第 14 卷第 7 期
2011 年 7 月

管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA

Vol. 14 No. 7
Jul. 2011

有限供应的现货市场与期权合约下的采购策略[①]

李建斌[1]，杨瑞娜[2]
(1. 华中科技大学管理学院，武汉 430074; 2. 香港科技大学工业工程与物流管理系，中国香港)

摘要：在随机现货价格与随机需求相独立的情况下，当现货市场供应量有限时，本文采用期权组合合约建立两阶段采购风险管理模型，以期最大化零售商的期望利润. 文中提供了甄别有效合约的算法，得到零售商的最优采购策略，并进一步用算例分析了现货市场的供应量、现货价格和客户需求的波动性对最优采购策略的影响，发现当现货市场的供应量增加时，零售商应减少有效合约的总预订量及执行价格最低的有效合约的预订量; 当现货价格和客户需求的波动性增大时，零售商应提高有效合约的总预订量及执行价格最高的有效合约的预订量，且降低执行价格最低的有效合约的预订量.

关键词：采购风险管理; 期权合约; 现货市场; 价格波动性
中图分类号：F273　　**文献标识码：**A　　**文章编号：**1007 -9807(2011)07 -0043 -12

0 引　言

据统计，在核心技术比较成熟的现代企业发展中，原材料和生产物资的采购成本占总销售额的比例一直呈显著增长趋势. 以电力行业[1]为例，仅从 1998 到 2000 年，采购活动所占成本的比例就从 15%增至 40%. 可见，采购的成本高低会直接影响到企业产品的市场占有量和盈利情况，采购活动的成功与否也会直接影响到企业能否快速灵活地满足客户的需求，直接关系到企业的生存和发展.

随着电子商务的发展，现货市场交易作为一种灵活便利的交易方式，已广泛存在于石油、谷物、芯片、化合物等各种不同类型的行业中. 本文只研究供应量有限情形下的现货市场. 一般来说，零售商可通过现货市场和合约市场两种途径来采购商品，但由于现货价格的波动性和客户端需求的不确定性，零售商将面临巨大的风险. 在合约市场中，期权合约作为一种弹性的合约形式，让零售商可在合约到期日根据现货价格和市场需求选择按照预先约定的价格交易或者放弃购买，从而使零售商实现交易结构的最优化.

本文将引进期权组合合约来让供应商和零售商共同承担风险. 组合合约是由不同类型的期权合约组成. 通过选择不同种类的期权合约，零售商不仅能有效地规避采购风险，而且能够实现其效益最大化. 例如，惠普公司[2-3]就采用期权组合合约制定电力和存储器的最优采购策略，其中用采购成本的 50%被用来购买长期合约，35%则用来采购期权合约，剩余的在现货市场中交易.

在实际采购流程中，许多供应商会先提供给零售商不同种类的期权合约，在第一阶段，零售商根据需求分布和市场价格的预测来选择同部分供应商签订合约，约定执行价格. 在需求实现后，零售商会比较现货市场的销售价格及所签合约中的执行价格，从而决定最终的采购策略.

在客户需求和现货价格相互独立的情形下，本文通过建立在期权组合合约和供应量有限的现

① 收稿日期: 2009 -05 -22; 修订日期: 2010 -09 -29.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70901029).
作者简介: 李建斌(1980—)，男，江西波阳人，博士，副教授. Email: jimlee@ amss. ac. cn

货市场共存的情况下的两阶段采购风险管理模型，提供了一种定量分析的工具，给出了甄别有效合约的算法，并得到最优采购策略. 最后用实例分析了现货市场的供应量、现货价格和客户需求的波动性对最优采购策略的影响，从而为零售商的采购活动提供参考.

1 相关研究回顾

目前，制定基于合约的最优采购策略是国内外的研究热点，其中 Cachon[4] 和 Lariviere[5] 对合约的类型做了较全面的总结. 总的来说，这方面的文献可分成两类: 一类是通过优化各种不同类型合约的各参数来最大化整个供应链的效益，并实现供应链系统的协调. 这类文献中采用的合约主要包括回购合约[6]、收益共享合约[7] 和期权合约[8－10].

另一类文献主要是研究零售商通过建立在特定合约机制下的采购模型来实现其效益的最大化. 其中，胡本勇等[11] 在零售商存在采购预算资金约束下，对期权合约进行了研究. Schummer 和 Vohra[12] 设计了在给定一组期权合约的情况下的最优采购策略，但没有考虑现货市场. Ritchken 和 Tapiero[13] 和赵霞等[14] 建立并求解了基于期权合约和现货市场的采购模型，而本文考虑了期权组合合约和供应量有限的现货市场共存的情形，是他们研究的推广. 另外，Akella 等人[15] 和 Seifert 等人[16] 研究了如何最优化地结合现货市场与合约市场来销售多余的存货或者采购需要的原材料，但都假设现货市场的供应是无限的. Haksoz 和 Seshadri[17] 调查了现货市场交易对整个供应链采购策略的影响. 而肖辉和吴冲锋[18] 对现货市场与期货市场的微观结构进行了比较研究.

此外，Wu[19] 采用纳什博弈的方法分析了零售商的最优采购量，供应商的期权价格和执行价格，虽然考虑了现货市场，但也假设现货市场的供应量是无穷的. 类似地，Spinler 等人[20] 及 Golovachkina 和 Bradley[21] 也分析了这种基于博弈的采购模型. 并且，Martinez 等人[22] 和 Wu 等人[23] 将传统的基于纳什博弈的采购模型推广到了一组期权合约和现货市场共存的情形，而本文从零售商的角度出发，通过建立基于期权组合合约和供应量有限的现货市场的采购模型来最大化其期望利润. 常志平和蒋馥[24] 设计了一种以期权合约为基础的协调机制，求得协调机制下供应商的最优决策.

进一步地，Martinez 等人[25] 和 Qi Fu[26] 研究并求解了基于期权组合合约和供应量无限的现货市场的采购风险管理模型，但是没有研究现货市场可能出现缺货的情形. 本文着重分析了当现货市场的供应量有限时，零售商应如何采用期权组合合约来优化采购策略，还分析了现货市场的供应量，现货价格和客户需求的波动性对最优采购策略的影响，从而为零售商的决策提供参考. 本文中的模型拓展和延伸了以上文献的研究内容，且具有更广泛的应用性: 如果现货市场的供应量为 0，则就是文献 [12] 研究的情形; 如果现货市场的供应量趋于无穷，则与文献 [25－26] 中的情形类似.

