第 14 卷第 9 期
2011 年 9 月
管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA
Vol. 14 No. 9
Sep. 2011

我国定期存贷款利率期权隐含波动率研究①

叶志强[1,2]，陈习定[2]，张顺明[3]
(1. 华东理工大学商学院，上海 200237; 2. 厦门大学经济学院，厦门 361005;
3. 中国人民大学财政金融学院，北京 100872)

摘要： 拓展 Jiang 和 Tian[1] 模型获得了看涨看跌期权的无模型隐含波动率的理论表达式. 并对理论表达式做了进一步处理，获得满足实际应用需要的计算表达式. 根据无套利原理，由当前商业银行不同期限存贷款利率构造出不同执行价的看涨和看跌期权，再运用 3 次曲线拟合的方法，获得满足实际应用需要的一系列看涨和看跌期权; 最后计算得到 5 年期定期存贷款利率的隐含波动率. 研究结果表明我国当前银行存贷款利率存在上涨压力.

关键词： 存贷款利率; 隐含期权; 无模型; 隐含波动率
中图分类号： F830　　**文献标识码：** A　　**文章编号：** 1007 - 9807(2011)09 - 0067 - 10

0 引 言

随着我国利率市场化的进程加快，由市场供求关系决定的利率及其波动使我国商业银行经营面临更大风险，因为利率波动可能会导致存款提前支取和贷款提前偿还. 因此，对银行存贷款利率的隐含期权研究，已日益成为银行及其他金融机构的重要课题②.

在已有的利率风险研究中，传统的利率敏感性缺口分析是一种静态分析方法，对于利率隐含期权风险不适用; 久期缺口模型尽管可以用来分析银行整体风险，也可用于分析银行某一种资产或者负债的利率风险，但仍然不适用分析含权债券[2]. 为此，Chastain 和 Chen[3] 完善了有效久期 - 凸度方法(OAS 法) 可用于分析具有隐含期权的债券理论，成为利率期限结构研究的基础. Lee 和 Stock[4] 指出 OAS 法可用于分析商业银行整个资产负债表的利率风险. Décamps 和 Rochet[5] 根据 B-S 期权定价公式运用到公司债券的隐含期权定价中. Boyle 等[6] 利用蒙特卡罗模拟对隐含期权进行了定价分析.

近年来国内学者对债券隐含期权的研究发展迅速. 王春峰和张伟[7] 基于凸度缺口模型研究具有隐含期权的商业银行利率风险管理，提出隐含期权型金融工具利率风险测量的杂合低偏差序列 Monte Carlo 方法，构建了利率风险管理的目标规划模型. 罗大伟和万迪昉[8] 研究隐含期权条件下银行资产负债表的利率风险控制，提出了隐含期权条件下银行资产负债表的利率风险的控制策略，以及分析了实施利率风险控制策略所需要的基于利率情景制造的隐含期权的证券估价技术. 郑振龙和林海[9] 对银行资产负债业务中隐含期权进行了分解，分析其隐含期权的特征以及各个因素对期权执行可能性的影响，并通过两种方法—无套利分析和数值计算法对隐含期权进行了定价，以及对期权价格和各个因素进行了敏感性分析. 夏和平等[2] 采用蒙特卡罗模拟方法对隐含

① 收稿日期: 2009 - 11 - 16; 修订日期: 2010 - 11 - 18.
基金项目: 国家社会科学基金重点资助项目(07AJL002); 国家杰出青年科学基金资助项目(70825003).
作者简介: 叶志强(1977—)，男，江西赣州人，博士，讲师. Email: xxxy2008xyyy@126.com
② 1997 年巴塞尔委员会就指出隐含期权的利率风险日益成为银行所面临的一类重要风险.

期权存贷款进行数值定价和风险度量，并基于久期 - 凸性缺口模型研究存贷款业务中的隐含期权对我国商业银行利率风险的影响. 刘凤琴等[10]根据期权定价的蒙特卡罗模拟方法研究包含在可提前偿付存贷款合约中的隐含期权问题，结论认为基于诸如对偶变量等方差减少技术的蒙特卡罗模拟改进方法是解决银行存贷款隐含期权定价问题的一种有效途径.

波动率是金融资产的一个重要参数. 关于波动率的计算，有 B-S 公式、长记忆随机波动率(LMSV)模型[11]和 GARCH 模型[12]等计算方法. 本文采用无模型(model-free)隐含波动率计算方法，该方法具有约束条件少，能够充分利用市场信息以及对未来预测包含更多信息等优点. 无模型隐含波动率模型假设市场无套利，利用期权市场信息，估计出期权的隐含波动率. 该模型的广泛适用性及在反映市场信息时的有效性使它已逐步成为各国学界和业界研究的热点③. 无模型隐含波动率模型首先由 Britlen-Jones 和 Neuberger[13]提出，Jiang 和 Tian[1]对该模型进行了扩展，由资产价格满足扩散过程延展到能够同时满足扩散过程和带跳过程. 他们应用无模型隐含波动率模型研究了标准普尔 500 指数期权，结果表明该模型比起 B-S 公式计算出来的隐含波动率在预测未来波动率时更有效. 国内黄薏舟和郑振龙[14-15]运用无模型隐含波动率方法研究香港恒生指数期权所含信息，结果表明无模型隐含波动率信息含量最多.

