

并联系系统资源和目标配置双准则 DEA 模型^①

丁晶晶, 毕功兵, 梁 樑

(中国科学技术大学管理学院, 合肥 230026)

摘要: 针对决策单元内部资源和目标配置问题, 以并联生产系统为研究对象, 研究数据包络分析方法在组织的资源分配与目标设定方面的应用. 首先考虑决策单元内部评价的特点: (1) 固定投入和固定产出; (2) 子单元评价的权重选择之间的关系; (3) 内部评价权重选择与决策单元整体评价的关系. 在此基础上, 提出基于效率与公平的决策单元内部资源和目标配置双准则 DEA 模型, 最后用算例演示其使用, 以说明模型的合理性.

关键词: 数据包络分析(DEA); 网络 DEA; 效率; 公平; 并联系系统

中图分类号: N94 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807(2013)01-0010-12

0 引言

数据包络分析 (data envelopment analysis, DEA) 是评价存在多个投入和多个产出的同质决策单元 (decision making units, DMUs) 效率值的一种有效的方法. DEA 方法最早是由运筹学家 Charnes, Cooper 和 Rhodes 于 1978 年首先提出的^[1], 其模型被称为 CCR 模型. CCR 模型可以用于规模收益不变情形下效率的评价; 接着在 1984 年, Banker, Charnes 和 Cooper 对 CCR 模型做了进一步的扩展, 给出了在规模收益可变情况下的 DEA 模型 (被称为 BCC 模型)^[2]. 时至今日, DEA 理论与方法的研究和应用已经有了较大的深化和发展. DEA 的一个主要的发展方向为打开 DMU 的“黑箱”, 考虑决策单元内部结构多元化的网络 DEA^[3]. 最早的网络 DEA 模型出现在 Färe 和 Whittaker, Färe 和 Grosskopf 这两篇文献中^[4, 5]. 此后, Färe 和 Grosskopf 发表了一篇以“网络 DEA”为题目的论文, 提出了“网络 DEA”这一名词, 并介绍了三类网络 DEA 模型^[6]. Lewis 和 Sexton 将网络 DEA 应用于评价美国职业棒球联盟的

效率, 证明了网络 DEA 相比标准 DEA 的优势^[7]. 以上研究网络 DEA 的方法可以划分为径向 (radial) 的方法, 也就是保持产出水平不变的情况下投入可以等比例减少的程度 (投入导向), 或保持投入水平不变的前提下, 产出可以等比例增加的幅度 (产出导向). Tone 将径向的网络 DEA 方法拓展到非径向模型 (non-radial), 提出了一个基于松弛变量 (slack-based model) 的网络 DEA 模型^[8]. 查勇等人研究了一类两阶段的生产系统的效率评价模型^[9]. Yang, Castelli, Kao 发展了一种可以处理并联结构的网络模型^[10-12].

国内外很多学者都研究过基于 DEA 模型的资源分配问题. Golany 建立了多目标规划来设定产出目标^[13]. Athanassopoulos 分别利用 GoDEA 模型将资源和目标配置放在一个框架下研究并研究资源分配中的效率、效果和公平问题^[14, 15]. Golany 等人利用 DEA 模型来研究效率、效果和公平三者之间的替代关系^[16]. Beasley, Korhonen 等人也使用 DEA 进行资源分配研究^[17, 18], 在此两篇文献中, DEA 效率被用作唯一的准则进行资源

① 收稿日期: 2011-03-31; 修订日期: 2011-11-29.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (71171181); 国家自然科学基金创新研究群体资助项目 (70821001).

作者简介: 丁晶晶 (1984—), 男, 安徽合肥人, 博士生. Email: bghwhl@ustc.edu.cn

分配. 也有学者研究 DEA 模型分配资源的其它方面, 如 Pachkova 就分析了资源分配的转移成本问题^[19]. 李晓亚等人研究了额外资源分配的算法^[20]. 本文将资源分配问题分为两类: ① 资源在 DMU 之间的分配; ② 资源在 DMU 内部的分配. 上面提及的前人研究的特点是将 DMU 看成一个“黑箱”, 这就使得现有研究的范畴局限于第一个资源分配的问题上, 至于资源如何在 DMU 内部分配则尚不清楚. 随着网络 DEA 的发展, 在效率评价时将 DMU 黑箱打开, 使得基于 DEA 方法研究资源在内部分配方法成为可能.

本文以并联系统为对象, 探讨如何在 DMU 内部进行资源和目标配置, 从而推进 DEA 模型理论方法的研究和应用. 由于并联系统中的子单元 (Sub-DMU 或者 SDMU) 与 DMU 之间整体与部分的特殊关系, 研究第二类资源和目标配置问题时, 有以下新的特点: (1) 固定的投入和产出. 在研究 DMU 内部的资源和目标配置问题时, 是以既定 DMU 的可得投入和预计产出为背景, 因此在 SDMU 间进行资源和目标配置问题是一个将投入和产出固定的资源和目标配置优化问题. 这一特点的存在使得传统的利用产出最大化或者投入最小化的方式在 DMU 之间分配资源和设定目标的 DEA 方法无法直接应用; (2) 研究 DMU 中 SDMU 间资源与目标配置效率的问题时, 更需要保证内部决策的一致性. 特别地, 需要考虑到评价权重之间的相互关系. 其中重要的关系包括: SDMU 之间评价采用一组公共权重; 子单元选择的评价权重与 DMU 总体的评价的关系^[21]. 在研究第一类资源和目标配置问题时, 现有评价的方法允许各个被评价单元选择一组最有利于评价结果的权重组合, 而不考虑各个 DMU 选择权重之间的关系, 而在第二类问题中需要考虑单元内部决策的一致性. 这同样说明研究第二类资源与目标配置问题与第一类问题存在差异, 使得研究具有理论和现实意义.

资源与目标配置问题本质上为一个多目标的问题. 基于 DEA 的研究方法在引入效率维度上存在固有的优势. 与资源分配密切相关的另外一个维度便是资源分配的公平问题. 实际应用中, 公平

与效率之间就是一对存在替代关系的概念. 在许多情况下, 为了提高系统运行的效率就不得不牺牲分配的公平性, 反之亦然. 学术领域中早有学者对此做过相关研究, 如 Mandell 利用基尼系数分析提供公共服务的部门公平和效果的替代问题, Athanassopoulos, Golany 利用基尼系数的概念来实现资源在不同 DMU 之间分配的公平约束^[15, 16, 22]. 基尼系数是一个衡量资源分配相对集中程度 (公平) 的指标, 在管理科学中广泛用于衡量公平程度. 在前人研究的基础上, 本文研究单元内部的资源分配方法时, 同时考虑效率和公平两个准则, 采用基尼系数来衡量资源分配的公平程度, 以合理的方式将效率与公平纳入统一的框架, 建立双准则 DEA 模型.

