

# 基于随机生产函数的贷款定价模型及应用<sup>①</sup>

隋 聪, 迟国泰

(大连理工大学管理学院, 大连 116024)

**摘要:** 利用贷款定价的随机生产函数中参数的估计值, 建立贷款定价公式, 在技术效率最优时求解新贷款利率, 建立了基于随机生产函数的贷款定价模型. 该模型的特色与创新是: 1) 通过在基于随机生产函数的贷款定价公式中新贷款技术效率等于最优技术效率, 确定新贷款利率, 保证了新贷款利率技术效率最优. 解决了在随机生产函数法、最优技术效率情况下确定贷款利率的问题, 改变了现有研究忽略贷款定价能否被客户接受的现状, 提供了贷款定价的新思路. 2) 通过建立基于随机生产函数的贷款定价公式, 在新贷款的技术效率最优时反求新贷款利率, 提供了随机生产函数在最优效率前提下确定产出的方法. 改变了随机生产函数仅仅在已知投入和产出情况下单纯评价技术效率的情况, 拓展了随机生产函数的用途. 3) 结合随机前沿方法, 建立基于随机生产函数的贷款定价模型. 经中国期刊全文数据库和 Elsevier 等数据库的文献检索发现该模型是首次针对贷款定价的技术效率问题建立了贷款定价模型, 解决了保证技术效率最优的贷款定价问题.

**关键词:** 贷款定价; 随机生产函数; 技术效率; 随机前沿分析

**中图分类号:** F830.33 C931.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2010)09-0016-10

## 0 引言

贷款定价是商业银行的核心问题, 资产定价问题也是现代金融学领域 3 大核心问题之一.

现有贷款定价方法大致可归纳为以下 4 类.

1) 基于成本加成的贷款定价. Stango<sup>[1]</sup> 在客户转换成本的基础上对贷款进行定价. 李丙泉<sup>[2]</sup> 提出通过计算信贷资金的加权平均成本率 (WACC) 来确定贷款平均成本, 进而为贷款定价. Stein<sup>[3]</sup> 利用改进的定点法来确定信用等级, 建立了基于成本加成模式的贷款定价模型. 卢唐来<sup>[4]</sup> 用经济增加值 (EVA) 取代传统的目标利润, 改进了成本加成定价模式.

2) 基于客户盈利分析的贷款定价. Cook 等<sup>[5]</sup> 探讨了信誉良好的客户在没有抵押品的情况下能

否获得贷款利率溢价. 毛仲玖<sup>[6]</sup> 介绍了国外银行的客户盈利分析贷款定价模式. 毕明强<sup>[7]</sup> 建立了基于贡献度分析和客户关系的商业银行贷款定价模型, 指出贷款定价实际上是在为整个客户关系定价. 李蕊<sup>[8]</sup> 建立了以贷款平均收益率为基准利率, 兼顾贷款风险溢价以及银行与客户整体关系的贷款定价模型.

3) 基于风险资产定价理论的贷款定价. Tumbull<sup>[9]</sup> 利用信用期限结构理论计算违约概率, 进而对贷款定价. Ebrahim 等<sup>[10]</sup> 用理性预期理论确定未来的风险溢价, 进而为贷款定价. Norden 等<sup>[11]</sup> 利用信用掉期思想测算违约风险进而对贷款定价. 张维和邱勇<sup>[12]</sup> 构建了反映这类贷款池的违约风险和相关性结构的多因素模型, 得到贷款池的

① 收稿日期: 2009-12-10; 修订日期: 2010-04-30.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70471055); 教育部人文社会科学研究项目基金资助项目 (09YJC790024); 大连理工大学基本科研业务费专项资金资助项目; 大连银行小企业贷款定价资助项目; 中国邮政储蓄银行总行资助项目.

作者简介: 隋聪 (1978-), 男, 辽宁沈阳人, 博士. Email: suicong2004@163.com

违约行为随机特征, 为贷款组合的定价奠定基础。

4) 基于市场结构分析的贷款定价. 徐传堪等<sup>[13]</sup>用超越对数函数建立成本函数, 对贷款定价的规模经济问题进行了探讨. Repullo等<sup>[14]</sup>研究了在完全竞争市场环境下, 基于巴塞尔协议 II 内部评级方法和资本限制的银行贷款定价. Rothenberg等<sup>[15]</sup>研究了在不完全竞争市场环境下, 基于巴塞尔协议 II 并区分企业客户和个人客户的贷款定价问题。

现有贷款定价模型只是确保贷款定价能够覆盖财务成本和风险, 却忽略了贷款利率能否被客户接受的问题. 因此现有贷款定价模型不能解决贷款定价既能覆盖财务成本和风险又保证被客户接受的问题。

综合上述因素, 本文建立基于随机生产函数的贷款定价模型, 在新贷款的技术效率等于老贷款的最大技术效率时, 确定最优技术效率的新贷款利率, 保证了贷款利率能够覆盖财务成本和风险并且能够被客户接受。

## 1 基于随机生产函数的贷款定价原理

### 1.1 最优技术效率的贷款定价

贷款定价受贷款的财务成本、贷款的风险因素、银行对贷款的目标收益等因素的影响. 贷款定价不能过低, 因为过低不能覆盖财务成本和风险; 贷款定价也不能过高, 因为过高将不会被客户接受。

