第 14卷第 3期
2011年 3月

管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA

Vol. 14 No. 3
Mar. 2011

网上一口价在线拍卖的定价策略设计①

倪冠群[1,2]，徐寅峰[1,2]，郑斐峰[1,2]

（1. 西安交通大学管理学院，西安 710049；
2. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室，西安 710049）

摘要：网上一口价拍卖作为网络拍卖的创新模式，打破了传统拍卖的局限，得到商家的广泛应用，但是一口价的最优设定问题一直没有得到很好解决. 该文首先在独立私有价值模型下，研究了持久一口价拍卖中买卖双方的 Stackelberg主从递阶决策过程，证明了持久一口价拍卖存在临界估值，并求出了最优持久一口价. 针对竞买人估值分布无法预知的实际情况，利用竞争分析的方法设计了最优的单一定价策略，同时为时间敏感性拍卖人设计了在线动态定价策略，并证明了两策略都是激励相容的.

关键词：一口价拍卖；Stackelberg博弈；激励相容；竞争分析；在线策略
中图分类号：F014.31；F224.32 文献标识码：A 文章编号：1007－9807(2011)03－0001－09

0 引 言

拍卖活动出现很早，可以追溯到公元前 5世纪，但是拍卖作为一门科学被广大学者所接受不过半个多世纪的时间. 直到 Vickrey在 1961年，将非合作博弈理论引入拍卖研究，才奠定了拍卖理论研究的基础[1]，Vickrey本人也因此获得了 1996年的诺贝尔经济学奖.

随着互联网的出现，网上拍卖作为电子商务的重要赢利模式已经被许多人所接受. 跟据 eBay 2007年报②，通过 eBay完成网上拍卖的成交金额超过 594亿美元. 与此同时，网上拍卖规则有了很多变化，结合网络特性，出现了很多新规则，如反向拍卖[2]、组合拍卖[3]、逢低买入[4]等. 传统的固定价格方式结合网上英式拍卖形成了多种新型的拍卖机制，其中“一口价”是比较普遍的一种，根据 eBay 2007年报，提供一口价选项的拍卖接近总拍卖的 50%，而通过一口价方式实现的成交量达到 40%. 一口价拍卖，主要有 3种形式，分别是：固定一口价拍卖、临时一口价拍卖和持久一口价拍卖. 固定一口价拍卖的规则，是在规定的拍卖时间内，顾客只能选择出一口价，也就是固定价格；临时一口价拍卖的规则，是在规定的拍卖时间内，如果第 1个参与者选择一口价，则拍卖结束，如果第 1个参与者选择竞价，则一口价选项功能失效，等同于网上英式拍卖；持久一口价拍卖的规则，是在整个拍卖周期内一口价选项一直存在，除非有人出一口价将物品拍走，否则拍卖坚持到最后时刻，出价最高者赢得物品.

对于“一口价”的理论研究起步比较晚，Lucking-Reiley[5]在网上拍卖回顾中提到了一口价的应用，同时也说明没有任何理论文献涉及一口价在拍卖中的效果. Budish和 Takeyama[6]讨论了一口价选项存在的必要性问题，不过他们指出，如果

① 收稿日期：2009－11－04；修订日期：2010－04－26
基金项目：国家自然科学基金资助项目（60736027，70702030）；国家杰出青年科学基金资助项目（70525004）.
作者简介：倪冠群（1982－），男，山东乳山人，博士生. Email: guanqun.ni@stu.xjtu.edu.cn
② 见 eBay 2007 Annual Report. http://investor.ebay.com.