1 并联系统效率评价模型

1.1 DMU 的效率评价

假设共有 n 个 DMUs, 其中每个 DMU _{j} ($j = 1, \dots, n$) 有 m 个初始投入 X_{ij} ($i = 1, \dots, m$), s 个最终产出 Y_{rj} ($r = 1, \dots, s$). DMU _{j} 中含有 p_j 个子生产单元. DMU 内部并联结构如图 1 所示. 在图 1 中, DMU _{j} 内部存在 p_j 个 SDMUs, 每个 DMU 内部同质的 SDMU 之间是并行结构, 而且不同 DMU 中 SDMU 个数可以不相同, 即 p_1, \dots, p_n 可以不相等. 在并联生产系统中决策单元的总投入被分配到各个子单元中, 各个子单元的产出之和构成 DMU 的

总产出, 即 $X_j = \sum_{k=1}^{p_j} X_j^k, Y_j = \sum_{k=1}^{p_j} Y_j^k$.

基于并联结构图 1, Kao 提出效率评价模型 (1)^[12].

$$\begin{aligned}
 S_{\text{kao}}^* &= \min \sum_{k=1}^{p_0} s_o^k \\
 \text{s. t. } &\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj}^k - \sum_{i=1}^m v_i x_{io}^k + s_o^k = 0 \quad (k = 1, \dots, p_0) \\
 &\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj}^k - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^k \leq 0 \\
 &(k = 1, \dots, p_j, j = 1, \dots, n, j \neq 0) \quad (1) \\
 &\sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \\
 &\forall \mu_r, v_i \geq \varepsilon
 \end{aligned}$$

其中 x_{ij}^k, y_{rj}^k 分别为 DMU_j 的第 k 个 SDMU 的第 i 个投入和第 r 个产出数值; x_{io} 为 DMU_o 的第 i 个投入值. 模型 (1) 衡量的是被评单元的无效程度, 其效率值用 $\theta_p^* = 1 - S_{kao}^*$ 来表示. 由模型 (1) 可以看出 Kao 的并联系统 DEA 模型实际上打开了 DMU 的“黑箱”让系统内部中的 SDMU 构成生产前沿面, 因此相比较传统 CCR 模型, 能得到反映更高生产技术的的前沿面.

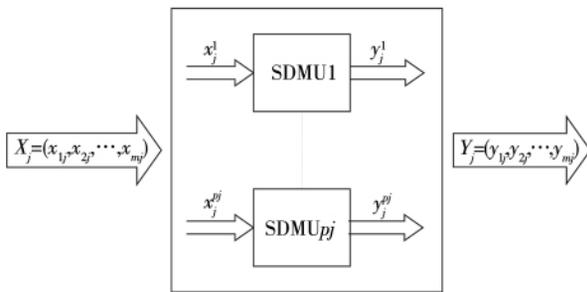


图1 并联结构的 DMU 结构图

Fig. 1 Structure of DMU with parallel production system

1.2 SDMU 的效率评价

假设模型 (1) 的最优解为 $\mu_r^*, \nu_i^*, s_o^{k*}$, 根据 Kao 的定义子单元的效率值为^[12]

$$\theta_o^k = \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r^* y_{ro}^k}{\sum_{i=1}^m \nu_i^* x_{io}^k} \quad (k = 1, \dots, p_o) \quad (2)$$

上式定义的不足之处在于, 如果模型 (1) 存在多重最优解, 那么其子单元效率值的定义唯一性无法得到证明, 这将影响到定义的使用. DEA 方法测量效率是在基于对被评单元最有利的投入产出权重, 并同时保证其它被评价单元的效率值不大于 1 的情况下进行. 然而在评价 DMU 中的 SDMU 时, 这样的原则却不能体现出总体和个体之间的关系. 一个合理的规定便是子单元在选择有利评价的权重时, 不应该使得总体的效率值变差, 这样可以保证在评价总体与个体时决策一致性. 假设模型 (1) 评价的总体效率值为 θ_p^* , 那么子单元 (SDMU_k) 的评价模型为

$$\theta_o^{k*} = \max \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro}^k}{\sum_{i=1}^m \nu_i x_{io}^k}$$

$$\begin{aligned} \text{s. t. } & \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj}^k}{\sum_{i=1}^m \nu_i x_{ij}^k} \leq 1 \quad (k = 1, \dots, p_j, j = 1, \dots, n) \\ & \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro}^k}{\sum_{i=1}^m \nu_i x_{io}^k} \geq \theta_p^*, \mu_r, \nu_i \geq \varepsilon \end{aligned} \quad (3)$$

其中 θ_p^* 为模型 (1) 计算的效率值. 模型 (3) 的可行域是非空的, 因为其中关于子单元的约束也同时出现在模型 (1) 中, 所以模型 (1) 的最优解一定为模型 (3) 的可行解, 这便保证了模型 (3) 评价子单元效率值的可行性. 另外模型 (3) 还有以下特点: ① 总体与部分之间关系: 子单元在选择评价自身效率的权重时不应该使得总体的效率评价变差; ② 无二义性: 模型 (3) 定义的效率值为目标函数的最优值, 因此能保证子单元效率测度定义的唯一性; ③ 量纲无关性: 子单元的投入和产出的单元变动不会影响到最终的效率评价结果.

1.3 资源与目标配置效率评价

DMU 中包含有若干个 SDMU_s, 针对此类情况下如何反映 DMU 内部的资源和目标的配置总体情况, Bi 等人提出在公共权重下, 利用 SDMU 中表现最差的单元的效率来衡量内部资源和目标配置的情况^[21]. 从管理实践来看, 这种评价与木桶效应或短板效应有相同的解释. 同时, 此种评价的方法也可以看作是保守的评价, 即 Max-Min 的决策方式. 最后从激励的角度, 同时假设管理松弛为对所有 SDMU 管理者都具有正效用的资源, 那么利用 Max-Min 的方式来评价和配置内部的资源和目标可以促进 SDMU 之间的管理松弛的分布公平性. 在信息不对称情况下, SDMU 的管理者的劳动是不可观察的, 在相同的产出下, 获得更多的资源 (效率低) 则管理者的松弛更大. 在使用效率最低单元的效率最大的准则下, 表现差的单元的资源将被分出, 或者目标将会变高. 无论是哪一种情况, 当资源从一个相对较多的单元 (效率较低) 转移到另一个资源较少的单元 (效率较高), 或者当

产出的目标从一个较多的单元(效率较高)转移到一个较低的单元(效率较低)都应使管理松弛的分布公平状况变好(principle of transfer)^[23]. 同样在选择公共权重和保持 DMU 效率不变差的前提下,给出系统内部的资源和目标配置状况评价模型如下

$$\begin{aligned} \max \min & \left\{ \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0}^1}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}^1}, \dots, \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0}^{p_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}^{p_0}} \right\} \\ \text{s. t. } & \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj}^k}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^k} \leq 1 \quad (k=1, \dots, p_j, j=1, \dots, n), \quad (4) \\ & \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \geq \theta_p^*, \mu_r, v_i \geq \varepsilon \end{aligned}$$

这里的 θ_p^* 为模型(1)求出的 DMU₀ 的效率值. 通过引入参数 t , 模型(4)可以转换成参数线性规划(5).

$$\begin{aligned} \theta_p^* &= \max t \\ \text{s. t. } & t \sum_{i=1}^m v_i x_{i0}^k - \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0}^k \leq 0 \quad (k=1, \dots, p_0), \\ & - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^k + \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj}^k \leq 0 \quad (k=1, \dots, p_j, j=1, \dots, n), \\ \theta_p^* & \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} - \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} \leq 0, \mu_r, v_i \geq \varepsilon \end{aligned} \quad (5)$$

模型(5)可以通过二分查找法以高效的方式得以求解,求解的算法如下:

- 初始条件 令 $lb = 0, ub = t = 1$ 令 $\epsilon = 10^{-6}$
- 第 1 步 令 $t = (lb + ub) / 2$, 求解模型(4);
- 第 2 步 如果模型(4)有可行解, 则 $lb = t$, 否则 $ub = t$;
- 第 3 步 如果 $|lb - ub| < \epsilon$, 算法结束, 否则返回第 1 步.