本文进一步拓展了 Jiang 和 Tian 的无模型隐含波动率模型，由看涨期权延展到看跌期权. 结合国内外学者的研究成果，从投资者角度出发，将我国商业银行不同期限的存贷款利率当做是美式看涨、看跌期权④的各个行权价，这样做是为了避免美式期权定价的复杂性，把美式期权定价转化为欧式期权定价. 本文先以定期存款为例分析定期存款的隐含期权的隐含波动率，定期贷款也可做类似的分析.

1 无模型隐含波动率

1.1 理论模型

根据文献[13]，假设市场上不存在套利机会，由 Breeden 和 Litzenberger[16]在离散情形下风险中性的概率测度等于看涨期权⑤价格 C 关于执行价 K 的二次导数 $\frac{\partial^2 C(K,t)}{\partial K^2}$，从而有

$$\Pr(S_t = K) = \pi(K,t) \tag{1}$$

其中：S_t 表示为标的资产 t 期价格；风险中性概率测度 $\pi(K,t)$ 为

$$\pi(K,t) = \frac{C(t,Ku) - (1+u)C(t,K) + uC(t,K/u)}{K(u-1)} \tag{2}$$

其中 $u > 0$.

假设标的资产价格 S_t 服从扩散过程，在连续的风险中性下，t 期时 $S_t = K$ 和 $t+h$ 期时 $S_{t+h} = K^*$ 的概率为

$$\Pr\{S_t = K \text{ 且 } S_{t+h} = K^*\} = \begin{cases} \frac{C(t+h,u) - C(t,K)}{K(u-1)}, K^* = Ku \\ \frac{C(t,Ku) + uC(t,K/u) - (1+u)C(t+h,K)}{K(u-1)}, \\ K^* = u \\ \frac{C(t+h,u) - C(t,K)}{K(1-1/u)}, K^* = K/u \\ 0, \text{其他} \end{cases} \tag{3}$$

由联合概率密度等于边缘概率密度与条件概率密度的乘积公式和式(3)容易得到

$$E\left[\left(\frac{S_{t+h} - S_t}{S_t}\right)^2 \mid S_t = K\right] =$$

③ 例如美国在 2003 年开始利用无模型隐含波动率编制波动率指数.

④ 详细可参见参考文献[9]. 本文认为不同期限的存贷款可以假设为投资者在一个长的时间跨度内自由重复投资，比如 3 个月存款利率，可以看成是 3 个月到期之后再把资金存入银行作为 3 个月的定期存款投资，这样重复不断，可以复制出任意时间跨度 T 内所需要的定期存款的复利率. 所以按照这个复利率投资，T 时期内不存在分红，所以美式期权等价于欧式期权.

⑤ Jiang 和 Tian[1]没有明确提出看涨期权是欧式期权还是美式期权.

$$\frac{[C(t+h,K)-C(t,K)](u-1)^2(u+1)/u}{C(t,Ku)-(1+u)C(t,K)+uC(t,K/u)} \tag{4}$$

将式(4)离散化标的资产价格水平 S_t，得到

$$E\left[\left(\frac{S_{t+h}-S_t}{S_t}\right)^2\right]=\sum_{K\in K}\pi(K,t)\times$$

$$\frac{[C(t+h,K)-C(t,K)](u-1)^2\frac{u+1}{u}}{C(t,Ku)-(1+u)C(t,K)+uC(t,K/u)} \tag{5}$$

对式(5)关于时间 t 加总，并简化得到

$$E\left[\sum_{t\in[t_1,t_2-h]}\left(\frac{S_{t+h}-S_t}{S_t}\right)^2\right]=$$

$$\left(u-\frac{1}{u}\right)\left[\sum_{K\in K}\frac{C(t_2,K)-C(t_1,K)}{K}\right] \tag{6}$$

由式(6)可得到

$$E_0\left[\int_{t_1}^{t_2}\left(\frac{\mathrm{d}S_t}{S_t}\right)^2\right]=$$

$$2\int_0^{\infty}\frac{C(t_2,K)-C(t_1,K)}{K^2}\mathrm{d}K \tag{7}$$

因为在风险中性测度下，标的资产价格 S_t 是一个正鞅，所以可以表示为

$$\frac{\mathrm{d}S_t}{S_t}=\sigma(t,\cdot)\,\mathrm{d}z \tag{8}$$

因此

$$E_0\left(\int_{t_1}^{t_2}\sigma_t^2\mathrm{d}t\right)=$$

$$2\int_0^{\infty}\frac{C(t_2,K)-C(t_1,K)}{K^2}\mathrm{d}K \tag{9}$$

文献[1]对上式进行了拓展，考虑标的资产价格满足带跳过程，得到同样的表达形式. 略有不同的是，文献[1]把标的资产价格 S_t 通过零息债券价格 $B(t,T)$ 转化为远期价格零息债券价格 $F_t\left(F_t=\frac{S_t}{B(t,T)}\right)$ 那么远期价格同样服从正鞅过程，即 $\mathrm{d}F_t/F_t=\sigma(t,\cdot)\,\mathrm{d}z$，所以式(9)可变化为

$$E_0^{\mathrm{F}}\left[\int_{t_1}^{t_2}\left(\frac{\mathrm{d}F_t}{F_t}\right)^2\right]=$$

$$2\int_0^{\infty}\frac{C^{\mathrm{F}}(t_2,K)-C^{\mathrm{F}}(t_1,K)}{K^2}\mathrm{d}K \tag{10}$$