仅从收益最大化角度而言，拍卖者不应该选择一口价方式，因为一口价的存在限制了可能成交的价格上限.由于一口价拍卖的广泛存在，后来更多的学者[7-9]从竞标者角度出发，研究了在提供一口价选项的网上拍卖中，竞标者根据一口价如何进行合理竞标等问题.而 Leszczyc等[10]最早从拍卖者角度论证了一口价存在的必要性，他们采用实证方法，根据 eBay的网上拍卖数据，验证了一口价能够起到“参考价格”的作用，并能增加拍卖者的期望利润的假设.与此同时，更多的文献研究了一口价的制定问题. Fay和 Laran[11]从实证角度，验证了卖方一口价的调整频率与买方出价行为之间的关系.他们指出，温和的调整频率更容易导致非单调的出价行为，而当调整频率过高或者过低，竞标者的出价却往往是单调的.采用非实证方法对一口价制定问题进行研究的文献较少，本文第 2部分采用贝叶斯方法，重点研究在竞标者出价规律服从均匀分布情形下的最优一口价制定策略，同时证明了一口价的存在增加了拍卖者的期望收益.基于网上数据容易收集、处理的特点，Liu和 Chen[12]根据以往拍卖数据，给出了竞标者的表现权重，并根据此权重以及竞标者出价，设计了相应的网上拍卖规则. Bapna等[13]则根据拍卖的历史数据，设计了一口价的动态定价策略. Pinker等[14]在竞标价值服从均匀分布假设下，设计了根据以往竞标数据调整拍卖数量与成交价格的动态拍卖策略，他们给出的数值算例证明了该动态策略能有效提高拍卖方的期望利润.这些文献都是基于历史数据进行策略设计，模型的关键在于需要预先知道竞标者的出价规律服从某种概率分布.而针对竞标信息无法预知的相关研究较少. Besbes和 Zeevi[15]从收益管理角度，针对需求函数未知的情形设计了动态定价策略，并给出了该策略的风险边界以及与策略相应的近似算法，他们的目标是最小化“绝对后悔值”(所给策略与可能的最优策略的最大收益差距)，尽管 Besbes和 Zeevi的模型不要求预先知道具体的需求函数，但是要求需求函数的类型属于某一个类型集合.与 Besbes和 Zeevi不同的是，本文第 3部分对竞标者的价值分布不进行任何前提假设，并以最小化“相对后悔值”(所给策略与可能的最优策略的最大收益比值)为目标，该目标值的选取越来越受到收益管理领域的重视[16].

一口价选项的存在，一方面给拍卖参与者一定的信息提示，另一方面满足某些时间敏感顾客的要求，可见一口价不宜过低，否则顾客总是选择一口价成交，使得拍卖人收益降低；也不宜过高，否则顾客总是参与竞价，失去一口价的应有作用.那么作为拍卖人，如何寻求合理的一口价，实现期望利润最优？本文正是从这个角度出发，研究了网上一口价在线拍卖中的定价策略.

1 估值分布已知的持久一口价拍卖

1.1 持久一口价拍卖流程及问题假设

持久一口价和临时一口价的最大区别在于，临时一口价选项的存在依赖于第 1个到达的竞买人，如果第 1个竞买人选择竞价，则一口价选项消失，使得后到的竞买人只能参与竞价或者离开，没有选择一口价的机会，这要求时间敏感的竞买人尽量早参与，这往往与现实竞买人到达规律不一致，而持久一口价给了后到竞买人更多的选择，因此竞买人不用担心一口价选项是否可用，只要物品没有出售，就可以选择一口价成交，这给了那些后到而又时间敏感的竞买人选择一口价的机会.在 B2B或者 B2C模式下，拍卖人是以出售标的为主营业务的商家，这些商家可以获取关于竞买人的估值分布的信息.这些特点使得持久一口价方式更加适合网上在线拍卖.

在实际的持久一口价拍卖过程中，买卖双方是典型的 Stackelberg主从递阶决策过程[17]，拍卖人是主导方，拍卖人根据顾客数量以及产品成本，决定合适的一口价，目的是实现期望利润最大化；竞买人是从属方，根据自己的估值、一口价水平以及竞争对手的信息，决定采取一口价成交或者参与竞价，目的也是实现自己的期望利润最优.根据分析，可以用图 1简单描述这一过程.

本节以独立私有价值模型为假设基础.独立私有价值模型(Independent Private Value Model)基于 4个假设：投标人是风险中性的；独立的私人

价值假设；支付只是报价的函数；竞买人或投标人估价的概率分布是对称的[18]．每一个竞买人或投

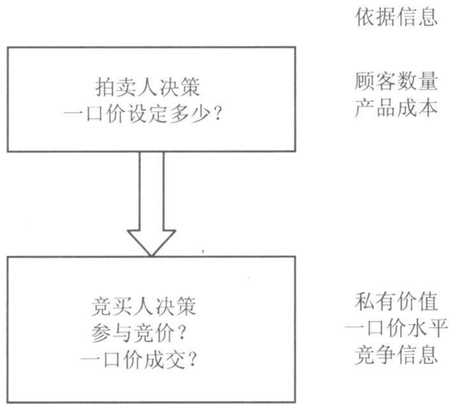

图 1　持久一口价买卖双方的 Stackelberg决策过程

Fig. 1　The diagram of Stackelberg game between auctioneer and bidders in online“buy it now” auction

标人自己能精确地对物品进行估价，拍卖物品对他来说具有真实价值．他虽然不知道其他人对物品的具体估价，但知道其他人估价的概率分布．同样地，其他人也知道他会根据同样的概率分布估价，即估价的概率分布是参与人的共同知识．竞买人或投标人估价的差别反映了他们价值观的实际差别．任何一个竞买人或投标人的价值都独立于其他竞买人或投标人的价值．现在网上拍卖的大多数自用消费物品都符合这一特点，例如个人电脑等．本文有以下前提假设．