2 基于效率的并联系统资源与目标配置模型

在资源分配与目标配置的实际应用中,与基期比较,计划期被评价 DMU 单元的可得资源总量可能有变动,同样产出的总目标也会有变动. 使用集合 R 表示所有投入中在计划期需要分配资源的投入种类集合,其它的资源为不可自由处置的投入,在计划期将保持原有水平. 假设在计划期决策者计划将各 DMU 的产出提高到 $(\bar{y}_{10}, \dots, \bar{y}_{s0})$ ^②, 其能够获得的投入水平为 $(\bar{x}_{10}, \dots, \bar{x}_{m0})$. 令 $\bar{x}_{i0}/x_{i0} = a_i (i=1, \dots, m)$ 定义决策变量 $\beta_i^k \geq 0$ 且 $\sum_{k=1}^{p_0} \beta_i^k = a_i$, 表示第 i 个投入分配给 SDMU _{k} 的比例. 显然 $a_i > 1, = 1, < 1$ 分别对应于计划期第 i 种资源的可得量比基期多(增量资源分配)、一样多(资源重新分配)和比基期少(资源削减). 同样令 $\bar{y}_{r0}/y_{r0} = b_r (r=1, \dots, s)$, 同时定义决策变量 $\pi_r^k \geq 0$, 且 $\sum_{k=1}^{p_0} \pi_r^k = b_r$, 表示第 r 个产出应该给 SDMU _{k} 完成的目标数, 同样 $b_r > 1, = 1, < 1$ 分别对应于计划期第 r 种产出的计划量比基期多(产量增加)、一样多(目标重新调整)和比基期少(削减产量). 根据 1.3 节的资源和目标配置的评价模型(4),可以利用资源分配和目标分配的决策变量 β_i^k 和 π_r^k 来得到一个配置效率提高的方案

$$\begin{aligned} \max \min & \left\{ \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r (\pi_r^1 y_{r0})}{\sum_{i \notin R} v_i x_{i0}^1 + \sum_{i \in R} v_i (\beta_i^1 x_{i0})}, \dots, \right. \\ & \left. \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r (\pi_r^{p_0} y_{r0})}{\sum_{i \notin R} v_i x_{i0}^{p_0} + \sum_{i \in R} v_i (\beta_i^{p_0} x_{i0})} \right\} \\ \text{s. t. } & \sum_{r=1}^s \mu_r (\pi_r^k y_{r0}) \leq \sum_{i \notin R} v_i x_{i0}^k + \sum_{i \in R} v_i (\beta_i^k x_{i0}) \\ & (k=1, \dots, p_0), \end{aligned}$$

② 产出目标在本文中看作是一个外生的变量,不讨论其合理性.

$$\left. \begin{aligned} \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj}^k &\leq \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^k \\ (k=1; \dots; p_j, j=1; \dots; n) &, \\ \sum_{k=1}^{p_o} \beta_i^k &= a_i (i \in R) , \sum_{k=1}^{p_o} \pi_r^k = b_r , \\ (r=1; \dots; s) &, \\ \sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro} &\geq \theta_p^* \sum_{i=1}^m v_i x_{io} \\ l_i^k &\leq \beta_i^k x_{io} / x_{io}^k \leq u_i^k \\ (i \in R, k=1; \dots; p_o) & \\ \mu_r, v_i &\geq \varepsilon \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中 $\beta_i^k x_{io} / x_{io}^k$ 反映资源分配后 SDMU_k 的第 *i* 个投入的变动比例 l_i^k μ_i^k 投入允许变动的比例. 这样的设定基于两方面的原因: ① 资源重新分配的成本; ② 限制各 SDMU 所获得的资源的变动范围, 有利于子单元生产在各期之间保持相对平稳的过渡. θ_p^* 为 DMU 的投入和产出在计划期发生变动时的并联系系统效率目标值, 可以由模型 (1) 的等价模型 (8) 求得, 或者使用其他管理者给定的评价分数. 由模型 (1) 知下面的等式成立

$$\sum_{k=1}^{p_o} s_o^k = \sum_{k=1}^{p_o} \left(\sum_{i=1}^m v_i x_{io}^k - \sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro}^k \right) = \sum_{i=1}^m v_i x_{io} - \sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro} = 1 - \sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro} \quad (7)$$

因此模型 (1) 可以转化为模型 (8), 模型 (8) 以有效程度为目标函数.

$$\left. \begin{aligned} \theta_p^* &= \max \sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro} \\ \text{s.t.} \quad \sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro}^k - \sum_{i=1}^m v_i x_{io}^k + s_o^k &= 0, k=1; \dots; p_o \\ \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj}^k - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^k &\leq 0, \\ k=1; \dots; p_j, j=1; \dots; n, j \neq o & \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{io} &= 1 \quad \forall \mu_r, v_i \geq \varepsilon \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

通过在模型 (6) 中的约束 $\sum_{k=1}^{p_o} \beta_i^k = a_i$ 两边同

乘 v_i 和在约束 $\sum_{k=1}^{p_o} \pi_r^k = b_r$ 两边同乘 μ_r , 再令 $\mu_r \times \pi_r^k = \delta_r^k, v_i \beta_i^k = \gamma_i^k$ 则模型 (6) 可变为模型 (9).

$$\max \min \left\{ \frac{\sum_{r=1}^s \delta_r^1 y_{ro}}{\sum_{i \notin R} v_i x_{io}^1 + \sum_{i \in R} \gamma_i^1 x_{io}^1}, \dots, \right.$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sum_{r=1}^s \delta_r^{p_o} y_{ro}}{\sum_{i \notin R} v_i x_{io}^{p_o} + \sum_{i \in R} \gamma_i^{p_o} x_{io}^{p_o}} \right\} \\ \text{s.t.} \quad \sum_{r=1}^s \delta_r^k y_{ro} \leq \sum_{i \notin R} v_i x_{io}^k + \sum_{i \in R} \gamma_i^k x_{io}^k (k=1; \dots; p_o) , \\ \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj}^k \leq \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^k (k=1; \dots; p_j, j=1; \dots; n) , \\ \sum_{k=1}^{p_o} \gamma_i^k = a_i v_i (i \in R) \quad \sum_{k=1}^{p_o} \delta_r^k = b_r \mu_r (r=1; \dots; s) , (9) \\ \sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro} \geq \theta_p^* \sum_{i=1}^m v_i x_{io} , \\ r_i^k l_i^k v_i \leq \gamma_i^k \leq u_i^k r_i^k v_i (i \in R, k=1; \dots; p_o) , \\ \mu_r, v_i \geq \varepsilon, \delta_r^k, \gamma_i^k \geq 0 \end{aligned} \right.$$

