

# 时变最优套期保值比估计及比较研究<sup>①</sup>

——基于卡尔曼滤波在状态空间模型中的应用

付剑茹<sup>1</sup>, 张宗成<sup>2</sup>

(1. 九江学院会计学院, 九江 332005; 2. 华中科技大学经济学院, 武汉 430074)

**摘要:** 运用状态空间模型并基于卡尔曼滤波方法对中国铜期货市场时变最优套期保值比进行估计, 对 OLS、VAR、VECM、CC-GARCH 及 SSPACE 等模型的套期保值效率进行了比较, 套期保值效率分别用方差下降百分比和夏普比下降百分比来测度, 两种测度方法都表明, 基于卡尔曼滤波的状态空间模型明显优于其他模型, 该结论对于套期保值期限是稳定的, GARCH 模型并不确定优于非时变模型, 非时变模型中, VECM 模型的表现最差, 而 VAR 模型也并不明显优于简单的 OLS 模型, 计量经济模型预测总风险由模型(误设)风险和估计风险构成, 高级计量经济模型的模型(误设)风险较小, 估计风险增大, 总效应则不确定, 卡尔曼滤波获得贝叶斯规则最优解, 因而在处理估计风险方面较其他模型占优。

**关键词:** 状态空间模型; 卡尔曼滤波; 时变; 套期保值比; 估计风险

**中图分类号:** F830 F224 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2010)12-0023-11

## 0 引言

期货市场产生的原动力是套期保值, 在套期保值理论和实务中, 最优套期保值比的确定是核心问题, Johnson<sup>[1]</sup> 和 Stein<sup>[2]</sup> 采用资产组合方法基于期望效用最大化原则来决定最优套期保值策略, Ederington<sup>[3]</sup> 基于投资组合收益风险最小化原则, 提出用现货收益率对期货收益率的回归方程计算最小方差套保比率, 不过, Ederington 回归方程<sup>[3]</sup> 过于简单, 存在很多缺陷, 如很难保证残差项序列不相关, 忽略了期货序列与现货序列之间协整关系对最优套期保值比估计的影响, 没有考虑异方差的问题等, 为了解决这些缺陷, VAR 模型、VECM 模型及 GARCH 类模型逐渐成为最优套期保值比估计的主流模型。

近几年, 更为复杂和精巧的计量经济模型被用来估计最优套期保值比, Matos Garcia 和 Nel-

son<sup>[4]</sup> 运用半方差或更一般化的下方矩最小化的目标函数来估计套期保值比, Char 和 Young<sup>[5]</sup> 在双变量 GARCH 模型中加入跳跃部分用来估计铜期货市场的套期保值比, Bhattacharya, Sekhar 和 Fabozzi<sup>[6]</sup> 使用协整 GARCH 模型研究了住房抵押贷款证券(MBS)的定价和套期保值, Laws 和 Thompson<sup>[7]</sup> 应用指数加权移动平均(EWMA)方法研究了 1995 年 1 月至 2001 年 12 月指数跟踪组合的套期保值比, Hung Chiu 和 Lee<sup>[8]</sup> 估计了 S&P500 指数的零在险值(VaR)套期保值比, Francis 和 King<sup>[9]</sup> 基于 wavelet 分析探讨了股票市场和期货市场的领先-滞后关系、相关性以及套期保值比, Alizadeh 和 Nomikos<sup>[10]</sup> 提出马尔科夫体制转换(MRS)模型并把它应用于 FTSE100 和 S&P500 市场套期保值比的估计, Lee 和 Yoder<sup>[11]</sup> 则把 MRS 模型和 GARCH 模型结合起来, 估计了玉米和镍期货的套期保值比, 国内方面, 陈晓红和

① 收稿日期: 2008-07-22 修订日期: 2010-11-18

基金项目: 教育部人文社会科学研究一般项目(10YJC630051)。

作者简介: 付剑茹(1974-), 男, 江西高安人, 博士, 副教授, Email: hppjrn@163.com

朱霞<sup>[12]</sup>基于神经网络,探讨了期货套期保值决策支持系统.杨宝臣、张玉桂和姜中锡<sup>[13]</sup>基于凸度,通过考虑国债期货和其最便宜交割债券之间的定价关系推导了国债期货最优套期保值比公式.付剑茹和张宗成<sup>[14]</sup>基于贝叶斯方法探讨了中国铜期货市场最优套期保值比的估计及其中存在的估计风险问题.

相当多的经验研究认为,高级计量经济模型的套期保值表现要好于简单计量经济模型的套期保值表现. Lien和 Luo<sup>[15]</sup>, Ghosh<sup>[16]</sup>, Wahab和 Lashgari<sup>[17]</sup>, Chou Denis和 Lee<sup>[18]</sup>, Floros和 Vougas<sup>[19]</sup>, 王骏、张宗成<sup>[20]</sup>, 史晋川、陈向明和汪炜<sup>[21]</sup>的研究均认为考虑协整关系有助于提高套期保值的效率. Baillie和 Myers<sup>[22]</sup>, Park和 Swize<sup>[23]</sup>, Ross和 Zucca<sup>[24]</sup>, Yang和 Allen<sup>[25]</sup>, Floros和 Vougas<sup>[19]</sup>, Bhattacharya Sekhar和 Fabozzi<sup>[6]</sup>, 彭红枫、叶永刚<sup>[26]</sup>的研究都认为基于 GARCH效应的时变模型套期保值表现要好于非时变模型. 不过,相反的结论也不鲜见. Bhargava和 Malhotra<sup>[27]</sup>发现,不管是修正回归模型(MRM)还是误差修正模型(VECM),都不能改善套期保值效率. Bysum<sup>[28]</sup>, Lieh<sup>[29]</sup>, Butterworth和 Homek<sup>[30]</sup>等的研究也发现类似的结论. Alexandre和 Barbosa<sup>[31]</sup>, Lien, Tse和 Tsui<sup>[32]</sup>的研究则认为 GARCH模型并不能带来优于非时变模型的套期保值表现.

