多资产的股票挂钩保本型理财产品定价研究①

陈金龙，任　敏
(华侨大学工商管理学院，泉州 362021)

摘要： 结构性理财产品定价的核心问题是收益函数的确定，定价技术难点在于资产相关性的处理. 应用 Cholesky 分解方法，先解决资产间的相关性问题，然后针对多资产保本型股票挂钩结构性产品收益函数特点，利用蒙特卡罗方法对其进行定价. 最后以深圳商业银行盈丰理财 0706 号为例，介绍该方法的应用. 结果表明，该产品定价偏高，产品实际收益率偏低.

关键词： 股票挂钩产品; 保本型; 多资产期权; 定价
中图分类号： C931. 2　　**文献标识码：** A　　**文章编号：** 1007 -9807(2011)11 -0063 -08

0 引 言

自 1880 年出现了世界上第一份复合结构投资工具后，结构化金融产品随之进入人们的视野. 股票挂钩票据(equity-linked notes) 就是其中重要的一类，本文称之为股票挂钩结构性产品. 现代意义上的结构性产品起源于 20 世纪 70 - 80 年代，90 年代出现爆炸式增长，随着结构性金融产品不断发展，各国对股票挂钩结构性金融产品理论研究也同步进行.

Chen 等[1] 将 SPIN (standard poor´s 500 indexed note) 产品分债券和欧式看涨期权两部分，分别利用标准债券定价模型和 Black-Scholes 期权定价公式进行定价与套期保值研究，并结合实证分析得出美国市场上此种产品定价存在高估现象. Chen 等[2] 利用到期收益回报函数、复制投资组合方法对市场指数连动存单(MICD) 产品分看涨期权和看跌期权两种情况分别进行定价与套期保值研究，并结合实证分析得出美国市场上此种产品定价存在高估现象. Carlin[3] 利用三阶段、四阶段复杂定价博弈模型解决了定价与复杂性关系，研究得出结论表明，即使产品同质，定价也存在差异性; 产品设计越复杂，定价越高; 即使有大量公司参与市场，产品定价也不会趋于边际成本. Brian 等[4] 、Stoimenov 等[5] 也注意到上述情况，他们认为在大多数情况下，产品报价高于其理论价值，产品被过度定价和高度复杂化. 做市商的定价有利于自己但往往偏离理论价格，并且，他们的定价机制经常是对投资者保密的. 由于设计很复杂，私人投资者很难估计它的公平价值. Brown 等[6] 也分析了澳大利亚市场认股权证定价的严重偏离现象.

Mallier 等[7] 利用利率模型(vasicek model) 测算无风险利率，并结合格林函数(Green ' s function) ，站在投资者的角度而不是发行者的角度对股票挂钩票据分债券和期权两部分分别定价，他们考虑了随机利率对期权价值的影响，利用相同随机利率对债券部分和期权部分进行折现. 研究表明，期权部分价值将取决于随机利率和股价指数水平，且遵循利率模型的偏微分方程. Martin[8] 利用 Chen 基于价值的多叉树模型对瑞士市场上最为成功的产品——嵌入障碍期权的多资产可转换债券的定价合理性进行了探讨，发现 2007 年最流行的 468 种产品实际定价高于理论价值的 3. 4%，分析认为，高定价与债券相关，说明投资者往往高估确定性债券价值，低估具有风险产品价

① 收稿日期: 2010 -04 -28; 修订日期: 2010 -11 -17.
基金项目: 国家自然基金资助项目(70573033) ; 福建省高等学校新世纪优秀人才支持计划资助项目(07FJRC08) .
作者简介: 陈金龙(1965—) ，男，福建龙渔人，博士，教授，博士生导师. Email: jinlong@ hqu. edu. cn

值，这种行为偏差对于解释为什么此种产品发行成功非常重要. Carole 等[9]利用收益回报函数、风险中性偏好假设，在 Black - Scholes 框架下分析两款不同设计的股票挂钩产品，解释说明投资者偏好设计复杂、定价过高以及高佣金产品的现象. 得出根源在于投资者高估复杂产品高回报的可能性.

Deng 等[10]利用拓展 Kirt 近似方法和二阶边界近似两种方法对挂钩一篮子风险资产的扩展期权产品进行定价与套期保值研究，实证研究表明两种方法都非常精确，但后一种方法较前一种方法更精确.

总体来说，国外对于结构性金融产品的研究主要集中在产品定价方面，从微观层面探讨了结构性金融理财产品的定价模型选择，产品设计复杂性与产品定价之间的关系，产品报价严重偏离其理论价值等问题，并对报价偏离理论价值给出了不同解释.