其中 $r_i^k = x_{io}^k / x_{io}$ 表示分配前 SDMU_k 中第 *i* 个投入占总投入的比例. 通过引入参数 t 模型 (9) 同样可以转换成下面的参数线性规划, 其求解方法可参考前文.

$$\left. \begin{aligned} \max t \\ \text{s.t.} \quad t \left[\sum_{i \in R} \gamma_i^k x_{io} + \sum_{i \notin R} v_i x_{io}^k \right] - \sum_{r=1}^s \delta_r^k y_{ro} &\leq 0 (k=1; \dots; p_o) , \\ \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj}^k - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^k &\leq 0 (k=1; \dots; p_j, j=1; \dots; n) , \\ \theta_p^* \sum_{i=1}^m v_i x_{io} - \sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro} &\leq 0 , \\ \sum_{k=1}^{p_o} \gamma_i^k = a_i v_i (i \in R) , \sum_{k=1}^{p_o} \delta_r^k = b_r \mu_r (r=1; \dots; s) , \\ r_i^k l_i^k v_i \leq \gamma_i^k \leq u_i^k r_i^k v_i (i \in R, k=1; \dots; p_o) , \\ \mu_r, v_i \geq \varepsilon, \delta_r^k, \gamma_i^k &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

假设 $\gamma_i^{k*}, \delta_r^{k*}, v_i^*, \mu_r^*$ 为模型 (10) 的最优解, 那么 $(a_i x_{io} \gamma_i^{k*}) / v_i^*$ 便为分配给 SDMU_k 的第 *i* ($i \in R$) 个投入的量, 同时 $(b_r y_{ro} \delta_r^{k*}) / \mu_r^*$ 便为分配给 SDMU_k 的第 *r* ($r=1; \dots; s$) 项产出的目标值.

3 基于公平的并联系系统资源与目标配置模型

3.1 公平的测度

基尼系数是一个衡量资源分配相对集中程度 (公平) 的, 由意大利统计学家 Corrado Gini 提出的取值在 0 ~ 1 之间的测度在管理科学中有广泛的应用^[24]. 在衡量分配的公平程度时, 有两个概念需要被首先指明, 即何种物品或服务需要被公

平地分配以及分配需要在何种指标上来衡量其公平程度. 其中第一种物品或服务被称作为服务单元或服务投入(service unit)^[25], 后者则被称作公平单元(equity unit)^[23]. 基尼系数的计算通常基于 Lorenz 曲线. 图 2 中横坐标表示公平单元占比, 纵坐标为服务单元占比, 曲线为 Lorenz 曲线. 由图可知, 如果 Lorenz 曲线与线段 OC(斜率为 1)重合, 那么区域 A 完全消失, 则表示公平单元平均的获得服务单元, 因此表示以公平单元衡量的最公平的状态; 另外一种极端状态, 即是区域 B 完全消失. 此时, 表示服务单元被最少比例(趋于 0)的公平单元所掌握. 在一般情况下, 基尼系数可以用 $S_A / (S_A + S_B)$ 来表示, 其中 S 表示相应区域面积.

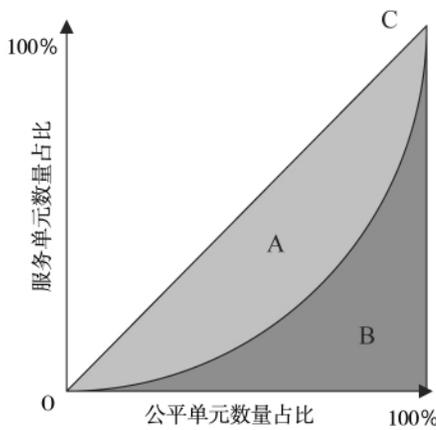


图 2 Lorenz 曲线示意图
Fig. 2 Lorenz curve

令 $S_k (k = 1, \dots, p_j)$ 为 $SDMU_k$ 投入中的服务单元, $Q_k (k = 1, \dots, p_j)$ 为与各个 $SDMU_k$ 对应的公平单元. 即在这个指标上面资源分配的相对集中程度的衡量构成了公平程度的测度. 例如在研究学校之间如何合理地分配教师资源的问题时, 各个学校的教师数量即为服务单元, 而学生数量即为一个公平单元. 学校教师资源分配的公平与否可以通过教师数量在学生数量这个指标上的平均水平(师生比)的差异程度来衡量. 根据 Mandell 基尼系数可以写成下面的解析形式^[22]

$$G = \frac{\sum_i \sum_{j>i} |q_j S_i - q_i S_j|}{\sum_i S_i} \quad (11)$$

其中 $q_k = Q_k / \sum Q_k (k = 1, \dots, p_j)$. 由上式可以得出 $0 \leq G \leq 1$ 并且有

1) $G = 0$ 表示最公平分配. 即对任意的子单元 i 和 j 来说都有

$$Q_i / Q_j = S_i / S_j \quad (12)$$

这表示 S_k 是完全按照 $Q_k (k = 1, \dots, p_j)$ 之间的比例来分配(例如各个学校的师生比相同).

2) $G = 1$ 表示最不公平. 此时最小的公平单元得到全部的服务单元. 以学校为例, 假设 C 学校有最少的学生数, 在这种极端不公平分配情况下有

$$G = \frac{\sum_i \sum_{j>i} |q_j S_i - q_i S_j|}{\sum_i S_i} = \sum_{j \in C} q_j \quad (13)$$

即 G 等于 1, 当且仅当 C 学校没有学生却拥有了全部教师.

