

# Nash 讨价还价公平参考下的供应链优化决策<sup>①</sup>

杜少甫, 朱贾昂, 高冬, 杜婵  
(中国科学技术大学管理学院, 合肥 230026)

摘要: 基于 Nash 讨价还价博弈思想建立公平参考框架, 构建公平关切效用体系, 以此为基础对报童模型展开行为研究, 探讨零售商的公平关切行为倾向对供应链的影响. 通过数值分析说明了模型的应用, 并通过比较静态分析进一步分别讨论了零售商的最优决策和供应链系统最优决策的性质.

关键词: Nash 讨价还价博弈; 行为运筹; 公平关切; 报童

中图分类号: F224; O224 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807(2013)03-0068-05

## 0 引言

近 20 年行为经济学研究表明, 人们不仅关注自身利益, 还会关心周围其他人的利益<sup>[1, 2]</sup>. 大量实验研究表明, 无论是供应商还是零售商由于受到公平关切的驱使, 都愿意放弃自己的边际收益以达到更为公平的结果<sup>[3]</sup>. Tversky 和 Kahneman<sup>[4]</sup>认为在很多情况下, 组织也会像个体一样受公平性关切驱使. Hopp<sup>[5]</sup>认为行为因素很可能成为管理科学研究范式转化的源泉. Kahneman 等<sup>[6]</sup>发现确实存在体现公平关切的决策者有限理性的行为倾向. 可见, 公平关切已经成为对供应链契约进行研究的重要因素.

目前, 把公平关切引入供应链决策中展开研究的现有文献还很少. Cui 等<sup>[7]</sup>将公平关切引入报童背景研究其对供应链契约的影响. 但是此研究是在确定性市场需求下, 公平参考点是对方利润, 而本文研究是在随机需求下, 公平参考点是 Nash 讨价还价解. Pavlov 等<sup>[8]</sup>结合理论与实证研究公平关切对供应链协调的影响, 指出理论上可协调的契约, 实证中无法协调的主要原因是不完全信息. 而本文是假设信息完全对称, 从而研究结果有所不同. Loch 和 Wu<sup>[9]</sup>在研究供应链绩效问

题时提出了简洁的公平关切效用形式. Ho 和 Zhang<sup>[10]</sup>将公平关切引入供应链契约中, 证实了该行为倾向在此环境下确实存在, 但只给出了描述性的公平关切效用函数, 未能深入展开行为运筹分析. 杜少甫等<sup>[11]</sup>在传统两阶段供应链中考虑公平关切行为倾向, 研究了公平关切对供应链契约与协调的影响. 但是该研究中零售商的公平参考点依然是供应商的利润, 要求是绝对公平, 而本文零售商的公平参考点是 Nash 讨价还价解, 反映的是相对公平, 更加符合现实.

综上所述, 目前关于公平关切的供应链研究才刚刚起步. 现有研究只考虑收益的绝对公平, 即以对方收益作为判断得失的参考点, 而在现实情况中, 公平具有相对性, 各方的实力与贡献会影响利益分配的公平性, 因此针对公平性的参考框架值得深入思考.

本文基于 Nash 讨价还价博弈思想构建公平关切参考框架, 据此来刻画决策者对公平的感知, 并同时考虑负差异和正差异对决策者主观效用的影响, 构建公平关切效用体系, 以此为基础, 对报童模型<sup>[12]</sup>展开行为研究, 探讨公平关切行为倾向对供应链成员决策与协调的影响.

① 收稿日期: 2012-03-19; 修订日期: 2012-12-03.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71271199; 70901067); 教育部博士点基金资助项目(20093402120012).

作者简介: 杜少甫(1980—), 男, 安徽霍山人, 博士, 副教授. Email: dsoft@ustc.edu.cn

## 1 公平中性下供应链决策

本文所涉及到的主要参数符号如下:  $D > 0$  表示销售季节的随机市场需求,服从概率密度函数和累积分布函数分别为  $f(\cdot)$  和  $F(\cdot)$  的分布,均值为  $\mu = E(D)$ ,  $F(0) = 0$ ,  $\bar{F}(\cdot) = 1 - F(\cdot)$ ;  $p$  为产品的销售价格;  $w$  为产品的批发价格;  $q$  为零售商的订购量;  $c$  表示供应商的单位生产成本.

