

基于前景理论的两产品报童的订货模型^①

周艳菊, 应仁仁, 陈晓红, 王宗润

(中南大学商学院, 长沙 410083)

摘要: 运用前景理论, 针对需求不确定条件下的两产品订货问题进行了分析. 在前景理论的框架下分析、推导了随机市场需求下零售商对两产品订货的价值函数、主观概率与决策权重函数, 并建立了订货模型. 此模型将已有文献中的单一产品扩展到了两个产品, 为今后进一步扩展到多产品奠定了基础, 使前景理论在描述具有更强现实性的多产品报童问题方面前进了一步. 算例分析从需求不确定性、缺货损失、残值、心理参考点、风险态度系数、损失厌恶系数等多个角度分析了基于前景理论的两产品订货问题, 进一步说明此模型能较好地描述零售商的实际订货行为.

关键词: 前景理论; 两产品报童; 价值函数; 主观概率; 决策权重函数

中图分类号: F253 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807(2013)11-0017-13

0 引言

理论界将生命周期短、具有季节性或单周期性特征的、销售期后未售出产品的价值(或曰残值)可忽略的产品的订货问题称之为报童问题(news vendor 或 newsboy problem). 例如电子产品、时尚产品、报刊杂志、生鲜产品(或易腐产品)的订货问题. 自20世纪80年代以来, 报童模型一直受研究者们关注并形成了丰富的研究成果. 目前针对需求不确定条件下的订货研究, 使用最广泛的是基于期望效用理论(expected utility theory, EUT)的报童模型^[1]. EUT认为, 决策者在进行各种决策时, 其个体都是完全理性的, 并不受其行为偏好的影响, 即总是以期望利润最大化为目标. 但许多报童问题的实证研究表明, 实际决策往往受报童心理行为偏好的影响, 与基于EUT得出的最优决策存在偏差. 例如, Schweitzer和Cachon通过实验研究发现不确定条件下, 决策者订

货决策总是系统性的偏离基于EUT的报童理论最优方案^[2]; Fisher和Raman发现时装制造商的订货量总是低于期望利润最大化订货量^[3]. 因此, 针对上述问题, 有学者尝试将一种新的风险描述性理论——前景理论, 扩展到报童问题的研究中, 其中Schweitzer和Cachon的工作是此领域能够查到的最早文献, 他们运用实验, 在需求分布一致的情况下研究具有不同行为偏好的决策者的实际订货行为, 发现他们的订货量与期望利润最大化时的订货量存在不同程度的偏差^[2]. 接下来, Wang和Webster扩展了Schweitzer和Cachon的工作, 将缺货成本纳入研究框架, 发现在由单个供应商向单个面临不确定需求的零售商出售易变质商品的供应链中, 损失规避效应降低了零售商的订货量和供应链的总利润^[4]. 此外, Tian和Huang^[5], Charles和Wang^[6], 刘作仪和查勇^[7], 刘晓峰和黄沛^[8], 刘咏梅等^[9], 崔签等^[10]等都对这

① 收稿日期: 2012-03-05; 修订日期: 2013-09-05.

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(71171201; 71171202); 国家自然科学基金创新研究群体科学基金资助项目(71221006); 国家自然科学基金重大国际合作项目(71210003); 中央高校科研经费资助项目(2011RWSK003).

作者简介: 周艳菊(1972—), 女, 湖南湘潭人, 博士, 教授, 博士生导师. Email: zyj4258@sina.com

一问题展开了深入的研究。但遗憾的是,这些已有的文献都没有探讨当销售的产品是多产品的时候,如何用前景理论来刻画报童的订货决策过程。然而事实上,针对某类产品,以组合的方式进行生产和销售,成为生产商和零售商应对风险、满足各层次客户需求、实现利润最大化的关键策略。因此,研究与多产品相关的订货策略较之单产品情形,具有更广泛的现实性。

基于上述现实需求,本文尝试用前景理论描述报童的多产品订货决策过程,考虑到多产品建模的复杂性,本文从两产品展开研究,推导了报童订货决策的价值函数与决策权重函数。因此,本文对基于前景理论的报童问题文献的贡献是将已有的单一产品扩展到了两产品,为今后进一步拓展到多产品奠定了基础。算例分析说明此模型的现实刻画性更强,并指出: 1) 心理参考点是零售商财富状况及风险态度的综合反映参数,其对产品订货量有显著影响。高风险产品相较于低风险产品对心理参考点更敏感,且当零售商的风险态度不一样时,其订货行为将有所不同。 2) 产品残值是产品属性的反映参数,如时尚产品的残值相对较低。残值不同的两产品的订货量随着心理参考点的变化趋势不尽相同,残值大的产品订货量均高于残值小的产品。 3) 缺货损失主要由产品的市场特征决定,不同缺货损失的产品的订货量随着心理参考点的变化趋势是一致的,但具有较小的缺货损失的产品的订货量均少于具有较大缺货损失的产品。 4) 风险态度系数 α 、 β 主要影响价值函数,即感知效用。当 α 、 β 不同时,零售商感知效用将有所不同,从而对产品的订货量产生影响。 5) 风险态度系数 γ 、 δ 主要影响决策权重函数,即影响零售商对事件发生的概率的重视程度,所以当 γ 、 δ 改变时,产品的订货量亦将有所改变。 6) 损失厌恶系数 λ 也会显著影响零售商的订货行为,当损失厌恶系数较小时,高风险产品的订货量高于低风险产品;当损失厌恶系数不断增加时,产品的订货量均有所减少;当损失厌恶系数达到一定值时,高风险产品的订货量将低于低风险产品。零售商的实际订货行为是非常复杂的,会受

心理及风险态度等多方面的影响,本文说明基于前景理论的两产品订货模型能较好地描述零售商复杂的订货行为。

1 前景理论

前景理论认为个人在作选择决策时会经历两个阶段: 一是确立参考点,当决策结果优于参考点时,被视为“获得”;低于参考点时,被视为“损失”。二是评估期望总效用 U ,期望总效用由主观价值 $v(\pi)$ 和决策权重 $\omega(P)$ 衡量,即 $U = \sum v(\Delta\pi) \times \omega(P)$ [4]。其中 $\Delta\pi = \pi - \pi_0$ 是财富偏离某一参考水平 π_0 的大小, $v(\pi)$ 表示个体对每个期望结果 π 的主观价值, $\omega(P)$ 表示每个期望的概率 P 对其总效用的影响。

前景理论中的价值函数有如下三个特点: 1) “获得”与“损失”是相对于某个参考点 π_0 而言的。 2) 价值函数呈 S 型,面对“获得”时是凹函数,表现为风险厌恶;面对“损失”时是凸函数,表现为风险偏好。 3) 人们对损失的规避程度往往大于对相同收益的偏好程度。见图 1。

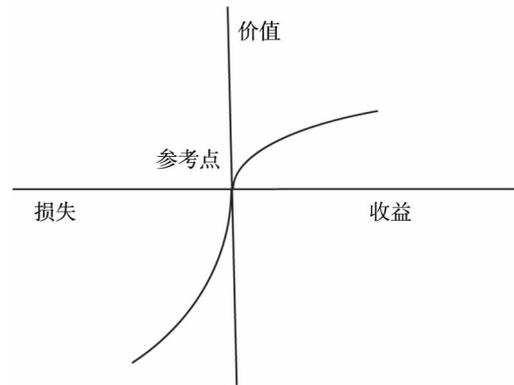


图 1 前景理论价值函数曲线图

Fig. 1 The common value function of prospect theory

目前价值函数表示形式应用最多的是 Kahneman 等 [11] 提出的如下代数形式

$$v(\Delta\pi) = \begin{cases} \Delta\pi^\alpha, & \Delta\pi \geq 0 \\ -\lambda(-\Delta\pi)^\beta, & \Delta\pi < 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中 α 为风险偏好系数, β 为风险规避系数, λ 为对损失与收益的敏感系数。Kahneman 等认为 $0 < \alpha, \beta < 1$, 参数越大表示决策者对价值的敏

感性越弱 $\lambda > 1$ 表示对损失比获得更加厌恶.

