

基于多元随机波动模型的信用风险衍生定价^①

乌 画¹, 易传和¹, 杜 军², 贺正楚²

(1. 中南大学商学院, 长沙 410083 2 长沙理工大学经济与管理学院, 长沙 410114)

摘要: 本文将随机波动期权定价封闭解模型扩展到多资产分析框架下. 在考虑 Cox-Rose 模型多资产模拟以及随机波动矩阵的 Wishart 动态过程的基础上, 将风险升水引入收益率方程, 并将 Merton 模型下的公司违约风险扩展到随机分析框架下. 最后利用数值模拟技术, 对多资产随机分析模型的适用性及解的稳定性进行了模拟分析. 其结果表明, 多元随机波动模型对违约风险随机发生条件下的公司信用过程具有较之单元确定性模型更强的解释力. 利用多资产模型, 有助于金融机构更深入地把握企业信用体系中资产价值和负债的动态联动关系, 对金融机构的信用风险管理具有十分重要的意义.

关键词: 随机波动; 衍生定价; Wishart 过程; 信用风险.

中图分类号: G2Q C931 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2010)10-0055-08

0 引 言

在解释诸如“波动率微笑”^②一类金融时间序列波动的异常特性时, 经典的 Black-Scholes 模型的适用性受到了质疑^[1]. Hull 和 White 在 Black-Scholes 模型中引入随机波动因素, 力图对动态资产定价模型的适用性进行拓展. 后经 Heston, Ball 和 Rama 等人加入动态随机过程的进一步改进, B-S 模型的解释能力得到了大大加强^[2-3]. 另一种对 B-S 模型提出挑战的金融市场异象是所谓的“杠杆效应”. 杠杆效应显示时间序列的偏度 (Skewness) 参数与执行价格之间存在函数关系. 为描述这一特性, Wiggins 建议在模型中引入股票收益率及波动率之间的相关系数来进行考察^[4]. Naik 将这一思路发展为一个整体分析框架^[5]. 而 Hobson 和 Rogers 则给出了瞬时波动率的确切矩定义^[6]. 最新的研究进展是 Can, Kohn 和 Kirby 等人取得的, 他们开始将杠杆效应纳入多变量分析

的框架下^[7]. 国外对随机波动模型的研究在多资产和随机化两个方面都做了大量的工作, 但将这两个方面结合起来综合考察公司信用风险的文献很少, 尤其是实证应用方面的工作基本处于探索阶段. 在引入和借鉴国外理论的基础上, 我国学者近年来也开始关注信用风险定价的结构化、动态化问题. 陈金龙, 张维以及张玲, 张昕, 谢志平等人的研究对衍生工具在信用风险定价中的模型构建问题进行的探讨有助于我们把握转型时期我国企业信用风险的结构化趋势^{[16][20]}; 李汉东, 张世英对风险变化的持续性的研究对我们准确把握风险因子随机化过程中的波动非对称性帮助很大^[19]; 梁世栋, 方兆本对信用风险期限结构的随机化问题的研究则具有很强的针对性^[17]; 朱小宗, 张宗益, 耿华丹则从风险度量的角度对公司信用风险进行了综述性质的研究^[18]. 这些研究在信用风险的多资产化和随机化问题上均有自己独到的角度

① 收稿日期: 2010-03-22 修订日期: 2010-06-18

基金项目: 国家重大社会科学基金资助项目 (08&09ZD029); 国家社科基金重点课题 (08AJL003); 湖南省软科学课题资助项目 (2008ZK3126); 湖南省企业管理与投资研究基地资助项目.

作者简介: 乌 画 (1985-), 男, 湖南石门人, 博士生. Email: wwzkkf@163.com

② 指衍生金融资产价格的隐含波动率和执行价格之间的“U”型关系.

和深入的见解,但都比较分散.有待在针对性和综合性两个层面上进一步加以扩展.

本文对 Heston模型在多资产分析的基础上进行扩展,扩展以后的模型能更好地把握动态层面上的公司信用结构化风险.在第二部分对 Cox-Ingersoll-Ross模型进行直接多元扩展.同时探讨风险中性分布条件下违约风险价值的动态定价,在多资产条件下对系统风险和非系统风险进行分离求解;第二部分在扩展的 Merton模型的基础上对信用风险价值的动态过程进行数值模拟,模拟的结果验证了多元随机化模型具有更强的现实适用性及灵活性的结论;同时,利用模拟数据序列对多元随机波动模型进行实证估计,探讨模型的实用价值.第三部分为结语和模型的应用前景展望.

