

非理性预期对信用衍生产品定价的影响^①

——美国次贷危机的启示

龚 朴, 高 原

(华中科技大学管理学院, 武汉 430074)

摘要: 现代经典金融理论和精妙优美的数学模型难以解释和预言 2000-2007 年美国房地产泡沫和信用危机。次贷危机很大程度上是大量投资者行为的结果, 它反映了投资者对未来经济走势的预期, 而以往的信用风险模型恰恰忽视了人的因素。通过将行为金融中的主观非理性预期引入信用风险的结构化模型, 建立了内生的动态均衡模型。研究发现, 投资者的不同预期造成他们处于不同的交易地位, 产生相对财富转移。相对财富转移扩大了金融资产的波动率, 导致了金融资产定价偏差; 同时也给对冲操作带来了风险。在投资者的“美好”预期无法持续时, 可能诱发金融危机。因此引导投资者理性预期是减少金融市场动荡的有效手段, 研究对我国金融体系健康稳定发展具有一定借鉴作用。

关键词: 非理性预期; 次贷危机; 波动率; 对冲失效; 定价偏差

中图分类号: F830.59 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2010)09-0055-13

0 引言

次贷危机始于美国银行业的次级抵押贷款 (mortgage backed securities) 和信用衍生产品 (credit derivative), 目前已经造成了全球的经济衰退, 它所增加的不确定性和危害性不仅导致了直接巨额的财产损失, 也带来深远的政治和经济影响。经典的资产定价理论和精妙优美的数学模型难以解释 2000-2007 年的美国房地产和信用泡沫, 也难以给出准确的违约概率、资产价值。

金融危机作为大量投资者的行为结果, 反映了投资者对未来经济走势的预期。如果投资者的非理性预期和行为超出市场可承受的范围, 就可能诱发金融危机。例如, 非理性繁荣导致了金融市场最近的两次泡沫——1990 年的网络泡沫和 2000-2007 年的美国房地产市场泡沫, 导致了信用过度, 并最终演变到今日抵押品赎回权的丧失、

公司破产、政府接管和全球信用危机^[1]。此次全球金融危机使人们痛苦而清醒地认识到, 非理性心理对当今金融市场的稳定构成了巨大威胁^[2]。投资者的非理性预期把房地产及信用衍生产品的交易推到了可承受的范围之外, 价格并没有回归基础价值, 反而越走越远直到最终崩溃^[3]。

发展中国家和发达国家一样, 面临房地产价格周期和银行危机每隔 4-6 年周期性爆发的威胁; 系统性银行危机往往发生在资产价格泡沫、大量外债流入和信贷膨胀之后。这是美国国民经济研究局 (NBER) 研究员 Reinhart 和哈佛大学经济系教授通过对 1880 年以来世界各地所有银行危机的统计研究得出的两个重要结论 (见文献 [4])。我国的银行信贷和房地产业在经历了快速成长之后, 同样面临着今后如何发展的困惑。在这样的背景下, 探究次贷危机的根源和本质, 从中吸取经验教训, 为我国今后金融发展和改革探索成

① 收稿日期: 2009-12-10; 修订日期: 2010-05-25.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70871049); 教育部“国际金融危机应对研究”应急课题资助项目 (2009JYJR021); 教育部高校博士点基金资助项目 (20070487034).

作者简介: 龚朴 (1954—), 男, 湖北武汉人, 教授, 博士生导师. Email: gongpu1@yaho.com.cn.

功之路, 具有非常重要的意义。

本文跳出已有文章在新古典金融框架内投资者理性的假设下, 进行模型的改进和修补, 以便更好反映客观世界的违约概率, 并结合行为金融中有关非理性在股票市场最新研究成果 (见文献 [5-7]), 从投资者的非理性预期角度出发, 探讨投资者的非理性预期对价格波动、定价偏差和对冲失效的影响, 用图示分析模型结果, 给出相应的政策建议。

1 文献综述

1.1 新古典金融框架下信用风险理论研究现状

新古典金融框架下的资产定价模型一般都有非常严格的假定, 即假定所有的投资者对相同风险资产在相同持有期下的期望收益和方差持有相同的预期。目前已有的信用风险理论文献大致可以分为两类: 1) 结构化模型; 2) 简约化模型。这两类模型都是在新古典的框架下, 假设投资者对相同标的的风险资产的预期相同, 不同之处主要体现在违约的界定上。它们各有优缺点。

结构化模型 (structural credit models) 揭示了违约的内在本质。它始于文献 [8], 将公司的违约或破产定义为公司的内在资产价值低于债务价值, 进而将公司破产与接管理解为股东和债权人持有的期权, 利用 Black-Scholes 模型为其定价。该模型的优点是揭示了公司违约和资产价值的内在联系, 并为信用风险的研究寻求到了借助于已有期权定价方法的解决之路, 但也存在局限性: 1) 忽略了受外在影响突然违约的可能; 2) 违约只能发生在债券的到期日 T 时刻。

针对 Merton 局限 2), 文献 [9] 提出了首达时模型 (first passage approach), 该模型最大改进在于它将公司的违约时刻定义为公司资产价值首次低于某边界 (阈值) D 的时刻, $\tau = \inf\{t > 0: V_t < D\}$, 将可能的违约时刻拓展到 $(0, \infty)$ 整个区间。随后很多学者对上述两个基本模型提出改进, 主要集中在以下几个方面: 1) 利率拓展为随机模型 (见文献 [10-11]); 2) 违约边界的拓展, 文献 [12] 提出随时间变化的违约边界条件; 文献 [13-14] 指出公司价值低于阈值后并不会马上破产, 要持续一段时间确定不能恢复后才发生破

产; 3) 违约相关模型的拓展, 文献 [15] 假设多个公司的资产价值是时间相关的, 通过多维几何布朗运动及其相关性系数矩阵来刻画公司之间的违约相关性, 极大地扩展了结构化模型的适用范围。

另一个重要的信用风险模型是简约化模型 (reduced form model), 它始于文献 [16], 随后被文献 [17-19] 和其他研究所推广。简约化模型通过外生的违约强度或违约危险率 (default hazard rate) 来刻画公司违约, 能够反映公司突发违约的特点。该模型的拓展主要集中在违约危险率的改进上: 为反映违约相关性, 文献 [20] 在违约危险率中引入 Copula 方法, 通过将违约影响因素分解为共同因子 (宏观因子、行业因子) 和特质因子进行讨论, 其中违约相关性体现在共同因素上, 通过 Copula 方法加以度量; 文献 [21] 使用马尔科夫链等方法研究在 Cox 过程框架下的信用等级转移强度; 文献 [22] 和 [23] 在违约危险率中引入跳风险, 可以模型化突发消息。总之, 简约化模型具有能够反映公司突发违约的特点, 但是由于它不能很好反映企业违约的内在经济原理, 因此解释力度相对较弱。

本文主要研究的是非理性预期对不同市场的价格波动率、定价以及组合对冲的内在影响, 因此选择内生违约界定的结构化模型。

1.2 行为金融中投资者异质信念的理论研究现状

过去的几十年, 金融学领域的显著特点就是出现了新的分支。认为资产价格包含了所有信息的有效市场假说 (efficient market hypothesis, EMH), 遭到了越来越多的实证研究和金融危机的质疑和驳斥。