决策权重 $\omega(P)$ 是决策者根据事件结果出现的概率 P 做出的某种主观判断,其特征为:1) $\omega(P)$ 是概率 P 的非线性单调增函数;2) 当 P 很小时,赋予过大权重,有 $\omega(P) > P$; 当 P 很大时,赋予过小权重,即 $\omega(P) < P$.

为了建立基于客观概率的权重度量体系以量化结果的效用,Quiggin 等在前景理论的基础上,引入容量概率,提出了 Rank-Dependent、Cumulative Function 等新的权重度量思想^[12-14]. Kahneman 等在吸收上述思想后提出了累积前景理论(CPT),给出了如下决策权重函数的代数形式

$$\omega^+ = \frac{P^\gamma}{(P^\gamma + (1-P)^\gamma)^{1/\gamma}} \quad (2)$$

$$\omega^- = \frac{P^\delta}{(P^\delta + (1-P)^\delta)^{1/\delta}} \quad (3)$$

ω^+ 和 ω^- 分别是获得和损失的非线性权重函数,其中 $\omega(0) = 0, \omega(1) = 1, \gamma$ 为获得的风险态度系数, δ 为损失的风险态度系数^[15]. 很多学者曾对这些参数进行过估计,但估计值却各不相同.(Kahneman 等认为 $\alpha = 0.88, \beta = 0.88, \gamma = 0.61, \delta = 0.69, \lambda = 2.25$ ^[15]; Wu 等认为 $\alpha = 0.52, \beta = 0.52, \gamma = 0.74, \delta = 0.74$ ^[16-17]).

2 问题描述及模型构建

某零售商销售两种具有确定销售期限的产品,零售价格已知,市场需求随机,假设该零售商具有损失厌恶特征,那么如何构建订货决策模型来描述零售商的订货行为?假设不考虑订货费用和持有成本,只考虑采购成本,缺货损失和未售出产品的残值.符号说明如下:

i 为产品下标, $i = 1, 2$; p_i 为零售价格; c_i 为批发价格; s_i 为单位缺货损失; r_i 为单位残值; x_i 为零售商的订货量,决策变量; D_i 为需求量; $f(D_1, D_2)$ 和 $F(D_1, D_2)$ 分别为 D_1, D_2 的联合概率密度函数和联合累积分布函数.

使用变量的半侧黑体表示向量,如 $x = x(x_1, x_2)$ 为订货向量, $D = D(D_1, D_2)$ 为需求向量.下面是具体建模过程.

2.1 价值函数

π_0 为零售商订货时的心理参考点,根据随机需求下的报童模型的基本假设可知,零售商的心理感知收益为

$$\Delta\pi = \pi - \pi_0 = \sum_{i=1}^n [p_i \min\{x_i, D_i\} - c_i x_i - s_i (D_i - x_i)^+ + r_i (x_i - D_i)^+] - \pi_0 \quad (4)$$

其中 $(t)^+ = \max\{t, 0\}$.

当 $n = 2$ 时,即为两产品问题.所以两产品的心理感知收益为

$$\Delta\pi = \pi - \pi_0 = \begin{cases} \sum_{i=1}^2 [p_i D_i - c_i x_i + r_i (x_i - D_i)] - \pi_0, & D_1 < x_1, D_2 < x_2 \\ [p_1 D_1 - c_1 x_1 + r_1 (x_1 - D_1) + (p_2 - c_2) x_2 - s_2 (D_2 - x_2)] - \pi_0, & D_1 < x_1, D_2 \geq x_2 \\ [(p_1 - c_1) x_1 - s_1 (D_1 - x_1) + p_2 D_2 - c_2 x_2 + r_2 (x_2 - D_2)] - \pi_0, & D_1 \geq x_1, D_2 < x_2 \\ \sum_{i=1}^2 [(p_i - c_i) x_i - s_i (D_i - x_i)] - \pi_0, & D_1 \geq x_1, D_2 \geq x_2 \end{cases} \quad (5)$$

由此可知,当对两产品订货时,零售商的心理感知收益函数会随供给与需求的四种不同情形而不同,四种情形分别为:

- 情形 1 两种产品均供过于求;
- 情形 2 产品 1 供过于求,产品 2 供不应求;
- 情形 3 产品 1 供不应求,产品 2 供过于求;
- 情形 4 两种产品均供不应求.

下面将对情形 1 的价值函数进行具体分析,其他三种情形可类似推导得出.

2.1.1 零售商感知“获得”时的价值函数

- 1) 情形 1 两种产品均供过于求

当两种产品均供过于求,且零售商感知“获得”时,需求量需满足

$$D_1 < x_1, D_2 < x_2$$

$$\Delta\pi = \sum_{i=1}^2 [p_i D_i - c_i x_i + r_i (x_i - D_i)] - \pi_0 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} D_1 < x_1, D_2 < x_2 \\ (p_1 - r_1) D_1 + (p_2 - r_2) D_2 \geq (c_1 - r_1) x_1 + (c_2 - r_2) x_2 + \pi_0 \end{cases} \quad (6)$$

需求量需满足式(6),可用下图直观表示.由于订货量与参数 p_i, c_i, r_i, π_0 之间关系的不确定性,会出现如图2、3所示的两种情况.

情况1 当 $\frac{(c_1 - r_1)x_1 - (p_2 - c_2)x_2 + \pi_0}{p_1 - r_1} \leq x_1$,

即 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 \geq \pi_0$ 时,两种产品均供过于求,且零售商感知“获得”时的可行域如下图所示的阴影区域.

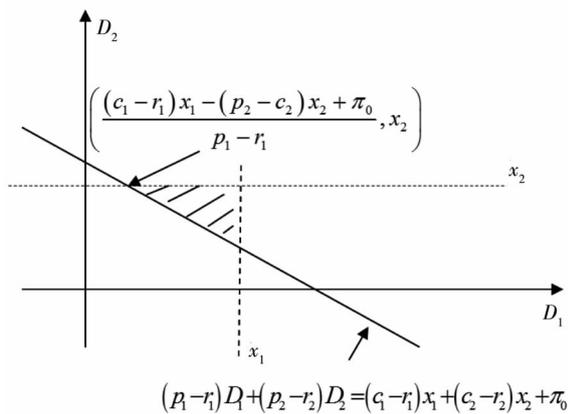


图2 情形1在情况1下零售商感知“获得”时的可行域^②

Fig. 2 The feasible region when the retailer feels gains

in case 1 of situation 1

此时,零售商的期望价值函数为

$$E(v_1^+(\Delta\pi)) = \int_{\frac{(c_1 - r_1)x_1 - (p_2 - c_2)x_2 + \pi_0}{p_1 - r_1}}^{x_1} \int_{\frac{(c_1 - r_1)x_1 + (c_2 - r_2)x_2 - (p_1 - r_1)D_1 + \pi_0}{p_2 - r_2}}^{x_2} \left\{ \sum_{i=1}^2 [-(c_i - r_i)x_i + (p_i - r_i)D_i] - \pi_0 \right\}^\alpha dF(D_1, D_2) \quad (7)$$

$$E(v_2^+(\Delta\pi)) = \int_{\frac{(c_1 - r_1)x_1 - (p_2 - c_2)x_2 + \pi_0}{p_1 - r_1}}^{x_1} \int_{\frac{(p_1 - r_1)D_1 + (p_2 + s_2 - c_2)x_2 - (c_1 - r_1)x_1 - \pi_0}{s_2}}^{x_2} [(p_1 - r_1)D_1 - s_2 D_2 - (c_1 - r_1)x_1 + (p_2 + s_2 - c_2)x_2 - \pi_0]^\alpha dF(D_1, D_2) \quad (8)$$

其中 $v_j^+(\Delta\pi)$ 表示零售商心理感知“获得”时,第 j 种情形的价值函数. $E(\cdot)$ 表示期望价值函数.