取 $t_1=0$, $t_2=T$，式(10)可变为

$$E_0^{\mathrm{F}}\left[\int_0^{T}\left(\frac{\mathrm{d}F_t}{F_t}\right)^2\right]=$$

$$2\int_0^{\infty}\frac{C^{\mathrm{F}}(T,K)-C^{\mathrm{F}}(0,K)}{K^2}\mathrm{d}K \tag{11}$$

对于看涨期权有 $C^{\mathrm{F}}(0,K)=\max(0,F_0-K)$，代入式(11)，可得看涨期权无模型隐含波动率模型的理论表达式为

$$E_0^{\mathrm{F}}\left[\int_0^{T}\left(\frac{\mathrm{d}F_t}{F_t}\right)^2\right]=$$

$$2\int_0^{\infty}\frac{C^{\mathrm{F}}(T,K)-\max(0,F_0-K)}{K^2}\mathrm{d}K \tag{12}$$

本文在文献[1]的基础上进一步扩展，考察了看跌期权的情形. 假设看跌期权的行权价为 K，到期日为 T，资产的远期价格为 F_t，资产的远期期权价格为 $p^{\mathrm{F}}(T,K)$. 并且假设 F_t 服从鞅过程. 则有

性质 1　资产从当前期 0 时期到远期 T 之间的收益方差，可以由一组到期日为 T 的看跌期权完全表示出来，即

$$E_0^{\mathrm{F}}\left[\int_0^{T}\left(\frac{\mathrm{d}F_t}{F_t}\right)^2\right]=$$

$$2\int_0^{\infty}\frac{\max(0,K-F_0)-p^{\mathrm{F}}(T,K)}{K^2}\mathrm{d}K \tag{13}$$

性质 1 表明在无套利原理下，看跌期权的隐含波动率可以由从 0 到 $+\infty$ 连续的执行价看跌期权表示出来，不依赖于具体的模型. 性质的证明过程详见附录 1.

1.2　实际应用

式(12)和式(13)只是理论表达式，在应用过程中，需要对其进行一些处理，以满足实际条件的需要. 这里以式(12)为例说明如何处理，式(13)可做类似处理.

第 1，理论表达式(16)中行权价是从 0 到 $+\infty$ 范围内变化的，而实际资产的行权价不满足这个要求. 假设期权的行权价是在 $[K_{\min},K_{\max}]$ 内，并假设 $0<K_{\min}<F_0<K_{\max}<+\infty$. 所以截断掉 $[0,K_{\min}]$ 和 $[K_{\max},\infty]$ 区间，忽略掉截断带来的误差，式(12)可以近似地表示为

$$E_0^{\mathrm{F}}\left[\int_0^{T}\left(\frac{\mathrm{d}F_t}{F_t}\right)^2\right]=$$

$$2\int_{K_{\min}}^{K_{\max}}\frac{C^{\mathrm{F}}(T,K)-\max(0,F_0-K)}{K^2}\mathrm{d}K \tag{14}$$

只要 $[K_{\min},K_{\max}]$ 的涵盖区间足够大，截断误差就可以忽略，例如文献[1]认为它的范围包括

了 $[F_0 - 2\sigma, F_0 + 2\sigma]$，则截断误差可以忽略.

第 2，理论表达式(12) 中行权价是连续过程，而实际期权价格是离散的. 所以对方程式(14) 等号左边使用梯形规则，得到

$$2\int_{K_{\min}}^{K_{\max}} \frac{C^{\mathrm{F}}(T,K) - \max(0, F_0 - K)}{K^2} \mathrm{d}K \approx \sum_{i=1}^{m} [g(T,K_i) + g(T,K_{i-1})] \Delta K \tag{15}$$

其中，执行价间隔 $\Delta K = (K_{\max} - K_{\min})/m$，第 i 个执行价 $K_i = K_{\min} + i\Delta K(0 \leqslant i \leqslant m)$，并且

$$g(T,K_i) = \frac{C^{\mathrm{F}}(T,K) - \max(0, F_0 - K)}{K_i^2}$$

对于有限的 m(或者 $\Delta K > 0$)，离散化就会带来离散误差，但只要把实际期权价格划分的很小，离散误差则可以忽略. 正如文献 [1] 指出，当 $\Delta K \leqslant 0.35\sigma$ 时，离散误差可以忽略.

第 3，理论表达式(15) 中使用的是资产的远期价格，当采用即期价格时，需要进行适当调整. 在利率和红利确定的情况下，可以得到远期资产价格与远期期权价格分别为

$$F_t = S_t / B(t,T)$$

$$C^{\mathrm{F}}(T,K) = C(T,K)/B(t,T)$$

其中，S_t 是即期资产价格减去期权到期日之前可预期的远期红利，$B(t,T)$ 是 t 时期零息债券的价格，$C(T,K)$ 是即期期权价格. 为了简化起见，采用无风险利率折现来替换零息债券. 通过替换，公式(12) 可以变为

$$E_0^{\mathrm{F}}\left[\int_0^{\mathrm{T}}\left(\frac{\mathrm{d}S_t}{S_t}\right)^2\right] = 2\int_0^{\infty} \frac{C(T,K)/B(0,T) - \max[0, S_0/B(0,T) - K]}{K^2}\mathrm{d}K$$

$$\approx 2\sum_{i=1}^{m} \frac{C(T,K_i)\mathrm{e}^{rT} - \max[0, S_0\mathrm{e}^{rT} - K_i]}{K_i^2}\Delta K_i \tag{16}$$