1 多资产下的信用风险建模

考虑一个由一种收益率为 r 的无风险资产和 n 种风险资产构成的证券市场,风险资产的微分对数收益率则由一个 n 维向量 $d \log S_t$ 表示.风险收益率的微分波动率矩阵用 \sum_t 表示.它代表了随机对称正定波动率的连续时间过程.

$\log S_t$ 与 \sum_t 联合动态微分方程由下式给出

$$d \log S_t = \left[\mu + \begin{pmatrix} \text{Tr}(D_1 \sum_t) \\ \vdots \\ \text{Tr}(D_n \sum_t) \end{pmatrix} \right] dt + \sum_t^{1/2} dW_t^S \quad (1)$$

$$d \sum_t = (\Omega \Omega' + M \sum_t + \sum_t M') dt + \sum_t^{1/2} dW_t^Q Q + Q' (dW_t^Q)' \sum_t^{1/2} \quad (2)$$

其中, W_t^S 分 W_t^Q 分别为 n 维向量和 $n \times n$ 阶矩阵,其元素均服从相互独立的标准几何布朗运动, μ 为 n 维确定元素向量,而 $D_i (i = 1, \dots, n)$, Ω, M, Q 均为 $n \times n$ 阶矩阵, Ω 为可逆矩阵. Tr 为矩阵的迹算子, $\sum_t^{1/2}$ 为波动率矩阵 \sum_t 的平方根.

在漂移项中引入波动率矩阵的目的是考虑风

险升水的影响,即

$$E_t(d \log S_{i,t}) = [\mu_i + \text{Tr}(D_i \sum_t)] dt \quad (3)$$

$$i = 1, \dots, n$$

漂移项为波动率和协波动率的仿射函数.对于任意的 i 若假设 D_i 为对称正定矩阵,则对于任意资产及其波动率矩阵有 $\text{Tr}(D_i \sum_t) \geq 0$ 可得有关风险升水的完整描述.

在风险中性及 $C_t = C$ 为常数的条件下,波动率随机过程的概率分布与历史分布将保持一致不变.从而联合动态过程可以表述为

$$E(d \log S_t) = \mu^* + \text{Tr}(D_i^* \sum_t) \quad (4)$$

其中 $\mu^* = 0, D_i^* = -\frac{1}{2} e_i e_i', e_i$ 表示第 i 行元素为 1 而其它元素均为零的标准向量.

$$E_t(d \sum_t) = (\Omega^* \Omega^{*'} + M^* \sum_t + \sum_t M^{*'}) dt \quad (5)$$

其中 $\Omega^* \Omega^{*'} = \Omega \Omega', M^* = M + 2Q'QC'$.波动率漂移项中的常数项保持不变,这样“均值回复参数”矩阵则被人为地固定下来.条件拉普拉斯变换方程中的 E_t 用 E_t^* 替代,成为如下形式:

$$\Psi_{t,h}^*(y, y_0, y, C, c_0, C) = E_t^* \exp \left[\int_t^{t+h} (y' \log S_u + y_0' du + y' \log S_{t+h} + \int_t^{t+h} \text{Tr}(C \sum_u + c_0) du + \text{Tr}(C \sum_{t+h})) \right]$$

$$= \exp[a^*(h)' \log S_t + \text{Tr}(B^*(h) \sum_t) + b^*(h)] \quad (6)$$

其中 a^*, B^* 和 b^* 为满足 Ricatti 方程的函数向量,初始状态值向量为

$$a^*(0) = y, B^*(0) = C, b^*(0).$$

上述多元随机波动率模型为衍生资产定价提供了一个方便的分析框架.以一个两资产组合为例(其中第一种资产为欧式看涨期权,无风险资产利率为零)来说明连续时间下的多资产衍生定价过程.两资产组合在时刻 t 的价格为

$$g(t, h, k, \sum_t) = S_{1,t} E_t^* \left[\left(\frac{S_{1,t+h}}{S_{1,t}} - k \right)^+ \sum_t \right]$$

$$= S_{1,t} E_t^* \left\{ \left[\exp(\log S_{1,t+h} - \log S_{1,t}) - k \right]^+ \sum_t \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= S_{1,t} E^* \{ E^* [\exp(\log S_{1,t+h} - \log S_{1,t}) - k]^+ \mid \sum_t \} \\
&= S_{1,t} E^* \{ E^* [\exp[-\frac{1}{2} \int_t^{t+h} \sigma_{11,u} du + (\int_t^{t+h} \sigma_{11,u} du)^{1/2}] \xi_j - k]^+ \mid \sum_t \} \quad (7)
\end{aligned}$$

