

# 结合资产配置策略测算多期收益保证价值<sup>①</sup>

王亦奇, 刘海龙

(上海交通大学安泰经济与管理学院, 上海 200052)

**摘要:** 投资机构能够采取某种资产配置策略, 改变由收益保证所引致的期末偿付能力不足风险, 并根据风险与价值对等的原则, 进而改变收益保证的价值。但是, 现有文献在测算收益保证价值时并没有考虑资产配置策略。针对现有文献的不足, 在一种新的收益保证形式下, 提出了结合资产配置策略测算收益保证价值的新方法, 然后以固定组合(CM)、生命周期(DL)、固定比例组合保险(CPPI)三种策略为特例, 分别测算了多期收益保证价值。结论表明, 1) 投资机构采取的资产配置策略以及策略参数是影响收益保证价值的重要因素, 投资机构采取避险策略将会降低收益保证的价值; 2) 当多期收益保证的期数逐渐增大时, 多期收益保证价值显著地变大。

**关键词:** 收益保证; 资产配置; 固定比例组合保险

**中图分类号:** F832.48   **文献标识码:** A   **文章编号:** 1007-9807(2011)11-0042-10

## 0 引言

当前, 在全球金融危机的背景下, 投资者希望在市场价格下跌时能够保证投资本金的安全, 在市场价格上升时又能分享一定的收益, 传统投资理财工具已经无法满足投资者这一需求。以收益保证(return guarantee)为特征的新金融产品降低了投资风险, 增加了收益的组合方式, 正符合投资者回避风险、追求收益的投资理念, 因而受到了投资者的青睐。下文中将此类新金融产品简称为收益保证型金融产品。收益保证型金融产品可以以多种表现形式出现, 例如, 保本基金、银行结构化存款、金融资产挂钩票据、养老金计划(pension plan)、创新型投资保险单等。

在收益保证框架之下, 投资机构提供收益保证给投资者, 就类似于投资机构卖出了一个期权给投资者, 这对投资机构来说相当于未来的一项或有负债<sup>②</sup>, 投资机构在到期日就可能出现由收

益保证引致的偿付能力不足风险。测算收益保证的价值其实就是测算未来或有负债的价值, 或者说就是测算未来的或有风险敞口的问题, 所以, 针对收益保证的一些重要风险管理参数都需要以收益保证价值作为参照标准。如果风险管理参数的设定值不能够覆盖收益保证的真实价值, 那么将会使投资机构暴露在较大下边风险(downrisk)中。Briys和de Varenne<sup>[1]</sup>就指出许多养老保险公司由于不能按期偿付由于收益保证所产生的或有负债而导致破产, 如英国的公平人寿(Equitable Life)保险公司。由此, 测算收益保证的价值在投资机构针对收益保证进行风险管理的过程中具有重要意义。

当前针对收益保证的研究, 主要被分为两类。

第一类是关于测算收益保证价值的研究。该领域最早见于Brennan和Schwartz<sup>[2]</sup>, Boyle和Schwartz<sup>[3]</sup>对投资连接保险单的研究。他们应用

① 收稿日期: 2009-03-09; 修订日期: 2010-09-29。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70773076)。

作者简介: 王亦奇(1984—), 男, 江西人, 博士生。Email: wangyiqi@sjtu.edu.cn

② 或有负债是指未来某个时点可能发生, 也可能不发生的负债。

Black 和 Scholes<sup>[4]</sup> 提出的期权定价理论, 认为嵌入收益保证的投资连接保险单的价值可以由欧式看跌期权加上投资资产组合的价值得出. Hipp<sup>[5]</sup> 首先考虑了多期收益保证的价值. 不同于单期收益保证, 多期收益保证是将金融产品的存续期划分成若干个区间, 在每个区间内都设定一个最低收益保证. 他们在假定利率为常数的情况下, 得到了多期收益保证的解析解. 随后, 由于某些收益保证型金融产品, 例如养老基金等, 投资期限较长, 一些学者将利率模型扩展为随机模式. Persson 和 Aase<sup>[6]</sup>, Miltersen 和 Persson<sup>[7]</sup>, Pennacchi<sup>[8]</sup>, Lindset<sup>[9]</sup> 等都致力于随机利率模式在测算收益保证价值中的发展与应用. 他们分别在多种收益保证水平的设定形式下, 研究了单期和多期收益保证价值的问题. Yang 等<sup>[10]</sup> 在随机利率的框架下, 最先将收益保证水平与市场中  $\delta$  年期的债券利率变量挂钩, 研究了台湾缴费确定型 (DC) 养老金计划中嵌入的收益保证价值. 杨舸和田澎<sup>[11]</sup> 采用类似于 Brennan 和 Schwartz<sup>[2]</sup> 的研究方法, 将保险单中的退保权视为一美式期权, 分析了该美式期权价值进而推导出了保单退保率分布的理论模型.

第二类是关于收益保证下的最优资产配置策略研究. Black 和 Jones<sup>[12]</sup> 提出的固定比例投资组合保险策略 (CPPI) 已经成为大型收益保证型金融产品投资机构首选的动态资产配置策略. Bouli-er 等<sup>[13]</sup>, Deelstra<sup>[14]</sup> 分别在不同的缴费率和利率动态过程情况下研究了收益保证下 DC 型养老金的资产配置策略. 国内, 刘富兵, 等<sup>[15]</sup> 在利率服从更一般的 HJM 模型框架下, 利用鞅方法, 研究了收益保证下 DC 型养老基金的资产配置问题, 最后给出了国内收益保证设定形式的相关政策建议.

如上所述, 收益保证价值和资产配置策略一直被视作两个独立的部分来研究. 在现有关于测算收益保证价值的文献中, 由于没有考虑到资产配置策略, 所以一般都假定在整个投资期内, 投资机构不能通过采取某种资产配置策略来影响投资的业绩. 模型中投资组合服从的动态过程被外生地决定, 例如服从简单的几何布朗运动. 然而, 事

实并非如此, 正如 Brennan 和 Schwartz<sup>[2]</sup> 指出, 在多数情况下, 投资机构在投资组合的资产配置策略上有决策权. 投资机构就能采取某种避险策略降低期末不能偿付收益保证的风险. 根据风险与价值对等的原则, 采取避险策略后所测算出的收益保证价值就应该降低. 反之, 如果采取某种冒险的策略那么就会增加收益保证的价值. 主要目的就是为上述思想提供理论上的测算方法, 并验证该理论在实践上的可行性与有效性.