对于贷款而言，公式(13) 可以变为

$$E_0^{\mathrm{F}}\left[\int_0^{\mathrm{T}}\left(\frac{\mathrm{d}S_t}{S_t}\right)^2\right] = 2\int_0^{\infty} \frac{\max[0, K - S_0/B(0,T)] - C(T,K)/B(0,T)}{K^2}\mathrm{d}K$$

$$\approx 2\sum_{i=1}^{m} \frac{\max[0, K_i - S_0\mathrm{e}^{rT}] - C(T,K_i)\mathrm{e}^{rT}}{K_i^2}\Delta K_i \tag{17}$$

第 4，理论表达式离散化形式(14) 中行权价 K 在 $[K_{\min}, K_{\max}]$ 中. 而实际市场上交易的期权价格是以固定增长幅度增加. 因此还必须处理两个相邻行权价之差过大而带来的误差. 本文为此采用 3 次曲线拟合的方法去得到需要的任意行权价，对于看跌期权可以做同样的处理.

2　我国定期存贷款利率的无模型隐含波动率研究

2.1　数据来源

银行定期存贷款利率数据来源于中国人民银行⑥，其他数据均来源于 wind 数据库.

2.2　数据处理

1) 看涨、看跌期权的行权价格 K_i. 由于我国商业银行 3 个月、半年、1 年、2 年、3 年和 5 年的定期存款利率分别等于 1.71%，1.98%，2.25%，2.79%，3.33%，3.6%，所以对应 5 年期看涨期权的行权价格 K_i 分别为 1.089($\mathrm{e}^{1.71\% \times 5} = 1.089$⑦)，1.104，1.119，1.150，1.181，1.197.

由于我国商业银行 6 个月以内(含 6 个月)、6 个月至 1 年(含 1 年)、1 至 3 年(含 3 年)、3 至 5 年(含 5 年) 和 5 年以上的定期贷款利率分别等于 4.86%，5.31%，5.40%，5.76%，5.94%，所以对应的 5 年期看跌期权的行权价格 K_i 分别为 1.275($\mathrm{e}^{4.86\% \times 5} = 1.275$)，1.304，1.310，1.334，1.347.

2) 定期存贷款对应资产的现期价格 S_0. 有 $S_0 = 1$.

⑥ 具体网址为 http://www.pbc.gov.cn/huobizhengce/huobizhengcegongju/lilvzhengce/lilvshuiping/.

⑦ 参见文献 [15].

3) 看涨期权价格 $C(T,K_i)$. 由于现实市场上不存在这样的存贷款期权,所以本文采用无套利定价原则计算出市场上存贷款的隐含期权价格⑧. 采用郑振龙和林海[9] 提出的第 1 种无套利法计算定期存贷款隐含期权价格,可得到定期存贷款利率的隐含期权价格,见表 1.

投资于国债市场 5 年后的收益等于投资于存款 5 年后的收益加看涨期权价格⑨.

发行企业债 5 年后的成本等于申请银行贷款 5 年后的成本减看跌期权价格⑩.

表 1 定期存、贷款利率的隐含期权价格

Table 1 The prices of implied options for deposit and lending interest rates

定期存款利率期限	隐含期权价格
3 个月	exp(2.00% × 5) − exp(1.71% × 5) = 0.015 9
6 个月	exp(2.75% × 5) − exp(1.98% × 5) = 0.043 3
1 年	exp(3.42% × 5) − exp(2.25% × 5) = 0.067 4
2 年	exp(3.42% × 5) − exp(2.79% × 5) = 0.036 8
3 年	exp(3.92% × 5) − exp(3.33% × 5) = 0.035 4
5 年	exp(4.30% × 5) − exp(3.60% × 5) = 0.042 6
定期贷款利率期限	隐含期权价格
6 个月以内(含 6 个月)	exp(4.86% × 5) − exp(1.82% × 5) = 0.179 8
6 个月至 1 年(含 1 年)	exp(5.31% × 5) − exp(2.88% × 5) = 0.149 2
1 年至 3 年(含 3 年)	exp(5.40% × 5) − exp(3.55% × 5) = 0.115 7
3 年至 5 年(含 5 年)	exp(5.76% × 5) − exp(3.74% × 5) = 0.128 1
5 年以上	exp(5.94% × 5) − exp(4.48% × 5) = 0.094 7

注: 数据来源于中国人民银行和 wind 数据库.

4) 曲线拟合. 本文采用 3 次曲线拟合的方法[17]. 首先采用 B-S 公式计算出 B-S 公式下各个看涨期权的隐含波动率 σ⑪. 然后取步长为 $\Delta K = 0.003$(这里 $\Delta K < 0.35\sigma$), 在区间 [1.089, 1.197] 拟合⑫, 得到对应的 (σ', K'). 结果见附表 3.

同样对于看跌期权,采用 B-S 公式得到各个看跌期权的隐含波动率 σ. 然后取步长为 $\Delta K = 0.002$(这里 $\Delta K < 0.35\sigma$), 在区间 [1.227 5, 1.347] 拟合,得到对应的 (σ', K'), 结果见附表 4.

5) 计算 (C', K'). 根据 B-S 公式,由 (σ', K') 计算得到 (C', K'), 5 年期定期存款隐含期权结果见附表 3, 5 年期定期贷款隐含期权结果见附表 4.

2.3 计算我国 5 年期定期存款隐含波动率 σ_c

本文把 5 年期定期存款看成是隐含美式看涨期权,把表 1 中的一组不同的执行价和期权价格

⑧ 这种方法得出的期权价格与标的资产有关,随意性较大. 但在市场上不存在利率期权这种金融产品时,作者认为具体投资者可以根据自身需要选择标的资产. 在本文中,假定投资者是风险中性的,在相同期限中只关注收益率,所以对于定期存款期权选择的是利率较高的国债作为标的资产,具体见附表 1, 对于定期贷款期权选择发行利率较低的企业债,具体见附表 2.