不同于已有的有效市场说法, 从上世纪 80 年代中期, 非有效市场理论兴起。文献 [24] 首次提出了噪声交易者的概念, 文献 [25] 明确将噪声定义为与标的资产无关的信息; 将噪声交易者定义为根据包含噪声的信息进行交易的投资者。同时指出如果市场中存在噪声交易者, 资产价格可能背离内在价值。在此阶段, 有关噪声交易者的存在及其影响处在和经典 EMH 理论的争论之中。

直到 1990 年, 文献 [26] 和 [27] 构建了离散时间上的均衡定价模型 (DSSW 模型), 证明了非理性投资者的长期存在和价格影响, 认为非理性

预期的不确定性给价格带来了额外风险, 理性投资者由于风险规避和市场卖空机制等原因不能或不愿意使价格回归基础价值, 也就是著名的“有限套利”理论, 开创了行为金融解释价格泡沫和金融危机的开端。

此后, 伴随着实证研究异常现象的发现和理论模型的发展, 涌现了大量用投资者信念解释异常现象和难解之谜的文章, 其中比较有代表性文章有: 文献 [28] 研究了标的资产的额外风险——异质信念风险, 并指出它作为风险因子被反映在均衡的价格中。文献 [29] 用投资者的过度自信解释 1998—2000 年期间的网络泡沫中的价格高估现象, 认为股票持有者除了拥有股票本身的价值之外, 还拥有看涨期权, 即把股票出售给更乐观投资者的权利, 高估的部分体现了这份看涨期权的价值。文献 [30] 研究了一些投资者对于经济状况的过度乐观和股票过度波动之间的关系。文献 [7] 通过假设不同学习参数, 模型化不同投资者的异质信念, 研究债券市场的难解之谜。文献 [31] 考虑投资者对股利和信息的异质信念产生不同的消费计划、投资组合和资产价格。文献 [5] 在 De Long 等的基础上, 使用连续时间的均衡模型证明了投资者的非理性预期对价格的影响, 同时指出即便在非理性投资者所占的财富比例很小 (可以忽略) 的情况下, 他们对价格的影响都可能是长期显著存在。最近几年, 有关投资者信念的研究逐步拓展到金融的各个方面, 文献 [30—32] 用投资者异质预期分别对资产价格波动、权益溢价、期权隐含波动率微笑等各种难解之“谜”进行了揭示。

中国证券市场中投资者的非理性心理和行为也引起了国内很多学者的高度关注和广泛研究。文献 [33] 通过实证研究揭示了我国股票个体交易者的政策依赖性、过度自信及过度交易等投资心理和投资行为。文献 [34] 提出了不完美的股票资产定价模型。从交易者的资金成本差异和信息不对称的角度出发, 探讨了不确定状态下异质交易者对股票价格的影响。文献 [35] 构建了股票市场中投资者异质信念的风险资产价格均衡模型。从理论上证明了对股票价格产生影响的不仅包括那些影响公司经营前景的因素, 还包括投资者意见分歧的程度。为金融市场上许多异象提出

一致的解释性假说。文献 [36], 文献 [37] 根据“央视看盘”节目构造牛熊比, 检验了我国股票市场中交易者情绪对价格波动的影响, 结果表明在我国股票市场中交易者情绪是影响价格的系统因子。文献 [38—39] 等文章从理论模型和实证研究揭示了我国股票市场上交易者心理与行为的影响, 为研究交易者情绪与我国股票市场的联动关系提供了客观依据。文献 [40] 研究银行如何在有噪声的信息环境下预测违约概率。根据国内银行的信息获取机制, 提出了一种新的信息噪声假设, 并利用结构化模型原理建立了违约概率模型。结果发现国内企业财务报表信息失真的现象较为严重, 企业倾向于向银行夸大其信用实力。

本文结合行为金融中有关非理性在股票市场的最新研究成果文献 [5—7], 以及结构化信用风险的思想, 从投资者非理性预期角度入手, 探讨了投资者主观预期下的结构化信用风险模型和债券、股票和信用产品市场的联动行为, 补充了目前信用产品的文献基本上都是在新古典金融理性框架下的研究不足。本文显示投资者对未来的不同预期使得他们处于不同交易地位, 产生了内在的相对财富转移, 扩大了金融资产的波动率, 造成定价偏差。当非理性程度超过一定范围时, 价格甚至会超出在理性框架下的边界。当把本文假设退化到投资者预期相同且符合客观经济状态发生的概率时, 与 Merton 结构化信用风险的结论相同。可以说本文是结构化信用风险在异质信念下的推广。

2 基本假设

假设概率空间为 (Ω, F, P) , 其中 P 为客观概率测度, F 是由概率测度 P 下的标准布朗运动 B_t 所产生的信息集。在客观概率测度 P 下, t 时刻公司资产现金流量 A_t 服从如下的几何布朗运动

$$dA_t = \mu A_t dt + \sigma A_t dB_t \quad (1)$$

其中: μ σ 分别为公司资产期望收益率的增长率和波动率; B_t 是 P 测度下的标准布朗运动。

假设市场中有两类投资者, 理性投资者和非理性投资者。理性投资者的信念符合客观概率 P , 而非理性投资者的信念不符合客观概率, 不妨假设为概率测度 Q 。投资者的异质信念 (即投资者非

理性预期) 主要体现为对公司未来期望增长率预期不同^②, 这里不妨假设非理性投资者在其概率测度 Q 下预期的公司现金流量服从如下随机过程

$$dA_t = A_t [(\mu + \sigma^2 \eta) dt + \sigma dB_t^Q] \quad (2)$$

$$dB_t = (\sigma \eta) dt + \sigma B_t^Q \quad (3)$$

其中: B_t^Q 是测度 Q 下的标准几何布朗运动; η 是常数, 用来测量非理性投资者的非理性程度. 若 $\eta > 0$ 表示非理性投资者对公司前景持乐观态度, 认为公司价值的期望增长率偏高; 反之, 如果 $\eta < 0$ 则表示非理性投资者对公司前景持悲观态度, 认为公司价值的期望增长率偏低.

非理性投资者的概率测度 Q 关于客观概率 P 是绝对连续的, 即两类投资者对零概率事件的预期相同, $\xi = (dQ/dP)_t$ 是概率测度 Q 对概率测度 P 的密度函数 (Randon-N ikodym 导数), 根据哥萨诺夫定理, 有

$$\xi = e^{-\frac{1}{2} \eta^2 \sigma^2 t + \eta \sigma B_t} \quad (4)$$

假设两类投资者具有对数效用函数^③

$$U(C_t) = \log C_t \quad (5)$$

在 T 时刻理性投资者在其概率测度 P 下的期望效用表示为 $E^P(\log C_{t,T})$, 利用概率测度 Q 对概率测度 P 的密度函数 ξ , 非理性交易者在其概率测度 Q 下的期望效用, 可等价

$$E^Q[\log C_{t,T}] = E^P(\log C_{t,T})$$

3 均衡价格

定义 均衡满足如下两个条件: 1) 投资者最优化期望效用; 2) 两类不同预期的投资者多、空博弈, 实现市场交易, 形成价格.

上述的均衡定义体现了市场中的竞争本质. 只要公司的回报率波动不是 0 两类交易者之间的相互博弈的交易地位总是存在的. 所以均衡的分配关系是合理的, 是下面动态优化问题的解

$$\max(\log C_{t,T} + \xi_t \log C_{n,T}) \quad (6)$$

$$s.t. C_{t,T} + C_{n,T} = A_T$$

上面动态最优化问题可以使用鞅方法转化为静态最优化问题求解 (参见文献 [41-43]).