## 1 相关模型的描述

### 1.1 金融市场

考虑一个在概率空间  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  上无摩擦的连续金融市场, 其中  $P$  为真实的概率测度. 假定金融市场是完备的、无套利, 根据 Harrison 和 Kreps<sup>[16]</sup> 的研究, 存在一个唯一的等价鞅测度  $Q$  使得所有可交易资产的无风险利率贴现价格都为鞅过程. 在风险中性测度  $Q$  下, 假定市场  $t$  时刻瞬时无风险利率  $r(t)$  服从 Vasicek<sup>[17]</sup> 模型

$$dr_t = \kappa(\theta - r_t) dt + \sigma_r dZ \quad (1)$$

其中  $\kappa, \theta, \sigma_r$  均为常数.  $Z$  是在风险中性测度  $Q$  下的标准一维布朗运动. 另外, 简单地假设市场上存在两类资产, 风险性资产  $S^{\textcircled{3}}$  与保守性资产  $P^{\textcircled{4}}$ . 在风险中性测度  $Q$  下它们分别服从

$$dS = r_t S dt + \sigma_s S dW_s \quad (2)$$

$$dP = r_t P dt + \sigma_p P dW_p \quad (3)$$

其中  $\sigma_s$  和  $\sigma_p$  ( $\sigma_s > \sigma_p$ ) 分别代表风险性资产和保守性资产收益的波动率, 均为常数.  $W_s$  和  $W_p$  是在风险中性测度  $Q$  下两个相关系数为  $\rho$  的标准一维布朗运动, 既  $dW_s dW_p = \rho dt$ .

### 1.2 考虑资产配置策略后的投资资产组合

假定在  $t$  时刻投资资产组合的价值为  $A(t)$ , 风险性资产占资产组合的比例为  $\alpha_t$ , 保守性资产占资产组合的比例为  $1 - \alpha_t$ . 由于风险性资产占资产组合的比例  $\alpha_t$  可以被资产配置策略决定, 因此定义  $\alpha_t$  为策略函数. 在实际投资操作中, 投资机构需要不断在风险性资产和保守性资产之间进行

③ 主要指期货、股票、房地产等波动性较大的资产.

④ 主要指银行存款、国债、金融债、企业债、货币市场基金等波动性较小的资产.

权重的调整,不同的策略函数  $\alpha_i$  就对应着不同的权重调整方式,所以资产组合  $A(t)$  实际上是风险性资产和保守性资产按照某种策略函数  $\alpha_i$  进行权重调整后的组合. 风险性资产和保守性资产的单位数分别为  $\frac{\alpha_i A(t)}{S(t)}$ ,  $\frac{(1 - \alpha_i) A(t)}{P(t)}$ , 则  $t$  时刻投资资产组合  $A(t)$  服从

$$\frac{dA(t)}{A(t)} = \frac{\alpha_i dS(t)}{S(t)} + \frac{(1 - \alpha_i) dP(t)}{P(t)} \quad (4)$$

### 1.3 收益保证水平的设定

按照收益保证水平的表现形式,可以将收益保证分为绝对收益保证与相对收益保证. 在绝对收益保证中,收益保证水平被假定为一个固定的常数. 在相对收益保证中,收益保证水平通常与某一参照组合(reference portfolio)的收益率挂钩. 这个参照组合可以是行业平均收益率、证券指数、国债利率,或者特定金融资产的收益率. 鉴于我国金融市场发展还不够完善,波动性特征明显,所以与绝对收益保证相比较,相对收益保证的设定形式更加符合我国当前发展的阶段和实际<sup>[14]</sup>. 不同于现有文献对相对收益保证形式的设定,以市场瞬时无风险利率  $r_t$  为参照组合,令第  $i$  期收益保证水平  $g_i$  为

$$g_i = \lambda_i B_{i-1,i} = \lambda_i \exp\left(\int_{i-1}^i r_s ds\right) \quad (5)$$

其中  $B_{i-1,i} = \exp\left(\int_{i-1}^i r_s ds\right)$  表示按照瞬时无风险利率  $r_s$  计息的现金累积账户,  $\lambda_i$  为第  $i$  期收益保证水平参数,通常情况下  $\lambda_i$  小于 1.

选择市场瞬时无风险利率  $r_t$  为参照组合,是因为瞬时无风险利率  $r_t$  作为资金的市场价格,它表示投资者购买金融产品所使用资金的机会成本. 在第  $i$  期,投资者的机会成本为  $\exp\left(\int_{i-1}^i r_s ds\right)$ ,

而相应的收益保证水平为  $\lambda_i \exp\left(\int_{i-1}^i r_s ds\right)$ , 于是收益保证水平可以理解为机会成本的  $\lambda_i$  倍. 对于投资者而言,这就可以将投资者的机会成本与收益保证水平联系起来,使得投资者对购买该金融产品的成本与收益有着更为清晰的了解. 另一方面,对于投资机构来说,收益保证水平参数  $\lambda_i$  表示收益保证水平相对于投资者机会成本的比例,有着直观的经济含义. 投资机构只需根据市场行情与

风险偏好设定相应的收益保证水平参数  $\lambda_i$  即可,简单易行.

## 2 测算收益保证价值

### 2.1 收益保证价值的测算方法

假定所研究的收益保证型金融产品投资期限为  $T$  年,收益保证共分为  $n$  期,每年兑现一次收益保证,即  $n = T$ . 记  $A_{i-1,i} = \frac{A_i}{A_{i-1}}$  表示第  $i$  期 ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 资产组合的收益率,第  $i$  期 ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 的收益保证水平为  $g_i = \lambda_i B_{i-1,i} = \lambda_i \exp\left(\int_{i-1}^i r_s ds\right)$ . 首先在第 1 期比较  $A_{0,1}$  与  $\lambda_1 B_{0,1}$  的大小,如果当期资产组合的收益率  $A_{0,1}$  低于收益保证水平  $\lambda_1 B_{0,1}$ ,那么投资机构就要以  $A_0 \times \lambda_1 B_{0,1}$  计入投资者资产账户并做为第 2 期初始资产;同样在第 2 期比较  $A_{1,2}$  与  $\lambda_2 B_{1,2}$  的大小,如果  $A_{1,2}$  大于  $\lambda_2 B_{1,2}$ ,则投资机构将  $A_0 \times \lambda_1 B_{0,1} \times A_{1,2}$  金额计入投资者资产账户并做为第 3 期初始资产,依此类推直到期末. 根据上述思想,多期收益保证的价值可以被看为一个交换期权的价值,该交换期权对应的两个标的资产分别为  $A_0 \prod_{i=1}^n \max(\lambda_i B_{i-1,i}, A_{i-1,i})$  和  $A_0 \prod_{i=1}^n A_{i-1,i}$ . 为了便于计算和比较,假定期初  $A_0 = 1$ ,则该多期收益保证的价值可以被表示为

$$V = E_Q \left[ e^{-\int_0^T r_s ds} \max \left[ \left( \prod_{i=1}^n \max(\lambda_i B_{i-1,i}, A_{i-1,i}) \right) - \left( \prod_{i=1}^n A_{i-1,i} \right) \rho \right] \right] \quad (6)$$

### 2.2 结合资产配置策略测算收益保证价值

策略函数  $\alpha_i$  表示  $t$  时刻风险性资产占资产组合的比例,当投资机构在风险性资产和保守性资产之间进行权重的调整时,策略函数  $\alpha_i$  就表示相应的权重调整方式. 投资机构可以通过设定不同的策略函数  $\alpha_i$  来构建各种不同风险偏好的资产配置策略,例如,追涨杀跌,低吸高抛,固定组合策略,生命周期策略,固定比例投资组合策略等. 为了分析不同资产配置策略下的收益保证价值,根据策略函数的形式,大致将资产配置策略分为三类,分别为  $\alpha_i = c$ 、 $\alpha_i = f(t)$ 、 $\alpha_i = f(A_t)$ . 然后在三

类资产配置策略的框架下各选取一个具有代表性的策略来测算收益保证的价值.