其中, $\sum_{t,t+h}$ 表示时刻 t 到 $t+h$ 间的波动率过程, ξ_j 为独立于波动率过程 \sum_t 的标准正态变量, k 为合约执行价格, h 为到交割日的剩余时间 根据 Black-Scholes 公式, 单元情况下的看涨期权定价公式为

$$\begin{aligned}
\Psi(k, m, s^2) &= E[(\exp X - k)^+] \\
&= (E(\exp X))N(d_1) - kN(d_2)
\end{aligned}$$

其中

$$d_1 = \frac{-\log[E(\exp X)]/k + s^2/2}{s}$$

$$d_2 = d_1 - s$$

N 表示标准正态分布的累积分布函数.

在两资产条件下, 衍生资产价格变为

$$\begin{aligned}
g(t, h, k, \sum_t) &= S_{1,t} E^* [\Psi [k, \\
&\quad -\frac{1}{2} \int_t^{t+h} \sigma_{11,u} du] \mid \sum_t] \\
&= S_{1,t} E^* [N(d_1) - kN(d_2) \mid \sum_t] \quad (8)
\end{aligned}$$

其中

$$d_1 = \frac{-\log[k] + \frac{1}{2} \int_t^{t+h} \sigma_{11,u} du}{(\int_t^{t+h} \sigma_{11,u} du)^{1/2}}$$

$$d_2 = d_1 - (\int_t^{t+h} \sigma_{11,u} du)^{1/2}$$

有了以上的参数值分析结果, 就可以很方便的对波动因子 \sum_t , 资产价格 $S_{1,t}$ 以及衍生价格 $g(t, h, k, \sum_t)$ 的联合动态过程进行模拟. 在标准的 Merton 公司价值模型中 (1973), 潜在的违约时间 h 被默认为预先给定. 无风险利率为零时, 对于给定的公司 i 在时刻 $t+h$ 该公司的股票、债券以及掉期违约信用的价值分别由其资产 $A_{i,t+h}$ 和负债 $L_{i,t+h}$ 定义, 从而 i

公司发行的剩余到期日为 t 的单位零息债券的价值为

$$B_i(t, t+h) = E_t^* \left[\frac{A_{i,t+h}}{L_{i,t+h}} \theta_{i,t+h} < L_{i,t+h} + \theta_{i,t+h} > L_{i,t+h} \right] \quad (9)$$

其中 θ 为折现因子, E_t^* 表示风险中性下的条件期望, 括号内的第一项考虑了违约发生后的偿付率^[14].

t 时刻的权益资产价值为

$$S_{i,t} = E_t^* [(A_{i,t+h} - L_{i,t+h})^+]$$

而剩余到期日为 h 的违约风险价值为

$$CD_i(t, t+h) = E_t^* (\theta_{i,t+h} < L_{i,t+h})$$

这样, 与公司风险价值有关的金融资产均可由基本变量 A, L 来定义, 或等价地由 $\log A, \log L$ 定义.

在基本的 Merton 模型中, 负债的数值被假定为预先给定, 从而可以运用基于资产变量的一元 Black-Scholes 模型进行定价分析. 这时, 衍生价格表现为时刻的资产价格的确定函数. 然而, 正如在实践中所看到的, 负债的价值显然是与资产价值一样不断在变化着的. 考虑到负债的随机变化性质, Stapaetou 和 Subrahmanyam 将 Black-Scholes 公式扩展为多元模型^[15]. 对于给定的某公司, 其资产价值与负债价值之间的联合动态过程可以表述如下:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} d \log A_i \\ d \log L_j \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \mu_A + \text{Tr}(D_A \sum_t) \\ \mu_L + \text{Tr}(D_L \sum_t) \end{pmatrix} dt + \sum_t^{1/2} dW_t^S \\
d \sum_t &= (\Omega \Omega' + M \sum_t + \sum_t M') dt + \\
&\quad \sum_t^{1/2} dW_t^Q Q + Q' (dW_t^Q)' \sum_t^{1/2}
\end{aligned}$$