1）满足独立私有价值模型，v_i是竞买人 i 的估价，$v_i \in [\underline{v}, \bar{v}]$，不失一般性，令 $\underline{v}=0$，$\bar{v}=1$．v_i服从分布函数 $F(v_i)$，其密度函数为 $f(v_i)$；参与拍卖的竞买人是理性的并且风险中性，没有参与成本，且在整个拍卖周期 $[0, T]$ 内，共有 n 个竞买人到达．

2）单物品拍卖，物品成本为 c．

3）如果标的以竞价方式成交，则采取第 2价格封标拍卖（Vickrey拍卖）方式．

1.2　买卖双方的 Stackelberg决策过程

在没有参与成本的假设条件下，任何竞买人都可以参与竞价，没有胜出的收益为 0．根据已有文献，第 2价格封标拍卖（Vickrey拍卖）是激励相容的，竞买人报价为自己的真实估价是占优策略[19-20]．因此，对于竞买人 i 而言，报价为 v_i是占优策略，如果 v_i是最高报价，而第 2价格为 x，那么竞买人 i 的收益为 $\pi_i = v_i - x$．如果有 n个参与者到达，且第 2高价为 x，那么竞买人 i 获胜的几率等于其他 $n-2$个报价都不大于 x的概率，因此报价为 v_i的竞买人参与竞价的期望收益为

$$EU_i^{bid}(v_i) = \int_0^{v_i}(n-1)(v_i - x)[F(x)]^{n-2} f(x)\,dx$$

$$= \int_0^{v_i}[F(x)]^{n-1} f(x)\,dx \qquad (1)$$

如果竞买人采取了一口价，则情况比较简单，期望收益为

$$EU_i^{buy}(v_i) = v_i - B \qquad (2)$$

任何一个竞买人都会根据自己的估价，比较两种策略的期望收益，要么参与竞价，要么直接以一口价购买．因此，不妨令 $EU_i^{bid}(v_i) = EU_i^{buy}(v_i)$，得

$$\int_0^{v_i}[F(x)]^{n-1}\,dx = v_i - B \qquad (3)$$

若 $F(\cdot)$是 $[0, 1]$ 上的均匀分布，则可得

$$EU_i^{bid}(v_i) = \frac{v_i^n}{n}$$

$$EU_i^{buy}(v_i) = v_i - B$$

因为 $0 < \dfrac{\partial \frac{v_i^n}{n}}{\partial v_i} = v_i^{n-1} < 1$，且 $\dfrac{v_i^n}{n}\Big|_{v_i=0} = 0$，而 $\dfrac{d(v_i - B)}{dv_i} = 1$，且 $(V_i - B)\Big|_{v_i=0} = -B < 0$，所以曲线 $\dfrac{v_i^n}{n}$ 与 $v_i - B$只可能有 1个交点，如图 2所示．

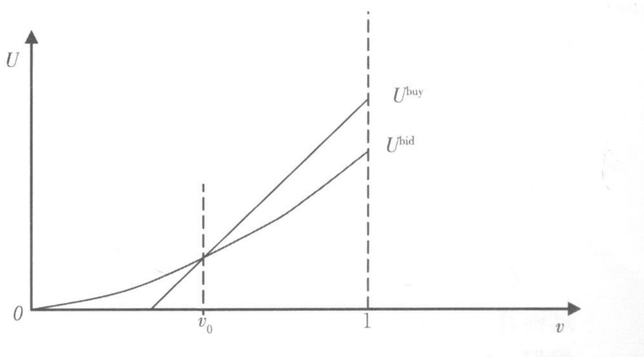

图 2　竞买人的期望收益曲线

Fig. 2　The curve of bidder's expected profit

令 $v_i = 0$，解等式 $\dfrac{v_i^n}{n} = v_i - B$，可得 $B = 0$；令 $v_i = 1$，解等式 $\dfrac{v_i^n}{n} = v_i - B$，可得 $B = 1 - \dfrac{1}{n}$，因此

可行的一口价范围为 $B \in (0, 1-\frac{1}{n})$.

根据图 2可知,只要一口价 $B \in (0, 1-\frac{1}{n})$,参与竞价与一口价成交的期望收益曲线就只有 1个交点 v_0,当竞买人估价 $v_i < v_0$时,竞买人应该参与竞价,而不应该采取一口价成交,因为此时竞价的期望收益大于一口价的期望收益;当竞买人估价 $v_i > v_0$时,竞买人采取一口价成交是占优的.