近年来，我国不少学者在借鉴国外相关研究的基础上，不断探索和发展我国的结构性产品市场，但处于初探时期，对结构性理财产品的研究比较零散和分散，缺乏系统性和统筹性.

陈金龙[11]、任敏[12]在借鉴国外理论研究的基础上对保本型股票挂钩结构性产品设计、定价理论探讨. 马俊海等[13]等提出更为有效的关于期权定价蒙特卡罗模拟的综合性方差减少技术. 赵洋等[14]采用最小二乘蒙特卡罗方法为可转换债券定价，从而解决为可转换债券中路径依赖条款和美式期权进行定价的难题. 廖四朗等[15]在 Black-Scholes 框架下对台湾华邦电保本型票券进行定价与套期保值研究，并结合实证分析确定其理论解与实际市场价格接近.

总体而言，国内对结构性金融产品定价尚未深入. 特别是对产品设计与定价方法、风险控制等方面还较少深入研究.

本文针对多资产保本型股票挂钩结构性产品特性，利用 Monte Carlo 模拟方法对其进行定价研究，旨在为今后进一步研究我国结构性产品定价问题提供有益探索.

1 基本概念

股票挂钩结构性产品是指利用组合投资技术构造出的，利息或本金与一定的股票价格或股票指数相联系的一类结构化产品. 在本质上可视为由一份债券和一份期权合约构成的组合，其收益取决于所联系的单一股票、股票组合或股票指数的表现. 保本型股票挂钩产品是国际金融市场上近年来最受欢迎的结构化金融产品之一，其基本设计是，该证券的收益率与某股票（也可能是股票篮子或股票指数）的收益率相挂钩，同时本金得到全部或部分保护，享有最低收益保证. 收益率计算公式可表为

$$1 + \min\left\{k,\ \max\left[\left(\frac{S_T}{S_t} - 1\right)\delta, \lambda\right]\right\}$$

其中，k 表示保本型产品的最高收益率；λ 表示保本型产品的最低收益率，也即保本率. δ 表示参与率，即挂钩股票价格上升时，投资者可从股票收益率上涨中获得的分享比例. 挂钩股票的收益率为$\frac{S_T}{S_t} - 1$（其中 S_t 为基准价格，S_T 为比较价格）.

多资产期权主要指挂钩标的资产为多个资产的期权，本文主要针对标的资产为多个股票或股票指数的具有期权性质的保本型结构性产品进行定价. 多资产期权和单资产期权不同在于挂钩标的资产数目、设计复杂程度不同. 近年来，一个明显的趋势是期权设计日益复杂化，且各资产之间、资产价格与利率、汇率等因素之间往往存在相关性，定价问题也因而变得日益复杂. 多资产期权定价方法较多，如二叉树法、有限差分方法、蒙特卡罗模拟法、数值积分方法等. 鉴于我国目前股票挂钩结构性产品标的资产数目较少的实际情况，且蒙特卡罗模拟方法具有方便灵活、简单易懂、易于操作的特点，本文选用蒙特卡罗模拟方法对挂钩多标的股票资产的无收益率上限限制、考虑收益率上限限制、考虑比例交易费用以及汇率波动四种情况进行定价研究.

2 挂钩多资产理财产品收益函数的确定

对挂钩多种股票的理财产品进行定价，关键问题是表示出挂钩多个股票资产或股票指数的产品收益函数. 挂钩多资产产品收益函数较为复杂，

产品无确定的收益函数表达式，其定价也无确定解析解. 为便于问题探讨，本文假定产品收益函数为 $f(S)$，$f(S)$ 既可为连续函数，也可为离散函数.

对保本型股票挂钩产品，无收益率上限的面值为 F 的产品到期收益函数可表示为

$$f(S) = \begin{cases} F(1+\lambda) & \text{if } S < k_1 \\ F \times R_T & \text{if } S \nless k_1 \end{cases} \tag{1}$$

其中，λ 为最低收益率; R_T 为到期收益表达式; k_1 为临界值向量; S 为标的资产价格向量. $S < k_1$ 表示所挂钩标的资产价格多低于设定的临界值，同样，$S \nless k_1$ 表示所挂钩标的资产价格部分或全部达到设定临界值以上. 后面的表示类似.

对有收益率上限的面值为 F 的产品到期收益函数为

$$f(S) = \begin{cases} F(1+\lambda) & \text{if } S < k_1 \\ F \times R_T & \text{if } k_1 \nless S \text{ 且 } S < k_2 \\ F(1+\theta) & \text{if } S \nless k_2 \end{cases} \tag{2}$$

其中，λ 为保底收益率，θ 为最高收益率; k_1，k_2 为两个临界值向量，k_1 为较低临界值向量. k_2 为较高临界值向量. 下面符号含义相同.