2 采购风险管理模型

考虑零售商可以通过两种途径采购商品来满足未来不确定的客户需求: 一种是通过现货市场即时购买所需的商品，但供应量有限，最多可以供应 K 个单位，且现货价格 S 和客户需求 D 是相互独立的随机变量，其分布函数和密度函数分别为 $h(S)$ 和 $H(S)$；$f(D)$ 和 $F(D)$. 若客户的需求量 D 很大，则有可能发生供需不平衡，从而导致未满足的需求发生单位缺货损失费用 β; 另一种是通过 n(大于零的整数) 种不同的期权合约进行采购. 记合约 $i(i = 1,2,\cdots,n)$ 的期权价格为 P_{0i}，单位执行价格为 P_{ei}，且 R_i 为该合约的预订量. 不同的期权合约组合(P_{0i}, P_{ei}) 可反映出该合约的市场灵活性. 一般来说，合约的期权价格和执行价格是相互依赖的: 如果期权价格越高，则执行价格就越低，从而导致该合约的市场灵活性就越差. 假定不存在期权价格高且执行价格也高的合约. 若合约 i 和合约 j 参数关系为 $P_{0i} > P_{oj}$，且 $P_{ei} > P_{ej}$，显然合

约 i 劣于合约 j，在最优的采购策略中合约 i 的订购量应为零. 因此，不妨将合约按其执行价格的大小进行排序，即 $P_{e1} < P_{e2} < \cdots < P_{en}$，那么相应的期权价格应满足: $P_{o1} > P_{o2} > \cdots > P_{on}$. 最后，零售商将商品以单位价格 r 售给终端客户. 为保证零售商购买任何合约后所得的利润非负，不妨假定 $r \geqslant \max\limits_{1\leqslant i\leqslant n}\{P_{oi} + P_{ei}\}$. 综上，零售商在需求和市场价格都不确定的情形下，通过求解一个两阶段采购模型以期降低风险的同时并最大化期望利润. 完整的采购过程如图 1 所示:

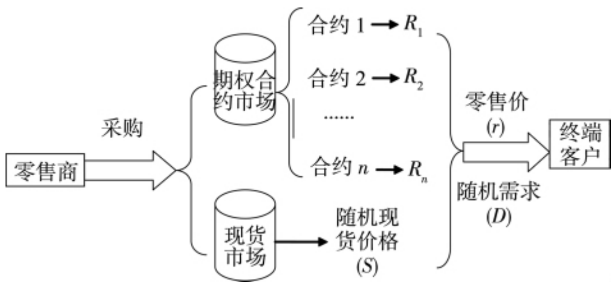

图 1　采购风险管理模型

Fig. 1 Procurement risk management model

第 1 阶段，基于对客户需求和现货价格分布函数的预测，零售商在合约市场上决定每种合约的预订量 $R_i(i = 1,2,\cdots,n)$，则该阶段的费用函数 π_1 为 $\pi_1 = \sum\limits_{i=1}^{n} P_{oi}R_i$，其中 $R_i \geqslant 0(i = 1,2,\cdots,n)$. 在第 2 阶段，客户需求和现货价格都已实现，零售商根据已知的客户需求、现货价格和现货市场上的供应量来决定是否执行合约 i、合约 i 的执行数量 q_{ei} 以及现货市场上的购买量 x，未满足的需求则造成缺货损失. 假定无库存保管费用及产品过剩导致的残余价值，那么此时零售商的费用函数 π_2 为

$$\pi_2 = \sum_{i=1}^{n} P_{ei}q_{ei} + Sx + \beta\left(D - \sum_{i=1}^{n} q_{ei} - x\right)^+$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}0 \leqslant q_{ei} \leqslant R_i, & \forall i = 1,2,\cdots,n \\ 0 \leqslant x \leqslant K\end{cases} \tag{1}$$

假定零售商是风险中立的，则其目标是最大化两阶段的期望利润 Π

$$\Pi = \max_{R_i,R_i\geqslant 0}\left\{r\mathrm{E}\left[D \wedge \left(\sum_{i=1}^{n} q_{ei} + x\right)\right] - \left(\pi_1 + \mathrm{E}_{D,S}\left[\pi_2\right]\right)\right\}$$

$$= \max_{R_i,R_i\geqslant 0}\left\{r\mathrm{E}(D) - \left\{\sum_{i=1}^{n} P_{oi}R_i + \mathrm{E}_{D,S}\left[\min_{q_{ei},x}\left(\sum_{i=1}^{n} P_{ei}q_{ei} + Sx + (r+\beta)\left(D - \sum_{i=1}^{n} q_{ei} - x\right)^+\right)\right]\right\}\right\}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}0 \leqslant q_{ei} \leqslant R_i, \ \forall i = 1,2,\cdots,n \\ 0 \leqslant x \leqslant K\end{cases} \tag{2}$$

因上述公式的第 1 项与决策变量无关，则最大化两阶段的期望利润等价于最小化零售商的期望采购费用 π，即模型(2.2) 等价于如下的最小化问题

$$\pi = \max_{R_i,R_i\geqslant 0}\left\{\sum_{i=1}^{n} P_{oi}R_i + \mathrm{E}_{D,S}\left[\min_{q_{ei},x}\left(\sum_{i=1}^{n} P_{ei}q_{ei} + Sx + (r+\beta)\left(D - \sum_{i=1}^{n} q_{ei} - x\right)^+\right)\right]\right\}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}0 \leqslant q_{ei} \leqslant R_i, \ \forall i = 1,2,\cdots,n \\ 0 \leqslant x \leqslant K\end{cases} \tag{3}$$

易得上述目标函数的海塞矩阵是正定的，且约束条件是决策变量的线性函数，因此，模型(2.3) 是关于 R_i 的凸规划，故存在唯一的最优预订量 $R_i^*(i = 1,2,\cdots,n)$ 使零售商两阶段的期望利润达到最大.

3　模型的求解

由于研究的是两阶段的采购模型，可采用逆向归纳法来对模型进行求解. 首先给出有效合约及连续合约的定义.

定义 1　在最优采购策略中，如果 $R_i^* > 0$，就称合约 i 为有效合约，否则称为无效合约. 如果 $\forall l: i < l < j$，则有 $R_i^* > 0, R_j^* > 0$，且 $R_l^* = 0$，则合约 i 和 j 称为连续的有效合约.

如果在最优采购策略中共存在 $N(N \leqslant n)$ 种有效合约，那么可将其按照执行价格的大小进行排序 $P_{e,m1} < P_{e,m2} < \cdots < P_{e,mi} < \cdots < P_{e,mN}$，$mi \in \{1,2,\cdots,n\}$，$i = 1,2,\cdots,N$. 为便于求解，可将单位缺货损失与零售价的总和看做第 $N+1$ 个有效合约，其期权价格 $P_{o,m(N+1)} = 0$，单位执行价格 $P_{e,m(N+1)} = r + \beta$，且执行数量没有限制. 在第 2 阶段，现货价格和客户需求是确定的，因此可决定有

效合约 $mi(i=1,\cdots,N,N+1)$ 的最优执行数量 $q^*_{e,mi}$ 以及现货市场上的最优购买量 x^*.

定理 1 若第 1 阶段各有效合约的预订量为 R_{mi},$mi\in\{1,2,\cdots,n+1\}$,$i=1,2,\cdots,N+1$,则可按下述法则求得有效合约 $mi(i=1,\cdots,N,N+1)$ 的最优执行数量 $q^*_{e,mi}$ 以及现货市场上的最优购买量 x^*:

(i) 若 $S\leqslant P_{e,m1}$,则 $x^*=D\wedge K$; $q^*_{e,m1}=R_{m1}\wedge(D-x^*)^+$; $q^*_{e,mi}=R_{mi}\wedge(D-x^*-\sum_{j=1}^{i-1}q^*_{e,mj})^+$, $i=2,\cdots,N,N+1$.