命题 1 在均衡情况下, 两类交易者在 T 时刻持有的最优投资量为

$$C_{t,T} = \frac{A_T}{1 + \xi_t} \quad (7)$$

$$C_{n,T} = \frac{\xi_t A_T}{1 + \xi_t}$$

t 时刻的均衡价格状态密度

$$\varphi_t = \frac{(1 + \xi_t) A_T^{-1}}{E_t[(1 + \xi_t) A_T^{-1}]}$$

终端时刻 T 发生 Z_T 收益的证券价格为

$$P_t = \frac{E_t[(1 + \xi_t) A_T^{-1} Z_T]}{E_t[(1 + \xi_t) A_T^{-1}]} \quad (8)$$

根据命题 1 价格密度的表达式, 可以求出市场在两类处于不同交易地位 (买、卖) 的投资者实现均衡后的公司价值 V_t

$$V_t = \frac{1 + \xi_t}{E_t[(1 + \xi_t) A_T^{-1}]} = \frac{1 + \xi_t}{1 + e^{-\frac{1}{2} \sigma^2 \eta (T-t)} \xi_t e^{(-\frac{1}{2} \sigma^2 \eta (T-t) + \frac{1}{2} \sigma^2 (T-t) - \sigma B_t}} \quad (9)$$

当只有非理性投资者或理性投资者存在的极端情况时, 公司的价值分别为

$$V_t^{**} = V_t^* e^{\eta \sigma^2 (T-t)}$$

和

$$V_t^* = e^{\eta \sigma^2 (T-t) + \sigma B_t + \frac{1}{2} \sigma^2 t}$$

为了便于讨论结果, 定义两类投资者的相对财富比例^④为

$$\alpha_t = \frac{W_{n,t}}{W_{t,t}} = \xi_t \quad (10)$$

观察可知, 式 (9) 中的 V_t 可以表示为 V_t^{**} 和 V_t^* 的某种加权形式

$$V_t = \frac{1}{1 + G} V_t^{**} + \frac{G}{1 + G} V_t^* \quad (11)$$

② 现有研究普遍认为统计方法可以较好的预期收益率的方差, 但对收益率的期望预测十分不准确 (参见文献 [47]).

③ 文献 [5] 和 [7] 等在研究非理性交易者时都选择对数效用函数, 原因是可以获得显式解, 便于讨论. 选择其他效用函数: 如 CRRA 等结论类似, 并没有实质性差别.

④ $\alpha_t = \frac{W_{n,t}}{W_{t,t}} = \frac{E_t^Q[\log C_{n,T}]}{E_t^P[\log C_{t,T}]} = \xi_t$

V_t 可以表示成只有两类投资者存在下的公司价值的极端加权形式, 体现了两类投资者的竞争实质。其中权重系数

$$G = \xi e^{\frac{1}{2}\sigma^2(\eta^2 - 2\eta)(T-t)}$$

与财富比例 α_t 有关。

下面在均衡公司资产价格基础上, 计算有违约风险公司债券、权益和信用违约互换的均衡价值。

4 非理性预期下的金融资产定价

假设公司的资本结构由债务和权益组成, 权益是公司发行在外的股票, 这里假设债务为零息票债券。根据结构化模型的思想, 可以把股票看成标的在公司价值上的看涨期权。在 T 时刻, 如果公司价值 V_T 下跌到债券价值 K 之下, 则发生违约。因此债券在 T 时刻的或有收益为

$$Z_T^B = \min(V_T, K) = \begin{cases} V_T & V_T < k \\ K & V_T > k \end{cases} \quad (12)$$

为了避免发生债券违约, 人们需要新型的金融工具转嫁信用风险。就在这种情况下诞生了信用衍生产品。它的主要产品信用违约互换 (credit default swaps CDs) 诞生于 1997 年, 2003 年以后增长迅猛, 到 2007 年底 CDs 的交易额已经达到 450 000 亿, 约占整个信用衍生产品市场的 1/2 左右。CDs 是买、卖双方签订的金融合约, 该合约借助金融市场将信用风险从买方转移到卖方, 卖方在收到信用保护费用的同时承诺, 如果出现违约赔付相应的损失。这意味着持有信用违约互换的买方手上的公司债券相当于无风险债券。即

$$CD_{S_t} + B_t = K$$

如果忽略 CDs 的各种支付方式 (比如实物支付, 分期付款) 等, 这里假设一次性现金支付。那么在 T 时刻, CDs 的或有支付表示为

$$Z_T^{CD} = \max(K - V_T, 0) = \begin{cases} k - V_T & V_T < k \\ 0 & V_T > k \end{cases} \quad (13)$$

命题 2 理性投资者和非理性投资者同时存在下, 有违约风险公司债券的均衡价格 B_t 为

$$B_t = K \frac{\Phi(-d_1) + G\Phi(\sigma\eta\sqrt{T-t} - d_1)}{1+G} +$$

$$V_t^* \frac{\Phi(d_2) + Ge^{\eta\sigma^2(T-t)}\Phi(d_2 - \sigma\eta\sqrt{T-t})}{1+G} \quad (14)$$

其中

$$d_1 = \frac{c + \sigma(T-t)}{\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

$$c = \frac{hK - HT}{\sigma^{-B_t} r^{\sigma T/2}}$$

$$G = \xi e^{\sigma^2(\eta^2 - 2\eta)(T-t)/2}$$

推论 2 1 当只有理性投资者存在的极端情况时

$$B_t^* = V_t^* \Phi(d_2) + K\Phi(-d_1)$$

结果与文献 [8] 定价公式一致^⑤, 即文献 [8] 是均衡价格 B_t 的特例, 均衡价格 B_t 是在投资者异质信念下的推广。

根据前面的公司资本结构假设, 权益价值等于公司价值减去债务价值, 即

$$E_t = V_t - B_t$$

假设权益是公司发行在外的股票总价值且设发行在外的总股数为单位数量, 则单位权益 (每股) 的或有收益为

$$Z_T^S = V_t - B_t = \begin{cases} 0 & V_T < k \\ V_T - K & V_T > k \end{cases} \quad (15)$$

命题 3 理性投资者和非理性投资者同时存在下, 信用违约互换 CD_{S_t} 和单位权益 S_t 的均衡价值分别为

$$CD_{S_t} = K \frac{\Phi(d_1) + G\Phi(d_1 - \sigma\eta\sqrt{T-t})}{1+G} -$$

$$V_t^* \frac{\Phi(d_2) + Ge^{\eta\sigma^2(T-t)}\Phi(d_2 - \sigma\eta\sqrt{T-t})}{1+G} \quad (16)$$

$$S_t = V_t^* \frac{\Phi(-d_2) + Ge^{\eta\sigma^2(T-t)}\Phi(\sigma\eta\sqrt{T-t} - d_2)}{1+G} -$$

$$K \frac{\Phi(-d_1) + G\Phi(\sigma\eta\sqrt{T-t} - d_1)}{1+G} \quad (17)$$

两种极限情况完全理性预期下的 $CD_{S_t}^*$ 和 S_t^* 分

⑤ 文献 [8] 考虑了无风险资产时间价值, 本文简单起见假设 $r = 0$ 在除去 r 意义下两者是一致的。

别为

$$CD_{s_t}^* = K \Phi(d_1) - \dot{V}_t^* \Phi(d_2)$$

$$\dot{S}_t^* = \dot{V}_t^* \Phi(-d_2) - K \Phi(-d_1)$$

完全非理性预期下的 $CD_{s_t}^{**}$ 和 \dot{S}_t^{**} 分别为

$$CD_{s_t}^{**} = K \Phi(d_1 - \sigma \eta \sqrt{T-t}) -$$

$$\dot{V}_t^{**} \Phi(d_2 - \sigma \eta \sqrt{T-t})$$

和

$$\dot{S}_t^{**} = \dot{V}_t^{**} \Phi(\sigma \eta \sqrt{T-t} - d_2) -$$

$$K \Phi(\sigma \eta \sqrt{T-t} - d_1)$$

从式 (14)、式 (16) 和式 (17) 的内在关系可以看到, 无论非理性投资者是否同时参与所有的市场, 非理性预期同时影响债券、权益和信用违约互换的价值. 换句话说, 如果是单一市场 (比如债券市场) 的泡沫也同时可能传染到其他的市场. 这解释了为什么金融危机总是同时伴随多个市场的危机.