当拍卖人给定任意一口价 B_0时,可以得到竞买人临界私有价值为

$$v_0 = \arg_{v_i}\left(\frac{v_i^n}{n} = v_i - B_0\right)$$

则当私有价值 $v_i > v_0$时,竞买人 i就会以一口价成交.同时根据文献[21],当 $v_i < v_0$时,竞买人不会采用一口价,当 $v_i > v_0$时竞买人及早采用一口价是占优竞买策略,因此,当 $F(\cdot)$是[0, 1]上的均匀分布,且一口价为 $B \in (0, 1-\frac{1}{n})$时,拍卖人的期望利润为

$$\begin{aligned}\pi(B_0) &= B_0\{1-[F(v_0)]^n\} + n(n-1)\times \\ &\quad \int_0^{v_0} x[F(v_0)-F(x)][F(x)]^{n-2}f(x)\,dx - c \\ &= B_0(1-v_0^n)+\frac{n-1}{n+1}v_0^{n+1}-c \end{aligned} \tag{4}$$

其中,第 1部分 $B_0\{1-[F(v_0)]^n\}$,是以一口价成交的期望收入,第 2部分 $n(n-1)\int_0^{v_0} x[F(v_0)-F(x)][F(x)]^{n-2}f(x)\,dx$是以第 2价格拍卖成交的期望收入.

从拍卖人的角度出发,使期望利润最大,从而求得最优的一口价

$$B^* = \arg\max_{B_0} \pi(B_0) \tag{5}$$

在实际的一口价拍卖中,拍卖人会根据上述过程首先设定最优的一口价水平,而竞买人则会根据一口价水平计算出临界私有价值,然后比较临界价值与自己的实际估价之间的大小来选择参与竞价或者以一口价成交,从而完成 Stackelberg决策过程.

另外,本文通过 MATLAB6.5进行数值检验(设 $n=4$, $c=0.02$, B以 0.001为步长在(0, 0.75)上取值),得到卖方期望利润 π 随持久一口价 B的变化规律.根据数值检验,当 $B=0.716$时,卖方获得的期望收益最大,为 $\pi=0.590$,此时买方的临界估值为 $v_0=0.841$.值得注意的是,由于 $B=0.750$时,买方临界估值取 $v_0=1$,所以当 $B>0.750$时,买方总是参与竞价,通过第 2价格拍卖形式成交,而此时卖方的期望利润是常数,为

$$\begin{aligned}\pi' &= n(n-1)\int_0^1 x[1-F(x)][F(x)]^{n-2}f(x)\,dx - c \\ &= 0.58\end{aligned} \tag{6}$$

通过比较 π 与 π',发现 $\pi > \pi'$,这对于卖方而言,仅从期望利润角度考虑,适当的持久一口价拍卖获得的期望利润大于非一口价拍卖所获得的期望利润,从一定意义上说明了一口价存在的必要性.数值检验同时检验了买方存在临界估值,而卖方可以通过设定合理的一口价水平,获得最优的期望利润.

2 估值分布未知的一口价制定策略

上一节模型的前提假设是拍卖人已知竞买人对标的的价值分布,这种假设比较适合于 B2B或者 B2C模式,因为以出售商品为主营业务的商家有必要,同时也有能力获取关于竞买人的价值分布的信息.然而在 C2C模式下,作为个体的拍卖人很难获知竞买人对标的的价值分布.针对这种情况,文章应用在线策略与竞争分析的方法,从拍卖人角度给出了相应的竞争策略.这种方法与以往解决此类问题的方法的最大区别在于:它在变化因素的每一个特例中都能给出一个方案,使得这一方案所得到的解离最优方案给出的解总在一定的比例之内[22].对于收益最大化的拍卖问题 P以及任何有限的竞买人竞价输入序列 δ,存在一个常数 r,使得在线拍卖策略 G的收益 $\pi_G(\delta)$与离线最优策略 OPT的收益 $\pi_{OPT}(\delta)$满足

$$\pi_{OPT}(\delta) \leqslant r\pi_G(\delta),\quad r \geqslant 1 \tag{7}$$

则称该在线策略 G为 r竞争策略,或者该在线策略具有竞争比 r(越小说明策略越具有竞争性).如果某一个在线策略的竞争比满足 $r^* = \inf_G(r)$,则 r^* 为该在线问题的最优竞争比[23].

2.1　最优单一定价策略

如果拍卖人在拍卖开始前设定一个单一价格，出价高于或等于该价格的第 1个竞买人以该单一价格购得标的，这种拍卖称为单一定价在线拍卖，实际上就是固定一口价拍卖.

引理 1　单一定价在线拍卖是激励相容的.