情况2 当 $\frac{(c_1 - r_1)x_1 - (p_2 - c_2)x_2 + \pi_0}{p_1 - r_1} > x_1$,

即 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 < \pi_0$ 时,两种产品均供过于求且零售商感知“获得”,由下图分析可知其不存在可行域.即当 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 < \pi_0$,且两种产品均供过于求时,零售商不可能感知“获得”.

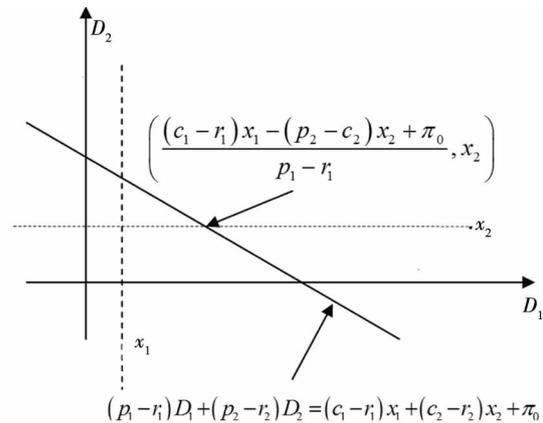


图3 情形1在情况2下感知“获得”时的可行域^③

Fig. 3 The feasible region when the retailer feels gains

in case 2 of situation 1

2) 情形2、情形3、情形4时,零售商感知“获得”时的期望价值函数

情形2、情形3、情形4的分析过程完全类似于情形1,这里不再赘述,求解结果如下:

情况1 当 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 \geq \pi_0$ 时,三种情形的期望价值函数分别为

② 情形1的情况1是指产品1、2均供过于求,且 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 \geq \pi_0$ 的情形.

③ 情形1的情况2是指产品1、2均供过于求,且 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 < \pi_0$ 的情形.

$$E(v_3^+(\Delta\pi)) = \int_{x_1}^{\frac{(p_2-c_2)x_2+(p_1+s_1-c_1)x_1-\pi_0}{s_1}} \int_{\frac{(c_2-r_2)x_2-(p_1+s_1-c_1)x_1+s_1D_1+\pi_0}{p_2-r_2}}^{x_2} [(p_2-r_2)D_2-s_1D_1-(c_2-r_2)x_2+(p_1+s_1-c_1)x_1-\pi_0]^\alpha dF(D_1, D_2) \quad (9)$$

$$E(v_4^+(\Delta\pi)) = \int_{x_1}^{\frac{(p_1+s_1-c_1)x_1+(p_2-c_2)x_2-\pi_0}{s_1}} \int_{x_2}^{\frac{(p_1+s_1-c_1)x_1+(p_2+s_2-c_2)x_2-s_1D_1-\pi_0}{s_2}} [(p_1+s_1-c_1)x_1+(p_2+s_2-c_2)x_2-s_1D_1-s_2D_2-\pi_0]^\alpha dF(D_1, D_2) \quad (10)$$

情况 2 当 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 < \pi_0$ 时, 三种情形的可行域均为空集, 所以, 当 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 < \pi_0$ 时, 无论哪种情形, 零售商均不存在感知“获得”的情况。

2.1.2 零售商感知“损失”时的价值函数

1) 情形 1 两种产品均供过于求

当两种产品均供过于求, 且零售商感知“损失”时, 需求量需满足

$$\left. \begin{aligned} D_1 < x_1, D_2 < x_2 \\ \Delta\pi = \sum_{i=1}^2 [p_i D_i - c_i x_i + r_i(x_i - D_i)] - \pi_0 < 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} D_1 < x_1, D_2 < x_2 \\ (p_1 - r_1)D_1 + (p_2 - r_2)D_2 < (c_1 - r_1)x_1 + (c_2 - r_2)x_2 + \pi_0 \end{cases} \quad (11)$$

与零售商感知“获得”的情形类似, 由于订货量与参数 p_i, c_i, r_i, π_0 之间关系的不确定性, 也会出现两种情况。

情况 1 当 $\frac{(c_1 - r_1)x_1 - (p_2 - c_2)x_2 + \pi_0}{p_1 - r_1} \leq x_1$ 即 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 \geq \pi_0$ 时, 两种产品均供过于求, 且零售商感知“损失”时的可行域如下图所示的阴影区域。

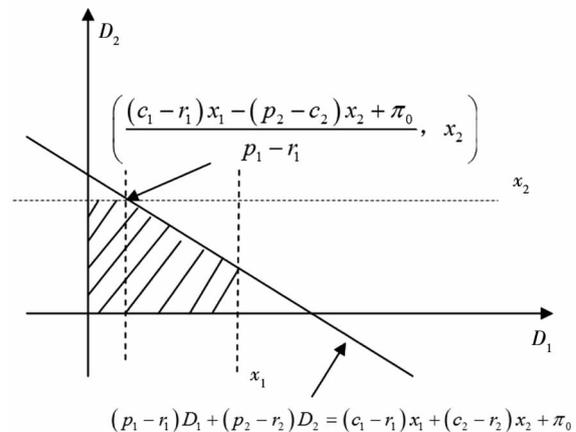


图 4 情形 1 在情况 1 下零售商感知“损失”时的可行域^④
Fig. 4 The feasible region when the retailer feels losses in case 1 of situation 1

当 $D(D_1, D_2)$ 在上图所示阴影区域时, 零售商感知“损失”, 由式 (1)、(5) 和 (11) 得对应的期望价值函数为

$$E(v_1^-(\Delta\pi)) = \int_0^{\frac{(c_1-r_1)x_1+(c_2-p_2)x_2+\pi_0}{p_1-r_1}} \int_0^{x_2} + \int_{\frac{(c_1-r_1)x_1+(c_2-p_2)x_2+\pi_0}{p_1-r_1}}^{x_1} \frac{(c_1-r_1)x_1+(c_2-r_2)x_2-(p_1-r_1)D_1+\pi_0}{p_2-r_2} - \lambda \left\{ \pi_0 - \sum_{i=1}^2 [-(c_i - r_i)x_i + (p_i - r_i)D_i] \right\}^\beta dF(D_1, D_2) \quad (12)$$

其中 $v_j^-(\Delta\pi)$ 表示零售商心理感知“损失”时第 j 种情形的价值函数。

$(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 < \pi_0$ 时, 两种产品均供过于求, 且零售商要感知“损失”时, 其可行域如下图所示阴影区域。

情况 2 当 $\frac{(c_1 - r_1)x_1 - (p_2 - c_2)x_2 + \pi_0}{p_1 - r_1} > x_1$ 即

④ 情形 1 的情况 1 是指产品 1、2 均供过于求, 且 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 \geq \pi_0$ 的情形。

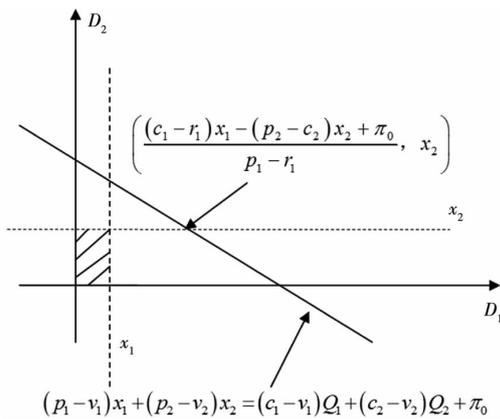


图 5 情形 1 在情况 2 下零售商感知“损失”时的可行域^⑤

Fig. 5 The feasible region when the retailer feels losses

in case 2 of situation 1

$$E(v_2^-(\Delta\pi)) = \int_0^{\frac{(c_1-r_1)x_1 - (p_2-c_2)x_2 + \pi_0}{p_1-r_1}} \int_{x_2}^{+\infty} + \int_{\frac{(c_1-r_1)x_1 - (p_2-c_2)x_2 + \pi_0}{p_1-r_1}}^{x_1} \frac{(p_1-r_1)D_1 - (c_1-r_1)x_1 + (p_2+s_2-c_2)x_2 - \pi_0}{s_2} - \lambda [\pi_0 - (p_1-r_1)D_1 + s_2D_2 + (c_1-r_1)x_1 - (p_2+s_2-c_2)x_2]^\beta dF(D_1, D_2) \quad (14)$$