1) 策略函数  $\alpha_t = c$  ( $0 \leq t \leq T$ ,  $0 \leq c \leq 1$ ,  $\rho$  为一个常数)

$\alpha_t = c$ , 意味着风险性资产占资产组合的比例始终为一个固定的常数  $c$ , 这就是通常所说的固定组合策略 (constant-mix), 简称 CM 策略. CM 策略的合理性在于, 该策略先根据收益率目标和投资者的风险偏好预设一个风险性资产和资产组合之间的比例  $c$ , 然后要求在投资期间必须维持这个预设的比例  $c$  不变, 这种策略简单易行, 市场表现也不错, 当前一些大型保险公司发行的寿险产品采用的资产配置技术就是 CM 策略<sup>[18]</sup>. CM 策略中, 当风险性资产价格大幅下跌, 就会导致风险性资产当期比例低于之前预设的比例  $c$ , 这时候就要买入风险性资产, 卖出保守性资产以维持之前预先设定的比例  $c$ . 反之, 则要卖出风险性资产, 买入保守性资产. 由此可见, CM 策略是一种高卖低买的负反馈动态资产配置技术, 可以看作是一种凹性策略<sup>⑤</sup>.

命题 1 当资产配置策略函数  $\alpha_t = c$ , 第  $i$  期的收益保证水平  $g_i = \lambda_i B_{i-1,i} = \lambda_i \exp(\int_{i-1}^i r_s ds)$  时, 多期收益保证的价值  $V$  为

$$V = E_Q \left[ e^{-\int_0^T r_s ds} \max \left[ \left[ \prod_{i=1}^n \max(\lambda B_{i-1,i}, A_{i-1,i}) - \prod_{i=1}^n A_{i-1,i} \right] \rho \right] \right]$$

$$= \prod_{i=1}^n (N(d_{i,1}) - \lambda_i N(d_{i,2}) + \lambda_i) - 1$$

其中  $N(\cdot)$  代表正态分布函数;  $d_{i,1} = -\ln \lambda_i + \frac{1}{2} \sigma^2$ ,  $d_{i,2} = d_{i,1} - \sigma \sqrt{\sigma^2} = c^2 \sigma_s^2 + (1 - c)^2 \sigma_p^2 + 2\rho c(1 - c) \sigma_s \sigma_p$ .

证明 参见附录 A.

2) 策略函数  $\alpha_t = f(t)$  ( $0 \leq t \leq T$ ,  $0 \leq f(t) \leq 1$ )

$\alpha_t = f(t)$ , 意味着风险资产占资产组合的比例是一个关于时间  $t$  的函数. 在此类策略函数下, 一个典型的例子就是生命周期配置策略

(deterministic lifestyle strategy), 简称 DL 策略. DL 策略是目前在英美等国非常流行的一种资产配置策略, 在英国超过 60% 的缴费确定型 (DC) 企业年金计划都提供生命周期配置策略供员工选择<sup>[19]</sup>. 国内也有采取生命周期配置策略的基金 (如, 汇丰晋信 2026 生命周期基金和大成财富管理 2020 生命周期基金). 生命周期配置策略可以理解为, 随着投资者年龄的增长, 投资者的风险偏好将会不断改变. 年轻时一般倾向于投资较高风险的资产, 风险资产比例  $\alpha_t$  较大; 到了中老年, 投资风格逐渐转为稳健与保守. 这种风险偏好的变化表现在风险资产比例  $\alpha_t$  上, 就是风险资产比例  $\alpha_t$  将随着时间  $t$  的增长而递减.

假定策略函数  $\alpha_t$  与时间  $t$  呈线性关系, 且随着投资人生命周期的延续, 投入到风险性资产的比例由  $a$  逐步下降至  $b$ , 而保守性资产比例则由  $1 - a$  逐步上升至  $1 - b$ . 进一步假定风险性资产比例下降速度是平滑匀速的, 下降速度为  $\frac{a - b}{T}$ . 则容易推出  $\alpha_t = f(t) = a - \frac{a - b}{T}t$  ( $0 < a \leq 1$ ,  $0 \leq b < 1$ ,  $a \geq b$ ).

命题 2 当资产配置策略函数  $\alpha_t = f(t) = a - \frac{a - b}{T}t$ , 第  $i$  期的收益保证水平  $g_i = \lambda_i B_{i-1,i} = \lambda_i \exp(\int_{i-1}^i r_s ds)$  时, 多期收益保证的价值  $V$  为

$$V = E_Q \left[ e^{-\int_0^T r_s ds} \max \left[ \left[ \prod_{i=1}^n \max(\lambda B_{i-1,i}, A_{i-1,i}) - \prod_{i=1}^n A_{i-1,i} \right] \rho \right] \right]$$

$$= \prod_{i=1}^n (N(d_{i,1}) - \lambda_i N(d_{i,2}) + \lambda_i) - 1$$

其中  $N(\cdot)$  代表正态分布函数;  $d_{i,1} = -\ln \lambda_i + \frac{1}{2} \int_{i-1}^i \sigma_t^2 dt$ ,  $d_{i,2} = d_{i,1} - \sqrt{\int_{i-1}^i \sigma_t^2 dt}$ ,  $\sigma_t^2 = f(t)^2 \sigma_s^2 + (1 - f(t))^2 \sigma_p^2 + 2\rho f(t) \times$

⑤ 在股票价格下降时候买入股票, 在股票价格上升时候卖出股票. 因其具有凹性回报曲线, 所以这类策略被成为凹性策略. 固定组合策略就属于这一类.

$$(1 - f(t)) \sigma_s \sigma_p \cdot f(t) = \alpha - \frac{a - b}{T} t.$$

证明 参见附录 B.

