节中, 通过理论分析的方法, 对损失厌恶供应链模型中的决策变量以及相关参数进行了比较分析, 但是由于有些参数之间的关系是通过隐函数的形式表述的, 使得相应的分析无法得到解析解, 在本节中, 本文将通过数值模拟, 来分析决策变量和目标函数与相应参数之间的关系.

1) 市场需求服从均匀分布 $U\sim[0, 100]$, 批发价格 $w = 4.5$ 零售价格 $p = 12$, 供应商的损失厌恶系数 $\lambda_s = 1.2$, 零售商的损失厌恶系数分别为 $\lambda_r = 1.5$ 和 $\lambda_r = 2.0$ 产品成本 $c = 9$, 产品残值 $v = 2$ 收益共享因子 $\varphi = 0.5$

图 1说明了供应商期望效用是批发价格的凹函数, 随着批发价格的增大, 供应商的期望效用是先增大后减小的. 这主要是因为, 批发价格对供应商期望效用不仅存在直接的影响还存在通过零售商订货来体现的间接影响, 当批发价格增大时, 供应商销售单位产品的收益也增大, 但是此时零售商销售单位产品的收益减小了, 从而导致其最优订货量降低, 这两者的共同作用使得供应商的期望效用先增大后减小. 图 1同时还说明, 随着零售商的损失厌恶系数增大, 供应商的最大期望效用将会减小, 而此时对应的最优批发价格也会降低. 这主要是因为, 当零售商的损失厌恶系数增大时, 其最优订货量将会减小, 此时供应商则希望能通过降低批发价格来激励零售商订货, 以缓解零售商损失厌恶系数带来的影响, 而这必然会使供应商的最优期望效用降低.

图 2说明了批发价格对零售商和供应商的期望效用和期望损失的影响, 在性质 4中, 我们只探讨了 L_s 和 L_r, π_r 和 π_s 之间的大小关系, 并没有详细的讨论批发价格是如何影响它们的. 通过图 2可以发现, ①供应商和零售商的期望损失都是随着批发价格的增大而减小, 不同的是, 当批发价格较小时, 它对供应商期望损失的影响比较明显, 而随着批发价格的增大, 这种影响将会越来越小, 而对于零售商而言, 批发价格对其期望损失的影响变化不大. ②随着批发价格的增大, 供应商的期望收益先增大后减小, 而零售商的期望收益则一直减小, 且减小的速度越来越慢.

2) 市场需求服从均匀分布 $U\sim[0, 100]$, 零售价格 $p = 12$, 零售商的损失厌恶系数为 $\lambda_r = 1.5$, 供应商的损失厌恶系数 $\lambda_s = 1.2$, 产品成本 $c = 9$, 产品残值 $v = 2$, 批发价格 $w = 4.5$

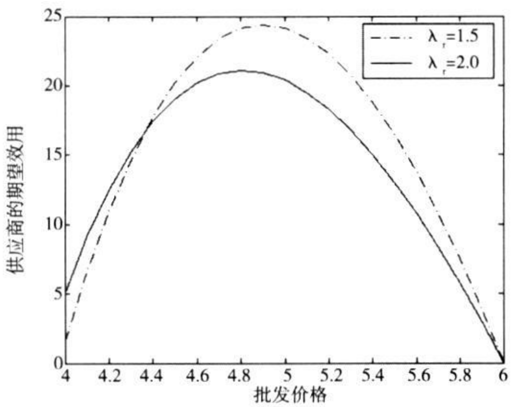

图 1　不同 λ_r 时批发价格对供应商期望效用的影响

Fig. 1 The effects of wholesale price on the supplier's expected utility with different λ_r.

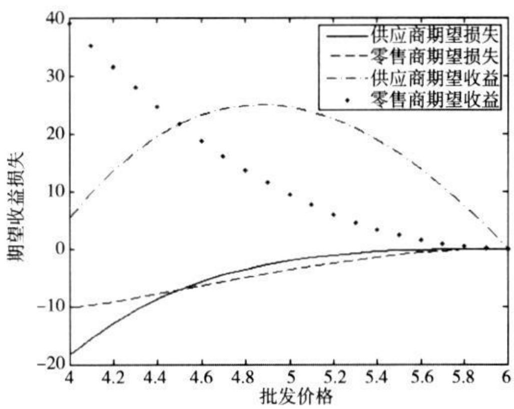

图 2　批发价格和决策主体期望收益 / 损失的关系

Fig. 2 The relation of wholesale price with the decision agents' expected profit and expected loss

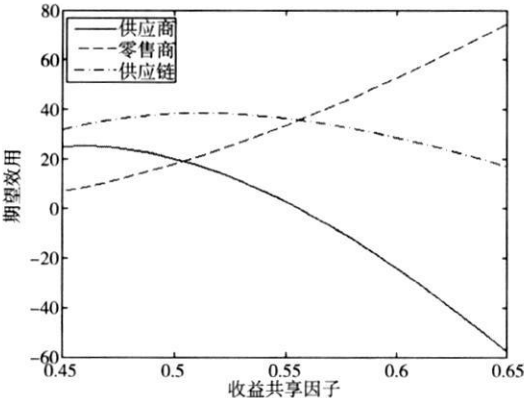

图 3 收益共享因子对决策主体期望效用的影响

Fig. 3 The effects of revenue sharing factor on the decision agents' expected utility

图 3形象地刻画了收益共享因子对供应商和零售商期望效用的关系. 收益共享因子越大, 表示零售商分享的收益比例越高, 而且前文的分析表明, 零售商的最优订货量会随着收益共享因子的增大而增大, 则这将导致零售商期望效用的增大, 但是供应商的期望效用却随着收益共享因子的增大而减小, 这表明降低收益分享比例造成的影响要比零售商提高订货量带来的影响大, 两者综合作用才会使得供应商的期望效用减小. 此时, 离散供应链系统总的期望效用先增大后减小, 这表明存在一个最优的收益共享因子可以使得供应链系统的期望效用最大.