当考虑比例交易费用时，假定费用比率为 m，且在期初支付，市场利率为 r，面值为 F 的产品到期收益函数变为

$$f(S) = \begin{cases} F(1+\lambda) - Fme^{r(T-t)} & \text{if } S < k_1 \\ F \times R_T - Fme^{r(T-t)} & \text{if } k_1 \nless S \text{ 且 } S < k_2 \\ F(1+\theta) - Fme^{r(T-t)} & \text{if } S \nless k_2 \end{cases} \tag{3}$$

当考虑汇率波动情况时，由于我国银行理财产品包括人民币理财产品和外汇理财产品，因此按产品申购币种、挂钩标的资产属地不同，可将理财产品分为六种类型，1) 挂钩境内(香港股市) 股票资产，外币购买、外币偿还; 2) 挂钩境内(香港股市) 股票资产，本币(外币) 购买，外币(本币) 偿还; 3) 挂钩境内(香港股市) 股票资产，本币购买，本币偿还; 4) 挂钩境外股票资产，外币购买，外币归还; 5) 挂钩境外股票资产，本币(外币) 购买，外币(本币) 偿还; 6) 挂钩境外股票资产，本币购买，本币归还.

对于第三种、第四种情况，由于产品价格不受到汇率的影响，只受挂钩标的股票资产价格波动的影响，将不予考虑，下面仅考虑其他四种情况下的产品收益函数.

在第 2 种分类情况下，又可分为以下几种情况讨论.

情况 1，挂钩境内股票资产，本币购买，外币归还. 在汇率采用直接标价法时，面值 F 的保本型股票挂钩产品的到期收益函数为

$$f(S) = \begin{cases} \dfrac{F(1+\lambda) - Fme^{r(T-t)}}{q(T)} & \text{if } S < k_1 \\ \dfrac{F \times R_T - Fme^{r(T-t)}}{q(T)} & \text{if } k_1 \nless S \text{ 且 } S < k_2 \\ \dfrac{F(1+\theta) - Fme^{r(T-t)}}{q(T)} & \text{if } S \nless k_2 \end{cases} \tag{4}$$

其中 $q(T)$ 为到期时的汇率.

情况 2，挂钩境内股票资产，外币购买，到期本币归还，在汇率采用直接标价法时，面值为 M_f 外币表示的保本型股票挂钩产品的到期收益函数表示为

$$f(S) = \begin{cases} q(t), M_f(1+\lambda) - q(t) M_f me^{r(T-1)} \\ \qquad \text{if } S < k_1 \\ q(t) M_f \times R_T - q(t) M_f me^{r(T-t)} \\ \qquad \text{if } k_1 \nless S \text{ 且 } S < k_2 \\ q(t) M_f(1+\theta) - q(t) M_f me^{r(T-t)} \\ \qquad \text{if } S \nless k_2 \end{cases} \tag{5}$$

其中 $q(t)$ 为购买时的汇率.

在第 5 种分类情况下，又可以分为两种情况讨论，挂钩境外股票资产，本币购买，外币归还; 挂钩境外股票资产，外币购买，本币归还，其理论方法与第 2 种类相同，这里不再赘述. 下面仅讨论第一种类和第六种类情况的产品收益函数.

情况 3，挂钩境内股票资产，外币购买，外币归还，在汇率采用直接标价法时，面值为 M_f 外币表示的保本型股票挂钩产品的到期收益函数为

$$f(S) = \begin{cases} \dfrac{M_f q(t)(1+\lambda) - M_f q(t) me^{r(T-t)}}{q(T)} \\ \qquad \text{if } S < k_1 \\ \dfrac{M_f q(t) \times R_T - M_f q(t) me^{r(T-t)}}{q(T)} \\ \qquad \text{if } k_1 \nless S \text{ 且 } S < k_2 \\ \dfrac{M_f q(t)(1+\theta) - M_f q(t) me^{r(T-t)}}{q(T)} \\ \qquad \text{if } S \nless k_2 \end{cases} \tag{6}$$

情况 4，挂钩境外股票资产，本币购买，本币归还，在汇率采用直接标价法时，面值为 F 的保本型股票挂钩产品的到期收益函数表示为

$$
f(S)=\begin{cases} q(T)\left[\dfrac{F(1+\lambda)-Fme^{r(T-t)}}{q(t)}\right] \\ \quad \text{if } S<k_1 \\ q(T)\left[\dfrac{F\times R_T-Fme^{r(T-t)}}{q(t)}\right] \\ \quad \text{if } k_1 \not< S \text{ 且 } S<k_2 \\ q(T)\left[\dfrac{F(1+k)-Fme^{r(T-t)}}{q(t)}\right] \\ \quad \text{if } S \not< k_2 \end{cases} \tag{7}
$$

在现实中，收益函数的构造可能会很复杂，需要根据产品设计方案来确定，以上仅仅是常见收益函数表达式. 为了计算依赖股价的多标的资产结构性理财产品价格，需要在风险中性的概率测度下计算产品收益函数的期望值，也即计算积分

$$\int f(S)\,g(S)\,\mathrm{d}S$$

其中，$g(S)$ 为股票价格 S 的密度函数. 为了计算这个积分，可以利用蒙特卡罗模拟方法解决.