最优技术效率的贷款定价就是确定既能被客户接受又能保证覆盖贷款的财务成本和风险, 并且给银行带来最大收益的贷款利率。

随机前沿分析可分为随机生产函数法和随机成本函数法两种. 随机生产函数法确定的是技术效率, 随机成本函数法确定的是成本效率。

本文利用随机生产函数建立贷款定价模型, 因此研究的贷款定价效率是技术效率。

### 1.2 随机生产函数模型及原理

#### 1.2.1 随机生产函数模型

考虑单产出生产函数的技术效率问题. 令  $y$  表示惟一的产生,  $X$  表示投入向量, 随机生产函数

模型为<sup>[16]</sup>

$$y_i = f(X_i; \beta) \times \exp(V_i - U_i) \quad (1)$$

其中,  $y_i$  为第  $i$  个样本的产出;  $X_i$  为第  $i$  个样本的投入向量, 是解释变量;  $\beta$  为待估计的参数向量;  $V_i$  为随机误差, 是独立同分布的随机变量, 服从标准正态分布  $N(0, \sigma_v^2)$ ;  $U_i$  为技术非效率项, 是独立同分布的非负随机变量, 可以假设服从半正态分布或截断正态分布<sup>[17]</sup>.  $V_i$  与  $U_i$  是相互独立的。

设  $TE_i$  为第  $i$  个样本的技术效率值, 则  $TE_i$  为<sup>[16]</sup>

$$TE_i = \frac{E(y_i | U_i, X_i)}{E(y_i | U_i = 0, X_i)} = \exp(-U_i) \quad (2)$$

其中,  $E(y_i | U_i, X_i)$  是存在技术非效率项  $U_i$  和已知投入  $X_i$  条件下产出  $y_i$  的期望, 表示实际产出的均值.  $E(y_i | U_i = 0, X_i)$  是不存在技术非效率项 ( $U_i = 0$ ) 和已知投入  $X_i$  条件下产出  $y_i$  的期望, 表示理论最大产出的均值。

式 (2) 的经济学含义是第  $i$  个样本的实际产出均值  $E(y_i | U_i, X_i)$  与理论最大产出均值  $E(y_i | U_i = 0, X_i)$  的比值即为第  $i$  个样本的技术效率  $TE_i$ 。

#### 1.2.2 随机生产函数的统计检验

随机生产函数法对效率计算结果的统计检验包括以下两个方面<sup>[18]</sup>。

1) 变差率  $\gamma$  的取值判断 设  $\gamma$  为变差率;  $\sigma_u^2$  为技术非效率项  $U_i$  的方差;  $\sigma_v^2$  为随机误差  $V_i$  的方差, 则变差率  $\gamma$  为<sup>[18]</sup>

$$\gamma = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2 + \sigma_v^2} \quad (3)$$

式 (3) 的含义是技术非效率项  $U_i$  的方差  $\sigma_u^2$  占技术非效率项  $U_i$  的方差与随机误差  $V_i$  的方差和 ( $\sigma_u^2 + \sigma_v^2$ ) 的比重。

显然  $\gamma$  的取值范围是  $[0, 1]$ . 当  $\gamma$  趋近于 1 时, 说明生产函数偏差主要来自技术非效率项  $U_i$ , 而随机误差  $V_i$  的影响可以忽略不计; 当  $\gamma$  趋近于 0 时, 说明生产函数偏差主要来自随机误差  $V_i$ , 而技术非效率项  $U_i$  的影响可以忽略不计; 当  $\gamma$  位于 0 和 1 之间, 说明生产函数偏差由技术非效率项  $U_i$  和随机误差  $V_i$  共同决定。

2) 变差率  $\gamma$  的零假设统计检验 通过变差率  $\gamma$  检验, 可以判断随机前沿生产函数是否有效. 如果变差率  $\gamma$  的零假设 ( $H_0: \gamma = 0$ ) 被接受, 则表明  $\sigma_u^2$  等于 0 即技术非效率项  $U_i$  不存在, 随机前沿生产函数无效. 否则随机前沿生产函数就是有效的. 对于变差率  $\gamma$  的零假设检验, 通过单边似然比统计量  $LR$  的显著性检验来实现. 单边似然比统计量  $LR$  表示为

$$LR = - \ln \frac{L(\theta_0)}{L(\theta_1)} \quad (4)$$

其中:  $\theta$  为随机前沿生产函数的待估参数向量;  $\theta_0$  为在  $\gamma = 0$  约束下的极大似然估计;  $\theta_1$  为无约束条件下的极大似然估计;  $L(\theta_0), L(\theta_1)$  分别表示这两个估计的似然函数值.

单边似然比统计量  $LR$  服从自由度为  $n$  的混合  $\chi^2$  分布. 自由度  $n$  等于  $\theta_0$  和  $\theta_1$  下的待估参数之差. 如果  $LR$  大于给定显著性水平  $\alpha$  相对应的混合  $\chi^2$  分布的临界值, 即  $LR > \chi^2_\alpha(n)$ , 则拒绝零假设, 说明技术非效率项  $U_i$  是存在的.

应当指出, 随机前沿生产函数并不要求所有待定参数估计都通过显著性检验, 但变差率  $\gamma$  的零假设必须被拒绝, 即单边似然比统计量  $LR$  必须大于混合  $\chi^2$  分布的临界值.  $LR$  通过检验说明此随机前沿生产函数具备足够的解释力度, 并且技术非效率项  $U_i$  是客观存在的.

### 1.3 基于随机生产函数的贷款定价原理及步骤

#### 1.3.1 基于随机生产函数的贷款定价原理

利用老贷款的投入产出数据, 估计贷款定

价的随机生产函数中的参数, 用来建立基于随机生产函数贷款定价公式. 通过令贷款定价公式中的技术效率  $TE$  等于老贷款的技术效率最大值, 确定新贷款的贷款利率, 保证了贷款定价的技术效率最优. 这就是基于随机生产函数的贷款定价原理. 基于随机生产函数的贷款定价原理图, 见图 1

1) 与随机生产函数的区别 随机生产函数法<sup>[16]</sup> 是利用已知的投入产出样本数据估计随机生产函数, 进而确定样本技术效率. 而本文利用老贷款的投入产出数据, 估计贷款定价的随机生产函数中的参数, 来建立基于随机生产函数的贷款定价公式. 通过确定最优技术效率值求解新贷款的最优技术效率的贷款利率. 提供了随机生产函数在最优效率前提下确定产出的方法, 改变了随机生产函数仅仅在已知投入和产出情况下单纯评价技术效率的现状, 拓展了随机生产函数的用途.