作为对照基准,文中定义传统情形下不考虑公平关切的供应链为公平中性的供应链. 此时零售商、供应商和供应链整体的利润为

$$\begin{cases} \pi_r = pS(q) - wq, \\ \pi_s = (w - c)q, \\ \pi = \pi_r + \pi_s = pS(q) - cq \end{cases} \quad (1)$$

分散决策下,零售商利润最大化的订购量  $q^*$  满足

$$\bar{F}(q^*) = \frac{w}{p} \quad (2)$$

集中决策下,系统利润最大化的订购量  $q^0$  满足

$$\bar{F}(q^0) = \frac{c}{p} \quad (3)$$

## 2 存在公平关切下供应链决策

### 2.1 Nash 讨价还价公平关切框架

本文通过构建 Nash 讨价还价模型改进传统的公平参考框架. 假设 Nash 讨价还价模型的解为  $(\bar{\pi}_r, \bar{\pi}_s)$ , 即为决策者感知公平的参考解. 假设收益差异会带来效用的变化,从而得到零售商和供应商效用函数如下

$$u_r = \pi_r + \lambda_r(\pi_r - \bar{\pi}_r) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} &= (1 + \lambda_r)\pi_r - \lambda_r\bar{\pi}_r \\ u_s &= \pi_s + \lambda_s(\pi_s - \bar{\pi}_s) \quad (5) \\ &= (1 + \lambda_s)\pi_s - \lambda_s\bar{\pi}_s \end{aligned}$$

式中  $\lambda_r, \lambda_s$  分别是零售商和供应商的公平关切系数,  $\lambda_r > 0, \lambda_s > 0$ ;  $\bar{\pi}_r, \bar{\pi}_s$  分别是双方认为对自己公平的解,即公平解. 显然  $\bar{\pi}_r + \bar{\pi}_s = \pi$ ,  $\pi_r + \pi_s = \pi$ .

根据 Nash 讨价还价博弈解的公理化定义, Nash 解即为下列模型的解

$$\begin{aligned} &\max_{\pi_r, \pi_s} u_r u_s \\ &s. t. \quad \pi_r + \pi_s = \pi; \\ &\quad u_r, u_s > 0 \end{aligned} \quad (6)$$

根据式(5)得到供应商效用

$$u_s(\pi, \pi_r) = (1 + \lambda_s)(\pi - \pi_r) - \lambda_s(\pi - \bar{\pi}_r)$$

故

$$u_r u_s(\pi, \pi_r) = [(1 + \lambda_r)\pi_r - \lambda_r\bar{\pi}_r] \times [(1 + \lambda_s)(\pi - \pi_r) - \lambda_s(\pi - \bar{\pi}_r)]$$

对  $u_r u_s(\pi, \pi_r)$  求二阶偏导得到

$$\frac{\partial^2(u_r u_s)}{\partial \pi_r^2} = -2(1 + \lambda_r)(1 + \lambda_s) < 0$$

所以  $u_r u_s(\pi, \pi_r)$  是严格凹函数,存在唯一最大值  $\pi_r^*$ ,且满足如下二阶条件

$$\frac{\partial u_r u_s(\pi_r^*)}{\partial \pi_r} = 0 \quad (7)$$

根据不动点定理, Nash 讨价还价的最优解  $\pi_r^*$  即为寻找的公平解

$$\pi_r^* = \bar{\pi}_r \quad (8)$$

联立式(7)和(8)进一步求解得到

$$\bar{\pi}_r = \frac{1 + \lambda_r}{2 + \lambda_s + \lambda_r} \pi, \quad (9)$$

$$\bar{\pi}_s = \frac{1 + \lambda_s}{2 + \lambda_s + \lambda_r} \pi$$

利用 Nash 讨价还价的公平解作为判断公平的基准,这个基准考虑了各方的实力或贡献,属于符合实际情况的相对公平感知,克服了之前存在公平关切供应链研究中只考虑绝对公平的缺陷. 可见,以 Nash 讨价还价公平解作为行为建模的参考点依赖,更加符合现实.

### 2.2 零售商最优决策

为简化问题,本文仅考虑零售商(报童)存在公平关切倾向,而供应商为公平中性情形,即  $\lambda_r = \lambda > 0, \lambda_s = 0$ . 此时零售商的公平参考解为

$$\bar{\pi}_r = \frac{1 + \lambda}{2 + \lambda} \pi \quad (10)$$

命题 1 零售商公平关切时,  $u_r$  是严格凹函数,存在唯一最优订购量  $q_\lambda^*$  满足式(12),且小于其公平中性时的最优订购量.