3 蒙特卡罗模拟定价

先做如下假设

假设 1 市场是完全的，所有资产是完全可以无限细分，且没有卖空限制.

假设 2 假设第 i 只股票价格 $S_i(t)$ 遵循几何布朗运动，即 $\mathrm{d}S_i(t)=\mu_i S_i(t)\,\mathrm{d}t+\sigma_i S_i(t)\,\mathrm{d}\omega_i$，收益率 μ_i 和方差 σ_i 为常数，其中 $\mathrm{d}t$ 是极短的一段时间，ω_i 是标准 Brown 运动，$\mathrm{d}\omega_i\mathrm{d}\omega_j=\rho_{ij}\mathrm{d}t$，$\rho_{ij}$ 为股票 i 与股票 j 的相关系数，$i,j=1,2,\cdots,n$.

假设 3 在衍生证券生命期内，标的证券没有现金支付，即没有红利支付.

假设 4 在衍生证券生命期内，无风险利率采用连续复利的方式计算. 考虑我国结构性理财产品大多期限较短的实际情况，因此假定利率为固定利率.

假设 5 假定产品本金及收益支付只有到期时才能执行，不可提前赎回或回售，即保本型产品中所包含的期权性质为欧式期权.

假设 6 汇率 $q(t)$ 也遵循几何布朗运动随机过程，即 $\mathrm{d}q(t)=\mu_q q(t)\,\mathrm{d}t+\sigma_q q(t)\,\mathrm{d}\omega_q$，收益率 μ_q 和方差 σ_q 为常数，且汇率采用直接标价法表示.

假设 7 市场是无套利的.

在上述假设下，市场存在唯一的风险中性概率 Q，根据 Girsanov 测度变换定理，在概率 Q 下，股票和汇率的变化过程可以变换如下

$$\mathrm{d}S_i(t)=r_f S_i(t)\,\mathrm{d}t+\sigma_i S(t)\,\mathrm{d}\tilde{\omega}_i \quad i=1,2,\cdots,n$$

$$\mathrm{d}q(t)=r_f q(t)\,\mathrm{d}t+\sigma_q q(t)\,\mathrm{d}\tilde{\omega}_q$$

其中 $\mathrm{d}\tilde{\omega}_i$，$\mathrm{d}\tilde{\omega}_q$ 是标准 Brown 运动，r_f 是无风险利率.

因此，可证明，$\ln S_i(T) \sim N\left[\ln S_i(t)+\left(r_f-\frac{\sigma_i^2}{2}\right),\ \sigma_i^2(T-t)\right]$，即 $S_i(T)$ 服从对数正态分布，r_f 为无风险利率，也可证明，$\ln q(T)\sim N\left[\ln q(t)+\left(r_f-\frac{\sigma_q^2}{2}\right),\ \sigma_q^2(T-t)\right]$，$r_f$ 为无风险利率.

根据上述假设，模拟之前，首先处理股票价格及汇率随机过程之间的相关性. 各股票价格、汇率波动均服从几何布朗运动. 在风险中性世界中，具有相关性的基础随机过程如下[16]

$$
\begin{cases} \mathrm{d}S_1=r_f S_1\mathrm{d}t+\sigma_1 S_1\mathrm{d}\tilde{\omega}_1 \\ \mathrm{d}S_2=r_f S_2\mathrm{d}t+\sigma_2 S_2\mathrm{d}\tilde{\omega}_2 \\ \qquad \vdots \\ \mathrm{d}S_n=r_f S_n\mathrm{d}t+\sigma_n S_n\mathrm{d}\tilde{\omega} \\ \mathrm{d}q=r_f q\mathrm{d}t+\sigma_q q\mathrm{d}\tilde{\omega}_q \\ \mathrm{d}\tilde{\omega}_i\cdot\mathrm{d}\tilde{\omega}_j=\rho_{ij}\mathrm{d}t \qquad i,j=1,2,\cdots,n \\ \mathrm{d}\tilde{\omega}_i\cdot\mathrm{d}\tilde{\omega}_q=\rho_{iq}\mathrm{d}t \qquad i=1,2,\cdots,n \end{cases} \tag{8}
$$

由于股票价格之间、股票价格与汇率之间是相关的，所以可以利用 *Cholesky* 分解释放它们之间的相关性.