这一模型可以按本文第二部分的思路很方便的扩展为多公司的形式, 为从系统风险中分离出单个公司的个别非系统风险, 假设公司与公司之间的违约风险是相互独立的. 同时为简单起见, 假设各公司均是同质的^③. 这样根据第二部分的推演, 多元联合动态过程可模型化为

$$\begin{pmatrix} d \log A_{i,t} \\ d \log L_{j,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_A + \text{Tr}(D_A^C \sum_t) + \text{Tr}(D_A^C \sum_{i,t}) \\ \mu_L + \text{Tr}(D_L^C \sum_t) + \text{Tr}(D_L^C \sum_{i,t}) \end{pmatrix} dt +$$

③ 即各公司均具有相同的非系统风险种类和数量及其概率密度分布函数.

$$\sum_t^{1/2} dW_t^S + \sum_{i,t}^{1/2} dW_{i,t}^S \quad (10)$$

其中系统风险因素满足

$$d\sum_t = (\Omega^C \Omega^{C'} + M^C \sum_t + \sum_t M^{C'}) dt + \sum_t^{1/2} dW_{i,t}^o Q^C + Q^{C'} (dW_{i,t}^o)' \sum_t^{1/2} \quad (11)$$

而个别非系统风险因素满足

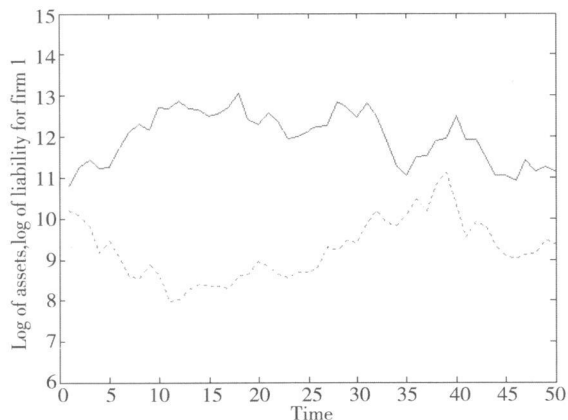
$$d\sum_{i,t} = (\Omega^C \Omega^{C'} + M^C \sum_{i,t} + \sum_{i,t} M^{C'}) dt + \sum_{i,t}^{1/2} dW_{i,t}^o Q^C + Q^{C'} (dW_{i,t}^o)' \sum_{i,t}^{1/2} \quad (12)$$

通常情况下, 个别“新息”(innovation) $W_{i,t}^S$, $W_{i,t}^o$ ($i = 1 \dots, n$) 和系统“新息” W_t^S 和 W_t^o 均被假定为相互独立。

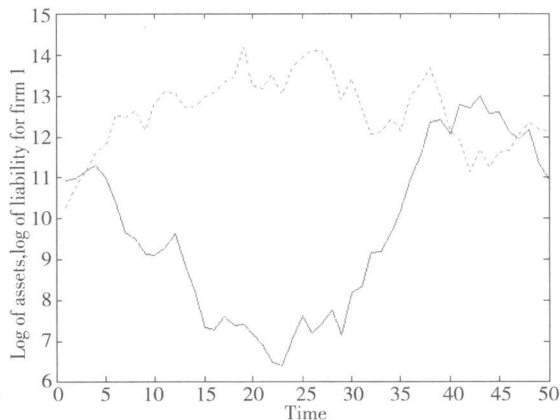
2 模型数值模拟及估计

这部分对一个两公司资产负债价值动态过程进行数值模拟, 时间跨度为 50 年, 时间间隔步长 0.01 为简便起见, 假设系统风险为零。两个公司的资产负债初始状态值为 $\begin{pmatrix} \log A \\ \log L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 10 \end{pmatrix}$, 资产 - 负债方程的各系数值设定为

$$\mu = \begin{pmatrix} 0.05 \\ 0.05 \end{pmatrix}, \quad D_A^C = 0 \quad D_L^C = 0 \quad D_A^C = 0 \\ D_L^C = 0$$