4 结束语

本文通过分段线性的效用函数来分析损失厌恶情况下的供应链模型, 探讨了零售商的最优订购策略, 发现零售商的损失厌恶程度越高, 其最优订货量越低, 期望效用也越小; 而通过对收益共享契约模型的分析, 除了发现一些和风险中性情况类似的结论之外, 我们还发现收益共享契约在损失厌恶供应链中特有的共享机制: 不仅收益共享, 还要共同分摊可能产生的损失, 至于如何共享与分摊则受到供应商和零售商的讨价还价能力的影响, 当有一方处于强势地位的时候, 其收益共享比例将会较均衡状态时高, 而损失承担比例却比均衡状态时低, 处于弱势的一方则刚好相反, 这样的结论在很大程度上体现了决策者的损失厌恶特性.

本文的研究还有不少地方可以改进. 首先, 文中对损失厌恶函数的刻画是通过分段线性函数来描述的, 而在前景理论中, 损失厌恶函数往往是曲线形式. 其次, 本文只分析了单个供应商和单个零售商之间的关系, 未来的研究可以往多个决策主体多阶段方向拓展. 另外, 文中通过收益共享契约来改进渠道有效性, 将来也可以尝试其他的契约模式.

参 考 文 献:

[1] Lau H S. The newsboy problem under alternative optimization objectives[J]. Journal of the Operations Research Society, 1980, 31(1): 525-535.

[2] Eeckhoudt L, Gollier C, Schlesinger H. The risk-averse (and prudent) newsboy[J]. Management Science, 1995, 41(5): 786-794.

[3] Agrawal V, Seshadri S. Impact of uncertainty and risk aversion on price and order quantity in the newsvendor problem[J]. Manufacturing Service Operations Management, 2000, 2(4): 410-423.

[4] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Econometrica, 1979, 47(2): 263-291.

[5] 周亚平, 殷保群, 奚宏生. 最优存贮策略与绝对风险回避系数的关系研究[J]. 工业工程, 1999, 2(4): 23-26.
Zhou Yaping, Yin Baoqun, Xi Hongsheng. A discussion to the relationship between optimal storage strategy and absolute risk aversion coefficient[J]. Industrial Engineering Journal, 1999, 2(4): 23-26. (in Chinese)

[6] 沈厚才, 徐 进, 庞 湛. 损失规避偏好下的定制件采购决策分析[J]. 管理科学学报, 2004, 7(6): 37-45.
Shen Houcai, Xu Jin, Pang Zhan. Decision analysis for order-specific component procurement with loss-averse utility[J]. Journal of Management Sciences in China, 2004, 7(6): 37-45. (in Chinese)

[7] 索寒生, 储洪胜, 金以慧. 带有风险规避型销售商的供需链协调[J]. 控制与决策, 2004, 19(9): 42-53.

Suo Han-sheng, Chu Hong-sheng, Jin Yi-hui. Supply chain coordination with risk aversion retailers[J]. Control and Decision, 2004, 19(9): 42-53. (in Chinese)
[8]文 平. 损失厌恶的报童－预期理论下的报童问题新解[J]. 中国管理科学, 2005, 13(6): 64-69.
Wen Ping. The loss averse newsboy-the solution of newsboy problem under prospect theory[J]. Chinese Journal of Management Science, 2005, 13(6): 64-69. (in Chinese)
[9] Tian Yu, Huang Dao. A loss averse supply chain coordination modeling[J]. Control Engineering of China, 2006, 13(4): 366-369.
[10] Wang C X, Webster S. The loss-averse newsvendor problem[J]. Omega, 2009, 37(1): 93-105.
[11] Suo Hansheng, Wang Jingchun, Jin Yihui. Coordinating a Loss-averse Newsvendor with Vendor Managed Inventory[C]. IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Holand, 2004, 6026-6030.
[12]吴 军, 李 健, 汪寿阳. 供应链风险管理中的几个重要问题[J]. 管理科学学报, 2006, 9(6): 5-16.
Wu Jun, Li Jian, Wang Shou-yang. Some key problems in supply chain risk management[J]. Journal of Management Sciences in China, 2006, 9(6): 5-16. (in Chinese)

Revenue sharing analysis of supply chain with loss aversion

LIN Zhi-bing[1], *CAI Chen*[2], *XU Bao-guang*[2]

1. School of Management, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China;
2. Institute of Policy and Management, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

Abstract: Under the assumption that the decision agents are loss aversion, this paper studies the optimal order strategy in the decentralized supply chain model, and discovers the influence of the loss aversion on the optimal order quantity of retailers; this paper also analyzes the relation between the revenue sharing contracts' parameters and objective functions of decision agents, and find that there exists difference between the revenue sharing contracts with loss aversion agents and the revenue sharing contracts with risk neutral agents. A numerical analysis is employed to find the reason of the difference. These results can be used for the reference of the supply chain agents when they make decisions.

Key words: loss aversion; supply chain; revenue sharing; optimal order quantity