2) 与现有贷款定价模型的区别 现有贷款定价模型<sup>[1-15]</sup> 只是确保贷款定价能够覆盖成本和风险, 却忽略了贷款利率是否能被客户接受的问题. 而本文通过令贷款定价公式中的技术效率  $TE$  等于老贷款技术效率最大值来确定新贷款的贷款利率, 保证了新贷款定价技术效率最优. 解决了随机生产函数法在最优技术效率情况下确定贷款利率的问题, 改变了现有研究忽略贷款定价能否被客户接受的情况, 提供了贷款定价的新思路.

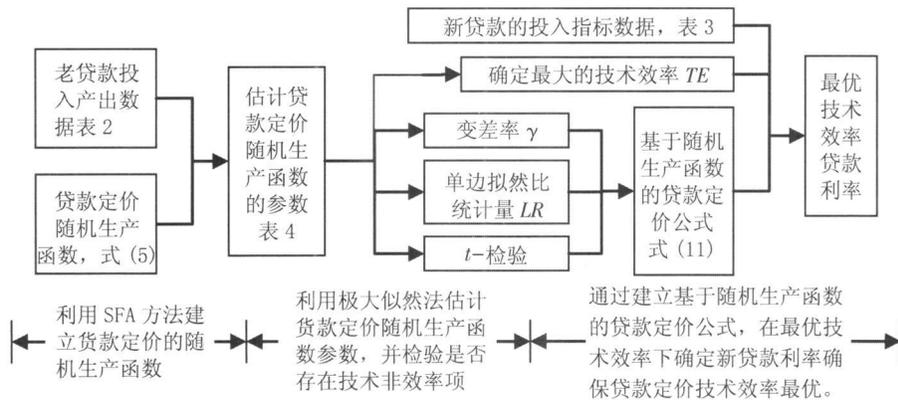


图 1 基于随机生产函数的贷款定价模型原理图

Fig 1 Schematics of loan pricing model based on stochastic production function

#### 1.3.2 基于随机生产函数的贷款定价步骤

1) 利用老贷款的投入、产出指标数据, 估计

贷款定价随机生产函数中的参数.

2) 通过变差率  $\gamma$  的取值判断以及单边似然比统计量  $LR$  的显著性检验, 确定技术非效率项  $U_i$  是否存在.

3) 通过  $t$ - 检验, 确定随机生产函数的拟合程度.

4) 计算老贷款样本的技术效率值, 并确定老贷款的最大技术效率  $TE$  值.

5) 利用贷款定价随机生产函数参数的估计值, 建立基于随机生产函数的贷款定价公式.

6) 利用新贷款的投入指标数据和老贷款的最大技术效率值, 根据基于随机生产函数的贷款定价公式, 计算新贷款的最优技术效率贷款利率.

## 2 贷款定价的投入产出指标体系的建立

### 2.1 投入指标

1) 存款利息支出率 是指贷款所需资金支付的存款利息.

2) 费用支出率 是指除了存款利息支出以外银行在业务经营及管理工作中发生各项支出.

3) 违约损失率 是在不同行业、不同贷款决策评价等级下的贷款未收回的违约额占贷款应收回本利和的比重.

4) 期限风险补偿率 期限风险是由贷款期限长短不同而导致的贷款发生违约的概率、流动性风险和通货膨胀风险都发生变化. 可以用国债利率的期限测算贷款的期限风险补偿率.

5) 贷款目标利润率 贷款的目标利润是指商业银行在每笔贷款中拟获得的最低利润.

应当指出指标的选择以及指标的计算方法不属于本文的研究范畴, 故不赘述, 请参阅相关文献<sup>[19-20]</sup>.

### 2.2 产出指标

本文以贷款利率作为贷款定价随机生产函数的产生指标.

用贷款利率直接作为随机生产函数的产出是合理的, 其原因是: 1) 贷款的收益就是贷款的产出, 而存款利息支出、费用支出等则是贷款的投入, 这与随机生产函数的投入产出的定义是一致

的. 2) 用贷款收益、存款利息支出、费用支出等指标同时除以贷款本金, 得到的就是贷款利率、存款利息支出率、费用支出率等. 而贷款的本金是固定的常量, 除与不除并不影响等式成立. 本模型是为了贷款定价, 即确定贷款的利率, 因此本文用贷款利率直接作为随机生产函数的产出.

应当指出在本文中老贷款的贷款利率是已知量, 新发放贷款的贷款利率是待求变量. 而确定新发放贷款的利率就是本文的目的.

在传统的随机生产函数模型中所有贷款的贷款利率都应是已知的数据. 在本模型中新发放贷款的贷款利率是待求变量.

贷款定价的投入产出指标, 如表 1 所示.

表 1 投入产出指标

Table 1 Index of inputs/outputs

投入指标	产出指标
存款利息支出率 $x_1$	贷款利率 $y$
费用支出率 $x_2$	
违约损失率 $x_3$	
期限风险补偿率 $x_4$	
贷款目标收益率 $x_5$	

## 3 基于随机生产函数的贷款定价模型

基于表 1 中贷款定价的投入产出指标体系, 根据随机生产函数模型式 (1), 建立贷款定价的随机生产函数为

$$\ln(y_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(x_{1i}) + \beta_2 \ln(x_{2i}) + \beta_3 \ln(x_{3i}) + \beta_4 \ln(x_{4i}) + \beta_5 \ln(x_{5i}) + V_i - U_i \quad (5)$$

其中:  $y_i$  表示第  $i$  笔老贷款的贷款利率;  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_5$  表示待估计参数;  $x_{1i}, \dots, x_{5i}$  分别表示第  $i$  笔老贷款的存款利息支出率、费用支出率、违约损失率、期限风险补偿率、贷款目标收益率;  $V_i$  为随机误差;  $U_i$  表示技术非效率项.