5 非理性预期的影响

5.1 非理性预期加剧市场波动风险

不同预期导致投资者在金融市场中作为不同的交易身份 (买方、卖方). 预期差距的增大导致处于买卖交易频繁, 市场波动风险增大. 经济解释是, 资产价格和收益是由投资者财富比例某种权重下的平均预期决定的, 比如

$$V_t = \frac{1}{1+G} \dot{V}_t^* + \frac{G}{1+G} \dot{V}_t^{**}$$

如果非理性预期投资者关于未来持有相对乐观的预期, 那么如果好消息发生, 财富就会从相对悲观的投资者转移到乐观投资者, 会给乐观预期更大的财富比例, 财富比例的增大会扩大最初的消息对资产价格的影响. 结果导致预期偏差增大带来财富比例差距增大, 加剧了资产均衡价格的波动率. 将经济直观意义总结在性质 1 中, 证明见附录.

性质 1 投资者非理性预期越大, 资产价格的波动越大.

资本市场 (债券、权益市场) 的“过度波动之谜” (excess volatility puzzle) 一直都是学者们热衷的研究方向. 本文从结构化模型入手, 把握债

券、股票和公司价值内在联系的本质, 帮助解释了该现象. 标的资产波动增大, 将势必导致其衍生产品的隐含波动增大, 加剧市场波动风险. 文献 [44] 指出观察到债券收益过度的波动, 甚至超出了预期假说的上限, 而且这一现象在短期持续存在. 文献 [30] 用数据证明了投资者对于经济状况乐观预期会加剧股票市场的过度波动. 文献 [45] 假设递归的效用和外生的增长率, 使用资产定价模型估计典型参与者的投资行为, 可以部分解释实际中的债券市场长期收益率波动较高的现象.

5.2 非理性预期造成定价的偏差

性质 2 长期来看, 乐观的非理性预期会造成资产和股票价格的正偏差, 公司债券违约概率和 CD_s 价格的负偏差; 悲观交易者造成资产和股票价格的负偏差, 公司债券违约概率和 CD_s 价格的正偏差.

直观解释是: 由于当 $\eta > 0$ 非理性投资者预期乐观时, 会认为公司的期望增长率偏高, 高估公司资产的价值; 由于股票被看作公司的看涨期权, 则会随标的资产价值偏高而偏高; 同理当非理性投资者预期悲观时, 预期公司债券的违约概率低于真实概率水平, 投资者就会愿意以相对较低的价格提供信用违约保护. 对比而言, 当 $\eta < 0$ 非理性投资者预期悲观时, 会认为公司的期望增长率偏低, 低估公司资产的价值; 由于股票被看作公司的看涨期权, 则会随标的资产价值偏低而偏低; 同理当非理性投资者预期悲观时, 预期公司债券的违约概率高于真实概率水平, 导致公司债券价格变低和信用衍生产品价格上升.

为了可视化非理性对价格的影响, 做下面数值例子. 为了方便起见, 定义正态状态变量

$$g_{s,t} = \frac{B_t - B_s}{\sqrt{t-s}}$$

其中, $s < t$ 显然 $g_{s,t}$ 是不可预测公司价值波动的变量, 服从正态分布. 图 1 左、右两图分别显示了在非理性交易者悲观和乐观情绪下, 完全理性、完全非理性与理性和非理性同时存在的 CD_s 价格图. 左图为悲观情绪下的 ($\eta = -2$), 右图为乐观情绪下的 ($\eta = 2$). 参数设置为 $\sigma = 0.15$ $\mu = 0.05$ $K = 2$ $T = 50$ $t = 10$

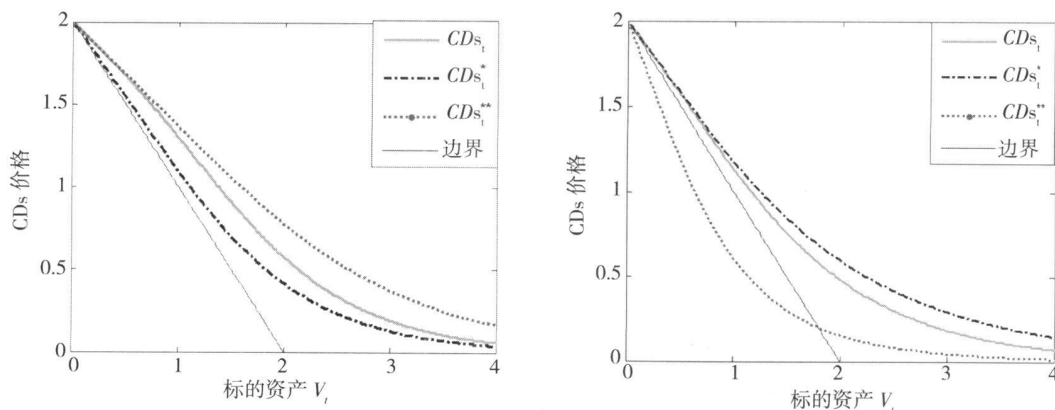


图 1 在不同预期下的 CD_s价格图

Fig 1 The prices of CD_s under different beliefs

通过前面的分析知道, CD_s类似于看跌期权。图形直观地显示: 悲观非理性预期导致 CD_s价格正偏, 非理性投资者所占比例越大, 价格高估越严重 $CD_{s_t}^* < CD_{s_t} < CD_{s_t}^{**}$; 乐观非理性预期导致 CD_s价格负偏, 非理性投资者所占比例越大, 低估程度越严重 $CD_{s_t}^{**} < CD_{s_t} < CD_{s_t}^*$ 。值得注意的是右图在完全非理性投资者的情况下, 当乐观情绪达到一定程度时, $CD_{s_t}^{**}$ 价格低于理性情况下看跌期权价值的下界。直观上, 这种现象的经济解释为当非理性投资者非常乐观时, 预期违约几乎不会发生, 他不可能需要赔付任何损失, 所以他不会介意价格是否会低于理性价格最低边界^⑥。

5.3 非理性预期导致对冲失效

金融市场中, 可以通过买卖金融产品包括信用产品及其衍生品动态对冲标的资产变动的风险。不幸的是实证研究显示, 早在 2005 年美国通用 (GM) 和福特 (Ford) 的债券一夜之间被标准普尔评为垃圾级时, 就曾出现 15% 的对冲失效。文献 [46] 指出对通用公司的未来盈利的预期在短短几天内从 0.21 上升为 0.49 文章指出导致对冲失效的重要原因是经典模型忽略了异质预期关键的市场的风险因素。这里, 通过前面的模型来分析投资者的预期偏差为何会带来对冲失效。