⑨ 国债投资不征收利息税,同时 2008 年 10 月 9 日取消利息税.

⑩ 由于市场上不存在 6 个月以内的定期债券,所以本文近似采用市场交易数据替代.

⑪ B − S 公式中无风险利率,对于存款利率看涨期权取活期存款利率 0.36%, 对于贷款利率看跌期权取 6%. 由于 B − S 公式只是工具,这样取 B − S 公式中的无风险利率,是为了得到隐含波动率的解. 作者已经计算过, B − S 公式中取不同的无风险利率得到 (C', K), 代入看涨和看跌期权隐含波动率计算公式,得到的结果相差不超过 0.1%.

⑫ 本文采用 Matlab 编程绘制 3 次拟合曲线.

的看涨期权数据代入公式(16),可得到

$$\sigma_c^2 \approx 2\sum_{i=1}^{m}\left\{\frac{1}{K_i^2}\left[C(T,K_i)\,e^{rT} - \max(0, S_0 e^{rT} - K_i)\right]\Delta K_i\right\}$$

$$= 2\left\{\frac{1}{1.089^2}\left[0.015\,9\times e^{0.36\%\times 5} - \max(0, 1\times e^{0.36\%\times 5} - 1.089)\right]\times 0.003 + \cdots + \frac{1}{1.197^2}\left[0.042\,6\times e^{0.36\%\times 5} - \max(0, 1\times e^{0.36\%\times 5} - 1.197)\right]\times 0.003\right\}$$

$$= 0.007\,43$$

5 年期定期存款利率的隐含波动率 $\sigma_c = 0.086\,2$. 转换为年波动率

$$\sigma_c^{MF} = \frac{0.086\,189}{\sqrt{5}} = 0.039\,5$$

2.4 计算我国 5 年期定期贷款隐含波动率 σ_p

本文把 5 年期定期贷款看成是隐含美式看跌期权,把表 1 中的一组不同执行价和期权价格的看跌期权数据代入公式(17),可得到

$$\sigma_p^2 \approx 2\sum_{i=1}^{m}\left\{\frac{1}{K_i^2}\left[\max(0, K_i - S_0 e^{rT}) - C(T,K_i)\,e^{rT}\right]\Delta K_i\right\}$$

$$= 2\left\{\frac{1}{1.275^2}\left[\max(0, 1.275 - 1\times e^{0.36\%\times 5}) - 0.179\,8\times e^{0.36\%\times 5}\right]\times 0.002 + \cdots + \frac{1}{1.347^2}\left[\max(0, 1.347 - 1\times e^{0.36\%\times 5}) - 0.094\,7\times e^{0.36\%\times 5}\right]\times 0.002\right\}$$

$$= 0.012\,2$$

5 年期定期存款利率的隐含波动率 $\sigma_p = 0.110\,5$. 转换为年波动率

$$\sigma_p^{MF} = \frac{0.110\,5}{\sqrt{5}} = 0.049\,4$$

2.5 无模型隐含波动率包含的信息

前面根据无模型隐含波动率模型计算得到 5 年定期存贷款波动率,为了更好地了解该波动率,这里把无模型隐含波动率与根据历史数据直接计算得到的波动率进行比较.

1) 历史数据导出波动率　令

$$u = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right) \quad (i = 1, 2, \cdots, n)$$

以 S 估计 u 的标准差,则有

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)}\left(\sum_{i=1}^{n} u_i\right)^2}$$

$$\sigma = \frac{S}{\sqrt{t}}$$

根据1990－4－15 至2008－12－23 期间我国银行历年存款利率数据,代入得到 5 年期定期存款波动率 $\sigma_c^{RE} = 0.041\,1$.

根据1991－4－21 至2008－12－23 期间我国银行历年贷款利率数据,代入得到 5 年期定期贷款波动率 $\sigma_p^{RE} = 0.032\,8$.

2) 无模型隐含波动率所包含的信息　比较由无模型隐含波动率模型计算结果与由历史数据计算结果,得到:

比较 5 年期定期存款利率隐含期权的波动率,得到 $\sigma_c^{MF} < \sigma_c^{RE}$;

比较 5 年期定期贷款利率隐含期权的波动率,得到 $\sigma_p^{RE} < \sigma_p^{MF}$.

因为 5 年期定期存款利率的隐含波动率 σ_c^{MF} 比 σ_c^{RE} 低,这说明当前存款利率的看涨期权价格被低估,投资者将会买进这种利率看涨期权,存款利率存在上涨趋势; 因为 5 年期定期贷款利率的隐含波动率 σ_p^{MF} 比 σ_p^{RE} 高,这说明当前贷款利率的看跌期权价格被高估,投资者将会买进这种利率看跌期权,贷款利率存在上涨趋势. 所以当前我国商业银行必须调整自身资产负债水平,以适应未来存贷款利率上涨压力.