由式 (2) 可得贷款定价随机生产函数第  $i$  笔老贷款的技术效率为

$$TE_i = \exp(-U_i) \quad (6)$$

将上式两边同取自然对数, 可以得到

$$U_i = -\ln(TE_i) \quad (7)$$

将式 (7) 代入式 (5) 得到

$$\ln(y_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(x_{1i}) + \beta_2 \ln(x_{2i}) + \beta_3 \ln(x_{3i}) + \beta_4 \ln(x_{4i}) + \beta_5 \ln(x_{5i}) + V_i + \ln(TE_i) \quad (8)$$

式(8)通过将技术效率  $TE$  代入随机生产函数式(5), 揭示了技术效率  $TE$  与贷款利率  $y$  之间的关系, 为下文建立基于随机生产函数的贷款定价公式(11)打下基础。

对于一笔新发放贷款, 它对应的存款利息支出率  $x_1$ 、费用支出率  $x_2$ 、违约损失率  $x_3$ 、期限风险补偿率  $x_4$ 、贷款目标收益率  $x_5$  都是已知的。本文通过确定新贷款的技术效率  $TE$  反求贷款利率  $y$ , 因此新贷款的技术效率  $TE$  也是已知的。也就是说新贷款的投入  $x_1, \dots, x_5$  和新贷款的技术效率  $TE$  都是解释变量。

因此根据条件期望的性质<sup>[21]</sup>, 在已知新贷款投入向量  $X$  和新贷款技术效率  $TE$  的条件下新贷款的对数贷款利率  $\ln(y)$  的条件期望为

$$E(\ln(y) | X, TE) = \beta_0 + \beta_1 \ln(x_1) + \beta_2 \ln(x_2) + \beta_3 \ln(x_3) + \beta_4 \ln(x_4) + \beta_5 \ln(x_5) + \ln(TE) \quad (9)$$

设  $\ln(\hat{y})$  为  $\ln(y)$  的估计值,  $\hat{y}$  就是新贷款利率的估计值;  $\hat{\beta}_0, \dots, \hat{\beta}_5$  分别为  $\beta_0, \dots, \beta_5$  的估计值。根据回归分析中预测原理<sup>[21]</sup>, 式(9)可以化为

$$\ln(\hat{y}) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \ln(x_1) + \hat{\beta}_2 \ln(x_2) + \hat{\beta}_3 \ln(x_3) + \hat{\beta}_4 \ln(x_4) + \hat{\beta}_5 \ln(x_5) + \ln(TE) \quad (10)$$

整理式(10)得到

$$\hat{y} = \exp[\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \ln(x_1) + \hat{\beta}_2 \ln(x_2) + \hat{\beta}_3 \ln(x_3) + \hat{\beta}_4 \ln(x_4) + \hat{\beta}_5 \ln(x_5) + \ln(TE)] \quad (11)$$

其中:  $\hat{y}$  表示新贷款的贷款利率;  $\hat{\beta}_0, \dots, \hat{\beta}_5$  表示贷款定价随机生产函数的待估参数的估计值(通过老贷款的样本数据估计得到);  $x_1, \dots, x_5$  分别表示新贷款的存款利息支出率、费用支出率、违约损失率、期限风险补偿率、贷款目标收益率, 为已知量;  $TE$  表示新贷款的技术效率, 为已知量。

式(11)就是基于随机生产函数的贷款定价公式。

1) 式(11)的经济学含义 新贷款的贷款利率  $\hat{y}$  是新贷款对应的存款利息支出率  $x_1$ 、费用支

出率  $x_2$ 、违约损失率  $x_3$ 、期限风险补偿率  $x_4$ 、贷款目标收益率  $x_5$  以及新贷款的技术效率  $TE$  的函数, 即  $\hat{y} = g(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, TE)$ 。这种函数关系代表的是客户能够接受贷款利率的有效前沿面。

对于新增贷款, 任何一种投入  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$  的增加, 都要提高新贷款利率  $\hat{y}$  以确保贷款定价能够覆盖成本和风险。另外提高新贷款的技术效率  $TE$ , 也会导致新贷款利率  $\hat{y}$  的提高。

应当指出, 本文令新贷款的技术效率  $TE$  等于所有老贷款的技术效率的最大值, 而其最大技术效率可能小于 1。老贷款的技术效率的最大值代表了客户能够接受贷款利率的最高水平, 即贷款利率在有效前沿。如果新贷款的技术效率高于最大值, 客户会因为贷款利率偏高不接受贷款。如果新贷款的技术效率低于最大值, 不能保证银行获得最大的收益, 甚至可能因为贷款利率偏低而无法覆盖贷款成本和风险。

2) 式(11)与随机生产函数的区别 随机生产函数法<sup>[16]</sup>是利用已知的贷款投入产出数据, 根据式(5)确定每笔老贷款的技术效率, 而本文利用贷款定价随机生产函数式(5)中参数的估计值, 建立基于随机生产函数的贷款定价公式(11), 在技术效率最优时确定新贷款利率。提供了随机生产函数在最优效率前提下确定产出的方法, 改变了随机生产函数仅仅在已知投入和产出情况下单纯评价技术效率的情况, 拓展了随机生产函数的用途。