(ii) 若 $P_{e,mi}<S\leqslant P_{e,m(i+1)}(i=1,2,\cdots,N)$,则 $q^*_{e,m1}=R_{m1}\wedge D$; $q^*_{e,ml}=R_{ml}\wedge(D-\sum_{j=1}^{l-1}q^*_{e,mj})^+$, $l=2,\cdots,i$; 和 $x^*=(D-\sum_{j=1}^{i}q^*_{e,mj})^+\wedge K$; $q^*_{e,ml}=R_{ml}\wedge(D-x^*-\sum_{j=1}^{l-1}q^*_{e,mj})^+$, $l=i+1,i+2,\cdots,N,N+1$.

(iii) 若 $S>P_{e,m(N+1)}$,则 $q^*_{e,m1}=R_{m1}\wedge D$; $q^*_{e,mi}=R_{mi}\wedge(D-\sum_{j=1}^{i-1}q^*_{e,mj})^+$, $i=2,\cdots,N,N+1$; $x^*=0$.

定理 1 的结果非常直观. 由其得出,如果在第一阶段决定了各有效合约的预订量,则第二阶段的最优策略完全取决于现货价格和客户需求的大小: 1) 如果现货价格低于各有效合约的执行价格,那么零售商最先通过现货市场交易来满足客户需求. 当需求小于现货市场的供应量时,第一阶段预订的所有有效合约都将作废; 当需求大于供应量时,零售商才会依该定理,贪婪地执行有效合约直到完全满足客户需求. 2) 如果现货价格大于有效合约 mi 的执行价格但小于有效合约 $m(i+1)$ 的执行价格,那么零售商最先根据定理 1,贪婪地通过执行合约 $ml(l\leqslant i)$ 来满足客户需求. 若需求小于 $\sum_{j=1}^{i}q^*_{e,mj}$,则零售商不需要从现货市场采购并且有效合约 $ml(i+1\leqslant l\leqslant N+1)$ 将作废; 若需求大于该值但小于 $\sum_{j=1}^{i}q^*_{e,mj}+K$ 时,零售商只需要从现货市场采购就能完全满足客户需求,有效合约 $ml(i+1\leqslant l\leqslant N+1)$ 将作废; 若需求大于 $\sum_{j=1}^{i}q^*_{e,mj}+K$,则零售商不仅要购买现货市场上的所有供应,还要根据定理 1,贪婪地执行有效合约 $ml(i+1\leqslant l\leqslant N+1)$ 直到客户需求完全满足. 3) 如果现货价格大于单位缺货损失与零售价的总和,那么零售商只需按照定理 1,贪婪地通过执行有效合约就能完全满足客户需求,不考虑从现货市场上采购.

至此,得到了第 2 阶段的最优策略,接下来将研究如何甄别有效合约以及求解第 1 阶段的最优预订量.

为方便书写,不妨令 $P'_{ei}=\mathrm{E}[P_{ei}\wedge S)]$; $i=1,2,\cdots,n$ 和 $P'_{e,n+1}=\mathrm{E}[r+\beta)\wedge S]$ 并称其为有效执行价格,则可定量的刻画出任意两个连续有效合约在最优采购策略中应满足的数值关系.

定理 2(最优性条件) 若最优的采购策略中存在 $N(N\leqslant n)$ 种有效合约,且合约 $mi(i\leqslant N)$ 和 $mj(j\leqslant N+1)$,$mi<mj$ 是连续的有效合约,则此两种合约需满足如下条件

$$P_{e,mj}-P_{e,mi}-P_{o,mi}+P_{o,mj}=F(\sum_{l=1}^{i}R^*_{ml})(P'_{e,mj}-P'_{e,mi})-F(\sum_{l=1}^{i}R^*_{ml}+K)(P'_{e,mj}-P'_{e,mi}-P_{e,mj}+P_{e,mi})$$

证明 此定理的证明可用标准扰动定理来完成.(详见附录 1)

根据定理 2,易求得直至有效合约 mi 的累积预订总量 $\sum_{l=1}^{i}R^*_{ml}$,然后将验证其唯一性.

定理 3 若在最优的采购策略中存在 $N(N\leqslant n)$ 种有效合约,且合约 $mi(i\leqslant N)$ 和 $mj(j\leqslant N+1)$,$mi<mj$ 是连续的有效合约,则存在唯一的 $\sum_{l=1}^{i}R^*_{ml}$ 满足最优性条件.

证明 令 $y_{i1}=P_{e,mj}-P_{e,mi}-P_{o,mi}+P_{0,mj}$ 由假设(1) 可知 $y_{i1}>0$. 又令 $y_{i2}(\sum_{l=1}^{i}R_{ml})$ 是 $\sum_{l=1}^{i}R_{ml}$ 的函数且记 $y_{i2}(\sum_{l=1}^{i}R_{ml})=F(\sum_{l=1}^{i}R^*_{ml})(P'_{e,mj}-P'_{e,mi})-F(\sum_{l=1}^{i}R^*_{ml}+K)(P'_{e,mj}-P'_{e,mi}-P_{e,mj}+P_{e,mi})$. 由于 $P'_{e,mj}-P'_{e,mi}-P_{e,mj}+P_{e,mi}<0$,则 $y_{i2}>$

0 且 y_{i2} 是 $\sum_{l=1}^{i} R_{ml}^*$ 的单调增函数. 接下来考虑下面两种情况:

1）如果 $\sum_{l=1}^{i} R_{ml}^* = 0$，则 $F(\sum_{l=1}^{i} R_{ml}^*) = 0$，$F(\sum_{l=1}^{i} R_{ml}^* + K) = F(K)$，那么

$$\begin{aligned} y_{i1}-y_{i2}(0) &= P_{e,mj} - P_{e,mi} - P_{o,mi} + P_{o,mj} + \\ &\quad F(K)(P'_{e,mj} - P'_{e,mi} - P_{e,mj} + P_{e,mi}) \\ &> P_{e,mj} - P_{e,mi} - P_{o,mi} + P_{o,mj} + \\ &\quad (P'_{e,mj} - P'_{e,mi} - P_{e,mj} + P_{e,mi}) \\ &= P'_{e,mj} - P'_{e,mi} - P_{o,mi} + P_{o,mj} > 0. \end{aligned}$$

2）如果 $\sum_{l=1}^{i} R_{ml}$ 趋近于无穷，则 $F(\sum_{l=1}^{i} R_{ml})$ 和 $F(\sum_{l=1}^{i} R_{ml} + K)$ 均将趋于 1，那么

$$\begin{aligned} y_{i1}-y_{i2}(\infty) &= P_{e,mj} - P_{e,mi} - P_{o,mi} + P_{o,mj} - P_{e,mj} + P_{e,mi} \\ &= P_{o,mj} - P_{o,mi} < 0 \end{aligned}$$

所以两曲线 y_{i1}，y_{i2} 肯定存在唯一的交点.　　证毕.

根据最优性条件，可得出在最优采购策略中各有效合约的参数对（期权价格和有效执行价格）应满足的条件.