公司 1



公司 2

图 1 相互独立条件下的对数资产 (实线) 及对数负债 (虚线) W ishart 过程

Fig 1 Log-asset (solid line) and log-liability W ishart process (dotted line) with independence of each firm

公司 1 的离散型风险 W ishart 过程参数设定为

$$K = 4 \quad M_d = 0 \quad \sum_{d,2} = \begin{pmatrix} 0.04 & 0 \\ 0 & 0.04 \end{pmatrix}$$

公司 2 的离散型风险 W ishart 过程参数设定为

$$K = 4 \quad M_d = 0 \quad \sum_{d,2} = \begin{pmatrix} 0.02 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{pmatrix}$$

此外还对两公司风险动态均为同一 W ishart 过程的情形进行模拟。这时两公司 W ishart 过程参数均由 $K = 4 \quad M_d = 0 \quad \sum_{d,2} = \begin{pmatrix} 0.04 & 0 \\ 0 & 0.04 \end{pmatrix}$ 定义。

图 1 和图 2 分别对两种条件下 (同一 w ishart 过程和相互独立的 w ishart 过程) 的对数资产和对数负债的联合动态过程进行了模拟。可以看到, 本文的模型与经典 $Merton$ 模型的不同之处在于: 本文的模型允许负债的风险价值随时间的推移而变化, 而 $Merton$ 模型则假定负债的价值为外生给定; 在本文的模型中, 负债的风险价值行为可以采取与资产价值行为相同的或完全独立的关系。而 $Merton$ 模型则假设违约风险发生在资产过程与负债过程的交点上。

还可以在对违约风险期两公司资产 - 负债过程的联合分布函数进行模拟的基础上, 对信用风险与公司权益资产的联合过程进行研究, 进一步探讨企业的违约风险价值过程。图 3 和图 4 分别对两种情况下的资产价格过程和违约风险价值过程的联合动态过程进行模拟 (假设剩余到期日 $h = 0$)。

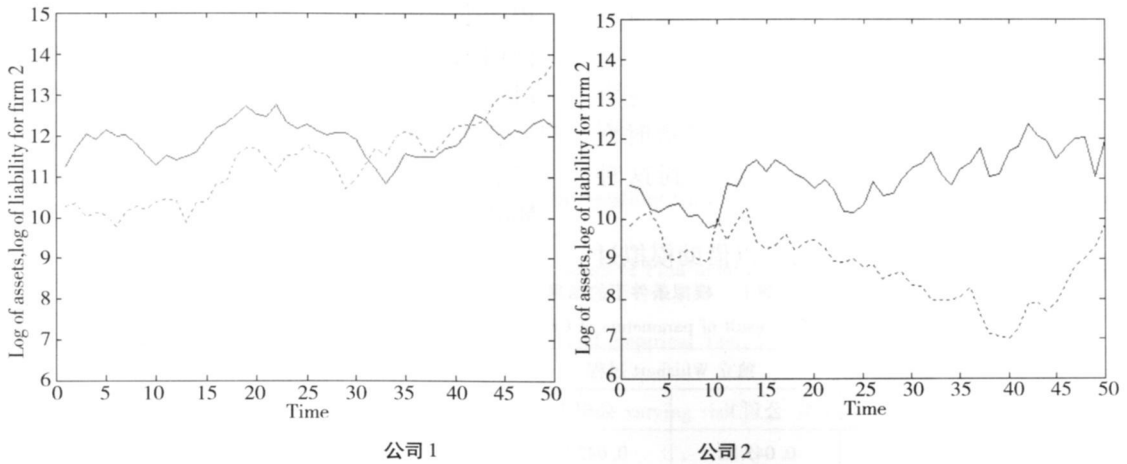


图 2 同一分布下的对数资产(实线)和对数负债(虚线)Wishart 过程

Fig. 2 Log-asset (solid line) and log-liability Wishart process (dotted line) with uniform distribution