3) 式(11)与现有贷款定价模型的区别 现有贷款定价模型<sup>[1-15]</sup>只是确保贷款定价能够覆盖成本和风险, 忽略了贷款利率是否能被客户接受的问题。而本文通过令贷款定价公式(11)中的技术效率  $TE$  等于老贷款技术效率最大值来确定新贷款利率  $\hat{y}$ , 保证了新贷款定价技术效率最优。解决了贷款定价既要覆盖成本和风险又要保证被客户接受的相互矛盾问题, 提供了贷款定价的新思路。

## 4 应用实例

### 4.1 基本数据

设某银行有 25 笔已经发放的贷款, 这 25 笔贷款可以是相同企业的贷款也可以是不同企业的贷

款。这 25 笔贷款的存款利息支出率  $x_{1i}$ 、费用支出率  $x_{2i}$ 、违约损失率  $x_{3i}$ 、期限风险补偿率  $x_{4i}$ 、贷款目标收益率  $x_{5i}$  和贷款利率  $y_i$  ( $i = 1, \dots, 25$ ), 如表 2 所示。

表 2 老贷款投入产出数据

Table 2 Inputs/outputs data of old loans

贷款序号	存款利息支出率 $x_{1i}(\%)$	费用支出率 $x_{2i}(\%)$	违约损失率 $x_{3i}(\%)$	期限风险补偿率 $x_{4i}(\%)$	贷款目标收益率 $x_{5i}(\%)$	贷款利率 $y_i(\%)$
1	2.593	1.351	1.824	1.699	1.640	8.654
2	3.343	1.561	1.969	1.890	1.578	9.272
3	2.762	1.676	1.783	1.938	1.001	7.206
4	3.015	1.584	1.619	1.009	1.668	8.451
5	3.333	2.135	1.916	0.945	1.790	9.886
6	2.803	1.664	1.921	1.609	1.334	8.987
7	2.865	2.226	1.963	0.892	1.689	7.251
8	3.387	1.822	1.905	1.405	1.405	8.987
9	2.824	2.244	2.325	1.411	0.989	9.632
10	3.719	1.298	1.324	1.805	1.032	8.546
11	3.972	1.872	2.005	1.357	1.231	10.401
12	3.568	1.362	1.361	1.248	1.559	8.798
13	2.950	1.867	1.202	1.579	1.633	9.033
14	3.335	1.898	1.866	1.662	1.598	7.703
15	2.572	1.070	1.652	1.399	1.146	6.986
16	3.850	1.316	1.664	1.194	1.353	7.530
17	3.807	1.276	1.940	0.958	0.926	7.122
18	3.708	1.862	2.088	1.477	0.947	8.987
19	2.817	2.095	1.516	1.092	0.971	8.193
20	3.351	1.435	1.940	0.833	1.492	8.170
21	2.436	2.010	1.606	1.678	1.315	8.318
22	3.080	1.871	2.185	1.069	1.022	8.850
23	2.900	0.989	2.173	1.306	1.315	8.132
24	2.658	1.775	1.389	1.598	0.982	7.100
25	2.686	1.491	1.874	1.207	0.893	7.888

假设银行新增 6 笔贷款, 这 6 笔贷款可以是给原有贷款企业的新贷款也可以是给新贷款企业的贷款。新发放贷款的存款利息支出率  $x_{1i}$ 、费用支出率  $x_{2i}$ 、违约损失率  $x_{3i}$ 、期限风险补偿率  $x_{4i}$ 、贷款目标收益率  $x_{5i}$ , 如表 3 所示。

表 3 新发放贷款的投入指标数据

Table 3 Inputs data of incremental loans

贷款序号	存款利息支出率 $x_{1i}(\%)$	费用支出率 $x_{2i}(\%)$	违约损失率 $x_{3i}(\%)$	期限风险补偿率 $x_{4i}(\%)$	贷款目标收益率 $x_{5i}(\%)$
1	3.171	1.183	1.164	1.527	1.261
2	3.260	1.183	1.164	1.527	1.261
3	3.171	1.520	1.164	1.527	1.261
4	3.171	1.183	1.690	1.527	1.261
5	3.171	1.183	1.164	1.860	1.261
6	3.171	1.183	1.164	1.527	1.480

应该指出, 由于银行对不同类型贷款会有不同的原则, 如果样本中的贷款类型差异很大, 会导致模型误差太大而没有意义。因此样本中的贷款类型需要是相同性质的贷款。例如, 同属中小企业贷款中的不同细分类型的贷款。

## 4.2 模型的建立及求解

### 4.2.1 贷款定价随机生产函数的估计

在存在半正态分布的技术非效率项约束条件下, 根据表 2 中老贷款的投入产出数据, 估计贷款定价随机生产函数式 (5) 的参数, 各参数的估计结果见表 4。从表 4 倒数第 2 行可以看出变差率  $\gamma = 0.9999$ , 标准差仅为  $2.393E-04$ ,  $t$ -检验在 1% 水平下显著。说明贷款定价随机生产函数的偏差主要来自技术非效率项  $U_i$ , 而随机误差  $V_i$  的影响可以忽略不计。

表 4 贷款定价随机生产函数的参数估计值

Table 4 Parameters evaluation of stochastic production function

参数	估计值	标准差	$t$ -检验
$\beta_0$	1.511	0.144	10.50*
$\beta_1$	0.326	0.071	4.628*
$\beta_2$	0.247	0.031	8.078*
$\beta_3$	0.208	0.051	4.075*
$\beta_4$	0.137	0.093	1.468**
$\beta_5$	0.200	0.053	3.754*
变差率 $\gamma$	0.9999	2.393E-04	4.179E+03*
单边似然比统计量 $LR$	15.499	—	—

注: \*、\*\* 分别表示在 1% 和 5% 水平下显著, 第 2 列是参数估计值对应的标准误差。

从表 4 最后一行可以看出单边似然比统计量  $LR = 15.499$  通过查混合  $\chi^2$  分布表可以得到 1%

显著性水平下混合  $\chi^2$  分布的临界值为 5 412  $LR = 15 499 > 5 412$  说明贷款定价的技术非效率项  $U_i$  是存在的.