定理 4　如果存在 $N(N \leqslant n)$ 种有效合约，则其参数对（期权价格和有效执行价格）应满足如下条件 $P_{o,m1} + P'_{e,m1} < P_{o,m2} + P'_{e,m2} < \cdots < P_{o,mN} + P'_{e,mN} < (r+\beta)'$

证明　详见附录 2.

从定理 4 可得出，在合约市场上，零售商不考虑采购期权价格与有效执行价格的总和大于 $(r+\beta)'$ 的合约. 并且在最优采购策略中，零售商会按照期权价格与有效执行价格总和的从小到大的顺序来决定每种有效合约的订购量.

根据定理 2 和定理 3，可运用下述算法来判定在最优策略中哪些合约是有效的，并计算出有效合约的最优预订量.

算法:

输入: (P_{oi}, P_{ei}) $i = 1, 2, \cdots, n$; $r, \beta, K, F(D)$，$f(D)$ 和 $h(S)$，$H(S)$.

输出: 有效合约和此合约的最优预订量;

步骤 1　计算出 P'_{ei}，$i = 1, 2, \cdots, n+1$. 记 $P_{o,n+1} = 0$;

步骤 2　寻找 $w = \arg\min_{i \leqslant n+1}(P_{oi} + P'_{ei})$. 如果 $w = n+1$，停止且输出“无有效合约”，否则 w 是第一个有效合约，且记 $R_i^* = 0$，$i = 1, \cdots, w-1$.

步骤 3　令 $l = w$，寻找满足如下等式的下一个有效合约 $t = \arg\min_{l < j \leqslant n+1}\left(\frac{P_{ol} - P_{oj}}{P'_{ej} - P'_{ei}}\right)$;

步骤 4　求出 $\sum_{i=1}^{l} R_i^*$，则 $R_l^* = \max\{0, \sum_{i=1}^{l} R_i^* - \sum_{i=1}^{l-1} R_i^*\}$. 对于 $l < i < t$，$R_i^* = 0$. 并且令 $w = t$.

步骤 5　如果 $w = n+1$，停止且输出“无有效合约”. 否则转到步骤 3.

有了上述算法，就可研究现货供应量对最优采购策略的影响.

性质 1　在给定客户需求和现货价格分布函数的情形下，执行价格最低的有效合约的最优预订量和有效合约的总预订量都随着现货市场上供应量的增加而减少.

证明　详见附录 3.

由假设可知，执行价格最低的合约其预订价格反而最高，故该合约的市场灵活性最差. 随着现货市场上供应量的增加，由于市场的现货价格是不确定的，因此零售商会减少灵活性最差合约的预订量，以应对预订成本费用过高的风险. 如此可直观解释该性质的前半部分结论. 由于在现货市场上采购是一种灵活便利的交易模式，其不需要任何预订成本. 在价格是随机的时候，随着现货供应量的不断增加，零售商为了降低因预订所带来的成本风险会减少在合约市场上的预订量，而在现货市场价格合理时从市场购买以满足客户需求.

4　算例分析

某化合物供应商在销售季节开始之前，发布该化合物的 7 种不同的期权价格策略（详见表 1）. 零售商根据供应商的价格策略和市场预期，购买一定数量的期权. 假设现货价格和客户需求是相互独立的随机变量，并且其分布函数都是正态的，即 $S \sim N(20, 100)$，$D \sim N(1\,000, 90\,000)$. 单位缺货损失费用 $\beta = 15$，单位零售价 $r = 30$，则现货市场上的供应量为 0，200，500，1 000 或无穷时各种合约的最优预订量见表 1.

表 1 优化策略

Table 1 Optimal strategy

合约 i	P_{oi}	P_{ei}	P'_{ei}	有效合约 i	最优预订量: R_i^*				
					$K=0$	$K=200$	$K=500$	$K=1\ 000$	$K\to\infty$
1	10	0	0	1	870.78	860.67	848.29	843.2	843.1
2	9	4.5	4.32		0	0	0	0	0
3	8	5	4.79		0	0	0	0	0
4	6	6	5.72	2	129.22	112.73	98.89	95.67	95.66
5	3	12	10.88	3	202.35	170.07	151.29	149.94	149.99
6	2	19.5	15.84		0	0	0	0	0
7	1	20	16.1	4	322.86	231.63	138.52	111.88	111.78
8	0	45	20.06		0	0	0	0	0
总预订量					1 525.21	1 375.1	1 236.99	1 200.69	1 200.53

依据定理 3，可验证实例中给定的 7 种合约中只有 4 种为有效合约，分别为合约 1,4,5,7. 将这 4 种有效合约依次记为有效合约 1,2,3,4，并求得在供应量 k 取不同数值时各有效合约的最优预订量(如表 1 所示) . 从表 1 可得出: 有效合约的总预订量及执行价格最低的有效合约的最优预订量都随着供应量 k 的增加而单调减少，但是最终会收敛于常值，而且这些常值等于当现货市场供应量无限时所得的结果. 这说明，随着 K 的增加，为满足一定水平的客户端需求，零售商会减少市场灵活性较差的合约的订购量并且减少在合约市场上的总预订量，转而增加在现货市场上的购买量，因此最优的采购策略将越来越依赖于灵活便利的现货市场.

接下来为研究现货价格和客户需求的波动性对最优采购策略的影响，先得出在不同客户需求和现货价格分布下，各有效合约的最优预订量随现货供应量的变化，如表 2 和表 3 所示. 为方便书写，记 $R^C = \sum_{i=1}^{4} R_i^*$.

由表 2 和表 3 可得出: 在客户需求分布和供应量 K 给定的情形下，随着现货价格波动性的不断增加，零售商会增加有效合约的总预订量及执行价格最高的有效合约的预订量(详见图 2 和图 3) ，而减少执行价格最低的有效合约的预订量(见图 4) . 当现货价格的波动越来越大时，增加有效合约的总预订量可减少因价格波动而带来的不确定性因素，从而能有效的规避风险. 因此，随着现货价格波动性的变大，为满足一定的客户需求，零售商会更多的依赖合约市场，增加有效合约的总预订量而减少在现货市场上的采购数量. 此外，由于执行价格最高的有效合约的市场灵活性最好，在现货价格变动时，该合约可使零售商有效地优化采购决策，从而能降低价格波动而带来的风险. 所以，随着现货价格波动性的不断增加，零售商应增加 R_4^* . 相反地，执行价格最低的有效合约的市场灵活性最差，从而不能有效地使零售商在现货价格变动时来优化购买决策. 因此随着现货价格波动性的不断增大，零售商会减少 R_1^* .

从表 2 和表 3 还可得出: 在现货价格分布和供应量 k 给定的情形下，随着客户需求波动性的不断增大，零售商会提高有效合约的总预订量及执行价格最高的有效合约的预订量(详见图 5 和图 6) ，而降低执行价格最低的有效合约的预订量(见图 7) . 当客户需求的波动越来越大时，零售商通过增加有效合约的总预订量可减少由于需求波动而引起的不确定性因素. 因此，随着需求波动性的不断增大，零售商会减少在现货市场上的交易数量而越来越依赖于合约市场. 进一步，由于执行价格最高的有效合约的市场灵活性最好，且能有效的降低需求波动而带来的风险. 所以，随着客户需求波动性的不断增加，零售商应该增加 R_4^* . 相反地，执行价格最低的有效合约的市场灵活性最差，随着客户需求波动性的不断增大，零售商应减少 R_1^* .