根据 $CD_{s_t}^*$ 和 S_t^* 的封闭解式 (16) 和 (19), 分别计算出使用 CD_s 和权益动态对冲标的资产风险的 deltas 为^⑦

$$\Delta_t^{**} = \frac{\partial CD_{s_t}^{**}}{\partial V_t^{**}} = \Phi(\sigma\eta \sqrt{T-t-d_2}) - 1 \quad (18)$$

$$\Delta_2^{**} = \frac{\partial S_t^{**}}{\partial V_t^{**}} = \Phi(\sigma\eta \sqrt{T-t-d_2}) \quad (19)$$

$CD_{s_t}^*$ 和 S_t^* 组合动态对冲标的资产风险的 delta 为

$$\begin{aligned} \Delta^{**} &= \frac{\partial CD_{s_t}^{**}}{\partial S_t^{**}} = \frac{\partial CD_{s_t}^{**}}{\partial V_t^{**}} \frac{\partial V_t^{**}}{\partial S_t^{**}} \\ &= \frac{\Delta_1^{**}}{\Delta_2^{**}} = \frac{\Phi(\sigma\eta \sqrt{T-t-d_2}) - 1}{\Phi(\sigma\eta \sqrt{T-t-d_2})} \end{aligned} \quad (20)$$

由式 (20) $\Delta^{**} \leq 0$ 可知, 要对冲标的资产的波动风险, 需采取同向对冲策略, 即 CD_s 空头和股票空头或者 CD_s 多头和股票多头组合。当 $\eta = 0$ 时退化为完全理性情况, 组合对冲比 deltas 为

$$\Delta^* = \frac{\Phi(-d_2) - 1}{\Phi(-d_2)}$$

下面讨论采用 CD_s 空头和股票空头对冲组合策略的对冲误差。

对冲误差的计算 首先计算对冲后剩余现金值 (residual cash position)

$$X_0 = CD_s(t) - \Delta^* S(t) \quad (21)$$

其次计算绝对对冲误差

$$H(t + \Delta t) = CD_s(t + \Delta t) - X_0 - \Delta^* S(t + \Delta t) \quad (22)$$

最后计算相对对冲误差 (相对标的资产变化), 这可能是人们更加关心的

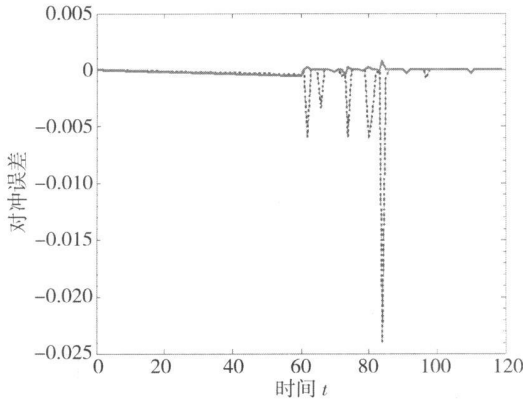
$$h(t + \Delta t) = \frac{H(t + \Delta t)}{V(t + \Delta t) - V(t)}$$

⑥ 文献 [48] 实证研究发现在次贷危机爆发前, CD_s 的违约概率估计和定价过低, 低于真实期望损失。

⑦ 参照对冲比 deltas 计算方法 (可参考文献 [49])

$$= \frac{CDs(t + \Delta t) - X_0 - \Delta^* S(r + \Delta t)}{V(t + \Delta t) - V(t)} \quad (23)$$

图 2 是非理性预期偏差下的对冲误差图, 左、右两图分别为在给定参数下的非理性投资者乐观



($\eta = 0.5$)、悲观 ($\eta = -1$) 时相对对冲误差. 其中, 虚线表示非理性对冲之后的相对误差值, 实线表示采用理性 (市场真实状态测度的) 对冲误差. 左、右两图的参数分别为 $\mu = 0.05$ $\sigma = 0.15$ $K = 1$ $T = 100$ B , 采用 Matlab 随机生成.

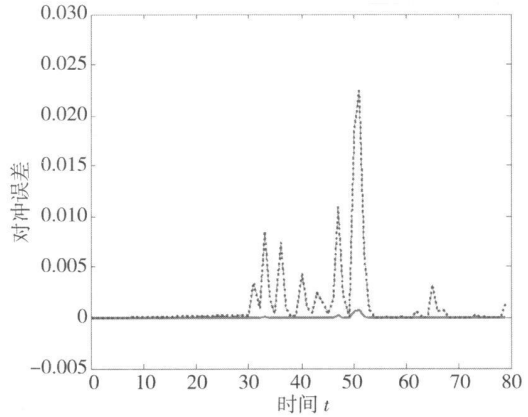


图 2 非理性预期偏差下的对冲误差图.

Fig. 2 Hedging errors under irrational belief

从图 2 可以看出, 当非理性投资者乐观 ($\eta > 0$) 时, 如果采用上述非理性预期的对冲比, 跟理性对冲比相比, 就会存在对冲不足 $|\Delta^*| > |\Delta^{**}|$, 带来对冲不足的误差 (见图 2 左图); 反过来, 当非理性投资者悲观 ($\eta < 0$), 采用上述非理性预期的对冲比, 就会存在对冲过度 $|\Delta^*| < |\Delta^{**}|$, 带来对冲过量的误差 (见图 2 右图).

5.4 非理性预期诱发金融危机

前面讨论了非理性预期带来对冲失效的风险, 在实际中, 有些金融机构并不是借助金融衍生产品对冲消除风险, 可能完全反向操作, 借助杠杆等工具扩大金融头寸, 攫取利润. 同时, 非理性预期差距也可能并不微小, 可能很大, 甚至完全相反 (比如次贷危机中, 投资者预期房地产会持续上涨, 但实际出现了房价的回落). 这就导致了更大的波动和风险 (见图 3), 甚至引发金融危机.

2003 年后快速增长的 CDS 交易数额^⑧就反应了它在被银行用来对冲信用风险之外, 还很大程度上被金融机构用来赚取利润. 次贷危机爆发之前, 很多大型投行包括雷曼兄弟和贝尔斯登等, 都预期房地产的价格会持续上涨, 采用高倍 (30 ~ 50 倍) 的金融杠杆交易信用衍生产品, 结果遭受了众所周知的巨额损失. 图 3 就给出了非理性预

期 (乐观) 与整个市场真实状态相反 (市场回落) 时, 采取 1:1 的 CDS 空头和股票多头的投机组合的模拟损失图. 非理性预期 (乐观) 与整个市场真实状态相反 (市场回落), 采取了投机操作时的组合 (1:1 的 CDS 空头和股票多头) 损失曲线图 (参数 $\mu = -0.05$ $\sigma = 0.15$ $K = 1$ $T = 100$ B , 采用 Matlab 随机生成).

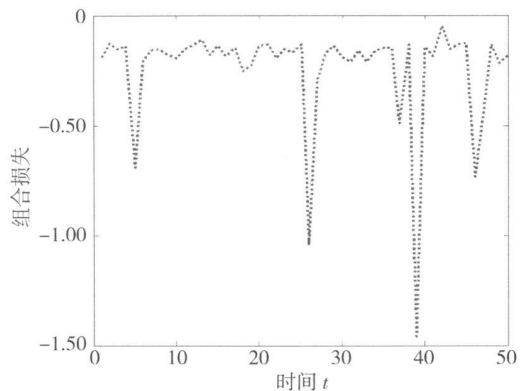


图 3 非理性预期完全相反下的投资组合损失图.

Fig. 3 The relative loss under converse expectation with the real world

从上面的模型分析知道, 金融资产的价格是买卖双方投资者多、空博弈的最终均衡结果. 如果投资者对标的资产预期错误, 将会加大市场波动

⑧ ISDA Market Survey, Year End 2008.

