

多因素下累积分红寿险合同的公允定价模型^①

郑海涛, 秦中峰, 罗淇耀, 任若恩, 柏满迎
(北京航空航天大学经济管理学院, 北京 100191)

摘要: 累积分红寿险合同的价格受死亡、退保、最小保证利率、年度分红和终了分红政策等多种因素影响, 与一般分红寿险合同相比, 其最重要的特征是存在终了分红权, 现有研究鲜有建立这些因素共同影响下的终了分红权定价模型, 以确定累积分红寿险合同的公允价值。为此, 文章把传统精算定价理论与金融未定权益估值理论相结合, 分4个步骤建立了多因素下累积分红寿险合同的公允定价模型和终了分红权的定价模型, 并分析了死亡率、最小保证利率、年度分红率、终了分红率和退保因素等对终了分红权的影响, 给出了不同影响因素下累积分红寿险的年均衡保费。通过蒙特卡罗方法对定价模型进行了模拟计算, 并与传统的定价模型进行对比, 研究发现: 终了分红权的价值要高于退保权, 终了分红的存在抑制了退保; 随着死亡率、最小保证利率、终了分红利率的上升, 无风险利率、年度分红率、资产波动率的下降, 终了分红的价值呈现增加的趋势。

关键词: 累积分红寿险; 终了分红权; 退保权; 死亡率; 均衡保费

中图分类号: F830 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2014)12-0060-15

0 引言

累积分红保险是融保障、分红和投资于一体, 代表最新潮流的非传统型寿险产品。这种产品出现在20世纪80年代中期, 由英国标准人寿保险公司最早开发和推广。自2004年首次引入以来, 它已成为我国寿险市场上新的业务增长点。累积分红保险与传统分红保险的区别在于对分红的处理方式不同, 一般, 累积分红保险为保户提供1个账户, 保户的保险费存入该账户。寿险公司保证累积分红险的投资账户以一个最小保证利率计息, 且根据寿险公司的投资业绩和具体的分红策略进行年度红利和终了红利的分配。终了红利是累积分红寿险区别于其他分红寿险的最重要特征, 其目的之一是为了限制累积分红寿险的退保率。那

么, 终了红利的引入是否达到了目的? 另一方面, 终了红利是寿险公司对被保险人的或有责任, 会受很多因素的影响, 需要寿险公司提前预留准备金应付未来责任的变化, 也需要对这项或有责任收取适当的保费。在死亡、退保、最小保证利率、年度分红等因素的作用下, 终了红利是否会有较大的变化? 这决定了终了红利权的定价。为了研究这两个问题, 就需要建立累积分红寿险在多因素作用下的公允定价模型, 并以此为基础开展敏感性分析。

从累积分红保险的特征可看出, 它包含有比较多的期权或保证, 比如最小保证利率、年度分红权、终了红利权和退保权等。在利率稳定的条件下, 这些利率保证和内嵌期权多数处于虚值, 但是随着利率波动的加剧, 这些期权就会处于实值, 并

① 收稿日期: 2011-05-25; 修订日期: 2013-07-10.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70901003; 71001003; 71171009; 71031001; 71071009; 71371021); 中国保险监督管理委员会部级研究课题资助项目(QNA201011); 北京市哲学社会科学规划资助项目(11JGC102); 中央高校基本科研业务费资助项目(YWF-13-A02-09).

作者简介: 郑海涛(1978—), 男, 湖北宜昌人, 博士, 副教授, 硕士生导师. Email: zhsea26@263.net

且价值不可忽略,这在现实社会中引起了很大的损失^②。事实表明,这些内嵌期权是有价值的,但是用传统精算方法定价的寿险产品未能准确估计寿险产品中内嵌期权的价值,从而低估了这类寿险产品的价格^[1]。因此,必须建立含内嵌期权的寿险合同定价理论与方法,合理确定相关寿险产品的价格,正确评估它们的责任准备金,分析它们对寿险公司偿付能力的影响,并在寿险公司的财务报表中披露出来^[2-4]。