3) 策略函数  $\alpha_t = f(A_t)$  ( $0 \leq t \leq T, 0 \leq f(A_t) \leq 1$ )

$\alpha_t = f(A_t)$  意味着风险性资产占资产组合的比例  $\alpha_t$  与  $t$  时刻资产组合市场价值  $A_t$  相关. 追涨杀跌、低吸高抛、固定比例投资组合保险策略 (CPPI)、时间不变性投资组合保险策略 (TIPP) 都属于策略函数  $\alpha_t = f(A_t)$  的框架中. 在这些策略中, CPPI 策略以其模型简单、参数的设置又能充分反映投资人不同的风险偏好、而且易于实施的优点, 已经成为大型收益保证型金融产品投资机构首选的资产配置策略. 截止到目前为止, 市场上现有的六只保本基金在招募说明书中都明确表示它们采用的资产配置技术为 CPPI 策略. 此外, CPPI 策略也是一些银行理财产品 (如, 渣打银行“聚通天下”信托投资理财, 交通银行“得利宝·辉黄 5 号”等) 和风险规避型机构投资者 (如, 养老基金, 保险公司等) 比较常用的资产配置策略. 由此, 测算 CPPI 策略下收益保证的价值将有重要的现实意义.

在讨论 CPPI 策略下的收益保证价值前, 需要说明的是, 尽管 Black 和 Jones<sup>[12]</sup> 提出 CPPI 策略时, 保守性资产被设定为  $dP = r_t P dt$ , 然而保守性资产被设定为  $dP = r_t P dt + \sigma_p P dW_p$ , 但是这并不影响 CPPI 策略的核心思想, 也不会影响到分析的结果. Black 和 Jones<sup>[11]</sup> 所提出的 CPPI 策略可以被看作  $\sigma_p = 0$  下的特例.

当按照 CPPI 策略配置资产时, 在  $t$  时刻将

$$S(t) = \begin{cases} A(t) & \text{若 } m(A(t) - F(t)) \geq A(t) \\ m(A(t) - F(t)) & \text{若 } 0 < m(A(t) - F(t)) < A(t) \\ 0 & \text{若 } m(A(t) - F(t)) \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

的资金投资于风险性资产, 其余资金  $A(t) - S(t)$  投资于保守性资产. 其中,  $S(t)$  为  $t$  时刻投资于风险性资产的资金 (exposure)  $m$  为乘数 (multiplier)  $a(t)$  为  $t$  时刻投资资产组合的市场价值 (asset)  $F_t = F_0 \exp(\int_0^t r_s ds)$  为  $t$  时刻价值底线 (floor). 由式 (7) 得

$$\alpha_t = f(A(t)) = \frac{S(t)}{A(t)} =$$

$$\begin{cases} 1 & \text{若 } m(A(t) - F(t)) \geq A(t) \\ \frac{m(A(t) - F(t))}{A(t)} & \text{若 } 0 < m(A(t) - F(t)) < A(t) \\ 0 & \text{若 } m(A(t) - F(t)) \leq 0 \end{cases} \quad (8)$$

再将  $\alpha_t dS(t), dP(t)$  代入  $\frac{dA(t)}{A(t)} = \frac{\alpha_t dS(t)}{S(t)} + \frac{(1 - \alpha_t) dB(t)}{B(t)}$  中得

$$dA_t = \begin{cases} r_t A_t dt + A_t \sigma_s dW_s & \text{若 } m(A_t - F_t) \geq A_t \\ r_t A_t dt + m(A_t - F_t) \sigma_s dW_s + (A_t - m(A_t - F_t)) \sigma_p dW_p & \text{若 } 0 < m(A_t - F_t) < A_t \\ r_t A_t dt + A_t \sigma_p dW_p & \text{若 } m(A_t - F_t) \leq 0 \end{cases} \quad (9)$$

式 (9) 中资产组合  $A(t)$  为一段函数形式, 不服从标准分布形式, 所以不能得到收益保证价值  $E_Q \left[ e^{-\int_0^T r_s ds} \max \left[ \left( \prod_{i=1}^n \max(\lambda_i B_{i-1, i}, A_{i-1, i}) - \prod_{i=1}^n A_{i-1, i} \right), 0 \right] \right]$  的解析解. 于是, 采用数值方法, 分别对资产组合  $A(t)$  和瞬时利率  $r_t$  各模拟 10 000 条路径, 每条路径分为 240 步. 每条  $A(t)$  和  $r_t$  的模拟路径都将产生不同的收益保证水平  $\lambda_i \exp(\int_{i-1}^i r_s ds)$ , 不同的资产组合收益率  $A_{i-1, i}$ , 不同的贴现水平  $e^{-\int_0^T r_s ds}$ , 再将所有模拟路径下所得出的结果取平均后即得到收益保证价值  $V$  的数值解. 具体参数设定和数值结果将在下节中给出.

上述理论提出了结合资产配置策略测算收益保证价值的新方法, 根据策略函数的形式将资产配置策略大致分为三类, 然后以固定组合 (CM), 生命周期 (DL), 固定比例组合保险 (CPPI) 三种策略为特例, 分别测算了收益保证价值. 从以上三种策略下收益保证价值的推导中可以发现, 首先从附录 A 中的式 (A4) 中知道, CM 策略下资产组合  $A(t)$  的波动率为常数. 以往测算收益保证价值的文献虽然没有考虑资产配置策略, 但同样假定了资产组合  $A(t)$  的波动率为常数, 所以可以理解为以往的文献实际上隐含了采取 CM 策略的假定. 其次, 按照所设定的收益保证水平, 在 CM 和

DL 资产配置策略下, 随机利率模型中的参数都没有进入收益保证价值的结果中, 即所得出的收益保证价值将与利率市场中的参数无关. 这个性质, 在当前利率市场中的参数不确定性很大的现实情况下, 对投资机构事先确定收益保证价值有现实的应用价值. 但是, 在 CPPI 资产配置策略下这个性质并不成立.

### 3 数值算例

上节提出了结合资产配置策略测算收益保证价值的方法. 本节将通过一个数值算例来研究上述测算方法的可行性与合理性, 考察金融市场中的关键参数对三种资产配置策略下收益保证价值的影响, 然后再讨论资产配置策略参数对收益保证价值的影响.

假定某收益保证型金融产品的投资期限为  $T$  年, 收益保证共分为  $n$  期, 每年兑现一次收益保证, 即  $n = T$ . 同时, 为了便于参数  $n$  在不同取值下, 多期收益保证价值之间的比较, 假定  $\prod_{i=1}^n \lambda_i = \lambda$  且  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n (i = 1, \dots, n)$ . 风险性资产和保守性资产的波动率参数  $\sigma_s, \sigma_p$  以及相关系数  $\rho$ , 随机利率的参数  $\kappa, \theta, \sigma_r$ , 收益保证水平参数  $\lambda$ , 投资期限  $T$ , 收益保证期数  $n$  的参数设定值如表 1 所示.