表 2　有效合约的最优预订量

Table 2 Optimal reservation amount of active contracts

D	有效合约		$S\sim N(20,100)$					$S\sim N(20,225)$				
			现货市场供应量 K					现货市场供应量 K				
			0	200	500	1 000	$+\infty$	0	200	500	1 000	$+\infty$
$N(1\,000,10\,000)$	1	R_1^*	956.93	948.67	947.7	947.7	947.7	956.93	931.8	927.3	927.3	927.3
	2	R_2^*	43.07	32.37	31.89	31.89	31.89	43.07	33.16	33.62	33.62	33.62
	3	R_3^*	67.45	50.01	49.99	49.99	49.99	67.45	58.9	60.82	60.82	60.82
	4	R_4^*	107.62	41.26	37.26	37.26	37.26	107.62	71.36	71.39	71.39	71.39
		R^C	1 175.07	1 072.31	1 066.84	1 066.84	1 066.84	1 175.07	1 095.22	1 093.13	1 093.13	1 093.13
$N(1\,000,40\,000)$	1	R_1^*	913.85	903.85	896.07	895.4	895.4	913.85	885.58	858.16	854.6	854.6
	2	R_2^*	86.15	71.02	63.99	63.77	63.77	86.15	70.93	66.45	67.24	67.24
	3	R_3^*	134.9	106.96	99.82	100	100	134.9	116.53	119.96	121.64	121.64
	4	R_4^*	215.24	128.93	76.26	74.52	74.52	215.24	158.62	142.47	142.78	142.78
		R^C	1 350.14	1 210.76	1 136.14	1 133.69	1 133.69	1 350.14	1 231.66	1 187.04	1 186.26	1 186.26
$N(1\,000,90\,000)$	1	R_1^*	870.78	860.67	848.29	843.2	843.1	870.78	842.64	804.08	782.57	781.9
	2	R_2^*	129.22	112.73	98.89	95.67	95.66	129.22	112.14	100.31	100.59	100.86
	3	R_3^*	202.35	170.07	151.29	149.94	149.99	202.35	179.63	174.45	182.15	182.46
	4	R_4^*	322.86	231.63	138.52	111.88	111.78	322.86	259.33	216.73	214.12	214.17
		R^C	1 525.21	1 375.1	1 236.99	1 200.69	1 200.53	1 525.21	1 393.74	1 295.57	1 279.43	1 279.39
$N(1\,000,160\,000)$	1	R_1^*	827.71	817.66	803.39	792.14	790.79	827.71	799.87	757.83	716.32	709.2
	2	R_2^*	172.29	155.2	137.25	127.98	127.55	172.29	154.29	137.75	132.9	134.48
	3	R_3^*	269.8	235.25	207.5	199.65	199.99	269.8	244.77	231.28	239.92	243.27
	4	R_4^*	430.47	337.08	225.41	152.5	149.04	430.48	363.7	302.41	284.94	285.57
		R^C	1 700.27	1 545.19	1 373.55	1 272.27	1 267.37	1 700.28	1 562.63	1 429.27	1 374.08	1 372.52
$N(1\,000,250\,000)$	1	R_1^*	784.64	774.67	759.63	743.34	738.49	784.64	757.05	713.95	659.02	636.5
	2	R_2^*	215.36	197.94	177.55	161.85	159.44	215.36	196.83	177.33	165.79	168.1
	3	R_3^*	337.24	301.29	267.38	250.05	249.99	337.24	310.78	291.31	294.5	304.09
	4	R_4^*	538.1	443.5	322.35	206.33	186.3	538.1	469.45	396.56	356.81	356.96
		R^C	1 875.34	1 717.4	1 526.91	1 361.57	1 334.22	1 875.34	1 734.11	1 579.15	1 476.12	1 465.65

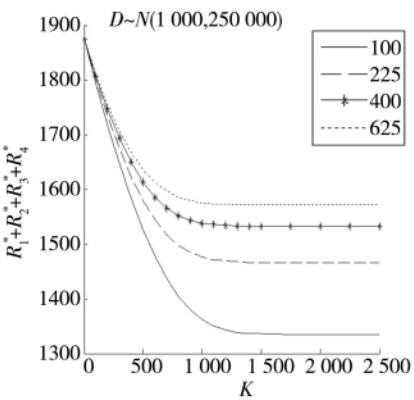

图 2　现货价格波动下 R^C 随 K 的变化

Fig. 2 R^C changes as K increases under spot price volatility

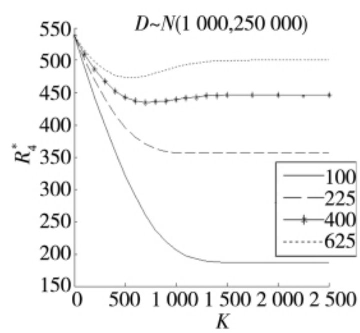

图 3　现货价格波动下 R_4^* 随 K 的变化

Fig. 3 R_4^* changes as K increases under spot price volatility

表 3 有效合约的最优预订量

Table 3 Optimal reservation amount of active contracts

D	有效合约		$S\sim N(20,400)$					$S\sim N(20,625)$				
			现货市场供应量 K					现货市场供应量 K				
			0	200	500	1 000	+ ∞	0	200	500	1 000	+ ∞
$N(1\,000, 10\,000)$	1	R_1^*	956.93	915.46	903.86	903.86	903.86	956.93	901.99	878.72	878.7	878.7
	2	R_2^*	43.07	37.71	41.94	41.94	41.94	43.07	42.63	54.88	54.9	54.9
	3	R_3^*	67.45	66.56	71.34	71.34	71.34	67.45	72.46	80.53	80.53	80.53
	4	R_4^*	107.62	87.93	89.32	89.32	89.32	107.62	97.97	100.07	100.07	100.07
		R^C	1 175.07	1 107.66	1 106.46	1 106.46	1 106.46	1 175.07	1 115.05	1 114.2	1 114.2	1 114.2
$N(1\,000, 40\,000)$	1	R_1^*	913.85	870.14	818.42	807.73	807.72	913.85	858.69	782.71	757.43	757.4
	2	R_2^*	86.15	74.39	78.77	83.88	83.89	86.15	77.8	93.59	109.77	109.8
	3	R_3^*	134.9	123.69	138.45	142.66	142.66	134.9	128.73	153.54	161.06	161.06
	4	R_4^*	215.24	177.15	177.69	178.65	178.65	215.24	189.17	198.84	200.14	200.14
		R^C	1 350.14	1 245.37	1 213.33	1 212.92	1 212.92	1 350.14	1 254.39	1 228.68	1 228.4	1 228.4
$N(1\,000, 90\,000)$	1	R_1^*	870.78	827.74	763.47	714.13	711.58	870.78	816.82	731.57	644.22	636.11
	2	R_2^*	129.22	115.17	110.85	124.21	125.83	129.22	118.23	121.63	158.3	164.69
	3	R_3^*	202.35	186.61	193.4	213.19	214	202.35	191.44	207.43	240.02	241.59
	4	R_4^*	322.86	277.08	261.61	267.87	267.97	322.86	288.87	289.28	300.06	300.2
		R^C	1 525.21	1 406.6	1 329.33	1 319.4	1 319.38	1 525.21	1 415.36	1 349.91	1 342.6	1 342.59
$N(1\,000, 160\,000)$	1	R_1^*	827.71	785.26	718.33	636.85	615.44	827.71	774.58	688.55	565.43	514.81
	2	R_2^*	172.29	157.09	147.12	157.54	167.77	172.29	159.98	156.41	187.16	219.58
	3	R_3^*	269.8	251.66	249.62	276.89	285.33	269.8	256.41	262.69	307.1	322.13
	4	R_4^*	430.47	380.91	349.14	355.38	357.3	430.47	392.45	378.88	397.66	400.27
		R^C	1 700.27	1 574.92	1 464.21	1 426.66	1 425.84	1 700.27	1 583.42	1 486.53	1 457.35	1 456.79
$N(1\,000, 250\,000)$	1	R_1^*	784.64	742.62	675.36	577.28	519.31	784.64	732.08	646.73	509.97	393.51
	2	R_2^*	215.36	199.47	185.97	188.59	209.71	215.36	202.25	194.51	213.15	274.48
	3	R_3^*	337.24	317.63	309.23	332.80	356.66	337.25	322.34	321.8	362.26	402.66
	4	R_4^*	538.1	486.3	442.87	439.65	446.61	538.09	497.67	472.93	489.88	500.34
		R^C	1 875.34	1 746.02	1 613.43	1 538.32	1 532.29	1 875.34	1 754.34	1 635.97	1 575.26	1 570.99