3 结束语

利率管理是我国商业银行风险管理的主要内容. 由于存贷款具有期权特性,所以评价银行的资产与负债不能仅根据银行规定的存贷款利率,需要结合存贷款利率的期权特性来评估. 存贷款利率隐含期权的一个重要参数是隐含波动率,如何准确地估计这一参数值,成为金融学界和实践界的重要课题. 通常人们评估期权的隐含波动率是根据历史价格进行评估,但是历史信息对于未来期权价格走势帮助不大. 后来人们采用 B-S 公式

倒推计算得到期权的隐含波动率. 这种方法也具有一定的局限性. 这表现在采用的只是一种期权信息,所以得到的是一种期权的隐含波动率. 另外市场上常常不存在这样交易的期权,比如实物期权及本文讨论的存贷款. 还有取无风险利率对于结果影响很大,这对于我国不完善的利率市场来说显然很不合适. 所以本文采用了无模型隐含波动率模型方法评估 5 年期存贷款利率隐含期权的隐含波动率.

本文首先扩展了 Jiang 和 Tian[1] 提出的无模型隐含波动率模型,并得到看跌期权的无模型隐含波动率表达式,然后根据实际要求获得实际应用的无模型隐含波动率模型的计算式. 再把我国目前银行存贷款利率转换为看涨、看跌期权,代入无模型隐含波动率模型的计算式,得到无模型隐含波动率. 最后比较了根据历史价格计算出来的波动率和无模型隐含波动率,获得了我国目前银行存贷款利率都存在上涨压力的结论. 因此我国商业银行应该提前调整以适应未来银行存贷款利率上涨的压力.

当然,本文在取存贷款利率隐含期权的标的资产(国债与企业债) 值得进一步讨论. 由于取到与存贷款相同风险等级的标的资产很困难(特别是企业债的选择) ,这需要进一步的研究.

参 考 文 献:

[1] Jiang G J, Tian Y S. The model-free implied Volatility and its information content [J]. Review of Financial Studies, 2005, 18(4): 1305 - 1342.

[2] 夏和平, 周茂彬, 王小明. 存贷款业务中的隐含期权对我国商业银行利率风险的影响 [J]. 金融研究, 2007, (9): 138 - 150.

Xia He-ping, Zhou Mao-bin, Wang Xiao-ming. The impact on interest rate of commercial banks in China caused by embedded options in deposits and loans [J]. Journal of Financial Research, 2007, (9): 138 - 150. (in Chinese)

[3] Chastain S G, Chen J. The delivery option in mortgage backed security valuation simulations [M] //WSC'05 Proceedings of the 37th Conference onWinter Simulation, Orland: TEEE Press, 2005: 1821 - 1826.

[4] Lee J H, Stock D R. Embedded options and interest rate risk for insurance companies, banks and other financial institutions [J]. The Quarterly Review of Economics and Finance, 2000, 40(2): 169 - 187.

[5] Dumas B, Fleming J, Whaley R E. Implied volatility functions: Empirical tests [J]. Journal of Finance, 1998, 53(6): 2059 - 2106.

[6] Boyle P, Broadie M, Glasserman P. Monte Carlo methods for security pricing [J]. Journal of Econometric Dynamics and Control, 1997, 21(8): 1267 - 1321.

[7] 王春峰, 张 伟. 具有隐含期权的商业银行利率风险测量与管理: 凸度缺口模型 [J]. 管理科学学报, 2001, 4(5): 21 - 29.

Wang Chun-feng, Zhang Wei. Measuring and managing interest rate risk with embedded option in commercial banks: Convexity-gap model [J]. Journal of Management Sciences in China, 2001, 4(5): 21 - 29. (in Chinese)

[8] 罗大伟, 万迪昉. 有隐含期权的银行资产负债表的利率风险控制 [J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(8): 55 - 60.

Luo Da-wei, Wan Di-fang. Controlling interest rate risk of banks' balance sheet with embedded options [J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2002, 22(8): 55 - 60. (in Chinese)

[9] 郑振龙, 林 海. 银行资产负债中隐含期权的定价 [J]. 金融研究, 2004, (7): 23 - 32.

Zheng Zhen-long, Lin Hai. The pricing of implied options in banks asset and liability [J]. Journal of Financial Research, 2004, (7): 23 - 32. (in Chinese)

[10] 刘凤琴, 马俊海, 戈晓菲. 存贷款利率隐含期权定价的蒙特卡罗模拟及其改进 [J]. 财经论丛, 2010, (2): 64 - 70.

Liu Feng-qin, Ma Jun-hai, Ge Xiao-fei. Monte carlo simulation methods for pricing options embedded in deposit & loan interest rates and its application [J]. Collected Essays on Finance and Economics, 2010, (2): 64 - 70. (in Chinese)

[11] Breidt F J, Crato N, Delina P. On the detection and estimation of long memory in stochastic volatility [J]. Journal of econ-

ometrics, 1998, 83(1): 325 - 348.

[12] Bollerslev T, Mikkelsen H O. Modeling and pricing long memory in stock market volatility [J]. Journal of Econometrics, 1996, 73(1): 151 - 184.

[13] Britten-Jones M, Neuberger A. Option prices, implied price process, and stochastic volatility [J]. Journal of Finance, 2000, 55(2): 621 - 651.

[14] 黄薏舟, 郑振龙. 无模型隐含波动率及其所包含的信息: 基于恒生指数期权的经验分析 [J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(11): 46 - 59.

Huang Yi-zhou, Zheng Zhen-long. Model-free implied volatility and its implications: Evidence from Hang Seng Index options [J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2009, 29(11): 46 - 59. (in Chinese)

[15] 郑振龙, 黄薏舟. 波动率预测: GARCH 模型与隐含波动率 [J]. 数量经济技术经济研究, 2010, 27(1): 140 - 150.