证明　根据 Vickrey[1] 的研究，在激励相容的拍卖机制中，竞买人的报价正是自己的真实估价. 不妨设单一价格为 a_0. 并设 v_i是竞买人 i的真实估价，b_i是报价. 如果 $b_i > v_i$，可能出现以下 3种情况. $a_0 > b_i > v_i$，$b_i \geqslant a_0 \geqslant v_i$以及 $b_i > v_i > a_0$. 当 $a_0 > b_i > v_i$时，竞买人的出价无论是 v_i还是 b_i，都无法购得标的；当 $b_i \geqslant a_0 \geqslant v_i$时，若真实报价 v_i，则交易不会发生，收益为 0(实际上，当 $a_0 = v_i$时，交易刚好发生，但收益仍为 0)，如果实际报价为 b_i，则收益为 $\pi_i = v_i - a_0 < 0$(实际上，当 $a_0 = v_i$时，收益为 0)，因此真实出价策略占优；当 $b_i > v_i > a_0$时，竞买人的出价无论是 v_i还是 b_i都会购得标的，且收益均为 $\pi_i = v_i - a_0 > 0$. 由于在线拍卖的特点是竞买人一个一个地序贯到达，竞买人没有必要出价为 b_i，因此当 $b_i > v_i$时，单一定价在线拍卖是激励相容的. 同理可证，当 $b_i < v_i$时，单一定价在线拍卖也是激励相容的.

总之，单一定价在线拍卖是激励相容的.

证毕.

定理 1　如果竞买人的出价范围为$[\underline{b}, \bar{b}]$，那么拍卖人采取的最优单一定价 $a_0 = \sqrt{\underline{b}\bar{b}}$，最优竞争比为 $r = \sqrt{\bar{b}/\underline{b}}$.

证明　当拍卖人单一价格在线拍卖时，会出现两种情况，在拍卖期限内有竞买人以单一价格购买标的，或者整个拍卖期限内没有竞价高于单一价格，交易没有发生.

第 1种情况时，拍卖人的在线收益为 a_0，而离线最优收益为 $\bar{b}$；第 2种情况时，拍卖人的最差情形是拍卖期内最后一个竞价为 $\underline{b}$，拍卖人不得不以 $\underline{b}$出售标的，而离线最优收益为 $a_0 - \varepsilon$，因此竞争比为

$$r = \max\left\{\frac{\bar{b}}{a_0}, \sup\frac{a_0 - \varepsilon}{\underline{b}}\right\} = \max\left\{\frac{\bar{b}}{a_0}, \frac{a_0}{\underline{b}}\right\}$$

所以令$\dfrac{\bar{b}}{a_0} = \dfrac{a_0}{\underline{b}}$，可得 $a_0 = \sqrt{\underline{b}\bar{b}}$，很显然，此时竞争比 $r = \sqrt{\bar{b}/\underline{b}}$且最小，因此 $a_0 = \sqrt{\underline{b}\bar{b}}$是单一定价策略中的最优定价.　证毕.

2.2　在线动态定价策略

在引言部分，概略地介绍了动态定价在网上拍卖的应用. 首先以往大多关于一口价制定的研究都是基于竞价信息，而竞价信息往往是动态到达的，因此合理的一口价制定应该是基于历史信息动态调整的；其次本节主要针对竞价信息无法预知，且不具备某种概率分布的情形，给出了一口价在线动态制定策略. 该动态策略不仅能实时地根据已有信息调整价格，从而避免由于价格过高而出现流拍，或价格过低而失去拍卖作用等现象的出现，而且可以满足某些拍卖者的“时间敏感性”要求.

特别是在 C2C模式下，拍卖人往往更加关注成交时间，希望成交时间尽量早，一般地，拍卖人会设定一个保留价 b_0. 任何竞买人出价低于保留价都被剔除，但是当所有竞价都低于保留价，那么拍卖人不得不把标的出售给最后一个竞买人，无论他的竞价是多少！针对这个特点，本文设计了在线动态定价策略 S：设定初始价格 $a_1 = \lambda b_0 (\lambda \geqslant 1)$，根据竞买人的出价动态地调整价格，具体的策略如下.

第 1步：给定初始价格 a_1，若第 1个竞买人的出价 $b_1 \geqslant a_1$，则以价格 a_1成交；若 $b_1 < a_1$，则放弃第 1个竞买人，并且把价格调整为

$$a_2 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

第 2步：当第 2个竞买人到达时，若竞买人出价 $b_2 \geqslant a_2$，则以价格 a_2成交；若 $b_2 < a_2$，则放弃第 2个竞买人，并且把价格调整为

$$a_3 = \frac{a_1 + b_1 + b_2}{3}$$

……

一般地，当第 i个竞买人到达时，若竞买人出价 $b_i \geqslant a_i$，则以价格 a_i成交；若 $b_i < a_i$，则放弃第 i个竞买人，并且把价格调整为

$$a_{i+1} = \frac{a_1 + b_1 + b_2 + \cdots + b_i}{i + 1}$$

……

性质 1　对于 $\forall\, i < j$，有 $a_i > a_j$，即数列

$\{a_i\}$, $i=1,2,\cdots$为递减数列.