因此,对于最优套期保值比估计,仍然值得做进一步的研究.本文基于卡尔曼滤波(Kalman Filter)方法对中国铜期货市场的套期保值比进行研究.卡尔曼滤波是以最小均方误差为估计的最佳准则,来寻求一套递推估计的算法,其基本思想是:采用信号与噪声的状态空间模型,利用前一刻的估计值和现时刻的观测值来更新对状态变量的估计,得到现时刻的贝叶斯规则估计值.相对于OLS VAR VECM及 GARCH等模型,卡尔曼滤波在处理估计风险(estimation risk)方面具有极大的优势. Hatemi 和 Roca<sup>[33]</sup>应用卡尔曼滤波方法研究了澳大利亚股票和股指期货市场的最优动态套期保值比.相较于 Hatemi 和 Roca<sup>[33]</sup>,本研究在以下三方面进行了改进:① Hatemi 和 Roca只比较了卡尔曼滤波套期保值比与 OLS套期保值比的套期保值表现,本文则对卡尔曼滤波、OLS

VAR VECM GARCH套期保值比的套期保值效率做了系统的比较;② Hatemi 和 Roca没有考虑交易成本对动态套期保值效果的影响,而这是不科学的.本文对这一点做了修正;③ Lien和 Tse<sup>[34]</sup>认为,模型的套期保值表现会随着套期保值期限的不同而变动. Hatemi 和 Roca并没有考虑套期保值期限对其结论的可能影响.为了验证各模型套期保值表现对套期保值期限的稳定性,本文在单日、单周、双周、四周、五周和六周等六种不同的套期保值期限下进行研究.

国内外相当多的文献中,套期保值效率的测度一般是按照 Ederington<sup>[3]</sup>提出的被套保组合相对于未套保组合的方差下降百分比.实际上,在很多情况下,被套保组合的收益率也会影响套保者最优套期保值比的选择,因此,只考虑被套保组合的方差下降百分比并不能很好的测度套期保值效率.鉴于此,本文同时采用了另外一种套期保值效率测度方法—被套保组合的夏普比(Sharpe ratio)下降百分比.

## 1 模型及研究方法

考虑单期模型.期初,某经济主体拥有一单位不能即期交易的现货,为了减少风险暴露,该经济主体在期货市场上做空.期货头寸被选定以最小化套期保值组合的方差.记  $S_t$  和  $F_t$  分别为  $t$  时刻现货和期货的对数价格.按照 Johnson<sup>[1]</sup> 和 Steinh<sup>[2]</sup>, 最小方差套期保值比  $h^*$  由下式给出

$$h^* = \text{Cov}(\Delta S_t, \Delta F_t) / \text{Var}(\Delta F_t) \quad (1)$$

式中,  $\Delta S_t = S_t - S_{t-1}$ ,  $\Delta F_t = F_t - F_{t-1}$ .

### 1.1 Ederington回归方程

$$\Delta S_t = \alpha + \beta \Delta F_t + \epsilon_t \quad (2)$$

式中,  $\epsilon_t$  为回归方程的残差项,  $\beta$  的 OLS估计量被视为最优套期保值比  $h$  的估计.

### 1.2 双变量向量自回归(B-VAR)模型

Ederington回归方程不真实的因素之一是其残差系列自相关.为了解决残差自相关的问题,研究者开始采用如下的双变量向量自回归模型来刻画现货价格和期货价格的变化.

$$\Delta S_t = \zeta + \sum_{i=1}^k \beta_{s_i} \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^k \theta_{s_i} \Delta F_{t-i} + \epsilon_{s_t} \quad (3)$$

$$\Delta F_t = \zeta + \sum_{i=1}^k \beta_{if} \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^k \theta_{if} \Delta F_{t-i} + \epsilon_{ft} \quad (4)$$

式中,  $\zeta$  为截距,  $\beta_{if}, \beta_{fs}, \theta_{if}, \theta_{fs}$  为参数,  $\epsilon_{fs}, \epsilon_{ft}$  为独立同分布的随机变量,  $k$  为使  $\epsilon_{fs}, \epsilon_{ft}$  序列不相关的滞后阶数. 令  $\text{Var}(\epsilon_{fs}) = \sigma_{fs}, \text{Var}(\epsilon_{ft}) = \sigma_{ft}, \text{Cov}(\epsilon_{fs}, \epsilon_{ft}) = \sigma_{fsf}$  则最小方差套期保值比  $h^* = \sigma_{fsf} / \sigma_{ft}$

### 1.3 向量误差修正 (VECM) 模型

B-VAR模型虽然解决了 Ederington回归方程残差的序列相关, 但并没有考虑现货价格和期货价格的协整关系. 因此, B-VAR模型可以进一步修正为如下的向量误差修正模型.

$$\Delta S_t = \zeta + \sum_{i=1}^k \beta_{sf} \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^k \theta_{sf} \Delta F_{t-i} + \gamma_s Z_{t-1} + \epsilon_{st} \quad (5)$$

$$\Delta F_t = \zeta + \sum_{i=1}^k \beta_{ff} \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^k \theta_{ff} \Delta F_{t-i} + \gamma_f Z_{t-1} + \epsilon_{ft} \quad (6)$$

$$Z_{t-1} = S_{t-1} - c - \alpha F_{t-1} \quad (7)$$

式中,  $Z_{t-1}$  为误差修正项,  $\gamma_s, \gamma_f$  分别用来测定现货、期货对上一期偏离长期均衡的调整速度. 最小方差套期保值比  $h^* = \sigma_{st} / \sigma_{ft}$

### 1.4 常相关 GARCH(CC-GARCH) 模型

经验研究强烈支持在经济和金融时间序列中, 时变条件矩广为盛行. 而不管是简单的 Ederington回归方程, 还是 B-VAR模型, 抑或是 VECM模型, 都没有考虑时变条件矩的问题. 由于很容易保证现货和期货回报的条件方差-协方差矩阵半正定. Bollers[<sup>35</sup>] 提出的常相关 GARCH模型被广泛使用来描述时变条件矩.

$$h_{st} = \zeta_s + \alpha_{ss} \epsilon_{st}^2 + \beta_{ss} h_{st-1} \quad (8)$$

$$h_{ft} = \zeta_f + \alpha_{ff} \epsilon_{ft}^2 + \beta_{ff} h_{ft-1} \quad (9)$$

$$h_{ft} = \rho \sqrt{h_{st} h_{ft}} \quad (10)$$

式中,  $h_{st}, h_{ft}$  和  $h_{ft}$  分别为来自上述 VECM模型的误差项  $\epsilon_{st}, \epsilon_{ft}$  的条件方差和协方差.  $\rho$  为期货和现货回报序列的常相关系数.