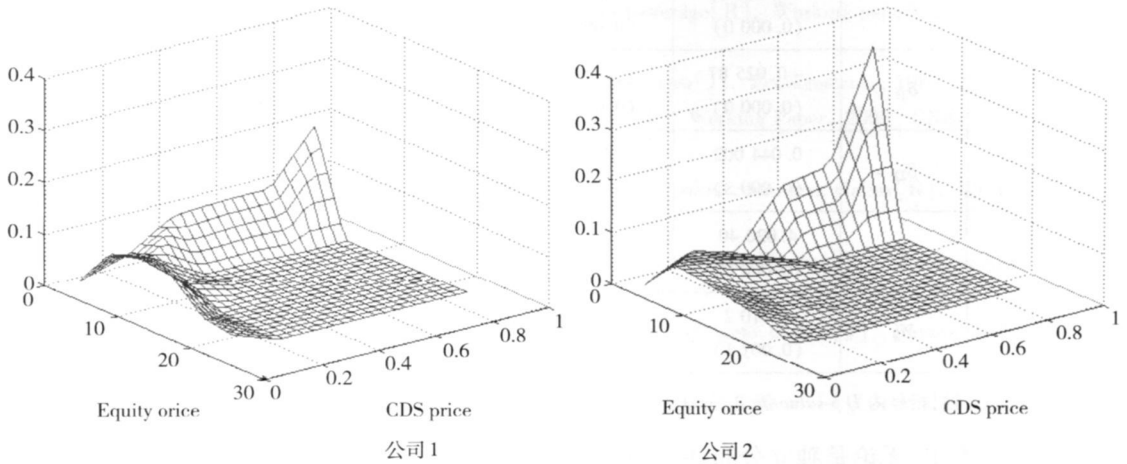


图 3 同一分布条件下权益资产与违约风险的联合动态 Wishart 过程

Fig. 3 Joint density Wishart process of time to default with uniform distribution

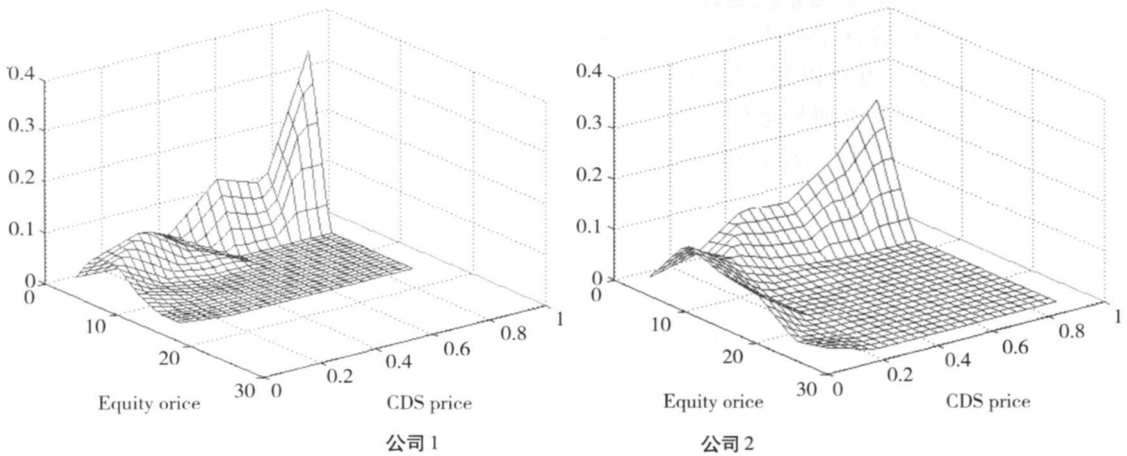


图 4 相互独立条件下权益资产与违约风险的联合动态 Wishart 过程

Fig. 4 Joint density Wishart process of time to default with independence of each firm

在标准 Merton模型中, 两种衍生金融资产之间被设定为确定性非线性函数关系, 而本文的模型则对取消了这一退化分布限制, 权益资产和违约风险价值之间的相互关系为随机时变的. 从图 3和图 4中可以清楚地观察到这种相关性.

最后, 在数值模拟的基础上, 可以借助模拟过程产生的两公司 F-随机数序列对联合风险下的信

用风险矩阵进行参数估计, 进一步分离出联合风险条件下的公司系统风险和非系统风险. 估计方法采用极大似然估计, 极大似然函数由式 8定义的联合 Wishart 过程确定, 估计程序采用 Matlab2008的极大似然估计工具箱. 估计结果如下表所示:

表 1 模拟条件下的信用风险矩阵参数估计表

Table 1 Estimation result of parameters of Credit risk matrix in condition of simulation