3.2 并联系统资源分配公平衡量模型

在衡量资源分配的公平程度时, 服务单元便是待分配的资源 $x_i, i \in R$ 在 R 中元素超过 1 时, 需要定义一组权重来集结各个投入然后计算基尼系数. 根据以上定义可以建立下面的公平资源分配模型(其中使用了目标和资源分配的比例决策变量 π_r^k, β_i^k)

$$\begin{aligned} \min \delta \\ \text{s. t. } \sum_{r=1}^s \mu_r (\pi_r^k y_{ro}) &\leq \sum_{i \in R} v_i x_{io}^k + \sum_{i \in R} v_i (\beta_i^k x_{io}^k) \quad (k = 1, \dots, p_o), \\ \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj}^k &\leq \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^k \quad (k = 1, \dots, p_j, j = 1, \dots, n), \\ \sum_{k=1}^{p_o} \pi_r^k &= b_r (r \in R), \quad \sum_{k=1}^{p_o} \beta_i^k = a_i (i = 1, \dots, s), \\ \theta_p^* \sum_{i=1}^m v_i x_{io} &- \sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro} \leq 0, \\ \delta \geq G &= \frac{\sum_k \sum_{h>k} |q_h [\sum_{i \in R} v_i (\beta_i^k x_{io}^k)] - q_k [\sum_{i \in R} v_i (\beta_i^h x_{io}^h)]|}{\sum_{i \in R} v_i a_i x_{io}}, \\ l_i^k &\leq \beta_i^k x_{io}^k / x_{io}^k \leq u_i^k, \quad i \in R, k = 1, \dots, p_o, \\ \forall \mu_r, v_i &\geq \varepsilon, \pi_r^k, \beta_i^k \geq 0. \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $q_k = Q_k / \sum Q_k (k = 1, \dots, p_j)$, 表示 $SDMU_k$ 的公平单元的量占总量的比例. 系数 β_i^k 为决策变量, 反映了第 i 个资源(服务投入)分给 $SDMU_k$ 的量占总体的比例. 模型中的 $\beta_i^k x_{io}^k$ 表示应该分给 $SDMU_k$ 的投入 i 的数量. 为了衡量公平, 其数量应该与公平单元的占比 q_k 相比. 例如某个学区有两所学校, 以学区为 DMU, 其中的两个学校分别为 $SDMU_1$ 和 $SDMU_2$. 现在欲分配投入资源教师的

数量(假设为 x_{10}) ,一个天然的公平单元便为各个学校的学生数量,令为 Q_1 和 Q_2 . 模型给两所学校分配教师资源时的决策变量为 β_1^1 和 β_1^2 , 则分配给两个学校的教师数量分别为 $\beta_1^1 x_{10}$ 和 $\beta_1^2 x_{10}$. 此时基尼系数表达式为

$$G = \sum_k \sum_{h>k} |q_h \beta_1^k x_{10} - q_k \beta_1^h x_{10}| / x_{10} = |q_1 \beta_1^2 - q_2 \beta_1^1|$$

显然,当 $G = 0$ 时,表示 $\beta_1^1 / q_1 = \beta_1^2 / q_2$, 即各个学校的师生比相等.

模型中的 θ_p^* 表示总体的目标效率值. 这个目标反映了在选择评价权重时,要使总体效率评价不能变差,这才能够保证决策的一致性. G 为基尼系数,显然 δ 的最小化问题反映了资源分配中公平最大化. 需要说明的是这里采用了重新服务投入的加权形式 $\sum_{i \in R} \beta_i^k x_{io}$ ($k = 1, \dots, p_o$) 综合反映 $SDMU_k$ 的分配的投入情况. 类似地利用投入的加权形式反应投入水平的应用在学术领域中经常出现,如 Athanassopoulos、Chen^[15, 26].

再进一步令

$$q_h \left[\sum_{i \in R} v_i (\beta_i^k x_{io}) \right] - q_k \left[\sum_{i \in R} v_i (\beta_i^h x_{io}) \right] = p_{kh}^+ - p_{kh}^-$$

$$(k = 1; \dots, p_o - 1, h > k)$$

以及 $\mu_r \pi_r^k = \delta_r^k$, $p_i \beta_i^k = \gamma_i^k$ 可以将上述模型转化成参数线性规划形式如下

$$\begin{aligned} \min \delta \\ \text{s.t. } & \sum_{r=1}^s \delta_r^k y_{ro} \leq \sum_{i \in R} v_i x_{io}^k + \sum_{i \in R} \gamma_i^k x_{io} \quad (k = 1; \dots, p_o) , \\ & \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj}^k \leq \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^k \quad (k = 1; \dots, p_j, j = 1; \dots, n) , \\ & \sum_{k=1}^{p_o} \gamma_i^k = a_i v_i \quad (i \in R) , \sum_{k=1}^{p_o} \eta_r^k = b_r \mu_r \quad (r = 1; \dots, s) , \\ & \theta_p^* \sum_{i=1}^m v_i x_{io} - \sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro} \leq 0 , \\ & \sum_k \sum_{h>k} (p_{kh}^+ + p_{kh}^-) \leq \delta \sum_{i \in R} v_i a_i x_{io} , \\ & q_h \left[\sum_{i \in R} \gamma_i^k x_{io} \right] - q_k \left[\sum_{i \in R} \gamma_i^h x_{io} \right] - p_{kh}^+ + p_{kh}^- = 0 \\ & \quad (k = 1; \dots, p_o - 1, h > k) , \\ & r_i^k l_i^k v_i \leq \gamma_i^k \leq u_i^k r_i^k v_i \quad (i \in R, k = 1; \dots, p_o) , \\ & \forall \mu_r, p_i \geq \varepsilon, \delta_r^k \geq 0. \end{aligned} \tag{15}$$

同样假设 γ_i^{k*} , δ_r^{k*} , p_i^* , μ_r^* 为模型(15)的最

优解,那么 $(a_i x_{io} \gamma_i^{k*}) / v_i^*$ 便为分配给 $SDMU_k$ 的第 i ($i \in R$) 个投入的量,同时 $(b_r y_{ro} \delta_r^{k*}) / \mu_r^*$ 便为分配给 $SDMU_k$ 的第 r ($r = 1; \dots, s$) 项产出的目标值.

4 一般模型

前面几节中已经分别介绍了衡量并联系统的资源和目标配置情况模型,如何产生更有效率的资源与目标配置方案,以及如何利用基尼系数衡量内部资源分配的公平情况. 在这一节中,将公平与效率的准则写成一般的双准则 DEA 模型,其中模型的参数解释参见前文.

$$\begin{aligned} \max t \\ \min \delta \\ \text{s.t. } & \sum_{r=1}^s \delta_r^k y_{ro} \geq t \sum_{i \in R} v_i x_{io}^k + \sum_{i \in R} \gamma_i^k x_{io} \quad (k = 1; \dots, p_o) , \\ & \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj}^k \leq \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^k \quad (k = 1; \dots, p_j, j = 1; \dots, n) , \\ & \sum_{k=1}^{p_o} \gamma_i^k = a_i v_i \quad (i \in R) , \sum_{k=1}^{p_o} \delta_r^k = b_r \mu_r \quad (r = 1; \dots, s) , \\ & \theta_p^* \sum_{i=1}^m v_i x_{io} - \sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro} \leq 0 , \\ & \sum_k \sum_{h>k} (p_{kh}^+ + p_{kh}^-) \leq \delta \sum_{i \in R} v_i a_i x_{io} , \\ & q_h \left[\sum_{i \in R} \gamma_i^k x_{io} \right] - q_k \left[\sum_{i \in R} \gamma_i^h x_{io} \right] - p_{kh}^+ + p_{kh}^- = 0 \\ & \quad (k = 1; \dots, p_o - 1, h > k) , \\ & r_i^k l_i^k v_i \leq \gamma_i^k \leq u_i^k r_i^k v_i \quad (i \in R, k = 1; \dots, p_o) , \\ & \forall \mu_r, p_i \geq \varepsilon, \delta_r^k \geq 0 \end{aligned} \tag{16}$$

模型(16)为多目标规划,一般不存在唯一的最优解,理论上任意一个占优解都是可取的^[18]. 求解多目标规划的方法根据加入决策者偏好的时间可以分为三种类型:① 优化前;② 优化中;③ 优化后^[27]. 无论是哪一种方法在实际应用中,公平和效率很少是不矛盾的,通常追求效率会以牺牲公平为目标,反之亦然. 因此,使用模型(16)求解资源分配方案为一个交互的过程,需要不断地权衡公平与效率的替代关系,以最终寻找一个符合决策者偏好的最佳组合.