### 1.5 状态空间模型和卡尔曼滤波

状态空间模型由两类方程构成: 一类是状态方程, 另一类是观测方程. 观测方程描述观察变量与不可观察变量的关系. 状态方程基于现在和过

去的最小信息集描述了状态变量的动态, 而系统的未来行为可以根据现在的状态与未来的输入来完全描述. 处理标准状态空间模型的基本工具是卡尔曼滤波递归算法. 匈牙利数学家 Kalman<sup>36</sup> 把状态空间模型引入滤波理论, 并导出了一套递推估计算法, 后人称之为卡尔曼滤波理论. 卡尔曼滤波器的本质是利用递归算法获得贝叶斯规则最优解. 递归指的是时域内可以高效计算, 贝叶斯规则指的是在已知观测信号的分布的前提下由真实变量的先验估计推算其后验概率分布, 最优解指的是后验估计的误差协方差最小, 即最小均方误差准则.

$$\Delta S_t = \alpha + \beta_t \Delta F_t + \epsilon_t \quad (11)$$

$$\beta_t = c + \varphi \beta_{t-1} + \eta_t \quad (12)$$

式中,  $\epsilon \sim \text{iid}(0, \sigma_\epsilon^2), \eta \sim \text{iid}(0, \sigma_\eta^2), E(\epsilon_t \eta_s) = 0 \forall$  和  $s$

假设根据  $t-1$  时刻所获信息得到了  $t-1$  时刻状态变量  $\beta_{t-1}$  的估计  $\hat{\beta}_{t-1}$  和它的方差协方差矩阵  $P_{t-1}, P_{t-1} = E[(\hat{\beta}_{t-1} - \beta_{t-1})^2]$  卡尔曼滤波预测与更新按如下步骤进行.

① 预测. 根据  $t-1$  时刻所获信息, 对  $t$  时刻的  $\beta_t$  和  $P_t$  进行估计

$$\hat{\beta}_{t+1} = c + \varphi \hat{\beta}_{t+1} \quad (13)$$

$$P_{t+1} = \varphi^2 P_{t+1} + \sigma_\eta^2 \quad (14)$$

一旦获得新的观测  $\Delta S_t$  就可以计算预测误差  $e_t$  以及预测误差的方差  $f_t$

$$e_t = \Delta S_t - \alpha - \hat{\beta}_{t+1} \Delta F_t \quad (15)$$

$$f_t = P_{t+1} \Delta F^2 + \sigma_\epsilon^2 \quad (16)$$

② 更新. 利用  $\Delta S_t$  所带来的新信息, 就可以根据到当前时刻为止所获得的信息, 把  $\beta_t$  和  $P_t$  的

估计值从  $\hat{\beta}_{t+1}$  和  $P_{t+1}$  更新到  $\hat{\beta}_t$  和  $P_t$

$$\hat{\beta}_t = \hat{\beta}_{t+1} + P_{t+1} \Delta F (e_t / f_t) \quad (17)$$

$$P_t = P_{t+1} - P_{t+1} \Delta F^2 (1 / f_t) \quad (18)$$

## 2 实证分析

### 2.1 数据

本研究的铜现货数据来源于天琪期货上海专栏 (<http://www.tqfuture.com/shanghai>) 中“华

通标准阴极铜(上海库)的价格序列,铜期货数据则来源于富远软件 2.0版本中沪铜连续序列,富远软件 2.0版本在编制期货连续序列时主要是考虑交易活跃度,根据富远公司自定的一套标准被认定为交易最为活跃的合约价格即编入期货连续序列.期货和现货数据区间均为 2004—02—12—2009—10—15. 2004—02—12—2008—04—18为第一阶段,分别构成 984对日数据,207对周数据,104对双周数据,53对四周数据,42对五周数据,35对六周数据,用来估计各种模型下的最小方差套期保值比,并用来进行套期保值效率样本内比较. 2008—04—18—2009—10—15为第二个阶段,分别构成 363对日数据,79对周数据,40对双周数据,20对四周数据,16对五周数据,14

对六周数据,用来进行套期保值效率样本外比较.

### 2.2 单位根检验

为了避免产生谬误回归的结果,首先分别对第一阶段的日数据,周数据,双周数据,四周数据,五周数据,六周数据六种不同套期保值期限的铜现货和铜期货价格序列及回报序列进行单位根检验.价格序列中,采用对数价格.回报序列则为对数价格的一阶差分.采用两种方法(ADF Test和 Phillips-Perron Test)进行数据的稳定性检验.检验结果列于表 1.从表 1可以明显看出,所有的对数价格序列都不稳定,而回报序列均在 1%水平上显著.这说明现货和期货对数价格序列均为一阶单整序列.