表 1 金融市场参数

Table 1 Financial market parameters

$\sigma_s$	$\sigma_p$	$\rho$	$\kappa$	$\theta$	$\sigma_r$	$\lambda$	$T$	$n$
0.2	0.05	0.20	0.15	0.04	0.02	0.80	10	10

CM, DL, CPPI 三种资产配置策略的参数设定值如表 2 所示. 表 2 的参数保证了三种资产配置策略期初投入到风险性资产占资产组合的比例都为 60%.

表 2 资产配置策略参数

Table 2 Asset allocation strategy parameters

$c$ (CM 策略)	$a$ (DL 策略)	$b$ (DL 策略)	$m$ (CPPI 策略)	$F_0$ (CPPI 策略)
0.6	0.6	0.0	3.0	0.8

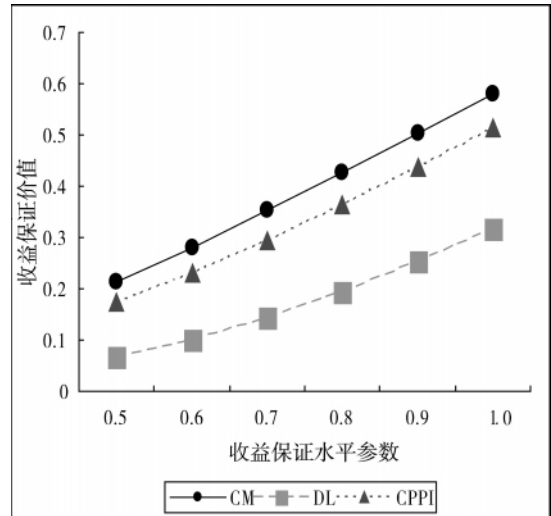


图 1 收益保证水平参数对收益保证价值的影响

Fig. 1 The effect of level parameter on return guarantees

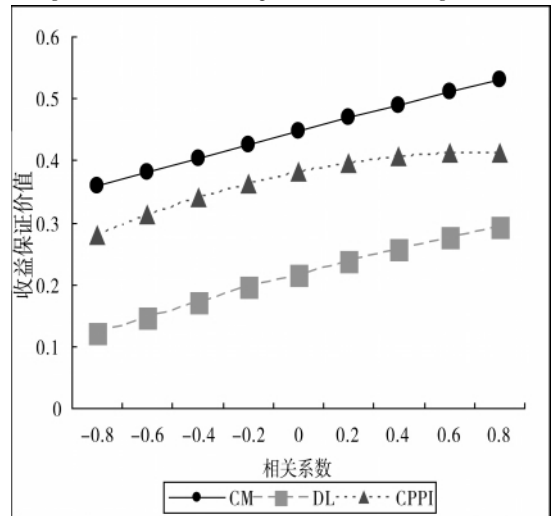


图 2 相关系数对收益保证价值的影响

Fig. 2 The effect of correlation on return guarantees

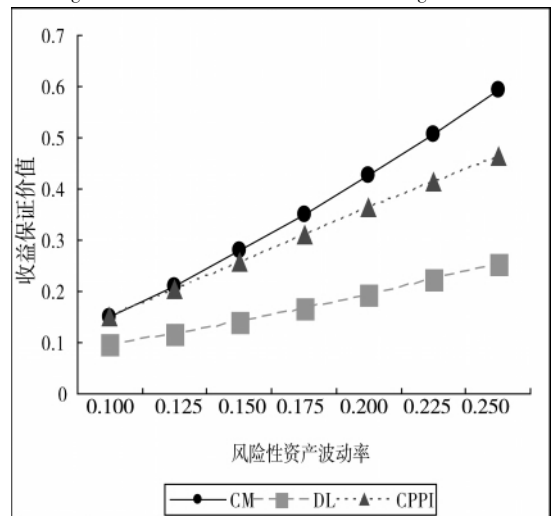


图 3 风险性资产波动率对收益保证价值的影响

Fig. 3 The effect of risky assets volatility on return guarantees

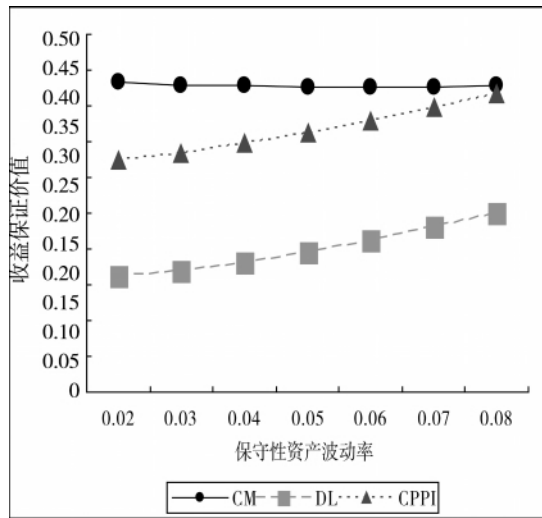


图4 保守性资产波动率对收益保证价值的影响  
Fig. 4 The effect of conservative assets volatility on return guarantees

图1 - 图4反映的是在CM, CPPI和DL三种资产配置策略下, 收益保证价值对金融市场参数的敏感性. 首先, 从图1 - 图4都可以发现CM, CPPI和DL三种策略下的收益保证价值有着显著差别, 这说明投资机构采取的资产配置策略是影响收益保证价值的重要因素, 也间接表明, 如果不考虑投资机构的资产配置策略, 那么所得到的收益保证价值无论在何种资产配置策略下都相同, 这显然会产生较大的误差. 从图中还可以知道, 尽管三种策略的期初风险性资产占资产组合的比例都为60%, 但是CPPI和DL策略下所测算出收益保证价值较CM策略下要小. 这是因为相对于CM策略而言, CPPI策略具有价值底线对总资产有缓冲保护作用的特征, DL策略具有风险性资产比例随时间递减的特征. 上述策略特征使得CPPI和DL策略可以被视为一种更加安全的策略, 这会降低期末不能偿付收益保证的风险, 进而降低收益保证的价值.