目前,已有较多学者对内嵌期权进行了定价研究(如表 1),讨论了内嵌这些期权的寿险合同定价问题。这些内嵌期权的寿险合同定价研究从两大类方向进行扩展:一方面,按照不同的寿险合同展开,其中,分红保险的相关研究最多;另一方面,针对某一种寿险产品,深入研究内嵌各类期权的产品定价及相关问题,包括寿险产品特征的考虑、资产价值行为模型的选择等。关于投资连结寿险和其他非分红寿险,不是本文的主题,这里仅列出一些相关研究。

表 1 各文献所研究的寿险合同种类和内嵌期权的类型

Table 1 Type of life insurance and embedded option in the research literature

寿险产品	内嵌期权名称	考虑了重要保险特征	相关文献
投资连结 保险,万能 寿险	最低收益保证		Brennan 和 Schwartz ^[5] ; Boyle 和 Schwartz ^[6] ; Baccinello 和 Ortu ^[7] ; Nielsen 和 Scandmann ^[8] ; Moller ^[9] ; 胥会平 ^[10]
	最低收益保证; 退保权		Grosen 和 Jørgensen ^[11] ; 陈杰 ^[12] ; 李学锋等 ^[13] ; Shen Weixi 和 Xu Huiping ^[14] ; 魏广胜 ^[15] ; 周桦 ^[16]
	最低收益保证; 退保权	期缴保费, 死亡率风险	Zheng Haitao 等 ^[17]
分红保险	带最小保证利率的分红权		Briys 和 De Varenne ^[18] ; Grosen 和 Jørgensen ^[3] ;
	带最小保证利率的分红权; 退保权		杨舸和田澎 ^[19]
	棘轮式分红		Hansen 和 Miltersen ^[20] ; Miltersen 和 Persson ^[21] ; Kling 等 ^[22]
	棘轮式分红; 退保权		Grosen 和 Jørgensen ^[2] ; Jensen 等 ^[23] ; Tanskanen 和 Lukkarinen ^[24] ;
	棘轮式分红; 退保权	期缴保费, 死亡率风险	Bacinello ^[25-26] ; 柏满迎和陈丹 ^[27]
	英国平滑红利分配机制		Ballotta ^[28]
	退保权; 减额缴清权		Steffensen ^[29] ; Bacinello 等 ^[30]
	保费缴纳权; 利率保证; 分红权	期缴保费, 死亡率风险	Gatzert 和 Schmeiser ^[4]
利率保证; 分红权、年金转换权; 退保权		Baione 等 ^[31]	

在分红保险方面,各学者首先从单期模型入手研究分红保险中的分红权定价问题。Briys 和 De Varenne^[18]选取法国市场中的一类内嵌最小保证利率和年度分红权(盈余的一定百分比)的分红保险产品作为研究对象,基于未定权益估值理论建立该类分红保险的负债和权益价值表达

式。Grosen 和 Jørgensen^[3]在该模型的基础上进行扩展,把保险人的偿付能力风险和相应的监管限制机制引入模型,应用障碍期权(barrier option)定价方法估计了该产品的负债价值。杨舸和田澎^[19]在 BV 模型基础上考虑了退保权。然而,这些研究采用的是单期模型,难以对每年均分红的

② 美国的第一执行(First Executive)公司、澳大利亚的 HIH 寿险公司、日本的 Nissan 共同人寿等这些寿险行业里具有良好声誉的公司在 20 世纪八、九十年代最终皆因陷入偿付能力危机而倒闭。造成这些寿险公司破产的原因主要归为 3 点:一是绝大部分人寿保险合同中存在利率保证,但多数寿险公司却缺乏对此的认识和妥善管理的措施;二是人寿保险和年金产品中普遍包含一些内嵌期权(embedded options),这些内嵌期权是寿险合同的一部分并构成了寿险公司的负债,但大部分寿险公司却忽略了这些期权的价值和带来的信用风险;三是历史成本的账面会计方式使得寿险企业的财务报表失去了偿付能力风险的预警作用,甚至不少企业的财务报表在倒闭前仍处于“良好”的状态。评估在人寿保险领域中的运用受到 IASB 的大力推动,而基于公允价值寿险负债的评估更成为此项研究的重要部分。惨痛的市场教训使得金融监管机构、国际会计准则委员会(IASB)以及金融领域的研究人员开始重新审视寿险公司的会计计量属性、寿险负债的评估方式以及监管机制的合理性。