证明 对零售商效用函数求一阶导数得到

$$\frac{\partial u_r}{\partial q} = (1 + \lambda) \left[ \frac{2}{2 + \lambda} p \bar{F}(q) - w + \frac{\lambda}{2 + \lambda} c \right] \quad (11)$$

再对零售商效用函数求二阶偏导得到  $\frac{\partial^2 u_r}{\partial q^2} < 0$ , 故

$u_r$  为严格凹函数,存在唯一最大值. 零售商效用最大化的最优订购量  $q_\lambda^*$  满足

$$\bar{F}(q_\lambda^*) = \frac{(2 + \lambda)w}{2p} - \frac{\lambda c}{2p} = \frac{w}{p} + \frac{\lambda}{2} \frac{w - c}{p} \quad (12)$$

对比式(2)和式(12)可知  $\bar{F}(q_\lambda^*) > \bar{F}(q^*)$  从而得到

$$q_\lambda^* < q^* \quad (13)$$

可见,与只关注利润的供应链相比,零售商关注公平时,其最优订购量趋于保守。

**性质 1** 零售商存在公平关切时,零售商的最优订货量随着其公平关切程度的增加而减少。

**证明** 为了书写简便,记

$$t(q_\lambda^*) \equiv \frac{\partial u_r(q_\lambda^*)}{\partial q} \quad (14)$$

根据隐函数定理,可以得到

$$\frac{\partial q_\lambda^*}{\partial \lambda} = - \frac{\frac{\partial t(q_\lambda^*)}{\partial \lambda}}{\frac{\partial t(q_\lambda^*)}{\partial q_\lambda^*}} < 0 \quad (15)$$

可见,随着  $\lambda$  的增加,零售商的最优订购量  $q_\lambda^*$  不断减少,越来越远离  $q^*$ 。即零售商越关注公平,其订购决策越趋于保守。

### 2.3 集中供应链的最优决策

**命题 2** 零售商存在公平关切时,供应链系统效用是严格凹函数,存在唯一最优订购量,系统的最优订购量  $q_\lambda^o$  满足式(17),且小于零售商公平中性时系统的最优订购量。

**证明** 对供应链效用求一阶导数,得

$$\frac{\partial u}{\partial q} = \frac{2(1 + \lambda)}{2 + \lambda} p \bar{F}(q) - \lambda w - \frac{2 - \lambda^2}{2 + \lambda} c \quad (16)$$

对供应链效用求二阶偏导得到  $\frac{\partial^2 u}{\partial q^2} < 0$ ,故无论零售商公平关切程度如何,供应链效用函数都为严

格凹函数,存在唯一最优订购量。供应链效用最大化的最优订购量  $q_\lambda^o$  需要满足

$$\bar{F}(q_\lambda^o) = \frac{\lambda(2 + \lambda)}{2(1 + \lambda)} \frac{w}{p} + \frac{(2 - \lambda^2)}{2(1 + \lambda)} \frac{c}{p} \quad (17)$$

求解得到  $\frac{c}{p} < \bar{F}(q_\lambda^o)$ ,对比式(3)和(12)可得

$$q_\lambda^o < q^o \quad (18)$$

可见,与只关注利润的供应链相比,零售商关注公平时,系统的最优订购量趋于保守。

**命题 3** 零售商存在公平关切时,批发价契约仍然不能实现协调。

**证明** 对比式(12)和式(17)得到

$$\bar{F}(q_\lambda^*) - \bar{F}(q_\lambda^o) = (2 + \lambda)(w - c) > 0$$

从而有  $q_\lambda^* < q_\lambda^o$ ,再对比式(18)得到  $q_\lambda^* < q_\lambda^o < q^o$ 。

可见,零售商存在公平关切行为倾向时,无论协调的目的是供应链效用最大化还是供应链利润最大化,批发价契约都无法实现供应链协调。

## 3 数值分析

为了更好地说明模型的应用,下面将用具体算例对上述模型进行检验。假设某行业产成品市场需求服从正态分布  $D \sim N(1\,000, 100^2)$ ,产成品的市场销售价格  $p = 100$ ,批发价  $w = 60$ ,单位生产成本  $c = 30$ 。根据式(2)得到公平中性的零售商的最优订购量  $q^* = 975$ 。根据式(3)得到公平中性情况下供应链系统最优订购量  $q^o = 1\,052$ ,此时供应链整体的利润为 66 523。令  $\lambda$  取不同的值,根据命题 1 求得存在公平关切的零售商的最优订购量  $q_\lambda^*$ ,代入各利润函数和效用函数中得到表 1。