证明　因为 $a_2=\dfrac{a_1+b_1}{2}$, 而 $b_1<a_1$, 所以 $a_2<a_1$; 又因为

$$a_3=\frac{a_1+b_1+b_2}{3}$$

$$a_2=\frac{a_1+b_1}{3}=\frac{a_1+b_1+\dfrac{a_1+b_1}{2}}{3}$$

而 $b_2<a_2$, 所以 $a_3<a_2$;

……;

一般地, 对于 $\forall k>2$有

$$a_k=\frac{a_1+b_1+\cdots+b_{k-1}}{k}$$

$$a_{k-1}=\frac{a_1+b_1+\cdots+b_{k-2}}{k-1}$$

$$=\frac{a_1+b_1+\cdots+b_{k-2}+\dfrac{a_1+b_1+\cdots+b_{k-2}}{k-1}}{k}$$

所以有 $a_k<a_{k-1}$. 证毕.

定理 2　在线动态定价策略 S是激励相容的, 并且针对最优离线策略而言是竞争性策略, 竞争比 $r=\max\left\{\dfrac{\lambda b_0}{\underline{b}},\dfrac{\bar{b}}{b_0}\right\}$.

证明　关于策略 S是激励相容的证明和单一定价策略的证明类似. 首先, 根据策略 S可知, 一口价的制定仅根据以往的竞标信息, 因此拍卖者在任意一个竞标者报价之前就为该竞标者确定了成交价格, 如果该竞标者的报价高于成交价格则以成交价格购得标的, 否则竞标者退出, 而一口价则得到进一步的调整. 因此, 对于竞标者而言, 该拍卖实质上是单一价格拍卖. 根据引理 1, 得到在线动态定价策略 S是激励相容的.

关于策略的竞争性能的证明, 可能出现两种情况.

情况 1　在整个预定拍卖期内, 对于 $\forall i$, 都有 $b_i<a_i$, 此时拍卖人的最坏情形是不得不把标的出售给最后一个竞买人, 而最后一个竞买人的出价为 $\underline{b}$, 此时离线最优的策略是把标的出售给整个拍卖期内出价最高的竞买人. 结合性质 1, 这种情况下, 离线最优收益与在线策略的收益比值

$$r_1=\frac{\max b_i}{\underline{b}}\leqslant\frac{a_1}{\underline{b}}\leqslant\frac{\lambda b_0}{\underline{b}}$$

情况 2　某一个竞买人 (不妨设为 k)的出价 $b_k\geqslant a_k$, 此时在线拍卖人的收益为 a_k, 而此时的最坏情形是离线对手令第 k+1个竞买人的出价为 $\bar{b}$. 这种情况下, 离线最优收益与在线策略的收益比值

$$r_2=\frac{\bar{b}}{a_k}\leqslant\frac{\bar{b}}{b_0}$$

综上分析, 该在线动态定价策略 S的竞争比为

$$r=\max\left\{\frac{\lambda b_0}{\underline{b}},\frac{\bar{b}}{b_0}\right\}$$ 证毕.

为了得到较优的竞争性能, 令 $\dfrac{\lambda b_0}{\underline{b}}=\dfrac{\bar{b}}{b_0}$, 得 $\lambda=\dfrac{\bar{b}\underline{b}}{b_0^2}$, 而初始定价为 $a_1=\dfrac{\bar{b}\underline{b}}{b_0}$, 此时竞争比为 $r=\dfrac{\bar{b}}{\sqrt{\bar{b}\underline{b}/\lambda}}=\sqrt{\lambda\bar{b}/\underline{b}}$. 实际上, 保留价和初始定价构成的区间 $([\sqrt{\bar{b}\underline{b}/\lambda},\sqrt{\lambda\bar{b}\underline{b}}])$包含了上一节的最优单一定价 $a_0(\sqrt{\bar{b}\underline{b}})$.

2.3　数值算例

假设某一零售商通过网上拍卖销售某一商品, 零售商估计的消费者 (竞标者)的报价范围 $[\underline{b},\bar{b}]=[20,50]$. 根据本文给出的在线动态定价策略 S进行销售. 假设初始定价 $a_1=40$, 最低保留价格 20, 则 $\lambda=2$. 那么根据保留价格筛选后的竞标序列以及根据策略 S计算出来的在线定价序列如表 1所示.