“棘轮式分红”险种进行定价研究. 此后,为了弥补单期模型的缺陷,学者们开始建立多期模型. Grosen 和 Jørgensen^[2]建立了内嵌年度棘轮式 (cliquet-style) 分红的分红保险负债价值评估的多期模型,该模型还内嵌了退保权. 这样,分红保险合同可分解为无风险债券、分红期权以及退保期权 3 个部分. Jensen 等^[23]、Tanskanen 和 Lukkarinen^[24]考虑了分红寿险合同中的最低利率保证、各种形式的分红期权价值和退保权价值后,提出了有限差分方法来计算分红寿险合同的价值. 秦旭和韩文秀^[32]也提出了有限差分法进行数值运算. Ballotta^[28]利用未定权益估值理论对英国最普遍的分红保险产品进行价值评估. 建模时假定资产价值的变动服从列维过程 (Levy process),对红利建模时考虑英国实行的“平滑”红利分配机制.

在考虑其他内嵌期权方面,Steffensen^[29]假设投保人的期权执行行为是理性的 (最优停止理论),建立了含退保权和减额缴清权的一般估值模型. Gatzert 和 Schmeiser^[4]在随机利率和现金流估值模型下研究了保费缴纳权 (包括减额缴清权,重新缴纳保费权,灵活缴纳保费权),他们综合考虑利率保证、分红权、死亡率、期缴保费等对保费缴纳权的影响,估计在最坏情景下的这些期权对保险公司负债的影响.

在考虑多因素方面,Bacinello^[25-26]、柏满迎和陈丹^[27]在多期模型基础上考虑了趸缴保费和期缴保费类型,死亡率风险. Kling 等^[22]建立了含棘轮式利率保证、含违约风险的分红保险对保险公司负债、资产配置和管理决策的影响模型,且指出这些参数之间是有影响的. 接着,Gatzert 和 Schmeiser^[4]、Baione 等^[31]进一步扩展了内嵌期权的种类. 在资产价格行为模型方面,表 1 中的文献基本都是基于几何布朗运动假设,但是在各式期权定价的模型中,存在多种资产价格行为模型,比如 Levy 过程 (如吴恒煜和朱福敏^[33])、双分氏布

朗运动 (如肖炜麟等^[34])、模糊危机过程 (如马勇等^[35])、在 Heston 随机波动率下的多资产价格模型 (如李静和周娇^[36]),等等. 但是,在上述文献中,只有少数学者在考虑死亡率风险下研究内嵌期权的分红寿险的年均衡保费问题,这为本文累积分红保险产品的定价问题提供了很好的研究基础. 在累积分红保险的定价方面,徐楠楠等^[37]在没有考虑死亡率、退保率的情况下,建立了年度分红权和终了分红权的定价模型,得到终了红利价值非常小的结论,很显然,这个结论并没有体现出终了红利对退保的抑制作用,因此,需要在考虑退保率和死亡率的情况下重新建立终了红利的公允定价模型,以分析终了红利的的作用. Bacinello^[25-26]等把传统精算定价理论与金融未定权益估值理论相结合,采用二叉树模型模拟资产方的价值,建立了年度分红权的公允定价模型,但是,该模型没有建立终了红利的公允定价模型. 本文就是要建立多因素下终了红利的定价模型,在假定资产价值服从几何布朗运动^③下,全面研究死亡率、最小保证利率、年度分红率、无风险利率和退保因素等对终了红利的的影响,给出不同影响因素下累积分红寿险的年均衡保费.

1 累积分红保险合同与定价因素

本文考虑在初始时刻 ($t = 0$) 投保、保单期限为 T 的累积分红两全保险,投保人^④以年缴均衡保费 P 的形式获得如下保险利益: 若被保险人在保单期限 T 内死亡,则其将在保险年度末获得基本保险金额 C_1 和相应的年度分红,若被保险人生存到保单期限且没有退保,则其还可获得终了红利. 对于该保单,保险公司赋予投保人 1 个保险账户,该账户的初始账面余额为 P ,并且规定每年的最低保证收益率为 i ^⑤. 除此之外,依照保险公司的年度投资收益和最终经营状况,投保人还享

③ 本文为了突出终了红利的研究重点,没有扩展资产价格行为模型变化对终了红利的的影响,这将是下一步研究内容.

④ 为了简化问题的描述,本文假定投保人与被保险人为同一个人.