$$E(v_3^-(\Delta\pi)) = \int_{x_1}^{\frac{(p_2-c_2)x_2 + (p_1+s_1-c_1)x_1 - \pi_0}{s_1}} \int_0^{\frac{s_1D_1 + (c_2-r_2)x_2 - (p_1+s_1-c_1)x_1 + \pi_0}{p_2-r_2}} + \int_{\frac{(p_2-c_2)x_2 + (p_1+s_1-c_1)x_1 - \pi_0}{s_1}}^{+\infty} \frac{(p_1-r_1)D_1 - (c_1-r_1)x_1 + (p_2+s_2-c_2)x_2 - \pi_0}{s_2} - \lambda [\pi_0 + s_1D_1 - (p_2-r_2)D_2 - (p_1+s_1-c_1)x_1 + (c_2-r_2)x_2]^\beta dF(D_1, D_2) \quad (15)$$

$$E(v_4^-(\Delta\pi)) = \int_{x_1}^{\frac{(p_1+s_1-c_1)x_1 + (p_2-c_2)x_2 - \pi_0}{s_1}} \int_{\frac{(p_1+s_1-c_1)x_1 + (p_2+s_2-c_2)x_2 - s_1D_1 - \pi_0}{s_2}}^{+\infty} + \int_{\frac{(p_1+s_1-c_1)x_1 + (p_2-c_2)x_2 - \pi_0}{s_1}}^{+\infty} \frac{(p_1-r_1)D_1 - (c_1-r_1)x_1 + (p_2+s_2-c_2)x_2 - \pi_0}{s_2} - \lambda [\pi_0 + s_1D_1 + s_2D_2 - (p_1+s_1-c_1)x_1 - (p_2+s_2-c_2)x_2]^\beta dF(D_1, D_2) \quad (16)$$

情况 2 当 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 < \pi_0$

时,其他三种情形的期望价值函数分别为

$$E(v_6^-(\Delta\pi)) = \int_0^{x_1} \int_{x_2}^{+\infty} -\lambda [\pi_0 - (p_1-r_1)D_1 + s_2D_2 + (c_1-r_1)x_1 - (p_2+s_2-c_2)x_2]^\beta dF(D_1, D_2) \quad (17)$$

$$E(v_7^-(\Delta\pi)) = \int_{x_1}^{+\infty} \int_0^{x_2} -\lambda [\pi_0 + s_1D_1 - (p_2-r_2)D_2 - (p_1+s_1-c_1)x_1 + (c_2-r_2)x_2]^\beta dF(D_1, D_2) \quad (18)$$

$$E(v_8^-(\Delta\pi)) = \int_{x_1}^{+\infty} \int_{x_2}^{+\infty} -\lambda [\pi_0 + s_1D_1 + s_2D_2 - (p_1+s_1-c_1)x_1 - (p_2+s_2-c_2)x_2]^\beta dF(D_1, D_2) \quad (19)$$

当 $D(D_1, D_2)$ 在上图所示阴影区域时,零售商感知“损失”,由式(1)、(5)和(11)得对应的期望价值函数为

$$E(v_5^-(\Delta\pi)) = \int_0^{x_1} \int_0^{x_2} -\lambda \left\{ \pi_0 - \sum_{i=1}^2 [-(c_i - r_i)x_i + (p_i - r_i)D_i] \right\}^\beta dF(D_1, D_2) \quad (13)$$

2) 情形 2、情形 3、情形 4 且零售商感知“损失”时的期望价值函数

情形 2、情形 3、情形 4 的分析过程完全类似于情形 1 这里不再赘述,求解结果如下:

情况 1 当 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 \geq \pi_0$ 时,其他三种情形的期望价值函数分别为

$$E(v_1^+(\Delta\pi)) = \int_{x_1}^{+\infty} \int_{x_2}^{+\infty} -\lambda [\pi_0 + s_1D_1 + s_2D_2 - (p_1+s_1-c_1)x_1 - (p_2+s_2-c_2)x_2]^\beta dF(D_1, D_2) \quad (19)$$

2.2 主观概率与权重函数

在前景理论中,概率权重函数中的概率是按照客观概率计算的,在这里零售商感知事件对应的客观概率为对应需求 $D = D(D_1, D_2)$ 的分布概率。

2.2.1 情况 1 当 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 \geq \pi_0$ 的情况

根据分布函数知识可知,在情形 1 时,即在式(7)中 $D = D(D_1, D_2)$ 分布在下图所示实线区域,为求解方便,补充如图示虚线区域,其大小与实线区域相等。此时,零售商感知“获得”,价值函数 $v_1^+(\Delta\pi)$ 在此情形下对应需求 $D = D(D_1, D_2)$ 的分布概率 P_1^+ 为

⑤ 情形 1 的情况 2 是指产品 1、2 均供过于求,且 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 < \pi_0$ 的情形。

$$P_1^+ = \frac{1}{2} \left[F(x_1, x_2) - F\left(\frac{(c_1 - r_1)x_1 + (c_2 - p_2)x_2 + \pi_0}{p_1 - r_1}, x_2\right) - F\left(x_1, \frac{(c_2 - r_2)x_2 + (p_1 - c_1)x_1 + \pi_0}{p_2 - r_2}\right) + F\left(\frac{(c_1 - r_1)x_1 + (c_2 - p_2)x_2 + \pi_0}{p_1 - r_1}, \frac{(c_2 - r_2)x_2 - (p_1 - c_1)x_1 + \pi_0}{p_2 - r_2}\right) \right] \quad (20)$$

其中 P_j^+ 和 P_j^- 分别表示零售商心理感知“获得”和“损失”时第 j 种情形的概率。

同理可知, 价值函数 $v_2^+(\Delta\pi)$ 、 $v_3^+(\Delta\pi)$ 、

对应的概率分别为 P_2^+ 、 P_3^+ 、 P_4^+ 、 P_1^- 、 P_2^- 、 P_3^- 、 P_4^- , 即

$$P_2^+ = \frac{1}{2} \left[F\left(x_1, \frac{(p_1 - r_1)x_1 + (p_2 + s_2 - c_2)x_2 - \pi_0}{s_2}\right) - F\left(\frac{(c_1 - r_1)x_1 - (p_2 - c_2)x_2 + \pi_0}{p_1 - r_1}, \frac{(p_1 - r_1)x_1 + (p_2 + s_2 - c_2)x_2 - \pi_0}{s_2}\right) - F(x_1, x_2) + F\left(\frac{(c_1 - r_1)x_1 - (p_2 - c_2)x_2 + \pi_0}{p_1 - r_1}, x_2\right) \right] \quad (21)$$

$$P_3^+ = \frac{1}{2} \left[F\left(\frac{(p_2 - c_2)x_2 + (p_1 + s_1 - c_1)x_1 - \pi_0}{s_1}, x_2\right) - F(x_1, x_2) - F\left(\frac{(p_2 - c_2)x_2 + (p_1 + s_1 - c_1)x_1 - \pi_0}{s_1}, \frac{(c_2 - r_2)x_2 - (p_1 - c_1)x_1 + \pi_0}{p_2 - r_2}\right) + F\left(x_1, \frac{(c_2 - r_2)x_2 - (p_1 - c_1)x_1 + \pi_0}{p_2 - r_2}\right) \right] \quad (22)$$

$$P_4^+ = \frac{1}{2} \left[F\left(\frac{(p_1 + s_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 - \pi_0}{s_1}, \frac{(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 + s_2 - c_2)x_2 - \pi_0}{s_2}\right) - F\left(x_1, \frac{(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 + s_2 - c_2)x_2 - \pi_0}{s_2}\right) - F\left(\frac{(p_1 + s_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 - \pi_0}{s_1}, x_2\right) + F(x_1, x_2) \right] \quad (23)$$

$$P_1^- = F(x_1, x_2) - P_1^+ \quad (24)$$

$$P_2^- = F(x_1, +\infty) - F(x_1, x_2) - P_2^+ \quad (25)$$

$$P_3^- = F(+\infty, x_2) - F(x_1, x_2) - P_3^+ \quad (26)$$

$$P_4^- = 1 - F(x_1, +\infty) - F(+\infty, x_2) + F(x_1, x_2) - P_4^+ \quad (27)$$