表 1 单位根测试  
Table 1 Test for unit roots

	ADF检验				Phillips-Perron检验			
	$S_t$	$\Delta S_t^*$	$F_t$	$\Delta F_t^*$	$S_t$	$\Delta S_t^*$	$F_t$	$\Delta F_t^*$
单日	-1.29	-28.88	-1.20	-31.08	-1.31	-28.91	-1.24	-31.22
单周	-1.26	-13.17	-1.18	-12.61	-1.28	-13.17	-1.22	-12.61
双周	-1.21	-8.76	-1.12	-8.69	-1.21	-8.71	-1.15	-8.65
四周	-1.23	-8.25	-1.15	-7.78	-1.20	-8.25	-1.12	-7.78
五周	-1.14	-6.59	-1.10	-6.37	-1.13	-6.59	-1.09	-6.37
六周	-1.08	-5.18	-0.93	-4.93	-1.09	-5.19	-0.96	-4.93

注: \*\*表示在 1%水平上显著

### 2.3 协整检验

接下来进行协整检验. Engle和 Granger<sup>37</sup>提出了基于回归残差的协整检验,即对回归方程的残差进行单位根检验.这种方法容易理解,也容易实现,但主要是针对单方程而言,并且其检验方式存在一定的欠缺性—在第一阶段需要设计线性模型进行 OLS估计,应用起来并不方便. Johansen和 Juselius<sup>38</sup>提出了以 VAR模型为基础的检验回归系数的 J协整检验方法.本文采用该方法进行协整检验. J协整检验的结果列于表 2.从表 2中可以看出,无论是最大特征值统计量,还是迹统计量,都说明了不同套期保值期限的现货和期货对数价格之间确实存在协整关系.

表 2 JJ协整检验

Table 2 JJ Cointegration test

	$H_0$	$H_1$	最大特征值统计量	迹统计量
单日	$\leq 0$	$> 0$	30.83**	32.35**
	$r=0$	$> 1$	1.53	1.53
单周	$\leq 0$	$> 0$	16.54*	17.82*
	$r=1$	$> 1$	1.29	1.29
双周	$\leq 0$	$> 0$	15.86*	16.86*
	$r=1$	$> 1$	1.00	1.00
四周	$\leq 0$	$> 0$	20.45**	21.74**
	$r=1$	$> 1$	1.28	1.28
五周	$\leq 0$	$> 0$	25.10**	26.22**
	$r=1$	$> 1$	1.12	1.12
六周	$\leq 0$	$> 0$	19.55**	20.79**
	$r=1$	$> 1$	1.23	1.23

注: \*\*表示在 1%水平上显著, \*表示在 5%水平上显著

### 2.4 最优套期保值比估计

运用 Eview6.0 针对不同套期保值期限估计上述 OLS、VAR、VECM、CC-GARCH 和 SSPACE 模型, 并计算最优套期保值比. 所得结果列于表 3. 由于 CC-GARCH 和 SSPACE 为动态模型, 所计算的最优套期保值比是逐期变化的, 表 3 中列数据为样本内估计量的平均数. 表 4 表 5 则列

出了 CC-GARCH 模型和 SSPACE 模型估计出的动态最优套期比的描述性统计量. 而图 1 和图 2 分别为套期保值期限两周、四周时五种不同模型最优套期保值比的序列图 (限于篇幅, 并未给出套期保值期限为日、一周、五周及六周时不同模型最优套期保值比的序列图).

表 3 最优套期保值比估计量  
Table 3 Estimates of optimal hedge ratios

	OLS	VAR	VECM	CC-GARCH	SSPACE
单日	0.7010	0.7178	0.7262	0.683178	0.664041
单周	0.8665	0.8623	0.8712	0.854261	0.846985
双周	0.8646	0.8706	0.8821	0.857997	0.842220
四周	0.8837	0.8795	0.9096	0.821196	0.794859
五周	0.8202	0.8204	0.8876	0.918278	0.794194
六周	0.8065	0.7887	0.8619	0.967918	0.808289

注: CC-GARCH 模型及 SSPACE 模型所列最优套期保值比估计量为平均数

表 4 CC-GARCH 模型套期保值比估计描述性统计量  
Table 4 Summary statistics of optimal hedge ratios from CC-GARCH model

	单日	单周	双周	四周	五周	六周
均值	0.683	0.854	0.858	0.822	0.918	0.968
中位数	0.665	0.844	0.838	0.854	0.900	0.895
最大值	1.218	1.157	1.162	1.132	2.283	4.096
最小值	0.475	0.756	0.688	0.127	0.754	0.390
标准差	0.090	0.058	0.086	0.162	0.227	0.570
偏度	1.824	1.835	1.398	-2.191	5.584	5.204
峰度	8.642	8.377	5.144	10.666	34.235	29.255
JB 统计量	186.473	361.99	52.77	165.67	183.394	109.677
概率值	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
ADF 检验	-7.324**	-7.841**	-5.069**	-10.429**	-6.475**	-5.473**

注: \*\* 表示 1% 水平上显著, \* 表示 5% 水平上显著

表 5 SSPACE 模型套期保值比估计描述性统计量  
Table 5 Summary statistics of optimal hedge ratios from sspace model

	单日	单周	双周	四周	五周	六周
均值	0.664	0.847	0.842	0.795	0.794	0.808
中位数	0.659	0.845	0.839	0.808	0.791	0.808
最大值	2.389	0.932	1.010	1.037	0.866	0.808
最小值	-0.769	0.789	0.728	0.381	0.730	0.808
标准差	0.261	0.022	0.034	0.111	0.027	1.52e-06
偏度	0.736	0.763	1.285	-0.929	0.316	-0.396
峰度	9.964	5.126	9.561	6.043	3.689	2.671
JB 统计量	207.718	59.04	215.18	28.06	1.53	1.08
概率值	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.466	0.584
ADF 检验	-27.899**	-5.796**	-4.516**	-3.283*	-2.057	#

注: \*\* 表示 1% 水平上显著, \* 表示 5% 水平上显著, # 表示 "near singular matrix"