⑤ 为了体现保险的保障作用,累积分红保险通常规定了最低保证收益率. 例如,由恒安标准人寿公司推出的首款累积分红保险产品,其最低保证收益率为 1.8%.

有年度红利和终了红利两项分红收益. 其中, 年度红利是按照保险公司的年度投资业绩来分配的, 并且直接累积到投保人的保险账户里, 而终了红利则是在该保单到期时, 根据保险公司的最终盈余状况而决定的.

1.1 传统的精算定价模型

在最简单两全保险定价模型(记为模型 1)中, 先不考虑退保、费用率和分红率的因素, 根据传统精算定价理论, 年龄为 x 岁的被保险人, 其投保该保险的年缴均衡保费 P_1 可表示为

$$\begin{aligned}
 P_1 &= C_1 P_{x:\overline{n}|i} = C_1 \frac{A_{x:\overline{n}|i}}{a_{x:\overline{n}|i}} \\
 &= C_1 \frac{\sum_{t=1}^{T-1} (1+i)^{-t} |q_x + (1+i)^{-T} {}_{T-1}P_x}{\sum_{t=0}^{T-1} (1+i)^{-t} {}_tP_x} \quad (1)
 \end{aligned}$$

式中, i 是年度复利率; ${}_{t-1}|q_x$ 是年龄为 x 岁的被保险人在第 t 年(即 $t-1$ 时与 t 时之间)死亡的概率, ${}_tP_x$ 是年龄为 x 岁的被保险人活过 t 年的概率. 这些概率依赖于被保险人的年龄 x , 这可从生命表中获得.

1.2 纳入年度分红特征后的分红保险

现在, 将分红特征纳入到模型 1 中, 首先考虑累积分红保单的年度分红. 年度分红实际上是增加了被保险人的年度给付金额, 记为 C_t , 它等于初始保险金额 C_1 加上年度分红. 在模型 1 中的其他条件不变, 保单在 t 时的责任准备金 ${}_tV$ (在缴纳年度保费和支付保险给付之前) 为

$$\begin{aligned}
 {}_tV &= C_t A_{x+t:\overline{T-t}|i} - P_2 \ddot{a}_{x+t:\overline{T-t}|i} \\
 &= C_t \left[\sum_{h=1}^{T-t} (1+i)^{-h} {}_{h-1}|q_{x+t} + (1+i)^{-T} {}_{T-t}P_{x+t} \right] - \\
 &\quad P_2 \sum_{h=0}^{T-t-1} (1+i)^{-h} {}_hP_{x+t} \\
 &\quad t = 1, 2, \dots, T-1 \quad (2)
 \end{aligned}$$

但是, 式(2)不是用来计算责任准备金的, 因为其中的保额和保费都还没有确定下来. 本文将在这个基础上建立分红机制, 从而确定累积分红保单的年度给付金额, 这是进行保单定价的基础. 假设责任准备金按当期责任准备金的一定比例增

加, 为

$$(\Delta V)_t = {}_tV z_t \quad t = 1, 2, \dots, T-1 \quad (3)$$

这些责任准备金同时都被保险公司投资于金融市场等, 形成了一个投资组合 $A(t)$, 该组合的投资收益率为 g_t . 根据分红保险的政策, 要将 g_t 中的部分分给被保险人, 这个比例设为 η , 即投资组合 $A(t)$ 的投资收益中有 ηg_t 是属于被保险人的收益, 应该包括在责任准备金的增加中. 同时, 分红保险要求被保险人的责任准备金以不低于最小保证利率 i 的收益率增加, 因此, 要求

$$(1+i)(1+z_t) = \max(1+i, 1+\eta g_t) \quad t = 1, 2, \dots, T-1 \quad (4)$$

式(4)设定了资产收益率与累积分红保单的年度分红(它依赖于责任准备金的增加)之间的关系. 把式(2)和(3)结合起来, 可得到累积分红保单的包含年度分红的给付金额 C_t , 即

$$C_t = C_1 \left\{ \prod_{k=1}^{t-1} (1+z_k) - \sum_{k=1}^{t-1} \left[z_k \left(1 - \frac{k}{T}\right) \prod_{h=k+1}^{t-1} (1+z_h) \right] \right\} \quad t = 2, 3, \dots, T \quad (5)$$

上述这个式子的证明见文献[26], 这实际上把分红保险的年度分红转化为了变动保额, 把这个模型称为模型 2. 该模型下的年均衡保费定义为 P_2 .