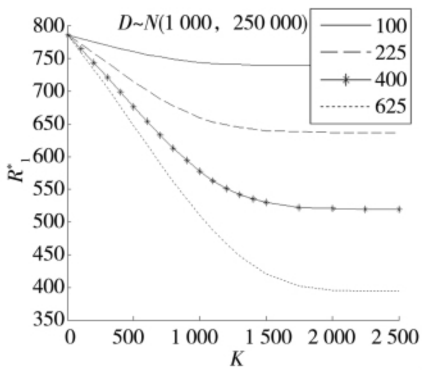

图 4 现货价格波动下 R_1^* 随 K 的变化

Fig. 4 R_1^* changes as K increases under spot price volatility

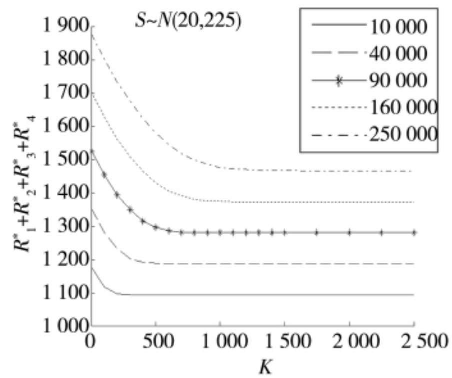

图 5 需求波动下 R^C 随 K 的变化

Fig. 5 R^C changes as K increases under demand volatility

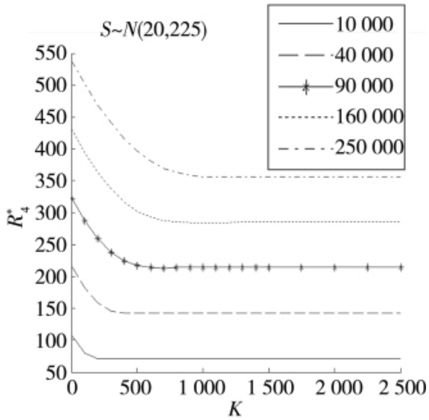

图6　需求波动下 R_4^* 随 K 的变化

Fig. 6 R_4^* changes as K increases under demand volatility

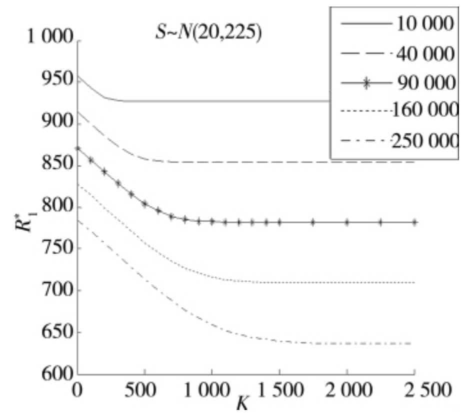

图7　需求波动下 R_1^* 随 K 的变化

Fig. 7 R_1^* changes as K increases under demand volatility

5　结束语

现货市场和期权组合合约的存在可以提供给零售商一定的灵活性以应对不确定的市场因素. 在客户需求和现货价格相独立的情形下，本文通过建立基于期权组合合约和供应量有限的现货市场的两阶段采购风险管理模型来最大化零售商的期望利润，提供了甄别有效合约的算法，并求得最优采购策略，最后用实例分析了现货市场的供应量，现货价格和需求的波动性对最优采购策略的影响，为零售商的采购决策提供参考. 最后的结论可归纳为：（1）在给定需求和现货价格分布函数的情形下，当现货市场的供应量增加时，零售商应减少有效合约的总预订量及执行价格最低的有效合约的预订量；（2）当现货价格（客户需求）的波动性增大时，零售商应提高有效合约的总预订量及执行价格最高的有效合约的预订量而降低执行价格最低的有效合约的预订量.

参 考 文 献：

[1] Schrader C. Speeding build and buy processes across a collaborative manufacturing network [J]. 2001, ASCET3: 82 – 88.

[2] Billington C. HP Cuts Risk with Portfolio Approach [EB/OL]. www.purchasing.com, 2002. February, 21.

[3] Carbone J. HP Buyers Get Hands on Design [EB/OL]. www.purchasing.com, 2001.

[4] Cachon G. Supply Chain Coordination with Contracts [M] // The Handbook of Operations Research and Management Science: Supply Chain Management. Amsterdam, PA.: Kluwer, 2003.

[5] Lariviere M. Supply Chain Contracting and Coordination with Stochastic Demand [M] //Tayur S, Ganeshan R, Magazine M, eds. Quantitative Models for Supply Chain Management. Boston: Kluwer Academic Publisher, 1999.

[6] Pasternack B A. Optimal pricing and returns policies for perishable commodities [J]. Marketing Science, 1985, 4(2): 166 – 176.

[7] Cachon G P, Lariviere M A. Supply chain coordination with revenue sharing contracts: Strengths and limitations [J]. Management Science, 2005, 51(1): 30 – 44.

[8] Eppen G, Ananth I. Backup agreements in fashion buying-the value of upstream flexibility [J]. Management Science, 1997, 43(11): 1469 – 1484.

[9] Barnes-Schuster D, Bassok Y, Anupindi R. Coordination and flexibility in supply contracts with options [J]. Manufacturing and Service Operations Management, 2002, 4(3): 171 – 207.

[10] Cheng F, Ettl M, Lin G Y, et al. Flexible Supply Contracts via Options [R]. Working Paper, IBM T. J. New York Watson Research Center, Yorktown Heights, 2003.