综上所述, 有 $\sum_{j=1}^4 (P_j^+ + P_j^-) = 1$ 满足累积前景理论概率之和等于 1。

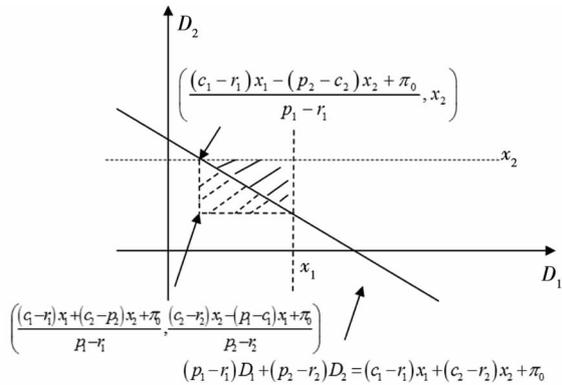


图 6 情形 1 在情况 1 下零售商感知“获得”时的可行域^⑥

Fig. 6 The feasible region when the retailer feels gains in case 1 of situation 1

2.2.2 情况 2 当 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 < \pi_0$ 的情况

此时零售商均感知“损失”, 价值函数对应的概率分析与求解方法均和 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 \geq \pi_0$ 时类似。所以价值函数 $v_5^-(\Delta\pi)$ 、 $v_6^-(\Delta\pi)$ 、 $v_7^-(\Delta\pi)$ 、 $v_8^-(\Delta\pi)$ 对应的概率分别为 P_5^- 、 P_6^- 、 P_7^- 、 P_8^- 即

$$P_5^- = F(x_1, x_2) - F(x_1, 0) - F(0, x_2) + F(0, 0) = F(x_1, x_2) \quad (28)$$

$$P_6^- = F(x_1, +\infty) - F(x_1, x_2) - F(0, +\infty) + F(0, x_2) = F(x_1, +\infty) - F(x_1, x_2) \quad (29)$$

$$P_7^- = F(+\infty, x_2) - F(x_1, x_2) - F(+\infty, 0) + F(x_1, 0) = F(+\infty, x_2) - F(x_1, x_2) \quad (30)$$

$$P_8^- = 1 - F(+\infty, x_2) - F(x_1, +\infty) + F(x_1, x_2) \quad (31)$$

综上所述, 有 $\sum_{j=5}^8 P_j^- = 1$, 满足累积前景理论概率之和等于 1。

零售商感知“获得”时, 四种情形下的概率分别为 P_1^+ 、 P_2^+ 、 P_3^+ 、 P_4^+ , 代入式(2)中得每种情形下的权重函数为

⑥ 情形 1 的情况 1 是指产品 1、2 均供过于求, 且 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 \geq \pi_0$ 的情形。

$$\omega^+(P_j^+) = \frac{(P_j^+)^{\gamma}}{((P_j^+)^{\gamma} + (1 - P_j^+)^{\gamma})^{1/\gamma}},$$

$$j = 1, 2, 3, 4$$

其中 $\omega^+(P_j^+)$ 和 $\omega^-(P_j^-)$ 分别表示零售商心理感知“获得”和“损失”时,第 j 种情形的权重函数.

当零售商感知“损失”时,八种情形下的概率分别为 $P_1^-, P_2^-, \dots, P_8^-$,代入式(3)中得到每种情形下的权重函数为

$$\omega^-(P_j^-) = \frac{(P_j^-)^{\delta}}{((P_j^-)^{\delta} + (1 - P_j^-)^{\delta})^{1/\delta}},$$

$$j = 1, 2, \dots, 8$$

2.3 前景效用函数及评价

Kahneman 等在前景理论(PT)中指出评价阶段的效用函数为

$$U(x) = \sum v_j(\Delta\pi) \omega(P_j) \quad (32)$$

式中 $v_j(\Delta\pi)$ 为第 j 种情形下的价值函数; $\omega(P_j)$ 为第 j 种情形下的概率权重函数.

1) 当 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 \geq \pi_0$ 时,由式(32)可得零售商前景效用函数为

$$U_1(x) = \sum_{j=1}^4 (E(v_j^+(\Delta\pi)) \omega^+(P_j^+) + E(v_j^-(\Delta\pi)) \omega^-(P_j^-)) \quad (33)$$

2) 当 $(p_1 - c_1)x_1 + (p_2 - c_2)x_2 < \pi_0$ 时,由式(32)可得零售商前景效用函数为

$$U_2(x) = \sum_{j=5}^8 E(v_j^-(\Delta\pi)) \omega^-(P_j^-) \quad (34)$$

将上文给出的 $E(v_j^+(\Delta\pi))$ 、 $\omega^+(P_j^+)$ 、 $E(v_j^-(\Delta\pi))$ 、 $\omega^-(P_j^-)$ 的表达式分别代入式(33)和(34)中,可得前景效用 $U_1(x)$ 和 $U_2(x)$ 的具体表达式.需说明的是,此处将前景理论中的价值函数代替为相应期望价值函数,是由于期望价值函数满足前景理论中对价值函数的所有性质要求,且其能够有效消除需求量的不确定性,便于求解.

根据式(33)和(34),代入各项实际数据及 $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda$ 等参数,可得出前景效用 U 与订货量 $x = x(x_1, x_2)$ 的函数,运用 MATLAB 编程进行数值计算,即可求出基于前景理论订货模型的最大前景值 $U(x)$ 与此时的最优订货量 $x^* = x^*(x_1^*, x_2^*)$.

3 算例分析

假设某公司需同时对 A、B 两种产品进行订货, A、B 产品的市场需求相互独立,为了明确分析零售商的心理参考点、风险态度等对两产品订货量的影响,本文合理设计如下四种基本产品信息情况:

- ① $D \sim N(200, 150^2)$, $p=12, c=7, s=1.5, r=5$
- ② $D \sim N(200, 30^2)$, $p=12, c=7, s=1.5, r=5$
- ③ $D \sim N(200, 150^2)$, $p=12, c=7, s=1.5, r=3$
- ④ $D \sim N(200, 150^2)$, $p=12, c=7, s=3, r=5$

其中 p 为销售价格, c 为批发价格, s 为缺货损失, r 为产品残值.下面分别讨论心理参考点和风险态度对订货量的影响.

1) 心理参考点对订货量的影响

设 $\alpha = 0.88, \beta = 0.88, \gamma = 0.61, \delta = 0.69, \lambda = 2.25$,心理参考点依次取 0、100、500、1 000、1 200、1 400、1 600、1 800、2 000、5 000、20 000.考虑以下三种情形:

1-a: 产品 A 满足产品信息情况 ①,产品 B 满足产品信息 ②(记为 ① + ②);

1-b: 产品 A 满足产品信息情况 ①,产品 B 满足产品信息 ③(记为 ① + ③);

1-c: 产品 A 满足产品信息情况 ①,产品 B 满足产品信息 ④(记为 ① + ④).

1-a、1-b、1-c 算例分别从两产品具有不同的需求不确定性、产品残值以及产品缺货损失三个方面,分析两产品的订货量随心理参考点的变化情况.

2) 零售商的不同风险态度对两产品订货量的影响

产品 A 满足产品信息情况 ①,产品 B 满足产品信息 ②(记为 ① + ②),心理参考点设为 500.考虑如下三种情形:

2-a: 设 $\gamma = 0.61, \delta = 0.69, \lambda = 2.25, \alpha, \beta$ 分别取如下组合 (0.91, 0.88)、(0.88, 0.88)、(0.88, 0.54)、(0.54, 0.88)、(0.54, 0.54)、(0.54, 0.25)、(0.25, 0.88)、(0.25, 0.25);

2-b: 设 $\alpha = 0.88, \beta = 0.88, \lambda = 2.25, \gamma, \delta$ 分

别取如下组合 (0.25, 0.25)、(0.25, 0.69)、(0.25, 0.91)、(0.61, 0.69)、(0.61, 0.91)、(0.74, 0.74)、(0.81, 0.91)、(0.91, 0.91);

2-c: 设 $\alpha = 0.88$, $\beta = 0.88$, $\gamma = 0.61$, $\delta = 0.69$, λ 分别取 1、1.5、2、2.25、2.5、3、3.5、4、5、6、12、24.