表 1 零售商存在公平关切对供应链的影响

Table 1 The influence of retailer's fairness concerns on the supply chain

$\lambda$	$q_\lambda^*$	$\pi_r(q_\lambda^*)$	$\pi_s(q_\lambda^*)$	$\pi(q_\lambda^*)$	$u_r(q_\lambda^*)$	$u(q_\lambda^*)$
0.0	975	36 137	29 250	65 387	—	—
0.1	971	36 134	29 130	65 264	36 329	65 459
0.2	967	36 125	29 010	65 135	36 245	65 255
0.3	961	36 101	28 830	64 931	35 921	64 751
0.4	959	36 090	28 770	64 860	35 392	64 162
0.6	950	36 022	28 500	64 522	33 812	62 312
0.8	942	35 938	28 260	64 198	31 672	59 932
1.0	933	35 817	27 990	63 807	29 096	57 086
1.5	907	35 330	27 210	62 540	21 317	48 527
2.0	872	34 405	26 160	60 565	12 368	38 528
2.5	804	32 066	24 120	56 186	2 980	27 100

由表 1 可以看到,当零售商公平中性(即  $\lambda = 0$ ) 时,其最优订购量为 975,小于系统最优订购量 1 052,供应链无法实现协调.随着  $\lambda$  取值从 0.1 增加到 2.5,即零售商公平关切程度增加,零售商的最优订购量从 971 下降到 804,越来越偏离系统最优订购量.所以,零售商具有公平关切行为倾向情况下,批发价契约不能实现协调.伴随而来的是,零售商效用从 36 329 下降到 2 980,供应链效用从 65 459 下降到 27 100,故随着零售商公平关切的增加,供应链效率进一步下降.

为了进一步分析外部参数对零售商和系统最优订购量的影响,展开比较静态分析.假定零售商的公平关切程度为某一固定水平,为  $\lambda = 0.6$ ,在此前提下分别研究批发价  $w$ ,产品销售价格  $p$  和单位生产成本  $c$  对零售商和系统最优订购量的影响,具体趋势见图 1 ~ 4.

从图 1 中可以看出,零售商具有公平关切行为倾向情况下,零售商的最优订购量和供应链系统的最优订购量都随着批发价的增加而减少.并且零售商的最优订购量随  $\lambda$  递减程度更加剧烈,而系统最优订购量的递减则相对平缓.只有满足  $w = 30 = c$  时,二者才相等,此时供应商无利可图,显然无法达成协议.由图 2 显然得到,零售商具有公平关切行为倾向情况下,零售商的最优订购量和供应链系统的最优订购量都随着产品销售价格的增加而增加,虽然零售商最优订购量增加的更快,但零售商的最优订购量永远都低于系统最优订购量.由图 3 可以看出,零售商具有公平关切行为倾向情况下,零售商的最优订购量随着单位生产成本的增加而增加,但永远不高于公平中性时的零售商的最优订购量.由图 4 可以看出,单位生产成本对供应链系统最优订购量的影响跟零售商的公平关切程度有关.当零售商公平关切程度较低时( $\lambda = 0.6$ ),供应链系统最优订购量  $q_\lambda^0$  随单位生产成本的增加而减少,上限是公平中性时供应链系统的最优订购量  $q^0 = 1 040$ ,下限是公平中性时的零售商的最优订购量  $q^* = 975$ ;当零售商公平关切程度正好达到某个临界值( $\lambda = \sqrt{2}$ ),供应链系统最优订购量不随单位生产成本的增加而改变,永远等于公平中性时零售商的最优订购量;当零售商公平关切程度较高时( $\lambda =$

1.5),供应链系统最优订购量随单位生产成本的增加而增加,上限是公平中性时的零售商的最优订购量.