1.3 累积分红保险

在模型 2 的基础上, 累积分红保险还要考虑在保单到期日 T 支付给投保人以终了红利. 为了反映这个终了红利, 需要在到期日 T 建立新的给付金额 C_T , 其他时期的保险支付与模型 2 相同, 定义它为模型 3, 年均衡保费为 P_3 . 根据累积分红保险的特点, 终了红利是根据保险公司的最终盈余状况而决定的, 具体来说, 当保单到期时, 若保险公司投资资产的市值不足以支付投保人的账户余额 ${}_T V$ (此时实际为给付金额 C_t), 那么投保人就只能得到资产的市值 $A(T)$; 而若保险公司的资产市值大于投保人的账户余额, 则投保人可得到保险公司最终盈余一定比例的份额, 即终了红利. 为此, 需要首先建立累积分红保单的简易资产负债表(表 2), 该表可看作是累积分红保险的资产负债表在初始 0 时刻(缴纳年度均衡保费后)和 t 时刻的简易形式.

表 2 累积分红保险资产负债表

Table 2 Balance sheet of unitized participating life insurance

时间点	资产	负债和权益
0 时刻	A_0	$P_0; E_0$
	A_0	A_0
t 时刻	$A(t)$	$E(t); {}_tV$
	$A(t)$	$A(t)$

如表 2 在 0 时刻,基于该累积分红保险的资产的市场价值为 A_0 ,而保险公司对投保人的保险责任为 P_0 ,其余部分为股东权益 E_0 . 经过一段时间后,在 t 时刻,资产的市场价值为 $A(t)$,而保险公司的负债和股东权益的价值分别用 ${}_tV$ 和 $E(t)$ 来表示. 当在 T 时刻,保险公司的负债为 C_T . 令 $R(T)$ 表示保险公司在保单到期时的盈余 β 为终了红利的分配率,则投保人享有的终了红利可以表述为

$$\beta R(T) = \beta (A(T) - C_T)^+ \quad (6)$$

因此,在保单到期时,保险公司的负债 C_T 就可以表述为

$$C_T = \begin{cases} A(T) & \text{若 } A(T) \leq C_T \\ C_T + \beta R(T) & \text{若 } A(T) > C_T \end{cases} \quad (7)$$

2 资产的价值模型与资产收益率

根据上述累积分红保险的特点,如果要通过变动的给付金额来反映年度分红和终了红利,必须对资产项的价值变动情况进行研究. 本文假定:金融市场是完全且无摩擦的,即不存在信息不对称、税收、费用、交易成本和卖空的限制等情形.

在累积分红保险的资产账户中,在每一个保单年初都有现金的流入(年均衡保费 P),从而形成资金额逐步上涨的资产账户特点,每个保单年流入的年均衡保费 P 与该时刻资产组合形成新的资产组合初始值,假设资金的流入不改变整个投资期的资产组合策略. 保险公司将投资账户的资产投资于完全分散化的指定投资组合,用 $A(t)$ 来表示 t 时刻资产的市场价值. 这里并不单独考虑资产配置于银行存款、债券、实物资产与股票的情况,而是从资产的总体水平上来研究. 假设资产在每一个保单年 $[t - 1, t)$ 内的变动满足几何布

朗运动,即

$$dA(t_s) = \mu A(t_s) dt + \sigma A(t_s) dW(t_s),$$

$$A(t_0) = A(t - 1) + P \quad (8)$$

$$t_s \in [t - 1, t), t = 1, 2, \dots, T, A(0) = 0$$

式中, μ, σ 为常数; $W(\cdot)$ 是在 $[t - 1, t)$ 下,定义在概率空间 (Ω, \mathcal{F}, P) 上的标准布朗运动, P 为在上述 3 个模型下每个保单年初缴纳的年均衡保费.

依据 Harrison 和 Kreps^[38] 的研究,对式 (8) 在等价风险中性概率测度 Q 下求解,可得

$$dA(t_s) = rA(t_s) dt + \sigma A(t_s) dW^Q(t_s) \quad (9)$$

式中, r 为无风险市场利率,其值为连续的,即以连续复利计算可以得到年利率值为 $e^r - 1$; σ 为投资收益的标准差,反映了资产的波动率; $W^Q(\cdot)$ 是在风险中性概率测度下的标准布朗运动.