表 1　算例 1

Table 1 Example 1

竞标者	1	2	3	4	5	6	7
竞标价格	25	28	27	24	25	21	30
定价	40	32.5	31	30	28.8	28.1	27.1
成交价格	/	/	/	/	/	/	27.1

从表 1可以看出, 拍卖进行到第 7个竞标者投标后交易成交, 成交价格为 27.1, 如果在这个交易时间段内考虑最优离线拍卖的成交价格, 显然为 30. 根据定理 2, 策略 S的竞争比为

$$r=\sqrt{\lambda\bar{b}/\underline{b}}=\sqrt{2\times50/20}=2.23$$

显然 27.1≥30/2.23，也就是说离线最优定价策略的收益不超过在线动态定价策略 S收益的 2.23倍. 而最优单一定价为 $\sqrt{20\times 50}=31.6$，尽管从在线算法的角度，单一定价达到了最优竞争比，但是通过表 1的算例可见，单一定价策略不能很快地达成交易，甚至在有限的拍卖期间不能完成销售任务，因为在表 1显示的竞标信息中，没有高于 31.6的竞价.

如果根据保留价筛选后的竞标序列和在线动态定价序列如表 2所示.

表 2 算例 2

Table 2 Example 2

竞标者	1	2	3	4
竞标价格	32	30	30	34
定价	40	36	34	33
成交价格	/	/	/	33

从表 2可以看出，拍卖进行第 4个竞标者投标后交易成交，成交价格为 33. 如果在这个交易时间段内考虑最优离线拍卖的成交价格，显然为 34. 同样可以得到 34≥30/2.23. 而如果按照单一定价进行拍卖的话，显然很快达成交易，但导致收益降低.

从上边两个数值算例来看，最优单一定价策略是根据销售商预测的竞标价格范围 $[\underline{b}, \overline{b}]$ 来确定成交价格的，没有充分利用网上投标者的投标信息，而在线动态定价策略 S则比较充分地利用了以往投标的价格信息来确定成交价格. 所以说，在线动态定价策略在一定程度上完善了单一定价策略，一方面避免了单一定价因估价过低而减少拍卖收益，另一方面避免了单一价格因估价过高而出现的无法完成交易的情况.

3 结束语

在线拍卖中，一口价的存在满足了顾客的时间敏感性要求，同时又具有拍卖的特有优势，但是目前对于一口价的制定问题研究得并不深入. 尤其是某些网上一口价拍卖出于吸引点击率的目的，要么设置不合理，要么纯属骗局，缺乏拍卖信息的收集与应用. 本文在独立私有价值模型的基础上，研究了持久一口价拍卖的策略选择，揭示了买方和卖方的 Stackelberg博弈过程. 本文指出，持久一口价拍卖存在临界估值，对于估值为临界值的买方而言，采取竞价所获得的期望收益等于采取一口价获得的期望收益. 对于卖方而言，根据博弈过程，可以求出最佳的一口价，使其期望收益最优，这有利于网络拍卖，尤其是一口价拍卖的理论研究. 然而，在 C2C模式下，更多的情形是拍卖人无法获知关于竞买人估值的分布信息，因此本文采用竞争分析方法，分别设计了最优在线单一定价策略，以及竞争性动态定价策略，为在线一口价拍卖中一口价水平的设定提供了可借鉴的理论依据.

在线拍卖不仅信息不完全，而且信息的到达是动态的，无论是拍卖人还是竞买人都必须仅凭当前的信息做出决策，这个特点非常符合竞争分析的方法. 因此深入挖掘在线拍卖的特点，更好应用竞争分析，设计合理的在线策略，是值得研究的方向.

参 考 文 献：

[1] Vickrey W. Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders[J]. Journal of Finance, 1961, 16(1): 8－37.

[2] 徐金红，徐维军. 在线反向拍卖的定价策略及竞争分析[J]. 系统工程理论与实践，2008, 5(5): 47－54.
Xu Jin-hong, Xu Wei-jun. Competitive analysis of online pricing strategy about reverse auctions[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2008, 5(5): 47－54. (in Chinese)

[3] 陈培友，汪定伟. 组合拍卖竞胜标确定问题的混沌搜索算法[J]. 管理科学学报，2003, 6(5): 24－28.
Chen Pei-you, Wang Ding-wei. Chaotic search algorithm for winner determination in combinatorial auctions[J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(5): 24－28. (in Chinese)

[4] 陈 剑，陈熙龙，宋西平. 逢低买入与固定价格机制比较研究[J]. 管理科学学报，2003, 6(5): 34－39.
Chen Jian, Chen Xi-long, Song Xi-ping. Comparison of group-buying auction and fixed-pricing mechanism[J]. Journal of

Management Sciences in China, 2003, 6(5): 34—39. (in Chinese)

[5] Lucking-Reiley D H. Auctions on the internet: What's being auctioned, and how? [J]. Journal of Industrial Economics, 2000, 48(3): 227—252.