假设 $\mathrm{d}z_1,\mathrm{d}z_2,\cdots,\mathrm{d}z_{n+1}$ 为独立的随机变量，服从均值为 0，标准差为 $\sqrt{\mathrm{d}t}$ 的正态分布，则可以将

$d\widetilde{\omega}_1, d\widetilde{\omega}_2, \cdots, d\widetilde{\omega}_n, d\widetilde{\omega}_q$ 转换成以下 $n+1$ 个随机过程

$$\begin{cases} d\widetilde{\omega}_1 = a_{11} dz_1 \\ d\widetilde{\omega}_2 = a_{21} dz_1 + a_{22} dz_2 \\ d\widetilde{\omega}_3 = a_{31} dz_1 + a_{32} dz_2 + a_{33} dz_3 \\ \quad \vdots \\ d\widetilde{\omega}_q = a_{n+1,1} dz_1 + a_{n+1,2} dz_2 + \cdots + a_{n+1,n+1} dz_{n+1} \\ dz_i \cdot dz_j = 0 \quad i,j = 1,2,\cdots,n+1, i \neq j \end{cases} \tag{9}$$

其中，$a_{ij} = \dfrac{\rho_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} a_{ik} a_{jk}}{a_{ii}}$，$a_{ii} = \sqrt{1 - \sum_{k=1}^{i-1} a_{ik}^2}$

$(i = 1,2,\cdots,n+1; j = i+1, i+2,\cdots,n+1)$

再令，$dz_1 = \varepsilon_1 \sqrt{T-t}$，$dz_2 = \varepsilon_2 \sqrt{T-t}$，$\cdots$，$dz_{n+1} = \varepsilon_q \sqrt{T-t}$，$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n, \varepsilon_q$ 相互独立的标准正态随机变量，根据前述假设条件可以得到

$$\begin{cases} S_1(T) = S_1(t) \exp\left[\left(r_f - \dfrac{\sigma_1^2}{2}\right)(T-t) + \sigma_1 a_{11} \varepsilon_1 \sqrt{T-t}\right] \\ S_2(T) = S_2(t) \exp\left[\left(r_f - \dfrac{\sigma_2^2}{2}\right)(T-t) + \sigma_2 (a_{21}\varepsilon_1 + a_{22}\varepsilon_2) \sqrt{T-t}\right] \\ S_3(T) = S_3(t) \exp\left[\left(r_f - \dfrac{\sigma_3^2}{2}\right)(T-t) + \sigma_3 (a_{31}\varepsilon_1 + a_{32}\varepsilon_2 + a_{33}\varepsilon_3) \sqrt{T-t}\right] \\ \vdots \\ q(T) = q(t) \exp\left[\left(r_f - \dfrac{\sigma_q^2}{2}\right)(T-t) + \sigma_q (a_{n+1}\varepsilon_1 + a_{n+1,2}\varepsilon_2 + \cdots + a_{n+1,n+1}\varepsilon_q) \sqrt{T-t}\right] \end{cases} \tag{10}$$

其中，$A = \begin{pmatrix} a_{11} & & & & \\ a_{21} & a_{22} & & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,n-1} & a_{n,n} \\ a_{n+1,1} & a_{n+1,2} & a_{n+1,3} & \cdots & a_{n+1,n+1} \end{pmatrix}$ 为下三角矩阵，使得 $AA^{\mathrm{T}} = \sum_{ij} i,j = 1,2,\cdots,n+1$，$\sum_{ij}$ 为协方差矩阵.

因此，可利用股市或汇市中股票价格、汇率信息估计出 $\mu_i, \sigma_i, \mu_q, \sigma_q, \rho_{ij}, \rho_{iq}$，得出矩阵 A，在收益函数已知情况下即可进行蒙特卡罗模拟定价. 定价步骤为，

第一，通过模拟过程，生成服从标准正态分布的随机数 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n, \varepsilon_q$；

第二，根据标准正态分布随机变量 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n, \varepsilon_q$ 计算出服从对数正态分布 $g(S)$ 的股票价格随机数 $S_1, S_2, \cdots, S_n$；

第三，根据生成的股票价格随机数 $S_1, S_2, \cdots, S_n$ 计算对应的收益函数值 $f(S)$，并求平均得到产品收益函数期望值 $\mathrm{E}[f(S)]$；

第四，在风险中性测度下对期望值进行折现即得产品价格 $C_t = e^{-r(T-t)} \mathrm{E}[f(S)]$.