的风险, 引发价格偏差, 财富损失, 当投资者对标的资产“美好”预期无疑附加的时候, 还可能成为诱发金融危机的一大因素. 因此合理的引导投资者预期是减少金融市场风险的有效手段.

6 结束语

与新古典金融学假设投资者预期相同且服从经济发生的客观概率不同, 本文假设投资者对于公司未来有自身的主观预期, 探讨了投资者主观预期下的结构化信用风险模型, 补充了目前信用产品的文献基本上都是在新古典金融理性框架下研究的不足, 揭示了次贷市场中一些 (对冲失效、过度波动等) 现象的本质. 当把本文假设退化到

投资者预期相同且符合客观经济状态发生的概率时, 与 Merton 结构化信用风险的结论相同, 可以说本文是结构化信用风险在异质信念下的推广. 研究发现: 首先, 非理性预期影响风险市场价格和定价核, 增加波动率到更加真实的水平; 其次, 非理性预期与违约概率的内生关系对次贷危机中信用衍生产品定价的偏误提供了结构性的解释; 第三, 非理性预期的错误导致对冲的失效, 严重时造成金融机构的巨额损失, 甚至当投资者对标的资产“美好”预期无疑附加的时候, 还可能带来金融危机. 因此合理的引导投资者预期是减少金融市场风险的有效手段, 对我国金融风险的控制和金融体系的健康稳定发展具有一定的借鉴作用.

参考文献:

- [1] Shiller R. Subprime Solution: How Today's Global Financial Crisis Happened and What to Do about It[M]. Princeton: Princeton University Press, 2008.
- [2] George A. Animal Spirits: How Human Psychology Drives the Economy and Why It Matters for Global Capitalism[M]. Princeton: Princeton University Press, 2009.
- [3] Jaffee W, Perlow M. Investment bank regulation after the bear stearns rescue[J]. Central Banking, 2008, 18(2): 38-44.
- [4] Reinhart M, Rogoff S. The aftermath of financial crises[J]. American Economic Review, 2009, 99(2): 466-472.
- [5] Kogan L, Ross S, Wang J, et al. The price impact and survival of irrational traders[J]. Journal of Finance, 2006, 61(1): 195-229.
- [6] Yan H. J. Natural selection in financial markets: Does it work? [J]. Management Science, 2008, 54(11): 1935-1950.
- [7] Xiong W, Yan H. J. Heterogeneous expectations and bond markets[J]. Review of Financial Studies, 2009, 23(4): 1433-1466.
- [8] Merton R. On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates[J]. Journal of Finance, 1974, 29(2): 449-470.
- [9] Black F, Cox C. Valuing corporate securities: Some effects of bond indenture provisions[J]. Journal of Finance, 1976, 31(2): 351-367.
- [10] Kim J, Ramaswamy K, Sundaresan M. Does default risk in coupons affect the valuation of corporate bonds? A contingent claims model[J]. Financial Management, 1993, 22(1): 117-131.
- [11] Longstaff A, Schwartz S. A simple approach to valuing risky fixed and floating rate debt[J]. Journal of Finance, 1995, 50(3): 789-819.
- [12] Giesecke K, Gollberg L. Sequential defaults and incomplete information[J]. Journal of Risk, 2004, 7(1): 1-26.
- [13] Francois P, Morellec E. Capital structure and asset prices: Some effects of bankruptcy procedures[J]. Journal of Business, 2004, 74(2): 493-511.
- [14] Giesecke K. Credit Risk Modeling and Valuation: An Introduction[R]. Cornell University, Working paper, 2004.
- [15] Wise M, Vineer B. Correlated Random Walks and The Joint Survival Probability[R]. Caltech and PMCO, Working Paper, 2004.
- [16] Jarrow R, Turnbull S. Credit risk: Drawing the analogy[J]. Risk Magazine, 1992, 5(9): 51-56.
- [17] Artzner P, Delbaen F. Default risk insurance and incomplete markets[J]. Mathematical Finance, 1995, 5(3): 187-195.

- [18] Jarrow A, Turnbull M. Pricing derivatives on financial securities subject to credit risk[J]. The Journal of Finance, 1995, 50(1): 53– 85
- [19] Duffie D, Singleton K J. Modeling term structures of defaultable bonds[J]. Review of Financial Studies, 1999, 12(4): 687– 720
- [20] Li D. On default correlation: A copula approach[J]. Journal of Fixed Income, 2000, 9(3): 43– 54
- [21] Lando D. On cox processes and credit risky securities[J]. Review of Derivatives Research, 1998, 2(2): 99– 120
- [22] Duffie D, Pan J. Analytical value at risk with jumps and credit risk[J]. Finance and Stochastics, 2001, 5(2): 155– 180
- [23] Duffie D, Damir F, Walter S. Affine processes and applications in finance[J]. Annals of Applied Probability, 2003, 13(3): 984– 1053
- [24] Kyle A. Continuous auctions and insider trading[J]. Econometrica, 1985, 53(6): 1315– 1336
- [25] Black F. Noise[J]. Journal of Finance, 1986, 41(3): 529– 543
- [26] DeLong B, Shleifer A, Lawrence S, et al. Noise trader risk in financial markets[J]. Journal of Political Economy, 1990a, 98(4): 703– 738
- [27] DeLong B, Shleifer A, Lawrence S, et al. Positive feedback investment strategies and destabilizing rational speculation[J]. Journal of Finance, 1990b, 45(2): 379– 395
- [28] Basak S. A model of dynamic equilibrium asset pricing with heterogeneous beliefs and exogenous risk[J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2000, 24(1): 63– 95
- [29] Xiong W, Scheinkman J. Overconfidence and speculative bubbles[J]. Journal of Political Economy, 2003, 111(6): 1183– 1219
- [30] Dunas B, Kurshev A, Uppal R. Equilibrium portfolio strategies in the presence of sentiment risk and excess volatility[J]. Journal of Finance, 2009, 64(2): 579– 629
- [31] Buiraschi A, Alexei J. Model uncertainty and option markets with heterogeneous beliefs[J]. The Journal of Finance, 2006, 61(6): 2841– 2897
- [32] Gallmeyer M, Hollifield B. An examination of heterogeneous beliefs with a short sale constraint[J]. Review of Finance, 2008, 12(2): 323– 364
- [33] 李心丹, 王冀宁, 傅浩. 中国个体证券投资者交易行为的实证研究[J]. 经济研究, 2005, (11): 54– 62
Li Xindan, Wang Jining, Fu Hao. Investigations on the transaction behaviors of Chinese individual securities investors[J]. Economic Research Journal, 2005, (11): 54– 62 (in Chinese)
- [34] 朱宝军, 吴冲锋. 异质投资者与资产定价: 一个新的资本资产定价模型[J]. 数量经济技术经济研究, 2005, (6): 154– 161.
Zhu Baojun, Wu Chongfeng. Heterogeneity investors and asset pricing: A new capital asset pricing model[J]. The Journal of Quantitative & Technical Economics, 2005, (6): 154– 161 (in Chinese)
- [35] 张维, 张永杰. 异质信念、卖空限制与风险资产价格[J]. 管理科学学报, 2006, 9(4): 58– 64
Zhang Wei, Zhang Yongjie. Heterogeneous beliefs, short selling constraints and the asset prices[J]. Journal of Management Sciences in China, 2006, 9(4): 59– 64 (in Chinese)
- [36] 饶育蕾, 刘达锋. 行为金融学[M]. 上海: 上海财经大学出版社, 2003.
Rao Yulei, Liu Dafei. Behavior Finance[M]. Shanghai: Shanghai University of Finance and Economics Press, 2003 (in Chinese)
- [37] 王美今, 孙建军. 中国股市收益, 收益波动与投资者情绪[J]. 经济研究, 2004, (10): 75– 83
Wang Meijin, Sun Jianjun. Stock market returns, volatility and the role of investor sentiment in China[J]. Economic Research Journal, 2004, (10): 75– 83 (in Chinese)
- [38] 刘焯辉, 熊鹏. 资产流动性, 投资者情绪与中国封闭式基金之谜[J]. 管理世界, 2004, (3): 48– 57
Liu Zhehui, Xiong Peng. Asset liquidity, investor's sentiment and closed fund puzzle in China[J]. Management World, 2004, (3): 48– 57 (in Chinese)
- [39] 熊和平. 消费习惯异质偏好与动态资产定价纯交换经济情形[J]. 经济研究, 2005, (6): 91– 100
Xiong Heping. Habit formation, heterogeneous preferences and the dynamics of asset prices: Pure exchange economy case