而且从表 4第 3列可以看出参数  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  和  $\beta_5$  等 5个参数在 1% 水平下显著, 参数  $\beta_4$  在 5% 水平下显著, 说明贷款定价随机生产函数拟合很好.

将表 4第 1列中各参数的估计值代入式 (11), 得到基于随机生产函数的贷款定价公式为

$$\hat{y} = \exp[1 511 + 0 326 \ln(x_1) + 0 247 \ln(x_2) + 0 208 \ln(x_3) + 0 137 \ln(x_4) + 0 200 \ln(x_5) + \ln(TE)] \quad (12)$$

#### 4 2 2 最优贷款利率的确定

根据表 4中各参数的估计值, 通过式 (6) 可以计算表 2中 25笔老贷款的技术效率  $TE_i$ , 最终得到这 25笔贷款的最高技术效率  $TE$  为 0 999 6

因此, 令新贷款的最优技术效率  $TE = 0 999 6$  这样做的好处是老贷款的技术效率的最大值代表了客户能够接受贷款利率的最高水平, 因此最高技术效率对应的新贷款利率能够被客户接受, 而且保证了银行能够获得最大的贷款收益.

将表 3第 1行的数据和技术效率  $TE = 0 999 6$  带入式 (12), 得到第 1笔贷款的贷款利率

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \exp[1 511 + 0 326 \ln(3 171) + 0 247 \ln(1 183) + \\ &0 208 \ln(1 164) + 0 137 \ln(1 527) + \\ &0 200 \ln(1 261) + \ln(0 999 6)] \\ &= 7 88 \end{aligned}$$

计算结果列入表 5第 1行第 1列.

同理, 可以计算其他新贷款的最优贷款利率, 计算结果见表 5第 1列对应行.

表 5 模型结果的对比

Table 5 Results comparison of the models

新贷款 序号	本模型		成本加成模型	
	贷款利率	技术效率	贷款利率	技术效率
1	7. 880	0 999 6	8 306	1. 054
2	7. 951	0 999 6	8 395	1. 055
3	8. 385	0 999 6	8 643	1. 030
4	8. 517	0 999 6	8 832	1. 037
5	8. 096	0 999 6	8 639	1. 067
6	8. 137	0 999 6	8 525	1. 047

#### 4 3 结果分析

表 5第 1列是本模型计算得到的贷款利率, 分

别对比表 3第 1、2行和表 5第 1列第 1、2行, 可以看出在其他参数不变时, 存款利息支出率越高贷款利率就越高.

分别对比表 3第 1、3行和表 5第 1列第 1、3行, 可以看出在其他参数不变时, 费用支出率越高贷款利率就越高.

分别对比表 3第 1、4行和表 5第 1列第 1、4行, 可以看出在其他参数不变时, 违约损失率越高贷款利率就越高.

分别对比表 3第 1、5行和表 5第 1列第 1、5行, 可以看出在其他参数不变时, 期限风险补偿率越高贷款利率就越高.

分别对比表 3第 1、6行和表 5第 1列第 1、6行, 可以看出在其他参数不变时, 贷款目标收益率越高贷款利率就越高.

#### 4 4 对比分析

##### 4 4 1 对比模型的贷款利率的计算

设:  $y$  表示新贷款的贷款利率;  $x_1, \dots, x_5$  分别表示新贷款的存款利息支出率、费用支出率、违约损失率、期限风险补偿率、贷款目标收益率. 成本加成贷款定价模型的公式为<sup>[4]</sup>

$$y = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \quad (13)$$

为了对比分析, 同样采用表 3中新贷款投入指标数据计算成本加成模型的贷款利率.

将表 3第 1行的数据带入式 (13), 得到第 1笔贷款的成本加成贷款利率

$$y = 3 171 + 1 183 + 1 164 + 1 527 + 1 261 = 8 306$$

计算结果列入表 5第 1行第 3列.

同理, 可以计算其他新贷款的成本加成贷款利率, 计算结果见表 5第 3列对应行.

##### 4 4 2 对比模型的技术效率的计算

本文通过计算本模型和成本加成模型的新贷款的技术效率, 来对比两个模型的定价结果.

根据下面新贷款利率  $y$  与新贷款的技术效率  $TE$  的反函数关系式 (14), 计算成本加成法的新贷款的技术效率  $TE$  可以直观判断成本加成贷款定价结果是否在有效前沿上, 即贷款定价是不是最优技术效率.

根据上文基于随机生产函数的贷款定价公式, 也就是贷款利率与贷款投入指标和技术效率  $TE$  的函数关系式 (11) 可以推导出  $y$  与  $TE$  函数关系的反函数, 即

$$TE = \exp[\gamma - \beta_0 - \beta_1 \ln(x_1) - \beta_2 \ln(x_2) - \beta_3 \ln(x_3) - \beta_4 \ln(x_4) - \beta_5 \ln(x_5)] \quad (14)$$

其中,  $TE$  表示成本加成贷款定价的技术效率,  $\gamma$  表示成本加成模型得到的新贷款利率, 其他符号含义如前所述。

式 (14) 就是成本加成模型的贷款定价技术效率的计算公式。

应当指出: 式 (14) 计算的新贷款技术效率并不是传统意义的随机生产函数法得到的技术效率。传统的随机生产函数是通过已知的投入产出数据估计式 (5) 中的参数, 进而得到技术效率, 而且技术效率不可能大于 1。而本文是通过基于随机生产函数的贷款定价公式 (11), 反推出新贷款的技术效率  $TE$  的计算公式 (14)。由于新贷款的数据并不在估计样本中, 所以由式 (14) 计算的新贷款的技术效率  $TE$  可能大于 1。