4　挂钩多股票的理财产品定价案例

由于多股票期权产品收益函数一经确定，其定价原理基本一致，所以，本文仅选择深圳市商业银行盈丰理财 0706 号产品案例，研究其定价方法，有关产品信息如下

该理财产品保证 100% 本金安全，其收益与下述 6 支香港联交所上市的股票挂钩.

中国移动有限公司(股票代码 0941)，中国石油天然气股份有限公司(股票代码 0857)，中国人寿保险股份有限公司(股票代码 2628)，中国平安保险(集团) 股份有限公司股票代码 2318)，江西铜业股份有限公司(股票代码 0358)，中国国际航空股份有限公司(股票代码 0753).

期初股价，每支挂钩股票的期初价格定义为在初始观察日该挂钩股票的收盘价格.

期末股价，每支挂钩股票的期末价格定义为在期末观察日该挂钩股票的收盘价格.

理财收益计算与分配如下，

1) 产品到期时，分别计算 6 支挂钩股票股价表现的绝对值，具体计算公式如下

$$单支股票的绝对值表现 = \left| \frac{期末股价}{期初股价} - 1 \right|$$

初始观察日，2007 年 7 月 23 日; 期末观察日，2008 年 7 月 18 日.

2）将计算出来的 6 个绝对值中最小的绝对值乘以参与率，即是客户的最后理财收益率，具体计算公式如下，到期理财产品收益率(港币) = 50% × 最小绝对值

3）产品终止，客户赎回本金及利息.

根据以上收益计算方法，本产品总的理财收益率最低为 0% ，最高上不封顶.

此产品是深圳平安银行发行的一款挂钩多标的股票资产完全保本型结构性理财产品，根据产品说明书可知 $\lambda = 0$; $F = 1\ 000$; $\delta = 0.5$，因此可将产品收益函数表示为

$$f(S) = \begin{cases} F(1 + \lambda) & \text{if } S_{iT} = S_{it} \\ \quad 对所有\ i = 1,2\cdots,6 & \\ F\left[1 + \delta \min \left| \dfrac{S_{iT}}{S_{it}} - 1 \right| \right] & \text{if } S_{iT} \neq S_{it} \\ \quad 存在某处\ i \in \{1,2,\cdots,n\} & \end{cases}$$

为释放产品之间的相关性，本文选择 2005 年 7 月 1 日至 2007 年 7 月 1 日每只股票期末调整收盘价②作为样本数据，来估算股价的漂移率和波动率，其中 $i = 1, 2, \cdots, 6$ 分别表示中国移动、中国石油、中国人寿、中国平安、江西铜业、中国国际航空，结果如下表所示

表 1 股价漂移率与波动率估计值

Table 1 The estimate of drift rate and volatility of share price

参数估计	中国移动	中国石油	中国人寿	中国平安	江西铜业	中国国航
日收益率均值	0.002 102 2	0.001 532 4	0.003 315 3	0.002 987 2	0.002 484 5	0.001 658 0
日收益率方差	0.000 332 3	0.000 322 2	0.000 494 1	0.000 512 2	0.000 906 6	0.000 531 7
股价漂移率($\hat{\mu}_i$)	1.179 559 1	0.856 925 8	1.802 555 4	1.641 088 1	1.527 657 4	0.973 470 8
股价波动率($\hat{\sigma}_i^2$)	0.172 813 4	0.163 030 3	0.250 027 8	0.259 164 9	0.471 408 3	0.269 026 5

其次，估算股价两两之间的协方差 Σ_{ij}，根据协方差求下三角矩阵 A 值. 结果所示如下

$$\Sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 0.000\ 332\ 334 & & & & & \\ 6.365\ 14\text{E}-06 & 0.000\ 322\ 194 & & & & \\ -3.272\ 42\text{E}-05 & 0.000\ 188\ 534 & 0.000\ 494\ 126 & & & \\ -2.025\ 8\text{E}-05 & 0.000\ 187\ 722 & 0.000\ 354\ 48 & 0.000\ 512\ 184 & & \\ 0.000\ 220\ 664 & -1.421\ 8\ \text{E}-06 & -1.653\ 7\text{E}-05 & -1.440\ 41\text{E}-05 & 0.000\ 906\ 554 & \\ 4.289\ 63\text{E}-06 & 6.812\ 84\text{E}-05 & 0.000\ 130\ 524 & 0.000\ 109 & -4.215\ 34\text{E}-05 & 0.000\ 531\ 673 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0.018\ 230\ 018 & & & & & \\ 0.000\ 349\ 157 & 0.017\ 946\ 377 & & & & \\ -0.001\ 795\ 071 & 0.010\ 540\ 330 & 0.019\ 488\ 594 & & & \\ -0.001\ 111\ 242 & 0.010\ 481\ 767 & 0.012\ 417\ 717 & 0.019\ 114\ 824 & & \\ 0.012\ 104\ 438 & -0.000\ 314\ 724 & 0.000\ 436\ 595 & -0.000\ 160\ 911 & 0.027\ 563\ 046 & \\ 0.000\ 235\ 306 & 0.003\ 791\ 641 & 0.004\ 668\ 434 & 0.000\ 604\ 076 & -0.001\ 659\ 807 & 0.022\ 188\ 441 \end{pmatrix}$$