模型(16)的求解首先基于管理者对 DMU 的系统的评价值(θ_p^*)。这个指标的确定反映了决策者对投入和产出的重要性的判断。而 DEA 的方法使用的是一种选择最有利于决策者的评价结果的权重选择方案,必要时可以加上决策者对投入产出重要性的偏好信息^[28, 29]。从模型(16)可以看出,只要决策者对 DMU 整体的效率评价变低,就会有利益于系统内部的资源和目标配置以及公平状况的改善,同时降低公平状况的要求也有利于系统内部配置效率的提高,这充分反映了决策是一个相互联系的过程。这一相互联系的过程可以从模型(16)可行域的变化得到反映,同时也可以通篇文章算例的结果加以验证。在保证了 DMU 的效率评价目标的前提下,通过不断调整两个参数:① 内部配置效率(t);② 基尼系数的上界(δ),可以产生一组方案为决策提供支持。本文第 5 节的算例即采用先固定 δ 的水平,将模型(16)变成单目标线性规划,然后再不断调整 δ 的水平观察效率的变化情况。

5 算 例

本节利用文献^[12]中的台湾地区林区的投入产出数据,应用模型(11)分析各个林区资源和目标的分配情况。表 1 为森林生产的输入与输出,其中输入有四项:① 土地:森林面积,单位为 1 000 公顷;② 劳动力:雇佣工人数,单位为 人;③ 支出费用:每年的支出费用,单位为 1 000 新台币;④ 初始存量:效率评价前的森林蓄积量,单位为 10 000 m^3 。

输出有三项:① 木材生产:木材采伐量,单位为立方米;② 土壤保护:高的森林蓄积量会导致较少的土壤流失,单位为 10 000 m^3 ;③ 娱乐:森林的旅客接待量,单位为 人。本算例中,工作圈为 DMU,其中的不同地区对应不同的 SDMU,因此具有并联生产系统结构。

因本文所提供的方法是针对 DMU 内部资源分配,故随机地选择 Nantou 地区作为分析的单

元。假设本应用中投入的劳动力和费用是可以分配的,即属于指标集 R 。另外还需在以下几个方面做出规定:

1) 计划期的产出目标和可得的投入资源:假设产出目标定在当前水平的基础上总量保持不变,但需要在内部结构调整上进行改进,其中包括效率和公平两个方面。另外投入资源保持现有水平不变,即 $a_i = 1 (i \in R)$, $b_r = 1$;

2) 各个地区投入的变动量的比例变化范围为 $[0.7, 1.3]$,即在当前水平上增减 30% 以内都可以接受;

3) 公平单元选择各个地区的土地面积:也就是以资源分配的结果与各个地区的面积配比情况来衡量公平程度。各个地区的土地面积占该工作圈总面积的比例见表 2。

根据模型(8)的结果,Nantou 的效率值可以达到 0.726 6,同时根据模型(16)资源和目标配置效率可达 0.773 4(其中参数 $\theta_p^* = 0.726 6$, $\delta = 1$ 即关于公平的约束失去约束作用,等价于模型(10))。而表 1 中观察数据计算出其原始的配置效率为 0.351 3(其中参数 $\theta_p^* = 0.726 6$, $\delta = 1$),可知模型的结果能改善 DMU 内部的资源和目标配置状况。

在保持优化的配置效率前提下,进一步优化资源分配方案,使得公平状况得到改善(基尼系数变小)。求解模型(16)发现 δ 最小可达 0.144(其中参数 $\theta_p^* = 0.726 6$, $t = 0.773 4$),方案见表 3。

从表 3 可以看出新方案的特点:① Shui-li 地区的规划前后的资源数量和目标数量基本与基期持平;② 从表 1 数据可以看出 Tan-ta 地区的投入水平和 Shui-li 的投入基本相同,然而其产出的水平与 Shui-li 相比较而言却有差距,所以这两个地区目标值在计划期设定相差不多。Shui-li 地区的面积和 Tan-ta 地区占 Nantou 所有地区的总面积的比例相当,而从观察值来看,其所获得的人员偏少,因此在方案中其获得的人数得到提高;③ 从面积上看,Chu-shan 地区面积与初始存量两项投入数据都略高于 Tai-chung,然而其获得的人数和

表 1 台湾森林生产的输入输出表
Table 1 Input and output data of Taiwan forest

工作圈	投入				产出		
	土地	劳动力	支出费用	初始存量	木材	土壤保护	娱乐
Lotung 地区	175.73	248.33	1 581.6	1 604.38	746.04	1 604.01	207.59
1 Taipei	18.23	45.33	608.32	125.46	19.59	125.46	0
2 Tai-ping-shan	55.49	98	336.33	584.85	17.7	584.85	207.59
3 Chao-chi	31.44	51	263.99	147.76	0	147.39	0
4 Nan-au	28.94	27.33	166.78	263.02	38	263.02	0
5 Ho-ping	41.63	26.67	206.18	483.29	670.75	483.29	0
Hsinchu 地区	162.81	316.67	850.05	2 609.79	16 823.42	2 603.99	308.97
6 Guay-shan	41.48	86.33	158.49	386.03	26.37	386.03	114.16
7 Ta-chi	29.72	58	260.02	638.87	42.53	638.87	181.01
8 Chu-tung	59.28	77.67	220.97	1 218.07	1 350.65	1 214.48	13.8
9 Ta-hu	32.33	94.67	210.57	366.82	15 403.87	364.61	0
Tungshi 地区	138.42	310.34	864.42	2 348.03	4 778.32	2 819.48	264.92
10 Shan-chi	10.4	50.67	218.55	103.86	2 842.34	165.63	0
11 An-ma-shan	33.64	111.33	153.07	731.43	0	728.19	38.98
12 Li-yang	38.01	97.67	272.32	421.41	1 935.98	558.17	111.26
13 Li-shan	56.37	50.67	220.48	1 091.33	0	1 367.49	114.68
Nantou 地区	211.82	287.32	1 835.2	2 352.1	11 429.54	2 343.86	0
14 Tai-chung	10.57	64.33	319.51	39.12	3 330.16	39.12	0
15 Tan-ta	52.69	49	340.54	688.6	1 242.5	688.6	0
16 Pu-li	77.22	68.33	652.53	966.44	4 134.43	966.44	0
17 Shui-li	54.29	59.33	348.33	602.24	2 574.87	602.24	0
18 Chu-shan	17.05	46.33	174.29	55.7	147.58	47.46	0
Chiayi 地区	139.65	203	215.77	1 316.48	1 086	1 330.1	845.05
19 A-li-shan	42.81	69.33	62.51	527.44	0	527.4	845.05
20 Fan-chi-hu	19.28	35.33	54.71	96	1 086	95.97	0
21 Ta-pu	32.86	44.67	60.41	196.3	0	195.85	0
22 Tai-nan	44.7	53.67	38.14	496.74	0	510.88	0
Pingtung 地区	196.06	250.33	1 230.56	1 588.02	7 236.45	1 588.02	939.69
23 Chih-shan	35.64	61.33	37.92	150.9	1 405.76	150.9	0
24 Chao-chou	70.19	62	188.12	624.8	1 802.85	624.8	0
25 Liu-guay	70.96	55.67	461.42	722.46	4 027.84	722.46	8.08
26 Heng-chun	19.27	71.33	543.1	89.86	0	89.86	931.61
Taitung 地区	226.54	141.67	755.2	2 679.98	8 086.47	2 679.98	161.38
27 Kuan-shan	113.42	54.67	272.35	1 607.9	7 669.57	1 607.9	57.87
28 Chi-ben	44.54	41	184.65	552.13	416.9	552.13	103.51
29 Ta-wu	44.03	20.33	100.7	394.03	0	394.03	0
30 Chan-kong	24.55	25.67	197.5	125.92	0	125.92	0
Hualien 地区	320.43	284	1 092.92	4 401.21	2 263.01	4 410.58	53.19
31 Shin-chan	85.95	64	314.71	1 074.86	17.77	1 085.88	0
32 Nan-hua	51.6	76	228.4	886.07	110.28	882.2	16.5
33 Wan-yong	59.53	74	282.01	829.11	339.91	819.16	0
34 Yu-li	123.35	70	267.8	1 611.17	1 795.05	1 623.34	36.69