利用成本加成模型的贷款定价结果表 5 第 3 列和新贷款的投入指标数据表 3 通过式 (14) 可以计算成本加成模型的新贷款的技术效率, 计算结果见表 5 第 4 列。

本模型是在新贷款的技术效率  $TE = 0.9996$  (所有老贷款技术效率最大值), 通过式 (11) 得到的新贷款利率, 因此本模型的新贷款的技术效率等于 0.9996 见表 5 第 2 列。

#### 4.4.3 对比分析的结论

对比表 5 第 2、4 列, 可以看出本模型新贷款技术效率  $TE = 0.9996$  是所有老贷款样本技术效率最大值。因为老贷款的技术效率的最大值代表了客户能够接受贷款利率的最高水平, 即贷款利率在有效前沿, 所以本模型是最优技术效率的贷款定价。

而成本加成模型新贷款的技术效率都大于 1 这说明成本加成贷款模型的定价结果超出了客

户能够接受贷款利率的最高水平, 不容易被客户接受, 贷款定价缺乏竞争力。

综上所述, 本文通过基于随机生产函数的贷款定价公式确定最优技术效率的新贷款利率, 不仅保证贷款利率覆盖财务成本和风险, 而且确保了贷款利率能被客户接受。

## 5 结束语

### 5.1 主要结论

1) 在基于随机生产函数的贷款定价公式 (11) 中令新贷款的技术效率  $TE$  等于老贷款的最大技术效率值, 反求新贷款利率能够保证技术效率最优。

2) 贷款对应的存款利息支出率  $x_1$ 、费用支出率  $x_2$ 、违约损失率  $x_3$ 、期限风险补偿率  $x_4$ 、贷款目标收益率  $x_5$  越高时, 贷款利率  $\hat{y}$  也就越高。

### 5.2 主要特色与创新

1) 通过令基于随机生产函数的贷款定价公式中技术效率等于最优技术效率, 确定新贷款的贷款利率, 保证了新贷款利率技术效率最优。改变了现有研究忽略贷款定价能否被客户接受的现状, 提供了贷款定价的新思路。

2) 通过建立基于随机生产函数的贷款定价公式, 在新贷款的技术效率最优时反求新贷款利率, 提供了随机生产函数在最优效率前提下确定产出的方法。改变了随机生产函数仅仅在已知投入和产出情况下单纯评价技术效率的情况, 拓展了随机生产函数的用途。

3) 结合随机前沿方法, 建立基于随机生产函数的贷款定价模型。经中国期刊全文数据库和 *EI* *Sevier* 等数据库的文献检索发现本研究是针对贷款定价的技术效率问题首次建立的贷款定价模型, 解决了贷款定价保证技术效率最优的问题。

## 参考文献:

- [1] Stango V. Pricing with consumer switching costs: Evidence from the credit card market [J]. *The Journal of Industrial Economics*, 2002, 55(4): 475-491.
- [2] 李丙泉. 利率市场化下的商业银行贷款定价管理 [J]. *济南金融*, 2002, (9): 28-29.  
Li Bing-quan. Commercial bank loan pricing management based on interest rate liberalization [J]. *Jinan Finance*, 2002, (9): 28-29. (in Chinese)
- [3] Stein R M. The relationship between default prediction and lending profits: Integrating ROC analysis and loan pricing [J].

- Journal of Banking & Finance, 2005, 29(5): 1213–1236
- [4] 卢唐来. EVA与银行定价策略[J]. 商业研究, 2005, (7): 124–126  
Lu Tang lai EVA and bank pricing strategy[J]. Commercial Research, 2005, (7): 124–126 (in Chinese)
- [5] Cook D O, Schellhorn C D, Spelman L J. Lender certification premiums[J]. Journal of Banking & Finance, 2003, 27(8): 1561–1579
- [6] 毛仲玖. CPA模型在中小企业贷款定价中的应用[J]. 新金融, 2003, (11): 29–30  
Mao zhong jiu A study on SEM loan pricing based on CPA[J]. New Finance, 2003, (11): 29–30 (in Chinese)
- [7] 毕明强. 基于贡献度分析和客户关系的商业银行贷款定价方法研究[J]. 金融论坛, 2004, (7): 44–50  
Bi Ming-qiang Study of loan pricing method based on contribution analysis and customer relationship by commercial banks[J]. Finance Forum, 2004, (7): 44–50 (in Chinese)
- [8] 李蕊, 殷仲民. 我国商业银行贷款定价方法探讨[J]. 金融理论与实践, 2006, (2): 56–58  
Li Rui Yin Zhongmin Probing into the loan pricing method for our commercial banks[J]. Financial Theory & Practice, 2006, (2): 56–58 (in Chinese)
- [9] Tumbull S M. Pricing loans using default probabilities[J]. Economic Notes, 2003, 32(2): 197–217.
- [10] Ebrahim M S, Mathur I. Pricing home mortgages and bank collateral: A rational expectations approach[J]. Journal of Economic Dynamics & Control, 2007, 31(4): 1217–1244.
- [11] Norden L, Wagner W. Credit derivatives and loan pricing[J]. Journal of Banking & Finance, 2008, 32(12): 2560–2569.
- [12] 张维, 邱勇. 多银行贷款池的组合违约风险研究[J]. 管理科学学报, 2008, 11(4): 134–141  
Zhang Wei Qiu Yong Portfolio default risks of multi-bank loan pools[J]. Journal of Management Sciences in China, 2008, 11(4): 134–141. (in Chinese)
- [13] 徐传堪, 郑贵廷, 齐树天. 我国商业银行规模经济问题与金融改革策略透析[J]. 经济研究, 2002, 37(10): 22–29  
Xu Chuan-kan, Zheng Gui-ting, Qi Shu-tian. On the economies of scale in the state-owned banks and strategy analysis of financial reform[J]. Economic Research Journal, 2002, 37(10): 22–29. (in Chinese)
- [14] Repullo R, Suarez J. Loan pricing under Basel capital requirements[J]. Journal of Financial Intermediation, 2004, 13(4): 496–521.
- [15] Ruthenberg D, Landskroner Y. Loan pricing under Basel II in an imperfectly competitive banking market[J]. Journal of Banking & Finance, 2008, 32(12): 2725–2733.
- [16] Battese G E, Coelli T J. Frontier production functions: technical efficiency and panel data: With application to paddy farmers in India[J]. Journal of Productivity Analysis, 1992, 3(1–2): 153–169.
- [17] Battese G. E, Coelli T J. A model for technical inefficiency effects in a stochastic frontier production function for panel data[J]. Empirical Economics, 1995, 20(2): 325–332.
- [18] Lawson L G, Agger J F, Lund M, et al. Lameness, metabolic and digestive disorders and technical efficiency in Danish dairy herds: A stochastic frontier production function approach[J]. Livestock Production Science, 2004, 91(1–2): 157–172.
- [19] 彭先展. 商业银行业务[M]. 广州: 暨南大学出版社, 1998: 192–205  
Peng Xian-zhan Operation of Commercial Banks[M]. Guangzhou: Jinan University Press, 1998: 192–205 (in Chinese)
- [20] 何晓光, 许友传. 贷款定价的信用风险成本的计量方法[J]. 金融与经济, 2009, (02): 72–74  
He Xiaoguang Xu Youchuan The measurement methods of credit risk cost for loan pricing[J]. Finance and Economy, 2009, (02): 72–74 (in Chinese)
- [21] 腾素珍. 数理统计[M]. (第3版)大连: 大连理工大学出版社, 2000: 260–264, 289–293  
Teng Su-zhen Mathematical Statistics[M]. (3rd edition) Dalian: Dalian University of Technology Press, 2000: 260–264, 289–293 (in Chinese)