② 选择期末调整收盘价作为样本数据是因为各公司在此期间内发放了现金股利.

根据2007年6月29日的股票价格模拟生成7月23日股票价格作为期初价格$S(t)$，6月29日股票价格分别为$S_1(0)=84.02$；$S_2(0)=11.27$；$S_3(0)=28.1$；$S_4(0)=55.4$；$S_5(0)=13.14$；$S_6(0)=5.97$；假定一年按250 d计算，经过模拟生成7月23日的股票价格为，$S_1(t)=89.950\,198\,3$；$S_2(t)=11.843\,892\,17$；$S_3(t)=31.224\,135\,57$；$S_4(t)=60.797\,220\,63$；$S_5(t)=14.276\,491\,92$；$S_6(t)=6.316\,733\,094$；无风险利率选取2007年7月21日调整的一年期定期存款利率，即为3.33%，根据以上各参数估计值可得

$$
\begin{cases}
S_1(T)=89.950\,198\,2\exp[-0.053\,106\,7+0.415\,708\,3\times 0.018\,230\,018\varepsilon_1] \\
S_2(T)=11.843\,892\,17\exp[-0.048\,215\,15+0.403\,770\,1(0.000\,349\,157\varepsilon_1+0.017\,946\,377\varepsilon_2)] \\
S_3(T)=31.224\,135\,57\exp[-0.091\,713\,9+0.500\,027\,8(-0.001\,795\,071\varepsilon_1+0.010\,540\,33\varepsilon_2+ \\
\quad 0.019\,488\,594\varepsilon_3] \\
S_4(T)=60.797\,220\,63\exp[-0.096\,282\,45+0.509\,082\,4(-0.001\,111\,242\varepsilon_1+0.010\,481\,767\varepsilon_2+ \\
\quad 0.012\,417\,717\varepsilon_3+0.019\,114\,824\varepsilon_4)] \\
S_5(T)=14.276\,491\,92\exp[-0.202\,404\,15+0.686\,591\,8(0.012\,104\,438\varepsilon_1-0.000\,314\,724\varepsilon_2+ \\
\quad 0.000\,436\,595\varepsilon_3-0.000\,160\,911\varepsilon_4+0.027\,563\,046\varepsilon_5)] \\
S_6(T)=6.316\,733\,094\exp[-0.101\,213\,25+0.518\,677\,6(0.000\,235\,306\varepsilon_1+0.003\,791\,641\varepsilon_2+ \\
\quad 0.004\,668\,434\varepsilon_3+0.000\,604\,076\varepsilon_4-0.001\,659\,807\varepsilon_5+0.022\,188\,441\varepsilon_6)]
\end{cases}
$$

根据以上信息，对各股票价格期末值进行一百次模拟，并分别计算收益函数，得到收益期望值为，1 022.886 356元，因此此产品可以定价为

$$C_t=e^{-0.033\,3}\times 1022.886\,356=982.385\,131\,9(\text{元})$$

由此得出产品理论价格为(保留四位小数)989.385 1元. 可以看出，在银行理财产品按面值发行的情况下，该产品实际定价偏高，按面值投资该产品获得的实际收益率将低于预期收益率，与投资者所承担的风险相比，该产品预期收益率偏高. 实际上，该理财产品在到期时的收益率仅仅为0.974%.

5　结束语

多资产保本型股票挂钩产品定价关键在于确定产品到期收益函数，收益函数一经确定，便可利用蒙特卡罗模拟方法模拟标的资产价格，进而求出产品价格，因此可以看出蒙特卡罗模拟方法对于挂钩多标的资产，且数量不多的产品定价非常实用，具有方便灵活的特点. 但本文所探讨的产品定价具有较为严格的假设，必须建立在完全市场假设条件之下，而现实市场大多为不完全市场，这无疑对产品定价的适用性提出挑战，鉴于此，进一步的研究可以考虑不完全市场条件下基于多资产期权的保本型股票挂钩产品定价.