- [J]. *Econom ic Research Journal* 2005, (6): 91- 100 (in Chinese)
- [40]程 功, 张 维, 熊 熊. 信息噪音、结构化模型与银行违约概率度量[J]. *管理科学学报*, 2007, 10 (4): 38- 48
Cheng Gong Zhang Wei Xiong Xiong Noisy information, structural model and bank evaluation of default probability[J].
Journal of Management Sciences in China 2007, 10 (4): 38- 48 (in Chinese)
- [41]Cox J Huang C F. Optimal consumption and portfolio policies when asset prices follow a diffusion process[J]. *Journal of Economic Theory* 1989, 49(1): 33- 83
- [42]Cuoco D, He H. Dynam ic Equilibrium in Infinite Econom ies with Incomplete Financial Markets[R]. The Wharton School, University of Pennsylvania Working Paper 1994
- [43]Karatzas I Shreve E. *Methods of Mathematical Finance*[M]. New York Springer Verlag 1998
- [44]Shiller R. The volatility of long-term interest rates and expectations models of the term structure[J]. *Journal of Political Economy* 1979, 87(6): 1190- 1219.
- [45]Piazzesi M, Martin S. Equilibrium Yield Curves[R]. NBER Macro Annual 2006 389- 442
- [46]Buraschi A, Trojani F, Vedolin A. The Joint Behavior of Credit Spreads, Stock Options and Equity Returns When Investors Disagree[R]. Imperial College London, Working Paper 2007.
- [47]Merton R. On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation[J]. *Journal of Financial Economics*, 1980, 8 (4): 323- 362
- [48]Eichengreen B, Nedeljkovic M, Mody A, et al How the Subprime Crisis Went Global: Evidence from Bank Credit Default Swap Spreads[R]. NBER, Working Paper No. 14904, 2009.
- [49]Bakshi G, Cao C, Chen Z. Empirical performance of alternative option pricing models[J]. *Journal of finance*, 1997, 52 (5): 288- 330.

Impact of irrational belief on credit derivatives pricing: implication of subprime crisis

GONG Pu, GAO Yuan

Huazhong University of Science and Technology School of Management, Wuhan 430074, China

Abstract The neoclassical financial theory and modern sophisticated beautiful mathematical model can not explain and predict the 2000- 2007 American real estate bubble and the credit crisis. The subprime mortgage crisis, as a result of investor behavior, reflects the investors' expectation about future economic trend, however, which is neglected by earlier credit risk models. In this paper, we introduce the subjective irrational expectations of behavior finance into the credit risk structure model and establish a dynamic endogenous equilibrium model. The research finds heterogeneous beliefs force investors to take speculative positions against each other and therefore generate endogenous relative wealth fluctuation and excessive volatility, which impacts on pricing and hedging efficiency. When investors' beautiful expectation cannot maintain, the crisis may follow. Therefore to guide the investors in a rational direction is the effective means to reduce financial risk. This paper is expected to benefit stable development of financial system in China.

Key words irrational belief; subprime crisis; hedging inefficiency; mispricing

附录

命题 1 推导

根据鞅方法文献 [41- 43], 动态最优化问题可以转化为静态优化问题

$$\max (\log C_{t,T} + \xi_r \log C_{n,T})$$

$$\text{s.t. } C_{t,T} + C_{n,T} = A_T$$

其最优解满足充分必要条件

$$\xi_r = \frac{U'_r(C_{t,T})}{U'_n(C_{n,T})} = \frac{y_r \varphi_r}{y_n \varphi_n}$$

其中: $y_i (i = r, n)$ 是拉格朗日乘子, $\varphi_i (i = r, n)$ 分别表示

在 P 和 Q 概率测度下的状态价格密度.

对最优化问题关于理性投资者 $C_{r,T}$ 在 P 测度下求一阶微分得

$$\frac{1}{C_{r,T}} = \xi_r \varphi_r$$

非理性投资者在 Q 测度下一阶微分转化为 P 概率测度为

$$\xi_q \frac{1}{C_{n,T}} = \xi_q \varphi_r$$

考虑到市场均衡条件 $C_{n,T} + C_{r,T} = A_T$, 可以求出

$$C_{r,T} = \frac{A_T}{1 + \xi_r}, \quad C_{n,T} = \frac{\xi_r A_T}{1 + \xi_r}$$

价格密度在 P 测度下

$$\varphi_r = \frac{(1 + \xi_r) A_T^{-1}}{E_i [(1 + \xi_r) A_T^{-1}]}$$

在 T 时刻发生 Z_T 收益的证券价格为

$$P_t = \frac{E_i [(1 + \xi_r) A_T^{-1} Z_T]}{E_i [(1 + \xi_r) A_T^{-1}]}$$

(注: 如果没有强调均指的是在 P 概率测度下, 以下省略记号 P .)

根据价格密度的表达式, 均衡的公司价值在 T 时刻发生 $Z_T^V = A_T$, 代入上面价格计算公式得

$$V_t = \frac{1 + \xi_r}{E_i [(1 + \xi_r) A_T^{-1}]}$$

其中分母 $E_i [(1 + \xi_r) A_T^{-1}]$ 根据期望性质, 可以写成 $E_i [A_T^{-1}] + E_i [\xi_r A_T^{-1}]$, 再根据母函数性质, 有

$$E_i [A_T^{-1}] = e^{(\frac{1}{2}\sigma^2 - \mu)T - \theta B_t} E_i [e^{\theta B_{(T-t)}} | F_t] = e^{(\frac{1}{2}\sigma^2 - \mu)T - \theta B_t} e^{\frac{1}{2}\sigma^2(T-t)}$$

同理可得

$$V_t = \frac{1 + \xi_r}{1 + e^{-\sigma^2 \eta(T-t)} \xi_r} \frac{1}{e^{(-\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)T + \frac{1}{2}\sigma^2(T-t) - \theta B_t}}$$

类似地, 当只有理性投资者或非理性投资者的极端情况时分别有, $C_{r,T} = A_T$ 和 $C_{n,T} = A_T$, 计算得公司的价值分别为

$$V_t^* = e^{\mu T + \theta B_t - \sigma^2 T + \frac{1}{2}\sigma^2}$$

和

$$V_t^{**} = V_t^* e^{\eta \sigma^2 (T-t)}$$

注意到均衡价格 V_t 可以表示为财富比例函数的某种加权形式

$$V_t = \frac{1}{1+G} V_t^* + \frac{G}{1+G} V_t^{**}$$

其中, $G = \xi_r e^{\frac{1}{2}\sigma^2(\eta^2 - 2\eta)(T-t)}$. 证毕.