表 2 Nantou 各地区土地面积占比

Table 2 District percentage of total area in Nantou

地区	土地面积占比 (Q)
Tai-chung	0.050
Tan-ta	0.249
Pu-li	0.365
Shui-li	0.256
Chu-shan	0.080

表 3 资源与目标配置方案 ($\delta = 0.144, \theta^* = 0.7734$)

Table 3 Resource and target setting plan ($\delta = 0.144, \theta^* = 0.7734$)

地区	投入		产出目标		
	劳动力	经费	木材	土壤保护	娱乐
Tai-chung	44.26	405.26	1532.32	70.69	0
Tan-ta	60.34	329.83	2767.14	663.74	0
Pu-li	88.49	615.19	2808.61	952.28	0
Shui-li	61.99	317.04	2769.04	587.38	0
Chu-shan	32.24	167.88	1552.56	69.82	0

表 4 权重值 ($\delta = 0.144, \mu = 0.7734, \beta^* = 0.7266$)

Table 4 Values of weights ($\delta = 0.144, \mu = 0.7734, \beta^* = 0.7266$)

权重	v_1	v_2	v_3	v_4	u_1	u_2	u_3
数值	9.4×10^{-05}	4.8	3.1×10^{-05}	3.38	0.042	2.9	3.2×10^{-05}

经费的数量要低于 Tai-chung 地区. 并且其产出的数量也远低于 Tai-chung 地区. 从原始数据计算来看, Chu-shan 地区是效率最低的子单元. 在方案中, Chu-shan 被要求生产远高于其目前产量的目标. 这样才能使得 Nantou 的资源和目标配置状况得到改善. Tai-chung 和 Chu-shan 地区面积相对较小, 而其人数却相对较多, 在方案中这两个地区的人数都有所下降. Tai-chung 的产出目标中, 木材的产量随着人数的调整也有大幅度的下降, 其土

壤保护的目标有所提高; ④ Pu-li 地区的面积占总面积的比例超过 3 成. 而其实际的人数却和 Tai-chung 地区的人数相当, 而其面积却是其 7 倍多. 从方案中可以看出, 其人数有了大幅度的提高. 另外 Pu-li 地区的产出目标也有所下降, 但仍然是所有地区中最高的.

上面的数据对比中更多的强调了人数的差距. 其原因在于模型选择权重时表现出劳动力所赋权重显著高于其它投入的特点, 表 4 中提供了对应优化配置效率 (0.7734) 和公平状况 (0.144) 时的权重值.

从表 4 可以看到, 为了达到总体的效率值的约束 ($\theta_p^* = 0.7266$), 其中的假定决策者会倾向于看重投入中的劳动力和初始存量两个投入要素, 另外产出中, 更加强调木材和土壤保护目标两个产出的重要性. 在这样的动机下, 其内部单元的效率都可以达到 0.7734. 然而需要说明的是, 模型中没有给权重加上约束, 如果认为权重的配置不符合实际, 需要改进模型的结果可以通过给权重加上约束, 使模型的结果得到改善.

图 3 给出了基尼系数与效率之间的关系 (注: 图 3 效率值为总体的效率值与配置效率的平均值). 从图中可以看出, 当公平状况在进一步改进的情况下, 系统的效率值是不断地降低, 这也反映了公平与效率之间的替代关系. 当基尼系数达到 0.071, 效率值也降低到 0.7272. 通过图 3 可以更加直观地反映出决策的过程中效率与公平之间的替代关系. 另外决策者对效率与公平的取舍也最终影响到方案的选择.

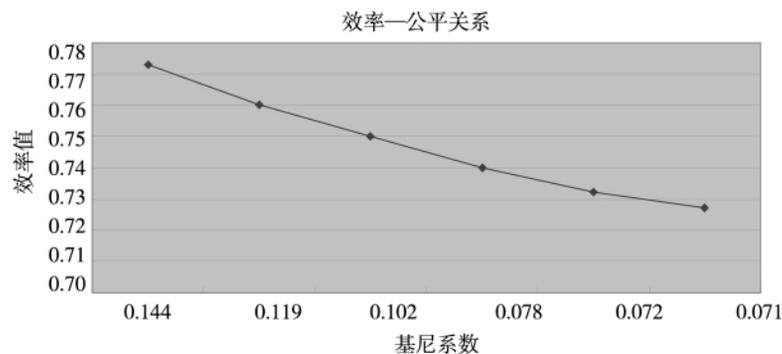


图 3 效率与基尼系数变化情况

Fig. 3 Efficiency change with respect to Gini coefficient

6 结束语

在实际应用中,资源与目标配置问题可分为两个范畴:①资源在DMU之间的分配;②资源在DMU内部的分配.前人研究的特点是将DMU视为一个“黑箱”,这就使得文章研究的范畴局限于第一类的资源分配问题上.本文处理资源在DMU内部分配的问题,基于网络DEA的研究方法.在考虑了并联系统特点的情况下,系统地提出一种方法来研究如何进行DMU内部的资源和目标配置问题.文章同时关注了资源分配和目标设定中的效率和公平问题,并将资源的变动比例作为一个约束加入到模型中来,本质上也兼顾了资

源的转移成本.从应用的角度来看,本文的方法可以作为新建DMU及其内部的各个部分进行资源分配和设定合理的目标的辅助工具.