Zheng Zhen-long, Huang Yi-zhou. Volatility forecast: GARCH model vs. implied volatility [J]. The Journal of Quantitative & Technical Economics, 2010, 27(1): 140 - 150. (in Chinese)

[16] Breeden D T, Litzenberger R H. Prices of state-contingent claims implicit in option prices [J]. Journal of Business, 1978, 51(4): 621 - 651.

[17] 李熠熠, 潘婉彬, 谬柏其. 基于三次样条的利率期限结构估计中的节点选择 [J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(4): 28 - 33.

Li Yi-yi, Pan Wan-bin, Miao Bai-qi. Knot selection of estimating the term structure with cubit spline function [J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2009, 29(4): 28 - 33. (in Chinese)

Research on the implied volatilities of options for deposit and lending interest rates in China

YE Zhi-qiang[1,2], *CHEN Xi-ding*[2], *ZHANG Shun-ming*[3]

1. School of Business, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China;
2. School of Economics, Xiamen University, Xiamen 361005, China;
3. School of Finance, Renmin University of China, Beijing 100872, China

Abstract: This paper extend Jiang and Tian(2005) model to the setting for put options, and obtain the expressions of the model-free implied volatility of call options and put option. And we further transform the theoretical expressions to those which meet practical application needs. According to no-arbitrage principle, we construct calls and puts with different strike prices using the deposit and lending interest rates with various maturities and then we acquire a series of calls and puts through cubic curve fitting method. Finally we work out the implied volatilities of five-year deposit and lending interest rates. Our results show that there exists a upward pressure in the interest rates of deposit and lending of China's banks.

Key words: deposit and lending interest rates; implied option; model-free; implied volatility

附录 I

性质 1 的证明 首先考虑扩散过程. 根据无套利观点,这意味着存在

$$\frac{\mathrm{d}F_t}{F_t} = \sqrt{V_t}\mathrm{d}W_t$$

其中: V_t 是资产远期价格 F_t 变化的瞬时方差; W_t 是资产远期价格 F_t 的标准布朗运动.

由 Ito 引理,得到

$$\mathrm{d}\ln F_t = -\frac{1}{2}V_t\mathrm{d}t + \sqrt{V_t}\mathrm{d}W_t$$

关于时间求积分并取期望,则进一步得到

$$\mathrm{E}_0^F\left(\int_0^T V_t\mathrm{d}t\right) = 2\left[\ln F_0 - \mathrm{E}_0^F(\ln F_T)\right]$$

而

$$E_0^F\left(\int_0^T V_t \mathrm{d}t\right) = E_0^F\left(\int_0^T \left(\frac{\mathrm{d}F_t}{F_t}\right)^2\right)$$

所以

$$E_0^F\left(\int_0^T \left(\frac{\mathrm{d}F_t}{F_t}\right)^2\right) = 2\left[\ln F_0 - E_0^F(\ln F_T)\right]$$

另外

$$E_0^F\left(\int_0^T \left(\frac{\mathrm{d}F_t}{F_t}\right)^2\right) = 2\left[\ln F_0 - E_0^F(\ln F_T)\right]$$

$$\int_0^\infty \frac{\max(0, K - F_0) - p^F(T, K)}{K^2}\mathrm{d}K =$$

$$\left.\frac{\max(0, K - F_0) - p^F(T, K)}{K}\right|_0^\infty -$$

$$\int_0^\infty \frac{1_{K>F_0} - p_K^F(T, K)}{K}\mathrm{d}K =$$

$$\int_0^\infty \frac{E_0^F\left[\frac{\partial \max(0, K - F_T)}{\partial K}\right] - 1_{K>F_0}}{K}\mathrm{d}K =$$

$$\int_0^\infty \frac{E_0^F\left[1_{K>F_T}\right] - 1_{K>F_0}}{K}\mathrm{d}K = \ln F_0 - E_0^F(\ln F_T)$$

所以，得到

$$E_0^F\left(\int_0^T \left(\frac{\mathrm{d}F_t}{F_t}\right)^2\right) =$$

$$2\int_0^\infty \frac{\max(0, K - F_0) - p^F(T, K)}{K^2}\mathrm{d}K$$

同样，对于跳跃过程，采用相类似的步骤. 假设资产远期价格过程为

$$\mathrm{d}F_t / F_t = \sqrt{V_t}\mathrm{d}W_t + J_t \mathrm{d}N_t - \mu_t \lambda_t \mathrm{d}t$$

其中，N_t 为随时间变化的纯跳跃过程，λ_t 为时间变化密度，J_t 是跳跃的大小，其均值为 μ_t. 并假定跳跃过程与扩散过程无关. 应用 Ito 引理，得到

$$\mathrm{d}\ln F_t = -\frac{1}{2}V_t \mathrm{d}t + \sqrt{V_t}\mathrm{d}W_t +$$

$$\ln(1 + J_t)\mathrm{d}N_t - \mu_t \lambda_t \mathrm{d}t$$

由于 $\ln(1 + J_t) \approx J_t - \frac{1}{2}J_t^2$，进一步得到

$$E_0^F\left[\int_0^T \mathrm{d}\ln F_t\right] \approx -\frac{1}{2}E_0^F\left[\int_0^T (V_t + \lambda_t J_t^2)\mathrm{d}t\right]$$

或者

$$E_0^F\left[\int_0^T (V_t + \lambda_t J_t^2)\mathrm{d}t\right] \approx 2\left[\ln F_0 - E_0^F(\ln F_T)\right]$$

而

$$E_0^F\left[\int_0^T (V_t + \lambda_t J_t^2)\mathrm{d}t\right] = E_0^F\left[\int_0^T \left(\frac{\mathrm{d}F_t}{F_t}\right)^2\right]$$

所以

$$E_0^F\left[\int_0^T \left(\frac{\mathrm{d}F_t}{F_t}\right)^2\right] \approx 2\left[\ln F_0 - E_0^F(\ln F_T)\right]$$

由扩散过程得到

$$E_0^F\left(\int_0^T \left(\frac{\mathrm{d}F_t}{F_t}\right)^2\right) =$$

$$2\int_0^\infty \frac{\max(0, K - F_0) - p^F(T, K)}{K^2}\mathrm{d}K$$

证毕.