[6] Budish E B, Takeyama L N. Buy prices in online auctions: Irrationality on the internet? [J]. Economic Letters, 2001, 72(3): 325—333.

[7] Hidvegi Z, Wang W, Whinston A B. Buy-price English auction[J]. Journal of Economic Theory, 2006, 129(1): 31—52.

[8] Mathews T. The impact of discounting on an auction with a buyout option: A theoretical analysis motivated by eBay's Buy-it-Now feature[J]. Journal of Economics, 2004, 81(1): 25—52.

[9] Wang X, Montgomery A, Srinivasan K. When auction meets fixed price: A theoretical and empirical examination of Buy-it-Now auctions[J]. Quantitative Marketing and Economics, 2008, 6(4): 339—370.

[10] Leszczyc P, Qiu C, He Y. Empirical testing of the reference-price effect of buy-now prices in internet auctions[J]. Journal of Retailing, 2009, 85(2): 211—221.

[11] Fay S, Laran J. Implications of expected changes in the seller's price in Name-Your-Own-Price auctions[J]. Management Science, 2009, 55(11): 1783—1796.

[12] Liu D, Chen J Q. Designing online auctions with past performance information[J]. Decision Support Systems, 2006, 42(3): 1307—1320.

[13] Bapna R, Jank W, Shmueli G. Price formation and its dynamic in online auctions[J]. Decision Support Systems, 2008, 44(3): 641—656.

[14] Pinker E J, Seidmann A, Vakrat Y. Using bid data for the management of sequential multi-unit online auctions with uniformly distributed bidder valuations[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 202(2): 574—583.

[15] Besbes O, Zeevi A. Dynamic pricing without knowing the demand function: Risk bounds and near-optimal algorithms[J]. Operations Research, 2009, 57(6): 1407—1420.

[16] Ball M O, Queyranne M. Toward robust revenue management: Competitive analysis of online booking[J]. Operations Research, 2009, 57(4): 950—963.

[17] 谢识予. 经济博弈论(第 2版)[M]. 上海: 复旦大学出版社, 2002: 140—150.
Xie Shiyu. Economic Game Theory[M]. Shanghai: Fudan Press, 2002: 140—150. (in Chinese)

[18] McAfee R P, McMillan J. Government procurement and international trade[J]. Journal of International Economics, 1989, 26(3—4): 291—308.

[19] Akerlof G. The market for lemons: Quality uncertainty and the market mechanism[J]. Quarterly Journal of Economics, 1970, 84(3): 488—500.

[20] 杜 黎, 胡奇英. 一类网上英式拍卖: 顾客投标行为研究[J]. 管理科学学报, 2006, 9(3): 31—38.
Du Li, Hu Qiying. Study on bidding strategies in online auctions[J]. Journal of Management Sciences in China, 2006, 9(3): 31—38. (in Chinese)

[21] 杨兴丽, 陈 霞, 吕廷杰. 网上一口价拍卖顾客投标策略研究[J]. 管理科学, 2007, 20(4): 57—61.
Yang Xingli, Chen Xia, Lv Tingjie. Study on bidding strategies in online auctions with buyout price[J]. Journal of Management Sciences, 2007, 20(4): 57—61. (in Chinese)

[22] 徐维军, 徐寅峰, 卢致杰, 等. 占线决策问题及竞争分析方法[J]. 系统工程, 2005, 23(5): 106—110.
Xu Weijun, Xu Yinfeng, Lu Zhijie, et al. Online decision problems and method research of competitive analysis[J]. Systems Engineering, 2005, 23(5): 106—110. (in Chinese)

[23] Borodin A, El-Yaniv R. Online Computation and Competitive Analysis[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

Pricing strategy for online "buy it now" auction

NI Guan-qun[1,2], XU Yin-feng[1,2], ZHENG Fei-feng[1,2]

1. School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
2. The State Key Lab for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

Abstract: "Buy it now" auction is widely applied as an innovation mode of internet auction, as it break the limitation of traditional auction. However what level the buyout price should be is still an unsolved question. In this paper, we research on the Stackelberg game between sellers and bidders basing on the independent private value model, and it is proved that in the internet "buy it now" auction there is a threshold value at which the expected revenue of biding for the bidder is the same as at the permanent buyout price. Moreover, we obtain the optimal buyout price basing on the analysis of the Stackelberg game. Taking into account the uncertainty of bidders' value distribution, the online strategy and competitive analysis are introduced into setting the "buyout price". We give an optimal "single-buyout price" strategy and a competitive dynamic pricing strategy, and prove that these two strategies are all incentive compatible.

Key words: "buy it now" auction; Stackelberg game; incentive compatible; competitive analysis; online strategy