# Loan pricing model based on stochastic production function and application

SUI Cong, CHI Guo-tai

School of Management, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China

**Abstract** This paper establishes the formula of loan pricing with estimated value of parameters in the stochastic production function. At the same time, it confirms the loan rate when the technical efficiency is optimal and fixes the loan pricing model based on stochastic production function. The features and innovations of this model are: Firstly, this model ascertains the loan rate of new loan on the premise that the technical efficiency is optimal based on the stochastic production function and ensures the optimal technical efficiency of loan pricing and deals with the contradictory problem that the loan pricing not only overlays the cost and risk but also is accepted by clients, which provides a new idea to loan pricing. Secondly, through the loan pricing formula based on stochastic production function, the loan rate of optimal technical efficiency can be fixed and the method that the output is fixed in the stochastic production function can be provided when the technical efficiency is optimal. So this model expands the use of the stochastic production function to fix the outputs when the technical efficiency is assessed by this function. Thirdly, combined with stochastic frontier, the loan pricing model is established based on the stochastic production function. We retrieve all the documentation in China Journal Full-text Database and Elsevier, etc., and find that it is the first loan pricing model to ensure the optimal technical efficiency of loan pricing.

**Key words** loan pricing; stochastic production function; technical efficiency; stochastic frontier analysis

(上接第 15 页)

### 3 卡尔曼滤波估计步骤

令  $\eta$  表示所有需要估计的参数, 则测量方程可以表示为

$$R_t(\tau, \eta) = -\frac{A(\tau, \eta)}{\tau} + \frac{B(\tau, \eta)}{\tau} X_t + \varepsilon_{t\tau}$$

$\varepsilon_{t\tau}$  表示横截面拟合的误差。

卡尔曼方程的迭代步骤为:

1) 用最小化残差平方和的办法求得状态变量的初始值  $X_{0|0}$ , 并为赋予  $\eta$  可能的值。

2) 计算  $X_t$  的条件均值和条件方差

$$X_{t+\Delta t|t} = (I - e^{-K\Delta t})\theta + e^{-K\Delta t} X_{t|t}$$

$$V_{T1t} = N V_{T1t}^* N'$$

3) 计算  $R_t(\tau, \eta)$  的条件均值和条件方差

$$R_{t+\Delta t|t} = -\frac{A(\tau, \eta)}{\tau} + \frac{B(\tau, \eta)}{\tau} X_{t+\Delta t|t}$$

$$V_{R_{t+\Delta t|t}} = \left(\frac{B}{\tau}\right)' V_{t+\Delta t|t} \left(\frac{B}{\tau}\right) + \sigma_\varepsilon^2$$

4) 计算预测误差

$$e_{t+\Delta t|t} = R_{t+\Delta t} - R_{t+\Delta t|t}$$

5) 用  $t = \Delta t$  的信息更新状态变量

$$X_{t+\Delta t|t+\Delta t} = X_{t+\Delta t|t} + V_{\# \Delta t|t} \left(\frac{B}{\tau}\right) V_{R_{t+\Delta t|t}}^{-1} e_{t+\Delta t|t}$$

$$V_{t+\Delta t|t+\Delta t} = V_{t+\Delta t|t} - V_{\# \Delta t|t} \left(\frac{B}{\tau}\right) V_{R_{t+\Delta t|t}}^{-1} \left(\frac{B}{\tau}\right)' V_{t+\Delta t|t}$$

通过不断迭代 1 至 5 的步骤, 最终可以求得极大似然值。极大似然值函数为

$$\text{Log likelihood} = -\sum_{t=\Delta t}^T (\log(V_{R_{t|t-\Delta t}}) + e_t' V_{R_{t|t-\Delta t}}^{-1} e_t)$$