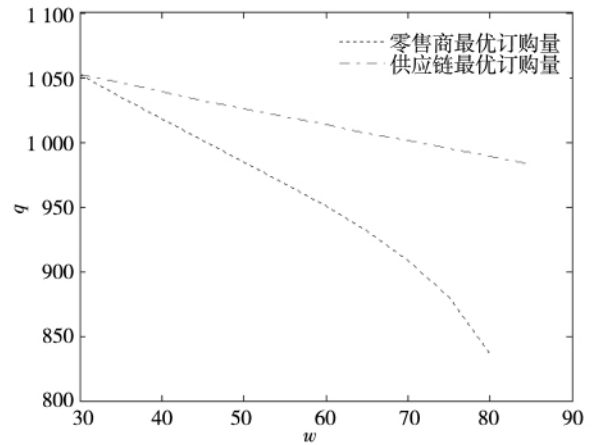


图 1 批发价对最优决策的影响

Fig. 1 The influence of wholesale-price on the optimal decision

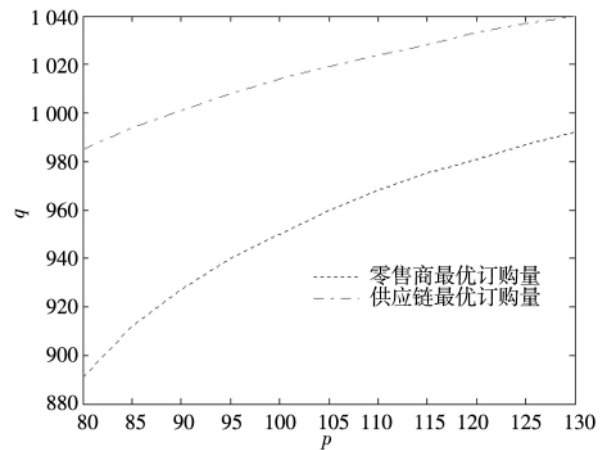


图 2 零售价格对最优决策的影响

Fig. 2 The influence of retail price on the optimal decision

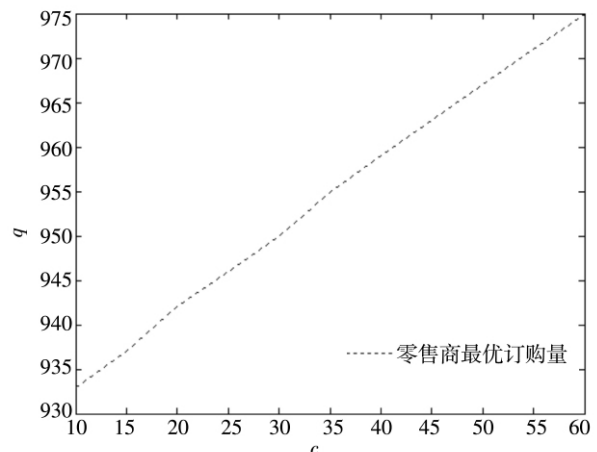


图 3 生产成本对零售商最优决策的影响

Fig. 3 The influence of product cost on the retailer's optimal decision

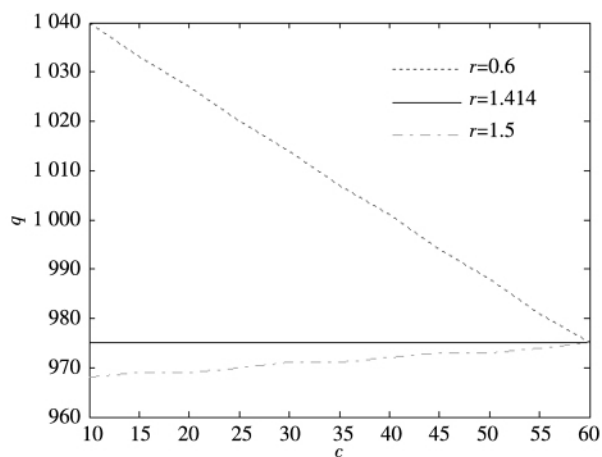


图4 生产成本对系统最优决策的影响

Fig. 4 The influence of product cost on the supply's optimal decision

## 4 结束语

本文基于 Nash 讨价还价博弈思想建立供应链效用的公平关切框架,以此为基础构建描述性

的行为运筹模型,探讨零售商的公平关切程度如何影响供应链成员的决策.文中证明零售商存在公平关切时供应链系统效用仍是单峰的,且零售商越关注公平,其最优决策越趋于保守.同时数值分析发现:零售商的最优订购量随批发价递减,随单位生产成本和销售价格分别递增;而供应链系统的最优订购量随销售价格递增,随批发价递减,但是随单位生产成本如何变化却依零售商公平关切程度的不同而不同.但是无论什么情况下,零售商的最优订购量都低于供应链系统最优订购量,批发价契约无法实现协调.

本文的想法与结论令人振奋,但尚有诸多问题留待未来研究解决.文中只考虑了公平关切单一行为倾向对决策者效用造成的影响,现实生活中决策者可能同时受到多种行为倾向的组合影响或交叉影响.因此,未来的研究将引入更多的行为倾向,弥补现有研究中的不足,使之适用于更多的现实情况.