参考文献:

[1] Chen K, Sears S. Pricing the SPIN [J]. Financial Management, 1990, 19(Summer): 36-47.

[2] Chen A, Kensinger J. An analysis of market-index certificates of deposit [J]. Journal of Financial Services Research, 1990, 4(2): 93-110.

[3] Carlin B. Strategic Price Complexity in Retail Financial Market [R]. Working Paper, UCLA, 2006.

[4] Brian J, Neil D. Patterns in the Payoffs of Structured Equity Derivatives [R]. Working Paper, http://www.ssrn.com, 2007.

[5] Stoimenov P, Wilkens S. Are structured products 'Fairly' priced? An analysis of the German market for equity-linked instruments [J]. Journal of Banking & Finance, 2005, 29(12): 2971-2993.

[6] Brown C, Davis K. Dividend protection at a price [J]. The Journal of Derivatives, 2004, 12(Winter): 62 – 68.

[7] Mallier R, Alobaidi G. Pricing equity-linked debt using the vasicek model [J]. Acta Math. Univ. Comenianae, 2002(2): 211 – 220.

[8] Martin W, Martin D. Pricing of Exotic´Structured Products: The Case of Multi-Asset Barrier Reverse Convertibles in Switzerland [R]. Working Paper, http://www.ssrn.com, 2008.

[9] Carole B, Phelim B. Structured Investment Products and the Retail Investor [R]. Working Paper, http://www.ssrn.com, 2008.

[10] Shijie Deng, Minqiang Li, Jieyun Zhou. Multi – assets Spread Option Pricing and Hedging [R]. Working Paper, http://www.ssrn.com, 2007.

[11] 任 敏, 陈金龙. 保本型股票挂钩结构性外汇理财产品定价研究 [J]. 国际金融研究, 2008, (12): 64 – 70.
Ren Min, Chen Jinlong. A study on pricing of foreign exchange financial products with guaranteed equity-linked structure [J]. Studies of International Finance, 2008, (12): 64 – 70. (in Chinese)

[12] 陈金龙, 任 敏. 股票挂钩保本型结构性人民币理财产品定价 [J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2010, (3): 342 – 345.
Chen Jinlong, Ren Min. Study on pricing of financial products of RMB with equity-linked guaranteed structure [J]. Journal of Huaqiao University (Natural Science), 2010, (3): 342 – 345. (in Chinese)

[13] 马俊海, 张 维, 刘凤琴. 期权定价的蒙特卡罗模拟综合性方差减少技术 [J]. 管理科学学报, 2005, (4): 68 – 73.
Ma Junhai, Zhang Wei, Liu Fengqin. Comprehensive variance reduction techniques of Monte Carlo simulation methods for pricing options [J]. Journal of Management Sciences in China, 2005, (04): 68 – 73. (in Chinese)

[14] 赵 洋, 赵立臣. 基于蒙特卡罗模拟的可转换债券定价研究 [J]. 系统工程学报, 2009, (05): 621 – 625.
Zhao Yang, Zhao Lichen. Monte Carlo-based pricing of convertible bonds [J]. Journal of Systems Engineering, 2009, (5): 621 – 625. (in Chinese)

[15] 廖四朗, 康荣宝, 张嘉倩. 保本型票券之定价及避险策略 [J]. 证券暨期货管理, 2003, 21(7): 52 – 68.
Liao Silang, Kang Rongbao, Zhang Jiaqian. The pricing and hedging strategy to guaranteed note [J]. Securities & Futures Management, 2003, 21 (7): 52 – 68. (in Chinese)

[16] 孙 健. 金融衍生品定价模型 – 数理金融引论 [M]. 北京: 中国经济出版社, 2007: 208 – 215.
Sun Jian. The Pricing Modern of Financial Derivative: Introduce of Mathematical Finance [M]. Beijing: The Press of China economy, 2007, 208 – 215. (in CHinese)

Study on pricing financial products with guaranteed equity-linked structure based on the multi-asset

CHEN Jin-long, REN Min

College of Business Administration, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China

Abstract: The essential problem for pricing structured financial products is how to determine profit functions, and the main key to pricing technically is how to handle the correlation between assets. The paper expounds: firstly, the correlation between assets can be solved by means of Cholesky decomposition, secondly, a multi-asset product with guaranteed capital by equity-linked structure is priced by means of Monte Carlo according to its characteristics of profit functions, and lastly, the the method is applied to the case of Shenzhen City Commercial Bank Yingfeng financial product 0706, in which the research shows while the actual product pricing is high, the product earnings are lower.

Key words: equity-linked products; guaranteed; multi-asset option; pricing