估计参数	独立 Wishart过程		同一 Wishart过程	
	公司 1	公司 2	公司 1	公司 2
δ_{11}	0.04382 (0.0001)	0.04299 (0.0000)	0.03310 (0.0012)	0.03593 (0.0015)
δ_{12}	-0.02600 (0.0000)	-0.0138 (0.0002)	-0.00670 (0.0000)	-0.00410 (0.0000)
δ_{21}	-0.02587 (0.0000)	-0.01632 (0.0000)	-0.00320 (0.0001)	-0.01001 (0.0004)
δ_{22}	0.044002 (0.0008)	0.04502 (0.0011)	0.03602 (0.0000)	0.03661 (0.0010)
K	4.02040 (0.0000)	4.01938 (0.0003)	3.99820 (0.0000)	4.0022 (0.0000)
M_d	0.0102 (0.0011)	0.00820 (0.0001)	0.00031 (0.0010)	0.00025 (0.0015)

注: 括号内为 p-value值. δ_{ij} 分别为 $\sum_{d,i}$ 矩阵的第 i 行 j 列元素.

从表中可以看出, 无论是独立分布还是同一分布, 联合动态中的企业资产和负债都存在明显的负相关性质. 同时, 相对于独立过程, 同一过程中的资产与负债的各自的方差减小, 而两者的负相关程度趋于变小. 这一点可以用于对现实经济中相关联产业的企业风险识别与定价, 并对分析产业组织中的产业集聚以及企业战略联盟产品定价具有现实意义.

3 结束语

本文的研究是在 Heston(1993)、Ball和Roma(1994)提出的 Black-Scholes模型封闭解的基础上的一个扩展. 除了将单资产扩展为多资产分析以外, 本文的模型还进一步用 Wishart过程取代经典 Black-Scholes模型中的 CIR 波动率方程,

并将风险升水引入波动率矩阵. 进而, 利用这一方法对标准的 Merton模型进行修正, 允许时变负债的存在. 数值模拟的结果证明, Wishart过程在解释资产-负债变化的动态过程时更具有灵活性, 适用性也较经典模型更强. 从实践可操作意义上看, 该模型也因动态结构解释力方面的优势而具有更广阔的应用前景. 当然, 从实证角度看, 该模型还需要寻找统计推断方法以及经验数据的支持. 这也是本文进一步研究的方向. 此外, 模型的多资产扩展还可以延伸到资产负债表的其他项目, 比如费用型资产、无形资产等. 变量间的随机化相关关系也可以向高阶矩扩展, 进而探讨违约风险的与各资产负债表项目的时变相关性、时变峰度和时变偏度等特性, 对这些时序特性的深入研究有助于在更高的层次上把握企业信用风险的动态结构.

参考文献:

- [1] Black F, Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities[J]. Journal of Political Economy, 1973, 81: 637 - 659.
- [2] Heston S. A Closed-Form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options[J]. Review of Financial Studies, 1993, 6: 327- 343.
- [3] Ball C, Roma A. Stochastic volatility option pricing[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1994, 29: 589- 607.
- [4] Wiggins J. Option values under stochastic volatility: theory and empirical Test[J]. Journal of Financial Economics, 1987, 19: 351- 377.
- [5] Nak V. Asset prices in dynamic production economies with time varying risk[J]. Review of Financial Studies, 1994, 7: 781- 801.
- [6] Hobson D, Rogers L. Complete models with stochastic volatility[J]. Mathematical Finance, 1998, 8: 27- 48. 2002, 37: 649- 666.
- [7] Chan D, Kohn R, Kibby C. Multivariate stochastic volatility with leverage[R]. Working paper, 2003. University of Texas at Dallas.
- [8] Cox J, Ingersoll J, Ross S. A theory of the term structure of Interest rates[J]. Econometrica, 1985, 53: 385- 407.
- [9] Gouriéroux C, Sufana R. Wishart quadratic term structure models[R]. Working Paper, 2003, CREF 03- 10, HEC Montreal.
- [10] Gouriéroux C, Monfort A, Sufana R. International money and stock market contingent claims[R]. Working Paper, 2004, DP, CREST.
- [11] Duffie D, Filipovic D, Schachermayer W. Affine processes and applications in Finance[J]. Annals of Applied Probability, 2003, 13: 984- 1053.
- [12] Boyle P, Evnine J, Gibbs S. Numerical evaluation of multivariate contingent claims[J]. Review of Financial Studies, 1989, 2: 241- 250.
- [13] Chen R, Chung S, Yang T. Option pricing in a multiasset complete market Economy[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 2002, 37: 649- 666.
- [14] Merton R. On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates[J]. Journal of Finance, 1974, 29: 449 - 470.
- [15] Stapleton R, Subrahmanyam M. The valuation of multivariate contingent claims in discrete time models[J]. Journal of Finance, 1984, 39: 207- 228.
- [16] 陈金龙, 张 维. 非完全市场衍生资产的相关定价法研究[J]. 系统工程学报, 2004, 19(3): 278- 283.
Chen Jin long, Zhang Wei. Study on correlation pricing formula for derivative assets in incomplete markets[J]. Journal of Systems Engineering, 2004, 19(3): 278- 283.
- [17] 梁世栋, 郭 众, 方兆本等. 随机违约强度下的信用风险期限结构研究[J]. 管理科学学报, 2005, 8(4): 74- 78.
Liang Shi dong, Guo Bing Fang Zhao ben, et al. Study of credit risk term structure with stochastic default intensity[J]. Journal of Management Sciences in China, 2005, 8(4): 74- 78.
- [18] 朱小宗, 张宗益, 耿华丹. 信用风险度量方法与建模研究[J]. 系统工程学报, 2006, 21(6): 561- 567.
Zhu Xiao zong, Zhang Zong yi, Geng Hua dan. Credit risk measurement methods and modeling analysis[J]. Journal of Systems Engineering, 2006, 21(6): 561- 567.
- [19] 李汉东, 张世英. 存在方差持续性的资本资产定价模型分析[J]. 管理科学学报, 2003, 6(1): 75- 80.
Li Han dong, Zhang Shi ying. Analysis of capital asset pricing model with persistence in variance[J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(1): 75- 80.
- [20] 张 玲, 张 昕, 谢志平. 违约风险对期权定价的影响[J]. 系统工程学报, 2003, 18(1): 25- 30.
Zhang Ling, Zhang Xin, Xie Zhi ping. Impact of default risk on option prices[J]. Journal of Systems Engineering, 2003, 18(1): 25- 30.

Pricing credit risk with multivariate stochastic volatility model

WU Hua¹, YI Chuan-he¹, DU Jun², HE Zheng-chu²

1 School of Business, South Central University, Changsha 410083 China;

2 School of Economics and Management, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114 China

Abstract This paper extends the closed-form solution for options with stochastic volatility to the multi-asset framework. And introduces a risk premium into the return equation and considers Wishart dynamics for the process of the stochastic volatility matrix which is the multi-asset analogue of the model of Cox and Ross. Moreover, it extends Merton's model for corporate default to a framework with stochastic liability. At last, we analyze the applicability and stability of the solutions by numerical simulation. The results show that the multivariate stochastic volatility model could explain the credit of corporations under condition of stochastic default risk more distinctly. Multi-assets model helps us to deeply capture the dynamic relationship between value of corporation's assets and the bank, which is much important to the risk management of financial institution.

Key words stochastic volatility; derivative pricing; wishart process; credit risk

(上接第 7 页)

[17] Potvin JY, Rousseau JM. An exchange heuristic for routing problems with time windows [J]. Journal of the Operational Research Society, 1995, 46(12): 1433-1446

Simultaneous deliveries and pickups

LI Jian^{1,2}, DA Qing-li², HE Rui-yin¹

1 College of Engineering, Nanjing Agricultural University, Nanjing 210031, China;

2 College of Economics and Management, Southeast University, Nanjing 210096, China

Abstract Multi-trip vehicle routing problem with simultaneous deliveries and pickups is studied, in which the number and working time of the vehicles are limited. Based on the minimum number and travel distance of vehicles, a multiobjective model is formulated. The tabu search algorithm allowing infeasible solutions is proposed, which can simultaneously solve two problems, that is, planning and assigning routes for vehicles. For planning routes, four neighborhood search methods and restart strategy are employed; initial routes and improved routes assignment are adopted for assigning routes. Computational results show that this algorithm is effective to search the satisfactory solutions and the multi-trip arrangement is more economic and reasonable than one-trip arrangement.

Keywords vehicle routing problem; simultaneous deliveries and pickups; multi-trip; tabu search algorithm