图1中, 随着收益保证水平参数 $\lambda$ 值的增加, 每期收益保证水平逐渐提高, 不能偿付收益保证的风险加大, 从而三种策略下收益保证的价值都在增加. 图2反映了随着相关系数 $\rho$ 由-0.8逐渐变化至0.8时, 三种策略下收益保证价值逐渐增加. 背后所蕴含的原因是, 风险性资产与保守性资产价格的负向相关性可以视为一种相互对冲的机制, 这会降低资产组合的波动率, 从而减少收益保证的价值. 当这种负向相关性逐渐消失时, 收益保

证价值就会渐渐增大. 从图2还可以发现, CPPI策略受 $\rho$ 的变化影响最小, 这是因为 $\rho$ 逐渐变大时, 风险性资产与保守性资产发生同步下跌的可能性越来越大, 然而由于CPPI策略自带的缓冲保护机制使得最后资产组合价值波动变化并不大, 进而使得收益保证价值变化比较平缓. 图3与图4反映了风险性资产波动率 $\sigma_s$ 与保守性资产波动率 $\sigma_p$ 的变动对收益保证价值的影响. 图3中CM策略下收益保证价值对风险性资产波动率变化比DL策略与CPPI策略下更为敏感. 与图3相反, 图4中DL策略和CPPI策略下的收益保证价值对保守性资产波动率变化比CM策略更为敏感. 这是因为当DL策略随着时间的推移或者当CPPI策略在风险性资产市场价格下跌时, 两种策略都将资金大部分投入到保守性资产以寻求保护, 这时保守性资产波动率就成为了影响收益保证价值的最重要因素.

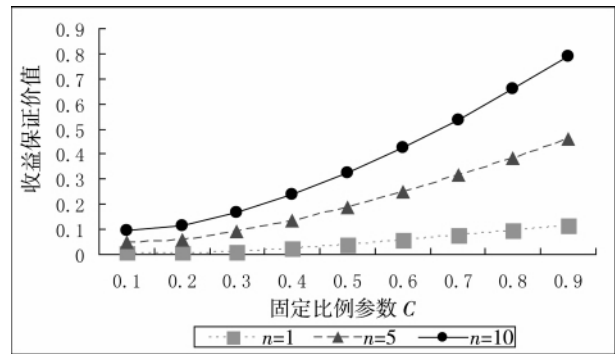


图5 CM策略参数c对多期收益保证价值的影响  
Fig. 5 The effect of strategy parameters c on multi-period return guarantees

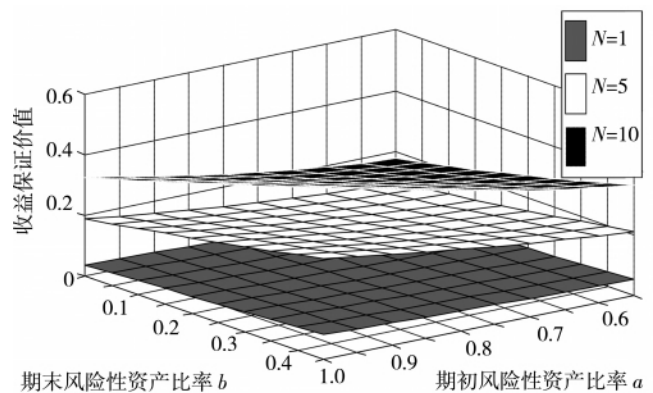


图6 DL策略下参数a, b对多期收益保证价值的影响  
Fig. 6 The effect of strategy parameters a, b on multi-period return guarantees

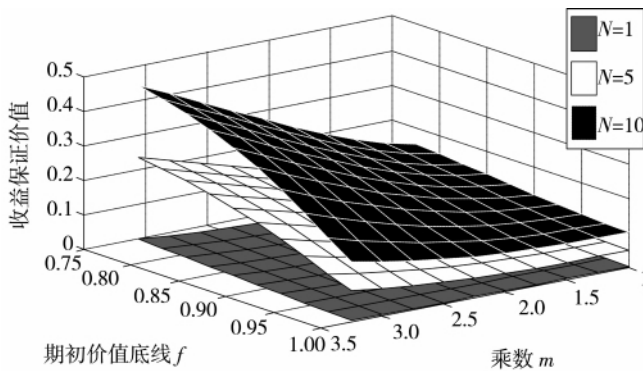


图 7 CPPI 策略下参数  $m, F_0$  对多期收益保证价值的影响

Fig. 7 The effect of strategy parameters  $m, F_0$  on multi-period return guarantees

图 5, 图 6, 图 7 反映了资产配置策略参数以及多期收益保证期数  $n$  对收益保证价值的影响. 首先, 当多期收益保证的期数  $n$  逐渐增大时, 收益保证价值显著地变大. 这说明如果收益保证型金融产品的投资机构尝试将单期收益保证转变为多期收益保证时, 必须考虑到由于改变参数  $n$  所带来收益保证价值的急剧变化. 其次, 图 5, 图 6, 图 7 刻画了收益保证价值应该与资产配置策略所蕴含风险成正比的这一思想. 从图中可以发现, 当策略参数按照如下方式进行变动时.

- 1) 图 5 (CM 策略) 中, 随着风险性资产占总资产的比例  $c$  逐渐变大.
- 2) 图 6 (DL 策略) 中, 随着期初风险性资产比例  $a$  变大, 期末风险性资产比例  $b$  变大.
- 3) 图 7 (CPPI 策略) 中, 随着乘数  $m$  变大, 初始价值底线  $F_0$  变小.

那么在上述三种情形下所对应的资产配置策略所蕴含风险都是逐渐增强的, 期末不能偿付收益保证的风险逐渐增大, 这种风险的增加就会反映在收益保证的价值上, 从而使得所对应的收益保证价值曲线或者曲面都是逐渐向上且越来越陡峭的.

## 4 结束语

以往的研究在测算收益保证价值时没有考虑投资机构的资产配置策略. 由于不同的资产配置策略背后实际上反映的是不同风险偏好的投资行为, 投资机构可以采取某种避险策略降

低期末不能偿付收益保证的风险, 根据风险与价值对等的原则, 采取避险策略后所测算出的收益保证价值就应该降低. 反之, 如果采取某种冒险的策略那么就会增加收益保证的价值. 基于上述思想, 提出结合资产配置策略来测算收益保证价值的新方法, 并在一种新的收益保证设定形式下, 结合 CM, DL, CPPI 三种策略分别测算了收益保证价值, 最后用数值算例研究了新方法的可行性与合理性. 研究结果表明, (1) 按照新的测算方法, CM, CPPI, 和 DL 三种策略下的收益保证价值有着显著差别. 当期初投入到风险性资产比例相同时, DL 和 CPPI 策略产生的收益保证价值明显低于 CM 策略. 这说明投资机构采取的资产配置策略及其策略参数都是影响收益保证价值的重要因素, 投资机构可以采取某种避险策略(例如 DL, CPPI 策略等)来降低收益保证的价值. (2) 当多期收益保证的期数  $n$  逐渐增大时, 将会导致收益保证价值显著地变大, 所以在设计收益保证型金融产品时, 对参数  $n$  的设定, 需要谨慎行事.