### 参考文献:

- [1]Fehr E, Schmidt K M. A theory of fairness, competition, and cooperation [J]. Quarterly Journal of Economics, 1999, 114 (3): 817 - 868.
- [2]Rabin M. Incorporating fairness into game theory and economics [J]. American Economic Review, 1993, 83 (5): 1281 - 1302.
- [3]Kumar N. The power of trust in manufacturer-retailer relationships [J]. Harvard Business Review, 1996, 74(6): 92 - 106.
- [4]Tversky A, Kahneman D. Rational choice and the framing of decisions [J]. Journal of Business, 1986, 59 (4): S251 - S248.
- [5]Hopp W J. Fifty years of management science [J]. Management Science, 2004, 50(1): 1 - 7.
- [6]Kahneman D, Knetsch J L, Thaler R. Fairness, competition on profit seeking: Entitlements in the market [J]. American Economics Review, 1986, 76(4): 728 - 741.
- [7]Cui T H, Raju J S, Zhang Z J. Fairness and channel coordination [J]. Management Science, 2007, 53(8): 1303 - 1314.
- [8]Pavlov V, Katok E. Fairness and coordination failures in supply chain contracts [EB/OL]. PSU working paper, 2009. [http://www.personal.psu.edu/exk106/fair\\_post.pdf](http://www.personal.psu.edu/exk106/fair_post.pdf)
- [9]Loch C H, Wu Y Z. Social preferences and supply chain performance: An experimental study [J]. Management Science, 2008, 54(11): 1835 - 1849.
- [10]Ho T H, Zhang J J. Designing pricing contracts for boundedly rational customers: Does the framing of the fixed fee matter? [J]. Management Science, 2008, 54(4): 686 - 700.
- [11]杜少甫, 杜婵, 梁樑, 等. 考虑公平关切的供应链契约与协调 [J]. 管理科学学报, 2010, 13(11): 41 - 48.  
Du Shaofu, Du Chan, Liang Liang, et al. Supply chain coordination considering fairness concerns [J]. Journal of Management Sciences in China, 2010, 13(11): 41 - 48. (in Chinese)
- [12]Cachon G P. Supply Chain Coordination with Contracts [M]// de Kok A G, Graves S C. Handbooks in Operations Research and Management Science (vol. 11), Amsterdam: Elsevier, 2003: 227 - 339.

(下转第81页)

Quantity Journal, 2007, 41: 579 – 589.

[33] 盛昭瀚, 张 维. 管理科学研究中的计算实验方法[J]. 管理科学学报, 2011, 14(5): 1 – 10.

Sheng Zhaohan, Zhang Wei. Computational experiments in management science and research [J]. Journal of Management Sciences in China, 2011, 14(5): 1 – 10. (in Chinese)

## Exogenous covariate and non-positive social influence promote group polarization

LI Zhen-peng<sup>1 2</sup>, TANG Xi-jin<sup>2</sup>

1. Department of Statistics, School of Mathematics and Computer Science, Dali University, Dali 671003, China;

2. Institute of Systems Science, Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

**Abstract:** Opinion dynamics is one of the important aspects of crowd's behaviors. Collective opinions evolve into different patterns, consensus, polarization or diversity under the cross-impact of a variety of factors, such as mutual influence, external intervention, etc. In this paper, three types of social influences are discussed from the perspective of social identity, and then we add triadic structure into Hopfield network model. Simulation results verify that exogenous covariate and non-positive social influence are the main factors to group polarization. Furthermore, we show that polarization is coexisting with local structure balance, and discover the intrinsic connection between global network stable pattern and local structure balance.

**Key words:** social influence; opinion polarization; Hopfield network; social identity; structure balance

(上接第72页)

## Optimal decision-making for Nash bargaining fairness concerned newsvendor in two-level supply chain

DU Shao-fu, ZHU Jia-ang, GAO Dong, DU Chan

School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China

**Abstract:** The paper establishes a fairness concern framework based on game theory of Nash bargaining, and builds a utility system about fairness concerns. On this basis, it expands the newsboy model to behavior research. Further, it illustrates the application of the model through numerical analysis and investigates the properties of optimal decision of both the retailer and supply chain by a comparative static analysis.

**Key words:** Nash bargaining game; behavioral operations; fairness concerns; newsvendor