[11] 胡本勇，彭其渊，王性玉. 考虑采购资金约束的供应链期权柔性契约 [J]. 管理科学学报，2009，12(6)：62 – 71.
Hu Benyong, Peng Qiyuan, Wang Xingyu. Supply chain option flexibility contact with consideration of influence of shortage

of capital [J]. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(6): 62 – 71(in Chinese)

[12] Schummer J, Vohra R V. Auctions for procuring options [J]. Operations Research, 2003, 51(1): 41 – 51.

[13] Ritchken P H, Tapiero C S. Contingent claims contracting for purchasing decisions in inventory management [J]. Operations Research, 1986, 4(6): 864 – 870.

[14] 赵 霞, 黄培清. 一种基于期权合约和现货市场的零售商采购模型研究 [J]. 科学技术与工程, 2009, 9(4): 1085 – 1091.
Zhao Xia, Huang Peiqing. Model for retailer's procurement based on option contract and spot market [J]. Science Technology and Engineering, 2009, 9(4): 1085 – 1091(in Chinese)

[15] Akella R, Araman V F, Kleinknecht J. B2B Markets: Procurement and Supplier Risk Management in E-Business [M] // Supply Chain Management: Models, Applications, and Research Directions. Ed. By H. E. R. J. Geunes, P. M. Pardalos. Kluwer Academic Publishers. 2001.

[16] Seifert R W, Thonemann U W, Hausman W H. Optimal procurement strategies for online spot market [J]. European Journal of Operational Research, 2004, 15(2): 781 – 799.

[17] Haksoz C, Seshadri S. Supply chain operations in the presence of spot market: A review with discussion [J]. Journal of Operational Research Society, 2007, 58(11): 1 – 18.

[18] 肖 辉, 吴冲锋. 现货市场与期货市场微观结构比较研究 [J]. 管理科学学报, 2009, 12(1): 91 – 99.
Xiao Hui, Wu Chongfeng. Study on microstructures comparison between cash market and futures market [J]. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(1): 91 – 99 (in Chinese)

[19] Wu D J, Kleindorfer P R, Zhang J E. Optimal bidding and contracting strategies for capital-intensive foods [J]. European Journal of Operational Research, 2002, 37(3): 657 – 676.

[20] Spinler S, Huchzermeier A, Kleindorfer P R. Risk hedging via options contracts for physical delivery [J]. OR Spectrum, 2003, 25: 379 – 395.

[21] Golovachkina N, Bradley J R. Supplier-manufacturer relationships under forced compliance contracts [J]. Manufacturing and Service Operations Management, 2003, 5(1): 1 – 39.

[22] Martinez-de-Albeniz V, Simchi-Levi D. Competition in the supply option market [R]. Working Paper, Operations Research Center, MIT, Cambridge, MA. 2003.

[23] Wu D J, Kleindorfer P R. Competitive options, supply contracting and electronic markets [J]. Management Science, 2005, 51(3): 452 – 466.

[24] 常志平, 蒋 馥. 供应链中电子市场与合约市场的协调研究 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2004, 32(1): 111 – 113.
Chang Zhiping, Jiang Fu. Coordination mechanism between electronic markets and contract market in supply chain [J]. Huazhong University of Science and Technology (Nature Science Edition), 2004, 32(1): 111 – 113. (in Chinese)

[25] Martinez-de-Albeniz V, Simchi-Levi D. A portfolio approach to procurement contracts [J]. Production and Operations Management, 2005, 14(1): 90 – 114.

[26] Fu Q, Lee C Y, Teo C P. Procurement risk management using options: Random spot price and the portfolio effect [J]. IIE Transactions, 2010, 42(11): 793 – 811.

Procurement policy based on portfolio contracts and spot market with limited capacity

LI Jian-bin[1], *YANG Rui-na*[2]

1. School of Management, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China;
2. Department of Industrial Engneering & Logistics Management, Hong Kong University of Science & Technology, Hong Kong, China

Abstract: As spot price and customer demand are independent, this paper investigates a two-stage procurement risk management model based on portfolio contracts and spot market with limited capacity. An algorithm is proposed to identify active contracts and derive the optimal procurement strategy. Moreover, a numerical example is introduced to study the impacts of capacity in the spot market, spot price volatility and demand volatility on the optimal procurement strategy. Given the distribution functions of demand and spot market price, as the capacity of spot market increases, the retailer should decrease the optimal reservation amounts of active contracts as well as active contract with the lowest execution cost, and as spot price and demand become more and more volatile, the retailer should enhance the optimal reservation amounts of active contracts as well as active contract with the highest execution cost, but lessen the reservation amount of active contract with the lowest execution cost.

Key words: procurement risk management; option contract; spot market; spot price volatility

附录

附录 1：定理 2 的证明

证明　可用标准扰动定理来证明. 如果在最优性条件中是“<”而不是“=”成立，不妨让 R_{mi}^* 增加 $\Delta(\Delta>0)$，R_{mj}^* 减少 Δ，此时两阶段的总期望费用的变化如下所示：

(a) 首先，期权价格费用将改变 $\Delta(P_{o,mi}-P_{o,mj})$

(b) 如果 $S \leqslant P_{e,mi}$，执行价格费用的变化可归纳为 1) 当 $D \leqslant \sum_{l=1}^{i} R_{ml}^* + K$ 时，执行价格费用不变；2) 当 $D > \sum_{l=1}^{i} R_{ml}^* + K$ 时，执行价格费用将改变 $\Delta(P_{e,mi}-P_{e,mj})$.

(c) 如果 $P_{e,mi} < S \leqslant P_{e,mj}$ 执行价格费用的变化可归纳为：1) 当 $D \leqslant \sum_{l=1}^{i} R_{ml}$ 时，执行价格费用不变；2) 当 $\sum_{l=1}^{i} R_{ml}^* < D \leqslant \sum_{l=1}^{i} R_{ml}^* + K$ 时，执行价格费用将改变 $\Delta(P_{e,mi}-S)$；3) 当 $D > \sum_{l=1}^{i} R_{ml}^* + K$ 时，执行价格费用将改变 $\Delta(P_{e,mi}-P_{e,mj})$.

(d) 如果 $S > P_{e,mj}$，执行价格费用的变化可归纳为：1) 当 $D \leqslant \sum_{l=1}^{i} R_{ml}^*$，执行价格费用不变；2) 当 $D > \sum_{l=1}^{i} R_{ml}^*$ 时，执行价格费用将改变 $\Delta(P_{e,mi}-P_{e,mj})$.