命题 2 推导与命题 3 类似, 下面给出命题 3 的推导过程.

根据价格密度的表达式, 均衡的 CD_s 在 T 时刻发生或有支付 $Z_T^{CD_s}$, 代入价格计算公式得

$$CD_{s_t} = \frac{E_i [(1 + \xi_r) A_T^{-1} (K - V_T)^+]}{E_i [(1 + \xi_r) A_T^{-1}]}$$

首先计算分子

$$E_i [(1 + \xi_r) A_T^{-1} (K - V_T)^+] = E_i [A_T^{-1} (K - V_T) 1_{(V_T \leq K)} | F_t] + E_i [\xi_r A_T^{-1} (K - V_T) 1_{(V_T \leq K)} | F_t]$$

在 F_t 域流下

$$V_T \leq K \Leftrightarrow B_{(T-t)} \leq \frac{\ln K - \mu T}{\sigma} - B_t + \frac{1}{2}\sigma T$$

分子第一项

$$E_i [A_T^{-1} (K - V_T) 1_{(V_T \leq K)}] = K e^{-\mu T - \theta B_t - \frac{1}{2}\sigma^2 T} \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}(T-t)} e^{-\frac{1}{2(T-t)(B_{(T-t)} + (T-t)\sigma)^2} dB_{(T-t)}} - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}(T-t)} e^{-\frac{B_{(T-t)}^2}{2(T-t)}} dB_{(T-t)} = K V_t^* \Phi(d_1) - \Phi(d_2)$$

其中

$$d_1 = \frac{c}{\sqrt{T-t}} + \sigma \sqrt{T-t}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T-t}$$

$$c = \frac{\ln K - \mu T}{\sigma} - B_t + \frac{1}{2}\sigma T$$

同理, 分子第二项

$$E_i [\xi_r A_T^{-1} (K - V_T) 1_{(V_T \leq K)}] = K V_t^* G \Phi(d_1 - \sigma \eta \sqrt{T-t}) - G e^{(T-t)\sigma^2 \eta} \Phi(d_2 - \sigma \eta \sqrt{T-t})$$

分母 $E_i [(1 + \xi_r) A_T^{-1}]$ 的计算过程可参考命题 1 合并整理得

$$CD_{s_t} = K \frac{\Phi(d_1) + G \Phi(d_1 - \sigma \eta \sqrt{T-t})}{1 + G} - V_t^* \frac{\Phi(d_2) + G e^{\eta \sigma^2 (T-t)} \Phi(d_2 - \sigma \eta \sqrt{T-t})}{1 + G}$$

类似可得

$$CD_{s_t}^* = K \Phi(d_1) - V_t^* \Phi(d_2)$$

和

$$CD_{s_t}^{**} = K \Phi(d_1 - \sigma \eta \sqrt{T-t}) - V_t^{**} \Phi(d_2 - \sigma \eta \sqrt{T-t})$$

证毕.

性质 1 推导

$$V_t = \frac{1 + \xi_r}{1 + e^{-\sigma^2 \eta(T-t)} \xi_r} \frac{1}{e^{(-\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)T + \frac{1}{2}\sigma^2(T-t) - \theta B_t}}$$

根据 Ito 引理, $\text{Vol}(dV_t)$ 为

$$\sigma_{V_t} = \sigma + \sigma \eta \left(1 - \frac{\xi_r}{1 + \xi_r} \right) - \sigma \eta \left[1 - \frac{\xi_r}{\xi_r + e^{-\eta \sigma^2 (T-t)}} \right] = \sigma + \sigma \eta \left[\frac{\xi_r}{\xi_r + e^{-\eta \sigma^2 (T-t)}} - \frac{\xi_r}{1 + \xi_r} \right]$$

非理性预期 $\eta \neq 0$

1) 当 $\eta > 0$ $e^{-\eta\sigma^2(T-t)} < 1$ 则有

$$\frac{\xi}{\xi + e^{-\eta\sigma^2(T-t)}} - \frac{\xi_t}{1 + \xi_t} > 0$$

故 $\sigma_{V_{i,t}} > \sigma$

2) 当 $\eta < 0$ $e^{-\eta\sigma^2(T-t)} > 1$ 则有

$$\frac{\xi}{\xi + e^{-\eta\sigma^2(T-t)}} - \frac{\xi_t}{1 + \xi_t} < 0$$

还是 $\sigma_{V_{i,t}} > \sigma$.

总之, 只要 $\eta \neq 0$ 就有 $\sigma_{V_{i,t}} > \sigma$ 成立. 所以非理性预期加剧了标的资产的波动率, 即也加剧衍生产品的隐含波动率.

性质 2 非理性预期造成价格偏差.

均衡资产价格

$$V_t = \frac{1}{1+G}V_t^* + \frac{G}{1+G}V_t^{**}$$

其中

$$V_t^* = e^{(r+q)T - \frac{1}{2}\sigma^2 T}$$

$$V_t^{**} = V_t^* e^{\eta\sigma^2(T-t)}$$

也就是说均衡资产价格等于只存在理性和非理性预期下两种资产价格的加权平均. 如果两种资产价格不等, 加权后的结果一定小于较大者, 大于较小者 (因为权重 $\frac{1}{1+G} +$

$\frac{G}{1+G} = 1$). 因此只需比较 V_t^{**} , V_t^* 之间的关系.

因为当 $\eta > 0$ 时, 有 $V_t^{**} > V_t^*$, 则必有 $V_t^{**} > V_t > V_t^*$; 反之, 当 $\eta < 0$ $V_t^{**} < V_t^*$, 则必有 $V_t^{**} < V_t < V_t^*$. 也就是说当 $\eta > 0$ 时, 乐观预期下, 均衡资产价格高估; 当 $\eta < 0$ 时, 悲观预期下, 均衡资产价格低估. 股票可以理解为目的在上述公司资产均衡价格上的看涨期权. 根据看涨期权的性质可知标的资产价值的增大, 必有看涨期权的价值增大. 即随着均衡资产价格高估, 均衡的股票价值会出现相应的高估; 同理, CDs 可以理解为目的在公司价值上的看跌期权. 根据看跌期权的性质可知标的资产价值的增大, 必有看涨期权的价值减小. 公司资产价值的高估, 将导致 CDs 价值的低估. 证毕.

(上接第 36 页)

Empirical study of inflation-hedging characteristics of commodity futures and its portfolio in China

BUHui¹, WANG Shou-yang²

1. School of Economics and Management, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China

2. Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

Abstract Inflation risk and inflation hedging are both academic and financial sector concerns. In China, we don't have such a financial tool as Treasury Inflation Protected Securities (TIPS) in the global market, thus it's more difficult to design and put forward some inflation protecting products. This paper points out that studying inflation hedging characteristics of different kinds of financial assets can help. This paper empirically tests inflation hedging characteristics of commodity futures and sector stocks in our market; the results show that commodity futures can provide a significantly effective hedge against unexpected inflation, but sector stocks cannot hedge against inflation. This character of commodity futures make itself a good tool to constitute an inflation protecting product. Therefore, we set up a portfolio of commodity futures, and the results show that this portfolio can provide a hedge against unexpected inflation. Our study reveals that commodity index funds may be a good inflation hedging product.

Key words inflation; expected inflation; unexpected inflation; commodity futures; inflation hedge