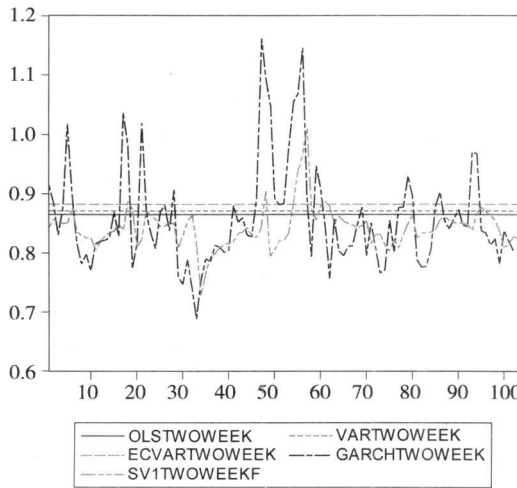


图1 套保期限为两周时最优套期保值比

Fig. 1 Optimal hedge ratio over hedge periods of 10 days

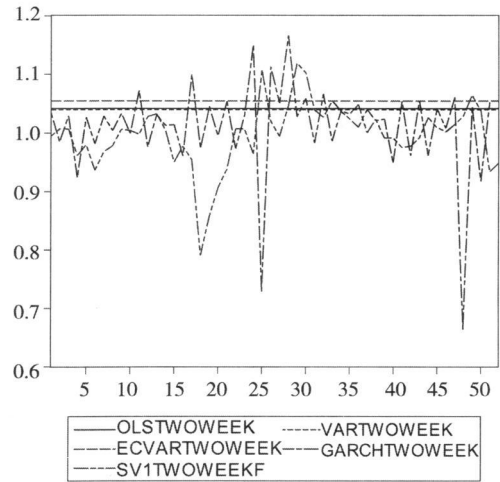


图2 套保期限为四周时最优套期保值比

Fig. 2 Optimal hedge ratio over hedge periods of 20 days

### 3 套期保值有效性比较

未套期保值组合收益率  $r_t = S_t - S_{t-1}$ , 方差  $\text{Var}(U) = \sigma_s^2$ , 套期保值组合收益率  $r_t^h = (S_t - S_{t-1}) - h^*(F_t - F_{t-1})$ , 方差公式  $\text{Var}(H) = \sigma_s^2 + h^2 \sigma_f^2 - 2h^* \sigma_{s,f}$ , Ederington<sup>31</sup> 套期保值效率测度 (方差下降百分比) 计算公式为  $(\text{Var}(U) - \text{Var}(H)) * 100 / \text{Var}(U)$ . 不过, Ederington效率测度方法完全忽视了被套期保值组合的收益情况. 而在很多情况下, 被套期保值组合的收益率会影响套期保值者愿意持有的套期保值头寸. 除非套保者是无限风险厌恶或者期货价格服从纯正的鞅过程, 否则, 只考虑风险, 而完全忽略收益的 Ederington效率测度方法并不是最好的测度. 鉴于此, 设想用套期保值组合夏普比相对未套期保值组合下降的百分比来测度套期保值效率. 当比较静态和动态套期保值的效果时, 不考虑交易成本是不科学的, 基于夏普比测度套期保值效率能很容易的将动态套期保值的动态调整成本考虑进来, 而 Ederington效率测度方法则无法做到这一点. 不考虑动态调整成本时, 夏普比下降百分比计算公式见式 (19), 考虑动态调整成本的夏普比测度公式则见式 (20).

$$\left( \frac{r_t - r_f}{\sqrt{\text{Var}(U)}} - \frac{r_t^h - r_f - c}{\sqrt{\text{Var}(H)}} \right) * 100 \frac{r_t - r_f}{\sqrt{\text{Var}(U)}} \tag{19}$$

式中,  $r_f$  为无风险利率,  $c$  为动态调整成本. 考虑到检验的套期保值期限最长为六周, 选择中国人民银行发布的 2004 年至 2008 年三个月定期存款基准利率的平均值 (2.34%) 为无风险利率. 动态调整成本大小决定于两个因素, 一是交易成本. 上海期货交易所阴极铜期货合约的交易手续费不高于成交金额的万分之二 (含风险准备金), 期货经纪公司另外加收大约万分之二的手续费, 费用总计约为万分之四. 二是动态调整头寸, 取决于静态套期保值比与动态套期保值比的差额, 大约在 0.1 至 0.2 单位合约之间.

首先计算不同模型下不同套期保值期限的未套期保值组合的平均收益率, 套期保值组合平均收益率, 未套期保值组合收益率的方差及套期保值组合收益率的方差. 接下来分别按照套期保值组合方差下降百分比和夏普比下降百分比来计算套期保值效率. 不考虑动态调整成本的计算结果列于表 6 为了考察动态调整成本对套期保值效率的影响, 对时变模型的套期保值效率做了动态调整成本敏感性分析, 结果列于表 7.

从表 6 表 7 中可以清楚的看出, 不管是按照方差下降百分比, 还是夏普比下降百分比, 即算是考虑动态调整成本, 卡尔曼滤波方法套期保值表现全面占优, 不仅好于三种非时变模型, 而且也全面好于 GARCH模型. 我们认为原因在于卡尔曼

滤波器求的是贝叶斯规则最优解, 而贝叶斯规则最优解考虑到了估计风险存在的问题。估计风险和模型(误设)风险共同构成了计量经济模型预测总风险。Lence和 Hayek<sup>39)</sup> 考虑了估计风险对于套期保值策略选择的重要性。当决策者并不知道决策要用到的联合概率密度函数的总体矩时, 估计风险就会产生。比如说套期保值者不知道期货价格联合概率密度函数的总体参数, 所以只能根据噪音样本估计值来确定套期保值策略。常规做法就是将样本估计值视作总体参数, 而这就会导致估计风险的产生。如果该原因成立, 则本文的结论从一个方面支持贝叶斯推断要优于经典的统计推断。