算例 2-a 分析仅当零售商对收益的风险态度系数 α, β 不同时, 其是如何影响订货量的. 算例 2-b 分析仅当零售商对需求不确定性的风险态度系数 γ, δ 不同时, 其是如何影响订货量的. 算例 2-c 分析仅当零售商对损失的厌恶系数 λ 不同时, 其是如何影响订货量的. 以上三个算例从不同维度分析零售商的风险态度对两产品订货量的影响.

将以上各算例的参数和数据分别代入式 (33) 及式 (34) 中进行计算, 求解结果如下:

3.1 心理参考点对订货量的影响

算例 1-a 中 A、B 产品的需求分别服从 (200, 150²)、(200, 30²) 的正态分布, 其他相关订货数据均相同, 即销售价格 $p_A = p_B = 12$, 批发价格 $c_A = c_B = 7$, 缺货损失 $s_A = s_B = 1.5$, 产品残值 $r_A = r_B = 5$. 两产品的最优订货量如下表所示.

表 1 需求不确定性不同时, 不同心理参考点下两产品的最佳订货量

Table 1 Optimal order quantities under different psychological reference point while the demand uncertainty is not the same

| 心理参考点 | A 产品 | B 产品 | 期望价值 |
|-------------------|------|------|------------|
| $\pi_0 = 0$ | 453 | 274 | 202.417 7 |
| $\pi_0 = 100$ | 442 | 273 | 187.57 |
| $\pi_0 = 500$ | 384 | 268 | 124.5 |
| $\pi_0 = 1\ 000$ | 232 | 257 | 50.489 |
| $\pi_0 = 1\ 200$ | 217 | 244 | 21.768 |
| $\pi_0 = 1\ 400$ | 212 | 207 | -4.827 |
| $\pi_0 = 1\ 600$ | 217 | 204 | -33.546 |
| $\pi_0 = 1\ 800$ | 229 | 203 | -68.982 |
| $\pi_0 = 2\ 000$ | 244 | 202 | -112.933 |
| $\pi_0 = 5\ 000$ | 221 | 200 | -776.192 |
| $\pi_0 = 20\ 000$ | 213 | 200 | -3\ 401.55 |

由表 1 可知: 1) 心理参考点不同时, 两产品的最优订货量亦不同. A 产品的平均最优订货量

为 278.55, 变化范围为 (-23.53% ~ 62.63%). B 产品的平均最优订货量为 230.181 8, 变化范围为 (-13.11% ~ 19.04%). 由此可知, 当两产品的风险不同时, 高风险的 A 产品的订货量随心理参考点的变化比低风险 B 产品明显, 即高风险产品相较于低风险产品对心理参考点更敏感. 2) 两产品的最优订货量随着心理参考点的变化趋势如图 7 所示, 可知: i) 当期期望价值为正时, 零售商风险厌恶, 两产品的订货量均随心理参考点的增加而减少; 对于高风险的 A 产品, 其最优订货量随着心理参考点的增加而迅速减少, 但低风险 B 产品的订货量随着心理参考点的增加有少量减少; 当心理参考点较小即趋近于 0 时, 虽是风险厌恶, 但高风险 A 产品的订货量仍高于低风险 B 产品的订货量; 随着心理参考点的增加, 低风险 B 产品的订货量将高于高风险 A 产品的订货量. 这表现出当面对收益时, 零售商具有风险厌恶的特性. ii) 当期期望价值为负时, 零售商风险偏好, 高风险的 A 产品的订货量均高于低风险 B 产品; 当心理参考点不是很大即小于 2 000 时, 由于面对损失是风险偏好的, 故其对高风险产品 A 的最优订货量会有所增加; 但当心理参考点达到一定值即超过 2 000 时, 虽是风险偏好的, 其对产品 A 的最优订货量也会逐渐减少. 此亦表现出当面对损失时, 零售商具有风险偏好的特性. 此算例所得结果与现实情况相一致, 当零售商的风险态度不一样时, 其订货行为有所不同, 说明此模型能更好地描述零售商的实际订货行为.

算例 1-b 中 A、B 产品的需求均服从 (200, 150²) 的正态分布, 两产品的残值不尽相同 $r_A = 5$, $r_B = 3$, 其他参数均相同, 即销售价格 $p_A = p_B = 12$, 批发价格 $c_A = c_B = 7$, 缺货损失 $s_A = s_B = 1.5$, 两产品的最优订货量如表 2 所示. 算例 1-c 中 A、B 产品的需求均服从 (200, 150²) 的正态分布, 但两产品的缺货损失不同 $s_A = 1.5$, $s_B = 3$, 其他参数均相同, 即销售价格 $p_A = p_B = 12$, 批发价格 $c_A = c_B = 7$, 产品残值 $r_A = r_B = 5$, 两产品的最优订货量如表 2 所示.

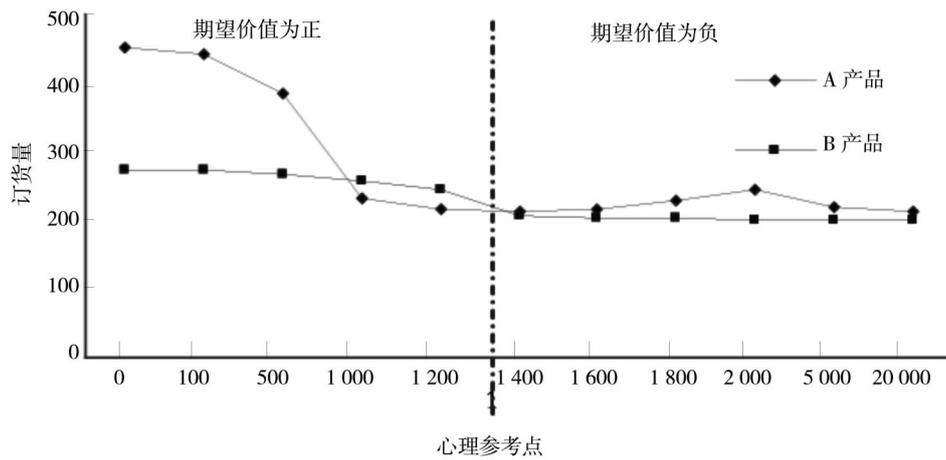


图7 需求不确定性不同的两产品最优订货量随心理参考点变化趋势图

Fig. 7 Optimal order quantities of two products , with different demand uncertainty , change trend along with the psychological reference point

表2 残值、缺货损失不同时 不同心理参考点下两产品的最佳订货量

Table 2 Optimal order quantities under different psychological reference point while the salvage value , the losses of unit shortage is not the same , respectively

| 心理参考点 | 算例 1-b | | 算例 1-c | |
|-------------------|--------|------|--------|------|
| | A 产品 | B 产品 | A 产品 | B 产品 |
| $\pi_0 = 0$ | 412 | 207 | 423 | 426 |
| $\pi_0 = 100$ | 397 | 206 | 412 | 415 |
| $\pi_0 = 500$ | 278 | 198 | 339 | 356 |
| $\pi_0 = 1\ 000$ | 233 | 195 | 246 | 270 |
| $\pi_0 = 1\ 200$ | 229 | 196 | 238 | 260 |
| $\pi_0 = 1\ 400$ | 228 | 199 | 235 | 255 |
| $\pi_0 = 1\ 600$ | 231 | 204 | 234 | 253 |
| $\pi_0 = 1\ 800$ | 235 | 211 | 235 | 254 |
| $\pi_0 = 2\ 000$ | 241 | 218 | 238 | 256 |
| $\pi_0 = 5\ 000$ | 220 | 213 | 220 | 226 |
| $\pi_0 = 20\ 000$ | 212 | 211 | 212 | 214 |