测算收益保证的价值在针对收益保证所进行的风险管理过程中有着重要的意义. 建议无论是监管机构针对收益保证向投资机构所提取风险准备金, 还是投资机构针对收益保证向投资者所收取的担保费用, 都应该以收益保证价值作为参考基准. 当前, 我国还处于根据过往经验主观地确定相关风险管理参数的阶段, 随着资本市场的迅猛发展, 迫切需要新的理论与方法来指导实践. 所提出的结合资产配置策略测算收益保证价值的新方法, 能够对不同风险偏好的投资行为测算出不同的收益保证价值, 这种测算方法所得到的收益保证价值将更能反映由收益保证所引致的风险, 具有现实的理论意义以及实践上的可行性与合理性. 一方面, 监管机构可以通过这种测算方法, 针对不同风险偏好的投资机构提取不同数量的风险准备金, 这将有助于监管机构较好地防范金融风险、提高风险准备金的使用效率, 同时也将提高监管的效率; 另一方面, 投资机构也可以根据自己的资产的配置策略确定一个合理的担保费用, 对投资机构自身的风险管理也有着重要的意义.



## 参考文献:

- [1] Briys E, de Varenne F. On the risk of insurance liabilities: Debunking some common pitfalls [J]. *Journal of Risk and Insurance*, 1997, 64 (4): 673 – 694.
- [2] Brennan J M, Schwartz E S. The pricing of equity-linked life insurance policies with an asset value guarantee [J]. *Journal of Financial Economics*, 1976, 3(3): 195 – 213.
- [3] Boyle P P, Schwartz E S. Equilibrium prices of guarantees under equity-linked contracts [J]. *Journal of Risk and Insurance*, 1977, 44(4): 639 – 660.
- [4] Black F, Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities [J]. *Journal of Political Economy*, 1973, 81(3): 637 – 659.
- [5] Hipp C. Options for guaranteed index-linked life insurance [C]//Actuarial Approach for Financial Risks, 6th International Colloquium Nurnberg, Germany, 1996, 2: 1463 – 1483.
- [6] Persson S A, Aase K K. Valuation of the minimum guaranteed return embedded in life insurance products [J]. *Journal of Risk and Insurance*, 1995, 64(4): 599 – 617.
- [7] Miltersen K R, Persson S A. Pricing rate of return guarantee in a Heath-Jarrow-Morton framework [J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 1999, (25): 307 – 325.
- [8] Pennacchi G G. The value of guarantees on pension fund returns [J]. *Journal of Risk and Insurance*, 1999, 66(2): 219 – 237.
- [9] Lindset S. Relative guarantees [J]. *The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory*, 2004, 29(4): 187 – 209.
- [10] Yang S S, Yueh M L, Tang C H. Valuation of the interest rate guarantee embedded in defined contribution pension plans [J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2008, 40(2): 302 – 310.
- [11] 杨 舸, 田 澎. 分红寿险退保率的最小二乘蒙特卡罗模拟研究 [J]. *管理科学学报*, 2008, 11(1): 95 – 100.  
Yang Ge, Tian Peng. Study on participating life insurance surrender rates based on least square Monte Carlo simulation [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2008, 11(1): 95 – 100. (in Chinese)
- [12] Black F, Jones R. Simplifying portfolio insurance [J]. *Journal of Portfolio Management*, 1987, 14(1): 48 – 51.
- [13] Boulier J F, Huang S J, Taillard G. Optimal management under stochastic interest rates: The case of a protected defined contribution pension fund [J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2001, 28(2): 173 – 189.
- [14] Deelstra G, Grasselli M, Koehl P F. Optimal investment strategies in the presence of a minimum guarantee [J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2003, 33(1): 189 – 207.
- [15] 刘富兵, 刘海龙, 周 颖. 养老基金最低收益保证制度下最优资产配置 [J]. *财经研究*, 2008, 34(9): 112 – 121.  
Liu Fubing, Liu Hailong, Zhou Ying. The study on minimum return guarantee system and optimal asset allocation of pension fund [J]. *Journal of Finance and Economics*, 2008, 34(9): 112 – 121. (in Chinese)
- [16] Harrison J M, Kreps D M. Martingale and arbitrage in multiperiod securities [J]. *Journal of Economic Theory*, 1979, 20(3): 381 – 408.
- [17] Vasicek O. An equilibrium characterization of the term structure [J]. *Journal of Financial Economics*, 1977, 5(2): 177 – 188.
- [18] 廖发达, 罗忠洲. 保底型投资产品的资产管理技术 [J]. *经济管理*, 2006, 1(2): 78 – 80.  
Liao Fada, Luo Zhongzhou. The asset management technology about investment product with return guarantees [J]. *Economics and Management*, 2006, 1(2): 78 – 80. (in Chinese)
- [19] 马 娟. 论生命周期策略在我国企业年金基金投资中的适用性 [J]. *统计研究*, 2007, 24(2): 95 – 96.  
Ma Juan. The study on the applicability of life-cycle strategy in employer's pension [J]. *Statistical Research*, 2007, 24(2): 95 – 96. (in Chinese)

## Pricing multi-period return guarantees combined with asset allocation strategy

WANG Yi-qi , LIU Hai-long

Antai College of Economics & Management , Shanghai Jiaotong University , Shanghai 200052 , China

**Abstract:** Investment institution can take asset allocation strategy to change the risk of insolvency , which is caused by return guarantees , thereby , according to the principle of the consistency of risk and value , the value of return guarantees is changed. Available papers study the value of return guarantees without considering asset allocation strategy. This paper proposes a new approach combined with asset allocation strategy and return guarantee is set to a new form. We calculate the value of multi-period return guarantees under constant-mix , deterministic lifestyle and constant proportion portfolio insurance strategies respectively. The results show that: (1) The asset allocation strategy and strategy parameters used by investment institutions are important factors affecting the value of return guarantees , and the hedge strategy used by investment institutions will reduce the value of return guarantees; (2) The value of multi-period return guarantees change largely with the periods of multi-period return guarantees.

**Key words:** return guarantee; asset allocation; constant proportion portfolio insurance

附录 A: 命题 1 的证明

$$\begin{aligned} V &= E_Q \left[ e^{-\int_0^T r_s ds} \max \left[ \left( \prod_{i=1}^n \max(\lambda B_{i-1,i} A_{i-1,i}) - \prod_{i=1}^n A_{i-1,i} \right) \rho \right] \right] = E_Q \left[ e^{-\int_0^T r_s ds} \left( \prod_{i=1}^n \max(\lambda_i B_{i-1,i} A_{i-1,i}) - A_T \right) \right] \\ &= E_Q \left[ e^{-\int_0^T r_s ds} \prod_{i=1}^n \max(\lambda_i B_{i-1,i} A_{i-1,i}) \right] - E_Q \left[ e^{-\int_0^T r_s ds} A_T \right] \end{aligned} \quad (A1)$$

首先, 计算式 (A1) 中第 1 项

$$E_Q \left[ e^{-\int_0^T r_s ds} \prod_{i=1}^n \max(\lambda_i B_{i-1,i} A_{i-1,i}) \right] = E_Q \left[ \prod_{i=1}^n e^{-\int_{i-1}^i r_s ds} \max(\lambda_i B_{i-1,i} A_{i-1,i}) \right] \quad (A2)$$