GARCH模型的套期保值表现则不确定。样本内比较, 以方差下降百分比为效率测度方法时, 除了套期保值期限为日时, 方差下降百分比为 54.6654%, 低于 OLS、VAR、EC-VAR 等时不变模型, 其他套保期限, GARCH 模型都要优于非时变模型。不过以夏普比下降百分比为测度方法, 动态调整成本大于 0.8%, 则套期保值期限为日、单周和六周时, GARCH 模型套期保值效率都不如非时变模型。就 OLS、VAR 和 VECM 三种静态模型的套期保值效果而言, 不管是按方差下降百分比, 还是夏普比下降百分比, VECM 模型的套期保值效果都是最差的, 而 VAR 模型也并不总是优于 OLS 模型。样本外比较也有类似发现, 即 OLS 模型、VAR 模型、VECM 模型以及 CC-GARCH 模型的套期保值表现并不确定谁更具有优势。

就套期保值效率而言, 高级计量经济模型并不优于简单计量经济模型, 如 GARCH 模型并不确定优于非时变模型, 而 VECM 模型在非时变模型中效果最差。这些经验发现似乎与计量经济学理论相互矛盾。正如 Moosa<sup>40)</sup> 所言, “尽管‘模型设定非常重要’的理论原因相当令人信服, 但不同模型设定所导致的套期保值表现差异似乎可以忽略不计”。从计量经济学理论而言, 单位根检验、协整检验及 ARCH 效应检验均顺利通过, 则 GARCH 模型应较非时变模型, VECM 模型应较 OLS 模型及 VAR 模型能更好的描述期现货的收益率序列行为特征。为何不能带来套期保值效果的改善, 有时甚至导致套期保值效果最差呢? Alexandre 和 Barbosa<sup>31)</sup> 认为高级计量经济模型较简单计量经济模型带来更多的噪音。我们认为, 计量经济模型预测总风险既包括模型(误设)风险, 还包括估计风险。GARCH 模型较非时变模型, VECM 模型较 OLS 模型, VAR 模型确实更为符合实际, 也就是说模型(误设)风险更小, 但由于模型较为复杂, 模型的估计风险相对就更大, 而经典的统计推断实际上没有考虑模型的估计风险。换句话说, 随着模型复杂程度的增加, 模型(误设)风险变小, 但估计风险增大, 总效应则不确定。所以在不同情况下, 实证结果可能就不一致。而由于获得的是贝叶斯规则最优解, 卡尔曼滤波在处理估计风险方面具有极大的优势, 故而其套期保值表现远远优于其他四种模型的套期保值表现。

表 6 套期保值效率比较

Table 6 Hedging effectiveness comparison

期限	模型	样本内检验		样本外检验	
		方差下降百分比	夏普比下降百分比	方差下降百分比	夏普比下降百分比
单日	OLS	55.3146	0.83	46.7612	0.74
	VAR	55.2799	0.86	46.5751	0.89
	VECM	55.2386	0.88	46.4591	0.78
	CC-GARCH	54.6654	0.73	45.6027	0.73
	SSPACE	83.8059	0.21	85.0432	0.36
单周	OLS	79.6808	2.83	70.4156	2.95
	VAR	79.6826	2.8	70.4849	2.77
	VECM	79.6742	2.87	70.3333	2.81
	CC-GARCH	79.9015	2.92	68.9545	2.86
	SSPACE	81.8806	2.36	95.6962	2.45

续表 6  
Table 6 Continue

期限	模型	样本内检验		样本外检验	
		方差下降百分比	夏普比下降百分比	方差下降百分比	夏普比下降百分比
双周	OLS	84 290 8	3.98	77 452 6	3.91
	VAR	84 275 1	4.06	77 429 7	3.82
	VECM	84 221 9	4.21	77 364 2	4.74
	CC-GARCH	84 714 3	3.36	72 281 8	3.55
	SSPACE	88 072 7	2.63	96 453 2	2.68
四周	OLS	86 251 8	9.28	78 971 1	8.7
	VAR	86 266 1	9.15	78 925 2	9.26
	VECM	86 073 7	10.15	79 185 0	10.38
	CC-GARCH	90 989 8	3.61	79 849 5	4.99
	SSPACE	95 025 2	1.85	97 574 8	2.34
五周	OLS	81 935 7	8.35	84 619 9	8.27
	VAR	81 934 7	8.36	84 684 0	7.68
	VECM	81 007 9	10.75	83 518 0	10.09
	CC-GARCH	84 860 5	7.85	94 861 7	7.96
	SSPACE	87 588 3	5.04	99 371 3	7.93
六周	OLS	80 750 6	9.28	79 949 0	9.17
	VAR	80 820 2	8.73	79 729 2	9.23
	VECM	79 999 1	11.33	80 187 2	10.76
	CC-GARCH	84 050 3	9.43	92 111 1	8.67
	SSPACE	85 797 1	6.66	98 550 6	5.56

表 7 考虑动态调整成本时时变套保模型的夏普比下降百分比(%)

Table 7 Percentage of sharp ratio reduction from time variant model when considering the reajustment cost

期限	模型	样本内检验		样本外检验	
		0.004	0.02	0.004	0.02
单日	CC-GARCH	0 823 3	1.198 7	0 772 4	0 803 1
	SSpace	0 261 8	0.486 1	0 391 7	0 435 8
单周	CC-GARCH	2 989 5	3.263 3	2 924 1	3.035 7
	SSpace	2 424 3	2.686 1	2 571 6	2.692 6
双周	CC-GARCH	3 412 8	3.626 4	3 811 4	4.195 2
	SSpace	2 678 5	2.869 9	2 934 0	3.370 2
四周	CC-GARCH	3 659 7	3.873 9	5 804 6	6.310 5
	SSpace	1 892 1	2.049 1	2 908 7	3.721 9
五周	CC-GARCH	7 898 2	8.087 2	8 413 4	8.836 7
	SSpace	5 080 2	5.248 7	8 102 8	8.643 0
六周	CC-GARCH	9 473 3	9.631 2	8 869 1	9.438 6
	SSpace	6 699 6	6.845 4	6 069 4	6.532 1



## 4 结束语

期货最优套期保值比的研究框架可以从非时变和时变来划分, 非时变可以从最为简单的 OLS 模型, 到考虑残差自相关的 VAR 模型, 再到既考虑残差又考虑现货与期货序列协整的 VECM 模型逐步深入进行研究. 而时变模型则广泛采用 GARCH 类模型. 就套期保值效率而言, 高级计量经济模型是否优于简单计量经济模型? 经验研究并没有达成一致结论.