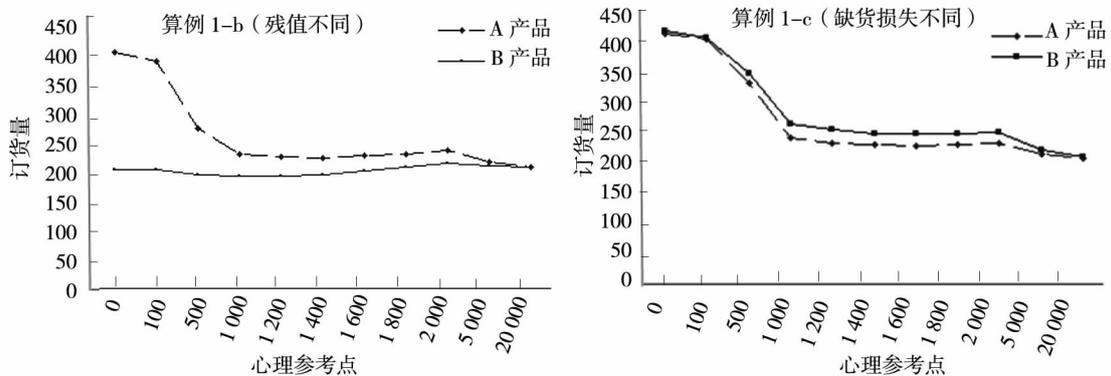


图8 残值、缺货损失不同的两产品最优订货量随心理参考点变化趋势图

Fig. 8 Optimal order quantities of two products , with different salvage values and losses of unit shortage , change trend along with the psychological reference point

算例 1-b 中 ,A 产品的残值大于 B 产品 ,其他参数均相同 ,相对而言 ,A 产品由于产品剩余带来

的损失(每单位) 比产品 B 少 ,为便于区分 ,视 A 产品为低风险产品 ,B 产品为高风险产品 ,由图 8

可知,随着心理参考点的变化,A产品的订货量均高于B产品,即低风险产品的订货量高于高风险的订货量。但算例1-c中,A产品的缺货损失小于B产品,其他参数均相同,则相对而言,A产品视为低风险产品,B产品为高风险产品,由图8可知,随着心理参考点的变化,A产品的订货量均小于B产品,即低风险产品的订货量低于高风险的订货量。由算例1-b、1-c可知,由于残值、缺货损失的不同,A、B产品的订货量有本质区别。但A、B产品的订货量随心理参考点的变化趋势相同,分析结果与算例1-a类似,在此不再赘述。

3.2 零售商的不同风险态度对两产品订货量的影响

第二组算例主要是分析零售商风险态度系数是如何影响两产品的订货量的。算例2-a是分析需求服从 $(200, 150^2)$ 、 $(200, 30^2)$ 的正态分布的A、B两产品的订货量是如何随风险态度系数 α 、 β 变化的。 α 、 β 主要影响价值函数,价值函数与 α 、 β 的关系如图9所示:当 α 值越小,“获得”部分的价值函数越接近X轴,即对获得越不敏感;当 β 值越小,“损失”部分的价值函数越接近X轴,即对损失越不敏感。运用MATLAB进行编程求解得出两产品的最优订货量如表3所示。

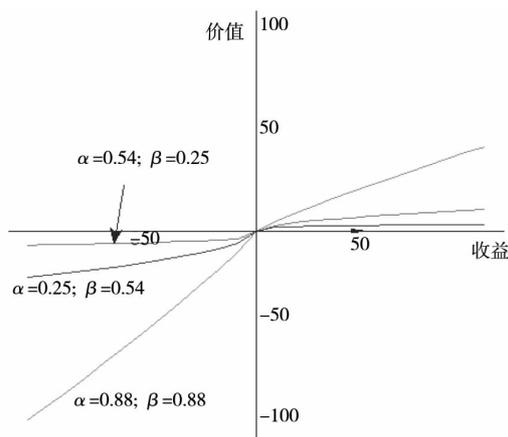


图9 价值函数与 α 、 β 的关系

Fig. 9 Relationship between the value function and the parameters α 、 β

由表3可知: 1) 当风险偏好系数 α 一定时,随着风险规避系数 β 值的增加,零售商对损失越敏感,高风险的A产品的订货量会迅速降低,低风险B产品的订货量仅有少量降低。2) 当风险规避系数 β 值一定时,随着风险偏好系数 α 的增加,零售商对“获得”越敏感,高风险的A产品的订货量会迅速增加,

低风险的B产品的订货量仅有少量增加。3) 当 α 、 β 的值均比较小时,即零售商对获得与损失均不太敏感时,会倾向于低风险产品,即B产品的订货量大于A产品的订货量;当 α 、 β 的值均比较大时,即零售商对获得与损失均比较敏感时,会倾向于高风险产品,即A产品的订货量大于B产品的订货量。

表3 算例2-a中不同 α 、 β 值下两产品的最佳订货量

Table 3 Optimal order quantities under different α 、 β

| 风险态度系数 | A 产品 | B 产品 |
|------------------------------|------|------|
| $\alpha = 0.25 \beta = 0.25$ | 123 | 272 |
| $\alpha = 0.25 \beta = 0.88$ | 126 | 162 |
| $\alpha = 0.54 \beta = 0.25$ | 422 | 275 |
| $\alpha = 0.54 \beta = 0.54$ | 347 | 268 |
| $\alpha = 0.54 \beta = 0.88$ | 175 | 266 |
| $\alpha = 0.88 \beta = 0.54$ | 432 | 273 |
| $\alpha = 0.88 \beta = 0.88$ | 384 | 268 |
| $\alpha = 0.91 \beta = 0.88$ | 394 | 269 |

同理,风险态度系数 γ 、 δ 主要影响决策权重函数, γ 、 δ 值越小,则决策者越倾向于高估小概率事件,而低估大概率事件,如图10所示。算例2-b正是分析需求服从 $(200, 150^2)$ 、 $(200, 30^2)$ 的正态分布的A、B两产品的订货量是如何随风险态度系数 γ 、 δ 变化的。求解结果如表4所示。

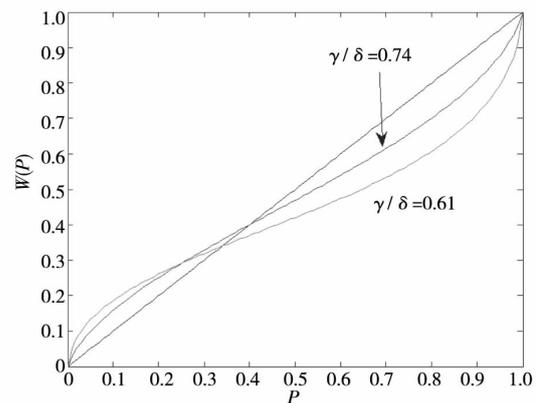


图10 权重函数与 γ 、 δ 的关系

Fig. 10 Relationship between the decision weighting function and the parameters γ 、 δ

由表4可知: 1) 当风险态度系数 γ 一定时,随着风险态度系数 δ 值的减少,高风险的A产品的订货量会有所增加,低风险B产品的订货量仅有少量增加。因为此时,零售商对损失赋予的权重会更高估小概率事件,则对小概率的损失更敏感,即是风险偏好的,尽可能减少损失。为了避免可能的高需求而供不应求的损失,随着 δ 值的

减少,零售商会增加 A 产品的订货量. 2) 当风险态度系数 δ 一定时,随着风险态度系数 γ 值的减少,高风险的 A 产品的订货量会有所减少,低风险的 B 产品的订货量仅有少量减少. 因为此时,零售商对获得赋予的权重会更高估小概率事件,则对小概率的获得更敏感,即是风险规避的,尽可能保证获得不会减少. 所以随着 γ 值的减少,零售商会减少 A 产品的订货量.