令  $\tilde{A}_{i-1,i} = e^{-\int_{i-1}^i r_s ds} A_{i-1,i}$ , 式 (A2),

$$E_Q \left[ \prod_{i=1}^n e^{-\int_{i-1}^i r_s ds} \max(\lambda_i B_{i-1,i} A_{i-1,i}) \right] = E_Q \left[ \prod_{i=1}^n \max(\lambda_i \tilde{A}_{i-1,i}) \right] = \prod_{i=1}^n E_Q \left[ \max(\lambda_i \tilde{A}_{i-1,i}) \right] = \prod_{i=1}^n \{ E_Q [\max(\tilde{A}_{i-1,i} - \lambda_i, 0)] + \lambda_i \} \quad (A3)$$

由于资产配置策略函数  $\alpha_t = c$  根据式 (4)  $\Rightarrow$

$$dA(t)/A(t) = r_t dt + c\sigma_S dW_S + (1-c)\sigma_P dW_P = r_t dt + \sigma dW \quad (A4)$$

式 (A4) 中  $W$  为一标准的布朗运动  $\sigma^2 = c^2\sigma_S^2 + (1-c)^2\sigma_P^2 + 2\rho c(1-c)\sigma_S\sigma_P$   $\rho$  为  $W_S$  与  $W_P$  间的相关系数.

由式 (A4)  $\Rightarrow$

$$A_{i-1,i} = \frac{A_i}{A_{i-1}} = e^{\int_{i-1}^i (r_s - \frac{1}{2}\sigma^2) ds + \int_{i-1}^i \sigma dW} \quad (A5)$$

则  $\tilde{A}_{i-1,i} = e^{-\int_{i-1}^i r_s ds} A_{i-1,i} = e^{\int_{i-1}^i -\frac{1}{2}\sigma^2 ds + \int_{i-1}^i \sigma dW}$  根据 Ito 公式得

$$d\tilde{A}_{i-1,i} = \tilde{A}_{i-1,i} \sigma dW \quad (A6)$$

于是式 (A3) 中的  $E_Q [\max(\tilde{A}_{i-1,i} - \lambda_i, 0)]$  项, 便可以看作初始资产为 1、执行价格为  $\lambda_i$ 、无风险利率为 0、波动率为  $\sigma$ 、持续期为 1 的看涨期权的价值. 所以, 式 (A3) 可以表示为

$$\prod_{i=1}^n \{ E_Q [\max(\tilde{A}_{i-1,i} - \lambda_i, 0)] + \lambda_i \} = \prod_{i=1}^n (N(d_{1,i}) - \lambda_i N(d_{2,i}) + \lambda_i) \quad (A7)$$

然后计算式 (A1) 中第 2 项  $E_Q [e^{-\int_0^T r_s ds} A_T]$

由式 (A4) 可得, 在风险中性测度  $Q$  下  $A(t)$  的无风险利率贴现价格为一个鞅过程.

(下转第 62 页)

### Research on market information gathering effects and transactions efficiency

ZHANG Yong-lin<sup>1</sup>, ZHANG Chun-yang<sup>2</sup>, LI Xiao-feng<sup>1</sup>

1. School of Economics and Business Administration, Beijing Normal University, Beijing 100875, China;

2. School of Economics, Central University of Finance and Economics, Beijing 100081, China

**Abstract:** In the paper, we study the problems of information and efficiency in terms of market transactions. The main results include: 1) Presenting the conception of market information variety and information gathering and providing mathematical description of information gathering; 2) Setting up the living bargain model of imperfect market bargain games and Bellman equation of multiple transaction; 3) Proving market information gathering effect, which increases returns and raises market liquidity. That is the more important values and mechanism of market information, than only increasing resources dispose through solving multiple equilibrium and reducing transaction costs. It is also proved that information is not an abstractive market factor but internal value resource. Function of information can have some effect on efficiency and increase total values due to decreasing transaction time ( searcher time and bargain games ).

**Key words:** market information gathering; gathering effect; transaction time; increasing returns; market liquidity

( 上接第 51 页)

$$\Rightarrow E_Q [e^{-\int_0^T r_s ds} A_T] = A_0 = 1 \tag{A8}$$

将式 (A7)、式 (A8) 代入式 (A1) 则命题 1 得证.

#### 附录 B: 命题 2 的证明

同附录 A 得到式 (A3) 即  $\prod_{i=1}^n \{ E_Q [\max(\tilde{X}_{i-1,i} - \lambda_i, 0)] + \lambda_i \}$ .

由于资产配置策略函数  $\alpha_i = f(t) = a - \frac{a-b}{T}t$  根据式 (4)

$$\Rightarrow dA(t)/A(t) = r_t dt + f(t) \sigma_s dW_s + (1-f(t)) \sigma_p dW_p = r_t dt + \sigma_t dW \tag{B1}$$

式 (B1) 中的  $W$  为一标准的布朗运动、 $f(t) = a - \frac{a-b}{T}t$ 、 $\sigma_t^2 = f(t)^2 \sigma_s^2 + (1-f(t))^2 \sigma_p^2 + 2\rho f(t)(1-f(t)) \sigma_s \sigma_p$ 、 $\rho$

为  $W_s$  与  $W_p$  间的相关系数.

由式 (B1) 得  $\tilde{X}_{i-1,i} = e^{-\int_{i-1}^i r_s ds} A_{i-1,i} = e^{-\int_{i-1}^i -\frac{1}{2}\sigma_t^2 ds + \int_{i-1}^i \sigma_t dW}$  根据 Ito 公式得

$$d\tilde{X}_{i-1,i} = \tilde{X}_{i-1,i} \sigma_t dW \tag{B2}$$

于是式 (A3) 中的  $E_Q [\max(\tilde{X}_{i-1,i} - \lambda_i, 0)]$  项,便可以为初始资产为 1、执行价格为  $\lambda_i$ 、无风险利率为 0、波动率为  $\sqrt{\int_{i-1}^i \sigma_t^2 dt}$ 、持续期为 1 的看涨期权的价值. 所以

$$\prod_{i=1}^n \{ E_Q [\max(\tilde{X}_{i-1,i} - \lambda_i, 0)] + \lambda_i \} = \prod_{i=1}^n ( N(d_{1,i}) - \lambda_i N(d_{2,i}) + \lambda_i ) \tag{B3}$$

由式 (B1) 可得 在风险中性测度  $Q$  下  $A(t)$  的无风险利率贴现价格为一个鞅过程.

$$\Rightarrow E_Q [e^{-\int_0^T r_s ds} A_T] = A_0 = 1 \tag{B4}$$

将式 (B3) (B4) 代入式 (A1) 则命题 2 得证.