本文跳出 GARCH 类模型基于均值方程残差时变二阶矩的研究框架, 运用状态空间模型并基于卡尔曼滤波方法直接对中国铜期货市场时变最优套期保值比进行估计. 并对卡尔曼滤波方法和文献中经常出现的模型如 GARCH、VECM、VAR 及 OLS 等的套期保值表现进行了比较. 卡尔曼滤波器的本质是利用递归算法获得贝叶斯规则最优解, 从而使得其在处理估计风险方面较其他模型具有优势.

## 参考文献:

- [1] Johnson L. The theory of hedging and speculation in commodity futures [J]. *Review of Economic Studies*, 1960, 27: 139—151.
- [2] Stein J. The simultaneous determination of spot and futures prices [J]. *American Economic Review*, 1961, 51: 1012—1025.
- [3] Ederington L H. The hedging performance of the new futures markets [J]. *Journal of Finance*, 1979, 34: 157—170.
- [4] Matos F P, Garcia P, Nelson C. Relaxing standard hedging assumptions in the presence of downside risk [J]. *Quarterly Review of Economics and Finance*, 2008, 48(1): 78—93.
- [5] Chan W, Young D. Jumping hedges: an examination of movements in copper spot and futures markets [J]. *The Journal of Futures Markets*, 2006, 26(2): 169—188.
- [6] Bhattacharya A, Sekhar A, Fabozzi E. Incorporating the dynamic link between mortgage and treasury markets in pricing and hedging MBS [J]. *The Journal of Fixed Income*, 2006, Fall: 1—7.
- [7] Laws J, Thompson J. Hedging effectiveness of stock index futures [J]. *European Journal of Operational Research*, 2005, 163: 177—191.
- [8] Hung J C, Chiu C L, Lee M C. Hedging with zero value at risk hedge ratio [J]. *Applied Financial Economics*, 2006, 16: 259—269.
- [9] Francis S K. The hedge ratio and the empirical relationship between the stock and futures markets: A new approach using wavelet analysis [J]. *Journal of Business*, 2006, 79(2): 799—819.
- [10] Alizadeh A, Nomikos N. A Markov regime switching approach for hedging stock indices [J]. *Journal of Futures Markets*, 2004, 7: 649—674.
- [11] Lee H T, Yoder J K. A bivariate markov regime switching GARCH approach to estimate time varying minimum variance hedge ratios [J]. *Applied Economics*, 2007, 39: 1253—1265.

套期保值效率分别用方差下降百分比和夏普比下降百分比来测度. 夏普比下降百分比不仅考虑了收益对套期保值比的影响, 而且能很容易地将动态调整成本考虑进来. 两种测度方法都表明, 卡尔曼滤波方法明显优于其他四种模型. 该结论对于套期保值期限是稳定的. GARCH 模型并不确定优于非时变模型. 至于三种非时变模型, VECM 模型套期保值表现最差, 而 VAR 模型也并不明显优于简单的 OLS 模型. 高级计量经济模型并不能带来优于简单计量经济模型的套期保值效率, 这一经验发现似乎与计量经济学理论相背. 计量经济模型预测总风险由模型 (误设) 风险和估计风险构成. 基于经典 (频率) 统计的各模型并不能很好的处理估计风险, 高级计量经济模型的模型 (误设) 风险较小, 但估计风险增大, 总效应则不确定. 考虑到这一点, 在经典 (频率) 统计学框架内, GARCH 模型和 VECM 模型表现较差并不会令人过于意外. 卡尔曼滤波方法明显优于其他四种模型, 正是因为其获得的是贝叶斯规则最优解, 而贝叶斯规则能很好的处理估计风险.