最后需要指出的是本文研究的局限性与进一步的研究方向:①本文的模型方法依赖于DEA方法,由于DEA本身很强的生产可能集的假设,会影响到制订方案可信程度.进一步的工作可以通过加入限制条件,如环境约束等,从而去除掉生产可能集中不合理的生产组合.②本文的研究假设DMU的投入和产出的目标为外生变量,进一步的研究方向可以将组织中所有的DMU之间的资源与目标配置问题(第一类问题)与DMU内部的资源与目标配置问题(第二类问题)看作一个整体进行研究.

参考文献:

- [1]Charnes A ,Cooper W W ,Rhodes E. Measuring the efficiency of decision making units[J]. *European Journal of Operational Research* ,1978 ,2: 429 - 444.
- [2]Banker R ,Charnes A ,Cooper W W. Some models for the estimation of technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis[J]. *Management Science* ,1984 ,30: 1078 - 1092.
- [3]Cook W D ,Seiford L M. Data envelopment analysis (DEA) : Thirty years on [J]. *European Journal of Operational Research* ,2009 ,92(1) : 1 - 17.
- [4]Färe R ,Whittaker G. An intermediate input model of dairy production using complex survey data [J]. *Journal of Agricultural Economics* ,1995 ,46(2) : 201 - 213.
- [5]Färe R ,Grosskopf S. Productivity and intermediate products: A frontier approach [J]. *Economics Letters* ,1996 ,50(1) : 65 - 70.
- [6]Färe R ,Grosskopf S. Network DEA [J]. *Socio-Economic Planning Sciences* ,2000 ,34: 35 - 49.
- [7]Lewis H F ,Sexton T R. Network DEA: Efficiency analysis of organizations with complex internal structure [J]. *Computers & Operations Research* ,2004 ,31: 1365 - 1410.
- [8]Tone K ,Miki T. Network DEA: A slacks-based measure approach [J]. *European Journal of Operational Research* ,2009 ,197: 243 - 252.
- [9]查 勇 ,梁 樑 ,苟清龙 ,等. 部分中间产出作为最终产品的两阶段合作效率 [J]. *管理科学学报* ,2011 ,14(7) : 21 - 30.
Zha Yong ,Liang Liang ,Gou Qinglong ,et al. Two-stage cooperative efficiency evaluation with part of intermediate outputs as final products [J]. *Journal of Management Sciences in China* ,2011 ,14(7) : 21 - 30. (in Chinese)
- [10]Yang Y-S ,Ma B-J ,Koike M. Efficiency-measuring DEA model for production system with k independent subsystems [J]. *Journal of Operational Research of Japan* ,2000 ,43(3) : 343 - 354.
- [11]Lorenzo Castelli ,Raffaele Pesenti ,Walter Ukovich. DEA-like models for the efficiency evaluation of hierarchically structured units [J]. *European Journal of Operational Research* ,2004 ,154: 465 - 476.
- [12]Kao C. Efficiency measurement for parallel production systems [J]. *European Journal of Operational Research* ,2009 ,196: 1107 - 1112.
- [13]Golany B. An interactive MOLP procedure for the extension of DEA to effectiveness analysis [J]. *Journal of Operational Research Society* ,1988 ,39(8) : 725 - 734.
- [14]Athanasopoulos A D. Goal programming & data envelopment analysis (GoDEA) for target-based multi-level planning: Allocating central grants to the Greek local authorities [J]. *European Journal of Operational Research* ,1995 ,87: 535 - 550.

- [15] Athanassopoulos A D. Decision support for target-based resource allocation of public services in multiunit and multilevel systems [J]. *Management Science*, 1998, 44 (2): 173 – 187.
- [16] Golany B, Tamir E. Evaluating efficiency-effectiveness-equality trade-offs: A data envelopment analysis approach [J]. *Management Science*, 1995, 41(7): 1172 – 1184.
- [17] Beasley J E. Allocating fixed costs and resources via data envelopment analysis [J]. *European Journal of Operational Research*, 2003, 147: 198 – 216.
- [18] Korhonen P, Syrjanen M. Resource allocation based on efficiency analysis [J]. *Management Science*, 2004, 50(8): 1134 – 1144.
- [19] Pachkova E V. Restricted reallocation of resources [J]. *European Journal of Operational Research*, 2009, 196, 1049 – 1057.
- [20] 李晓亚, 崔晋川. 基于 DEA 方法的额外资源分配算法 [J]. *系统工程学报*, 2007, 22(1): 57 – 61.
Li Xiaoya, Cui Jinchuan. Arithmetic of extra resource allocation based on DEA method [J]. *Journal of systems engineering*, 2007, 22(1): 57 – 61. (in Chinese)
- [21] Bi G-B, Ding J-J, Luo Y, et al. Resource allocation and target setting for parallel production system based on DEA [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2011, 35(9): 4270 – 4280.
- [22] Mandell M B. Modeling effectiveness-equity trade-offs in public service delivery systems [J]. *Management Science*, 1991, 37(4): 467 – 482.
- [23] Coulter P B. Measuring the inequity of urban public services [J]. *Policy Studies Journal*, 1980, 8: 683 – 698.
- [24] Gini C. Variability and mutability [J]. *Studi Economico-Giuridici dell'Università di Cagliari*, 1912, 3: 1 – 158.
- [25] Berne R, Stiefel L. The Measurement of Equity in School Finance: Conceptual, Methodological, and Empirical Dimensions [M]. Baltimore, Maryland: The Johns Hopkins University Press, 1984.
- [26] Chen Y, Cook W D, Li N, et al. Additive efficiency decomposition in two-stage DEA [J]. *European Journal of Operational Research*, 2009, 196: 1170 – 1176.
- [27] Evans G W. An overview of techniques for solving multi-objective mathematical programs [J]. *Management Science*, 1984, 30: 1268 – 1282.
- [28] Thompson R G, Singleton J F D, Thrall R M, et al. Comparative site evaluations for locating a high-energy physics lab in Texas [J]. *Interfaces*, 1986, 16: 35 – 49.
- [29] Charnes A, Cooper W W, Huang Z M, et al. Polyhedral cone-ratio DEA models with an illustrative application to large industrial banks [J]. *Journal of Econometrics*, 1990, 46: 73 – 91.

Bi-criteria DEA model for resource allocation and target setting in parallel production system

DING Jing-jing, BI Gong-bing, LIANG Liang

School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China

Abstract: Aiming at the resource allocation and target setting (RATS) within a decision making unit (DMU), this paper studies the application of DEA (Data Envelopment Analysis) based models in an organization with parallel production structure. By firstly considering the characteristics of RATS within DMUs: (1) fixed input and fixed output; (2) the relationship among Sub-DMUs in choosing weights when evaluating performance; (3) the relationship between the Sub-DMUs and DMU in choosing weights when evaluating performance, this paper proposes bi-criteria DEA model based on efficiency and equality analysis. In the end, data extracted from existing papers are used to demonstrate the usefulness of the proposed models.

Key words: DEA; network DEA; efficiency; equality; parallel production system