综上，总期望费用的改变可以表示为

$$\Delta(P_{o,mi}-P_{o,mj}) - \Delta\int_{\sum_{l=1}^{i} R_{ml}}^{K+\sum_{l=1}^{i} R_{ml}} \left[\int_{P_{e,mi}}^{P_{e,mj}} (S-P_{e,mi}) + \int_{P_{e,mj}}^{\infty} (P_{e,mj}-P_{e,mi})\right] h(S)\,\mathrm{d}Sf(D)\,\mathrm{d}D - \Delta\int_{K+\sum_{l=1}^{i} R_{ml}}^{\infty} \left[\int_{0}^{P_{ej}} (P_{e,mj}-P_{e,mi}) + \int_{P_{e,mi}}^{\infty} (P_{e,mj}-P_{e,mi})\right] h(S)\,\mathrm{d}Sf(D)\,\mathrm{d}D =$$

$$\Delta(P_{o,mi}-P_{o,mj}) - \Delta(P_{e,mj}-P_{e,mi})\left[1-F\left(\sum_{l=1}^{i} R_{ml}+K\right)\right] - \Delta\left[F\left(\sum_{l=1}^{i} R_{ml}+K\right) - F\left(\sum_{l=1}^{i} R_{ml}\right)\right](P'_{e,mj}-P'_{e,mi}) < 0.$$

这与先前的假设矛盾，则在最优性条件中是“=”成立. 类似的，可以假设若在最优性条件中是“<”而不是“=”成立，同样推得矛盾. 证毕

附录 2：定理 4 的证明

证明　在最优采购策略中，若合约 $mi(i \leqslant N)$ 和 $mj(\leqslant N+1)$，$i<j$ 是连续的有效合约，则先考虑以下两种特殊情形：

1) 当 $K=0$，最优性条件变为 $P_{e,mj}-P_{e,mi}-P_{o,mi}+P_{o,mj} = F\left(\sum_{l=1}^{i} R_{ml}^*\right)(P_{e,mj}-P_{e,mi})$

由于 $0 < F\left(\sum_{l=1}^{i} R_{ml}^*\right) < 1$，则合约 mi，mj 的期权价格和执行价格应满足：

$$P_{o,mi}+P_{e,mi} < P_{o,mj}+P_{e,mj} \cdots (2.1)$$

2) 当 $K \to +\infty$，最优性条件变为 $P'_{e,mj}-P'_{e,mi}-P_{o,mi}+P_{o,mj} = F\left(\sum_{l=1}^{i} R_{ml}^*\right)(P'_{e,mj}-P'_{e,mi})$

由于 $0 < F\left(\sum_{l=1}^{i} R_{ml}^*\right) < 1$，则合约 mi，mj 的期权价格和有效执行价格应满足：

$$P_{o,mi}+P'_{e,mi} < P'_{o,mj}+P'_{e,mj} \cdots (2.2)$$

结合 (2.1) 和 (2.2)，可得出任两个连续有效合约 mi，mj 的期权价格和执行价格需满足：.

$$P_{o,mi}+P'_{e,mi} < P_{o,mj}+P'_{e,mj}.$$

所以这 N 种有效合约的参数对（期权价格和有效执行价格）应满足如下的条件：

$$P_{o,m1}+P'_{e,m1} < P_{o,m2}+P'_{e,m2} < \cdots < P_{o,mN}+P'_{e,mN} < (r+\beta)'$$

证毕

附录 3：性质 1 的证明

证明　不失一般性，假设合约 1 和合约 2 是连续的两个有效合约，那么根据最优性条件可知合约 1 和合约 2 需满足如下的数值关系

$$P_{e2}-P_{e1}-P_{o1}+P_{o2} = F(R_1^*)(P'_{e2}-P'_{e1}) -$$

$$F(R_1^* + K)(P'_{e2} - P'_{e1} - P_{e2} + P_{e1}) \quad (1)$$

令 $y_{11} = P_{e2} - P_{e1} - P_{o1} + P_{o2}$，易知 $y_{11} > 0$.

又令 $y_{12} = F(R_1^*)(P'_{e2} - P'_{e1}) - F(R_1^* + K)(P'_{e2} - P'_{e1} - P_{e2} + P_{e1})$，因 $P'_{e2} - P'_{e1} - P_{e2} + P_{e1} < 0$，所以 y_{12} 随着现货市场供应量 k 的增加而递增. 也就是说，在客户需求和现货价格分布函数一定的情形下，随着 K 的增加，y_{11} 与 $y_{12}(K)$ 交点的横坐标越来越小，即 R_1^* 的数值越来越小.

因此，在给定客户需求和现货价格分布函数的情形下，执行价格最低的有效合约的最优预订量是现货市场供应量的减函数.

类似地，假设最优采购策略中共有 $N(N \leqslant n)$ 个有效合约，且合约 N 为最后一个有效合约，那么合约 N 和合约 $(0, r + \beta)$ 为连续合约. 根据最优性条件，可得合约 N 和合约 $(0, r + \beta)$ 需满足如下的数值关系

$$r + \beta - P_{eN} - P_{oN} = F\left(\sum_{m=1}^{N} R_m^*\right)\left((r+\beta)' - P'_{eN}\right) - F\left(\sum_{m=1}^{N} R_m^* + K\right)\left((r+\beta)' - P'_{eN} - (r+\beta) + P_{eN}\right) \quad (2)$$

令 $y_{N1} = r + \beta - P_{eN} - P_{oN}$，则 $y_{N1} > 0$.

又令 $y_{N2} = F\left(\sum_{m=1}^{N} R_m^*\right)\left((r+\beta)' - P'_{eN}\right) - F\left(\sum_{m=1}^{N} R_m^* + K\right)\left((r+\beta)' - P'_{eN} - (r+\beta) + P_{eN}\right)$，因 $(r+\beta)' - P'_{eN} - (r+\beta) + P_{eN} < 0$，则 y_{N2} 随着现货市场供应量 K 的增加而递增. 也就是说，在客户需求和现货价格分布函数一定的情形下，随着 K 的增加，y_{N1} 与 $y_{N2}(K)$ 交点的横坐标越来越小，即 $\sum_{m=1}^{N} R_m^*$ 的数值越来越小.

因此，在给定客户需求和现货价格分布函数的情形下，有效合约的总购买量是现货市场供应量的减函数.

(上接第 7 页)

[18] Camerer C F, Ho T H. Violations of the betweenness axiom and nonlinearity in probability [J]. Journal of Risk And Uncertainty, 1994, (8): 167 – 196.

[19] Wu G, Gonzalez R. Curvature of the probability weighting function [J]. Management Science, 1996, (12): 1676 – 1690.

[20] Neilson W, Stowe J. A further examination of cumulative prospect theory parameterizations [J]. Journal of Risk and Uncertainty, 2002, 24(1): 31 – 46.

Cumulative prospect theory-based user equilibrium model for stochastic network

XU Hong-li, ZHOU Jing, XU Wei

School of Management & Engineering, Nanjing University, Nanjing 210093, China

Abstract: The assumption about travelers' choice behavior has a major influence on traffic assignment. Cumulative prospect theory (CPT) proposes an alternative framework to the traditional risk-taking modeling in route choice behavior, which might be more complicated but more scientific. Based on the choice framework of CPT, this paper establishes a link between the network stochasticity and traveler's route choice behavior by calculating CPT-based commute utility. Moreover, we establish the CPT-based user equilibrium (UE) model as well as its equivalent variational inequality (VI) expression. Accordingly, an algorithm on the basis of the method of successive average (MSA) is proposed to solve the UE model. Both the model and the solution algorithm are demonstrated in a numerical example. Sensitivity analysis of parameters involved is also discussed in detail, which displays the effect of traveler's risk preference, traveler's expectation on network service level and network uncertainty on the UE flow distribution.

Key words: urban traffic; stochastic network; user equilibrium; cumulative prospect theory