- [12] 陈晓红, 朱 霞. 基于神经网络的期货套期保值决策支持系统[J]. 管理科学学报, 2001, 4(6): 18—23  
Chen Xiaohong, Zhu Xia. Futures hedge decision support system based on neural network[J]. Journal of Management Sciences in China, 2001, 4(6): 18—23 (in Chinese)
- [13] 杨宝臣, 张玉桂, 姜中锡. 基于凸度的套期保值模型及分析[J]. 管理科学学报, 2005, 8(6): 69—73+82  
Yang Baochen, Zhang Yugu, Joseph Kang Choong Seok. Convexity based hedge with treasury futures Model and numerical analysis[J]. Journal of Management Sciences in China, 2005, 8(6): 69—73+82 (in Chinese)
- [14] 付剑茹, 张宗成. 套期保值, 估计风险与贝叶斯统计: 基于中国铜期货市场的经验研究[J]. 中国管理科学, 2009, 17(4): 21—29  
Fu Jianru, Zhang Zongcheng. Futures hedging, estimation risk and Bayesian statistics Based on empirical research in China's copper futures market[J]. Chinese Journal of Management Science, 2009, 17(4): 21—29 (in Chinese)
- [15] Lien D, Luo X. Estimating extended mean-gini coefficient for futures hedging[J]. Journal of Futures Markets, 1993, 13: 665—676
- [16] Ghosh A. Cointegration and error correction models: Inter-temporal causality between index and futures prices[J]. Journal of Futures Markets, 1993, 13: 193—198
- [17] Wahab M, Lashgari M. Price dynamics and error correction in stock index and stock index futures markets: A cointegration approach[J]. Journal of Futures Markets, 1993, 13: 711—742
- [18] Chou W L, Dennis K K F, Lee C F. Hedging with the Nikkei index futures: The conventional versus the error correction model[J]. Quarterly Review of Economics and Finance, 1996, 36: 495—505
- [19] Floros C, Vougas D. Hedge ratios in Greek Stock Index Futures Market[J]. Applied Financial Economics, 2004, 14(15): 1125—1136
- [20] 王 骏, 张宗成. 中国有色金属期货市场套期保值绩效的实证研究: 2000—2004年[J]. 中国地质大学学报(社会科学版), 2006, 6(1): 46—51  
Wang Jun, Zhang Zongcheng. Positive research on hedging performance of China's nonferrous metal futures, 2000—2004 [J]. Journal of China University of Geosciences (Social Sciences Edition), 2006, 6(1): 46—51 (in Chinese)
- [21] 史晋川, 陈向明, 汪 炜. 基于协整关系的中国铜期货合约套期保值策略[J]. 财贸经济, 2006, 11: 37—40  
Shi Jinchuan, Chen Xiangming, Wang Wei. Hedging strategy of China's copper futures contracts based on cointegration model[J]. Finance & Economics, 2006, 11: 37—40 (in Chinese)
- [22] Baillie R T, Myers R J. Bivariate GARCH estimation of the optimal commodity futures hedge[J]. Journal of Applied Econometrics, 1991, 6: 109—124
- [23] Park T H, Switzer L N. Bivariate GARCH estimation of the optimal hedge ratios for stock index futures[J]. Journal of Futures Markets, 1995, 15: 61—67
- [24] Rossi E, Zucca C. Hedging interest rate risk with multivariate GARCH[J]. Applied Financial Economics, 2002, 12: 241—251
- [25] Yang W, Allen D E. Multivariate GARCH hedge ratios and hedging effectiveness in Australian futures markets[J]. Accounting and Finance, 2005, 45: 301—321
- [26] 彭红枫, 叶永刚. 基于修正的 ECM-GARCH模型的动态最优套期保值比率估计及比较研究[J]. 中国管理科学, 2007, 15(5): 29—35  
Peng Hongfeng, Ye Yonggang. The evaluation and comparison research of dynamic optimal hedging ratios based on modified ECM-GARCH[J]. Chinese Journal of Management Science, 2007, 15(5): 29—35 (in Chinese)
- [27] Bhargava V, Mahotra D K. Determining the optimal hedge ratio: Evidence from cotton and soybean markets[J]. Journal of Business & Economic Studies, 2007, 13(1): 38—56
- [28] Bystrom H N E. The hedging performance of electricity futures on the nordic power exchange[J]. Applied Economics, 2003, 1: 1—11
- [29] Lien D. Cointegration and the optimal hedge ratio: The general case[J]. Quarterly Review of Economics and Finance, 2004, 44: 654—658
- [30] Butterworth D, Holmes P. The hedging effectiveness of stock index futures: Evidence for the FTSE-100 and FTSEMid50 indexes traded in the UK[J]. Applied Financial Economics, 2001, 11: 57—68

- [ 31] Alexander C, Barbosa A. Effectiveness of minimum-variance hedging[ J]. The Journal of Portfolio Management, 2007, winter, 46—59.
- [ 32] Lien D, Tse Y K, Tsui A K C. Evaluating the hedging performance of the constant correlation GARCH model[ J]. Applied Financial Economics, 2002, 12, 791—798.
- [ 33] Hatemi J A, Roca E. Calculating the optimal hedge ratio: constant, time-varying and the Kalman filter approach[ J]. Applied Economics Letters, 2006, 13, 293—299.
- [ 34] Lien D, Tse Y K. Hedging time-varying downside risk[ J]. Journal of Futures Markets, 1998, 18, 705—722.
- [ 35] Bollerslev T. Modeling the coherence in short-run nominal exchange rate: A multivariate generalized ARCH model[ J]. Review of Economics and Statistics, 1990, 52, 5—59.
- [ 36] Kalman R E. A new approach to linear filtering and prediction problem[ J]. Journal of Basic Engineering, Transactions of the ASME Series D, 1960, 82, 35—45.
- [ 37] Engle R F, Granger C W. Cointegration and error correction: representation, estimation and testing[ J]. Econometrica, 1987, 55, 251—276.
- [ 38] Johansen S, Juselius K. Maximum likelihood estimation and inference on cointegration with application to the demand for money[ J]. Journal of Econometrics, 1990, 53, 211—244.
- [ 39] Lence S G, Hayes D J. Parameter-based decision making under estimation risk: An application to futures trading[ J]. The Journal of Finance, 1994, 49, 345—357.
- [ 40] Moosa I. The sensitivity of optimal hedge ratio to model specification[ J]. Finance Letters, 2003, 1, 15—20.

## Evaluation and comparison of time-variant optimal hedging ratio Based on the use of Kalman filter in state space model

FU Jian-rú, ZHANG Zong-cheng

1. Accounting Department, Jiujiang University, Jiujiang 332005, China
2. School of Economics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430037, China

**Abstract:** Based on Kalman filter, this article use state space model to estimate time-varying optimal hedge ratio of china's copper futures market and compare hedge performance of it with that of CC-GARCH model, VECM model, VAR model and OLS model. Hedging effectiveness is measured using the percentage of variance reduction and the percentage of sharp ratio reduction. We find that in terms of the two different measurement of hedging effectiveness, state space model based on Kalman filter perform significantly better than other models. The conclusion is robust to hedge periods. The results of the comparison of dynamic CC-GARCH model with static models depend on the duration of the hedge. VECM model perform worst and the hedging performance of VAR model does not significantly surpass that of simple OLS model. The risk of econometric models includes model misspecification risk and estimation risk. Although the model misspecification risk of advanced econometric model may be smaller than simple models, its estimation risk is greater and the total risk is uncertain. We find the solution of Kalman filter agrees with Bayesian rules, as suggests Kalman filter approach outperform other models in dealing with estimation risk.

**Key words:** state space model; Kalman filter; time-variant; optimal hedge ratio; estimation risk