表 4 算例 2-b 中不同 γ, δ 值下两产品的最佳订货量

Table 4 Optimal order quantities under different γ, δ

| 风险态度系数 | A 产品 | B 产品 |
|-------------------------------|------|------|
| $\gamma = 0.25 \delta = 0.25$ | 305 | 219 |
| $\gamma = 0.25 \delta = 0.69$ | 284 | 212 |
| $\gamma = 0.25 \delta = 0.91$ | 285 | 211 |
| $\gamma = 0.61 \delta = 0.69$ | 384 | 268 |
| $\gamma = 0.61 \delta = 0.91$ | 378 | 268 |
| $\gamma = 0.74 \delta = 0.74$ | 410 | 271 |
| $\gamma = 0.81 \delta = 0.91$ | 416 | 271 |
| $\gamma = 0.91 \delta = 0.91$ | 425 | 273 |

算例 2-c 是分析损失厌恶系数 λ 对两产品订货量的影响. A、B 两产品的需求服从 $(200, 150^2)$ 、 $(200, 30^2)$ 的正态分布,最优订货量随损失厌恶系数 λ 变化的结果见表 5 及图 11.

表 5 算例 2-c 中不同 λ 值下两产品的最佳订货量

Table 5 Optimal order quantities under different λ

| 损失厌恶系数 | A 产品 | B 产品 |
|------------------|------|------|
| $\lambda = 1$ | 413 | 271 |
| $\lambda = 1.5$ | 401 | 270 |
| $\lambda = 2$ | 389 | 268 |
| $\lambda = 2.25$ | 384 | 268 |
| $\lambda = 2.5$ | 379 | 267 |
| $\lambda = 3$ | 368 | 267 |
| $\lambda = 3.5$ | 358 | 266 |
| $\lambda = 4$ | 348 | 265 |
| $\lambda = 5$ | 329 | 264 |
| $\lambda = 6$ | 311 | 264 |
| $\lambda = 12$ | 245 | 262 |
| $\lambda = 24$ | 212 | 259 |

参 考 文 献:

[1] Von Neumann J, Morgenstern O. The theory of games and economic behavior [M]. Princeton: Princeton University Press, 1944.
 [2] Schweitzer M E, Cachon G P. Decision bias in the newsvendor problem with a known demand distribution: Experimental evi-

由表 5 及图 11 可知,当损失厌恶系数较小时,高风险的 A 产品订货量高于低风险 B 产品;当损失厌恶系数不断增加时, A 产品的订货量迅速减少;当损失厌恶系数达到一定值时, A 产品的订货量将低于 B 产品. 这充分说明了产品的订货量与零售商的风险态度密切相关,与现实相符.

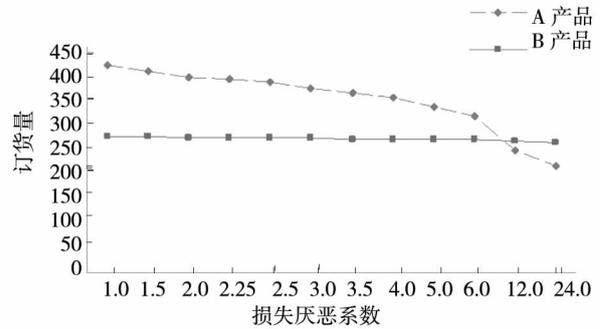


图 11 最优订货量随损失厌恶系数变化趋势图

Fig. 11 Optimal order quantities of two products change trend along with the loss aversion coefficient

以上算例从多个角度分析了基于前景理论的两产品订货问题,充分说明此模型能更好地描述零售商的复杂订货行为.

4 结 束 语

本文在前景理论的框架下,建立了零售商对两种产品的订货模型. 本模型相较于已有研究,将基于前景理论的单一产品扩展到了两个产品. 算例分析从需求不确定性、缺货损失、残值、心理参考点、风险态度系数、损失厌恶系数等多个角度分析了基于前景理论的两产品订货问题,结果表明零售商的实际订货行为是非常复杂的,会受心理及风险态度等多方面的影响,当零售商的风险态度不一样时,其订货行为将有所不同,且高风险产品相较于低风险产品对心理参考点更敏感. 在面对“获得”与“损失”时,零售商的风险态度有所不同,高、低风险产品的订货量随心理参考点的变化也不尽相同.

- dence [J]. *Management Science*, 2000, 46(3): 404–420.
- [3] Fisher M A, Raman A. Reducing the cost of demand uncertainty through accurate response to early sales [J]. *Operations Research*, 1998, 44: 87–99.
- [4] Wang C X, Webster S. Channel coordination for a supply chain with a risk-neutral manufacturer and a loss-averse retailer [J]. *Decision Sciences*, 2007, 38: 361–389.
- [5] Tian Y D, Huang A. Loss-averse supply chain coordination modeling [J]. *Control Engineering of China*, 2006, (13): 366–369.
- [6] Charles X, Wang. The loss-averse newsvendor game [J]. *Int. J. Production Economics*, 2010, (124): 448–452.
- [7] 刘作仪, 查勇. 行为运作管理: 一个正在显现的研究领域 [J]. *管理科学学报*, 2009, 12(4): 64–74.
Liu Zuoyi, Zha Yong. Behavioral operations management: An emerging research field [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2009, 12(4): 64–74. (in Chinese)
- [8] 刘晓峰, 黄沛. 基于策略型消费者的最优动态定价与库存决策 [J]. *管理科学学报*, 2009, 12(5): 18–26.
Liu Xiaofeng, Huang Pei. Optimal dynamic pricing and inventory policy under strategic customers [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2009, 12(5): 18–26. (in Chinese)
- [9] 刘咏梅, 彭民, 李立. 基于前景理论的订货问题 [J]. *系统管理学报*, 2010, 19(5): 481–490.
Liu Yongmei, Peng Min, Li Li. A study of order problem based on prospect theory [J]. *Journal of Systems Management*, 2010, 19(5): 481–490. (in Chinese)
- [10] 崔签, 陈剑, 肖勇波. 行为库存管理研究综述及前景展望 [J]. *管理科学学报*, 2011, 14(6): 96–108.
Cui Qian, Chen Jian, Xiao Yongbo. Behavioral inventory management: Research overview and prospects [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2011, 14(6): 96–108. (in Chinese)
- [11] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision making under risk [J]. *Econometrica*, 1979, 47(2): 263–291.
- [12] Quiggin J. A theory of anticipated utility [J]. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 1982, 3(4): 323–343.
- [13] Schmeidler D. Subjective probability and expected utility without additivity [J]. *Econometrica*, 1989, 57(3): 571–587.
- [14] Yaari Menahem E. The dual theory of choice under risk [J]. *Econometrica*, 1987, 55(1): 95–115.
- [15] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty [J]. *Journal of Risk and Uncertainty*, 1992, 5(4): 297–323.
- [16] Gonzalez R, Wu G. On the shape of the probability weighting function [J]. *Cognitive Psychology*, 1999, 38: 129–166.
- [17] Gonzalez R, Wu G. Curvature of the probability weighting function [J]. *Management Science*, 1996, 42(12): 1676–1690.

Two-product newsboy problem based on prospect theory

ZHOU Yan-ju, YING Ren-ren, CHEN Xiao-hong, WANG Zong-run

School of Business, Central South University, Changsha 410083, China

Abstract: Applying the prospect theory to analyzing the ordering model of two products under random demand is a new research approach. Based on the framework of prospect theory, this article analyzes the value function, subjective probability and decision weighting function while considering two products under random demand, and then the ordering model is established. This model considers two products while existing researches only consider a single product. It can be the foundation of researches on multi-production. It makes an important progress in the research of multi-product newsboy problem while using prospect theory. The ordering problem of two products based on prospect theory is analyzed from many different aspects in the numerical example, like the salvage value, the psychological reference points, the risk-attitude coefficients and so on. The results show that this model can be used to better describe the retailers' actual ordering behavior.

Key words: prospect theory; two-product newsboy problem; value function; subjective probability; decision weighting function