附录 II

附表1 定期存款看涨期权对应的标的资产(国债)

Table 1 The underlying assets(treasury bonds) corresponding to the calls for deposit interest rates

债券名称	期限	票面利率(%)
上交所新质押式回购利率	90天	2.00
上交所新质押式回购利率	180天	2.75
08国债09(09019809)	1年	3.42
08国债09(019811)	3年	3.92
04国债09(010408)	5年	4.3

附表2 定期贷款看跌期权对应的标的资产(企业债)

Table 2 The underlying assets(corporate bonds) corresponding to the puts for lending interest rates

债券名称	债券代码	期限/年	剩余时间	税前到期收益率(%)
02武钢(7)	120207	7	0.1	1.82
99三峡债	129903	10	0.82	2.88
01中移动	120101	10	1.72	3.55
09三峡01	122970	5	4.53	3.74
02中移(15)	120203	15	8.08	4.48

附表 3 5 年定期存款的期权价格 C'、执行价 K' 和波动率 σ'

Table 3 The prices C', strike prices K' and volatilities σ' of options for five-year deposit interest rates

期权价格 C'	0.015 9	0.019 8	0.024 7	0.030 5	0.036 8	0.043 3	0.049 8	0.055 7	0.060 9	0.064 8
执行价 K'	1.089	1.092	1.095	1.098	1.101	1.104	1.107	1.110	1.113	1.116
波动率 σ'	0.045 4	0.051 5	0.058 8	0.067 0	0.075 7	0.084 5	0.093 1	0.101 1	0.108 2	0.113 8
期权价格 C'	0.067 4	0.068 2	0.067 5	0.065 5	0.062 3	0.058 6	0.054 3	0.049 8	0.045 5	0.041 4
执行价 K'	1.119	1.122	1.125	1.128	1.131	1.134	1.137	1.140	1.143	1.146
波动率 σ'	0.117 8	0.119 8	0.120 0	0.118 7	0.116 1	0.112 7	0.108 7	0.104 3	0.100 0	0.095 9
期权价格 C'	0.037 8	0.035 0	0.033 0	0.031 6	0.030 8	0.030 5	0.031 0	0.031 2	0.032 1	0.033 2
执行价 K'	1.149	1.152	1.155	1.158	1.161	1.164	1.167	1.170	1.173	1.176
波动率 σ'	0.092 4	0.089 7	0.088 0	0.087 1	0.086 9	0.087 4	0.088 5	0.090 0	0.092 0	0.094 3
期权价格 C'	0.034 5	0.035 9	0.037 4	0.038 8	0.040 2	0.041 5	0.042 6			
执行价 K'	1.179	1.182	1.185	1.188	1.191	1.194	1.197			
波动率 σ'	0.096 8	0.099 5	0.102 3	0.105 0	0.107 7	0.110 2	0.112 4			

附表 4 5 年定期贷款的期权价格 C'、执行价 K' 和波动率 σ'

Table 4 The prices C', strike prices K' and volatilities σ' of options for five-year lending interest rates

期权价格 C'	0.179 8	0.204 6	0.223 2	0.236 0	0.243 7	0.246 8	0.245 9	0.241 6	0.234 2	0.224 4
执行价 K'	1.275	1.277	1.279	1.281	1.283	1.285	1.287	1.289	1.291	1.293
波动率 σ'	0.240 8	0.269 8	0.291 3	0.305 8	0.314 2	0.316 9	0.314 7	0.308 3	0.298 2	0.285 2
期权价格 C'	0.212 6	0.199 2	0.185 0	0.170 5	0.156 1	0.142 5	0.130 3	0.119 9	0.112 1	0.106 9
执行价 K'	1.295	1.297	1.299	1.301	1.303	1.305	1.307	1.309	1.311	1.313
波动率 σ'	0.269 9	0.252 9	0.235 0	0.216 8	0.198 9	0.182 0	0.166 8	0.153 9	0.143 9	0.137 0
期权价格 C'	0.104 1	0.103 3	0.104 0	0.106 2	0.109 3	0.113 0	0.117 0	0.120 9	0.124 4	0.127 2
执行价 K'	1.315	1.317	1.319	1.321	1.323	1.325	1.327	1.329	1.331	1.333
波动率 σ'	0.132 9	0.131 0	0.131 0	0.132 6	0.135 2	0.138 6	0.142 3	0.145 8	0.148 9	0.151 1
期权价格 C'	0.128 8	0.128 8	0.127 1	0.123 2	0.116 8	0.107 4	0.094 7			
执行价 K'	1.335	1.337	1.339	1.341	1.343	1.345	1.347			
波动率 σ'	0.152 0	0.151 1	0.148 2	0.142 8	0.134 6	0.123 0	0.108 0			