求解式 (9) 就可得到 t 时刻的资产价值(在缴纳年均衡保费前) $A(t)$ 为

$$A(t) = [A(t - 1) + P] \exp \left[\left(r - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) + \sigma W^Q(t_s) \right] \quad (10)$$

或者可得到资产在 $[t - 1, t)$ 内的年投资收益率 g_t 为

$$g_t = \left(r - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) + \sigma W^Q(t_s) - 1 \quad (11)$$

进一步,对式 (10) 进行迭代求解,可得到累积分红保险在到期日 T 的资产价值 $A(T)$.

3 累积分红保险的定价模型与价格构成分析

利用未定权益(contingent claim)估值理论和精算技术建立模型对此类分红保险进行定价.

3.1 基本两全保险合同的保费定价模型

在无风险市场利率 r 下,利用精算技术求解模型 1 下的年均衡保费 P_1 ,这是基本两全保险合同下的保费定价模型,该保费表示为

$$P_1 = C_1 P_{x:\bar{n}|r} = C_1 \frac{A_{x:\bar{n}|r}}{\ddot{a}_{x:\bar{n}|r}} \quad (12)$$

式中, $C_1 A_{x:\bar{n}|r}$ 用 U^{P_1} 表示,它是趸缴保费,可看成

是考虑了死亡率风险的债券价值. 随着死亡率的升高, $A_{x:\bar{n}|r}$ 的值增加, U^{P_1} 与 P_1 均随着死亡率提高而增加.

3.2 分红两全保险合同的保费定价模型

在分红两全保险合同下, 可变给付金额 C_t ($t=1, 2, \dots, T$) 在被保险人死亡或活过到期日 T 时在相应的保单日支付. 假设保险公司风险中性, 分红两全保险合同的死亡率风险和金融风险相互独立, 这样, 可以采用两个阶段来计算该保险产品的趸缴保费, 然后得到年均衡保费 P_2 . 首先, 将可变给付金额 C_t 都贴现到 0 时刻, 然后, 再计算这些贴现值 $\pi(C_t)$ 的期望值得到该保单的趸缴保费.

假设在 1 时刻的给付金额为 C_1 , 为确定值, 即通常所说的保险金额, 则在 0 时刻的现值为

$$\pi(C_1) = C_1(1+r)^{-1} \quad (13)$$

当 $t > 1$ 时

$$\pi(C_t) = E^Q[C_t(1+r)^{-t}] \quad (14)$$

$$\begin{aligned} E[C_t e^{-\delta t} - C_{t-1}] &= E[C_{t-1}][e^{-\delta t} E\max(1+i, 1+\eta g_t) - 1] - C_1 E\max(i, \eta g_t) \left(1 - \frac{t-1}{T}\right) e^{-\delta t} \\ &= e^{-\delta t} [E[C_{t-1}][E\max(i, \eta g_t) + 1 - e^{\delta}] - C_1 E\max(i, \eta g_t) \left(1 - \frac{t-1}{T}\right)] \\ &= e^{-\delta t} [E\max(i, \eta g_t) (E[C_{t-1}] - C_1 \left(1 - \frac{t-1}{T}\right)) + E[C_{t-1}][1 - e^{\delta}]] \end{aligned}$$

根据上式可以看出, 相邻两期的给付现值的增加值与最小保证利率 i 或者分红率 η 均为正相关关系. 因此当最小保证利率或者分红率上升时, 对于后一期给付现值比前一期大的, 其差距会进一步扩大; 反之, 对于后一期给付现值比前一期小的, 其差距会逐渐缩小. 由于第 1 期的给付现值 $C_1 \exp\{-r_j\}$ 是常数, 所以随着最小保证利率或者分红率的上升, 除第 1 期外的各期给付的现值都会增加, 从而引起保费的增加. 同时, 由于给付现值整体提高, 而第 1 期的给付现值不变, 因此给付现值的重心将往期末移动, 这也意味着死亡率对模型 2 保费的影响将会更加显著.

3.3 累积分红两全保险合同的保费定价模型

在累积分红两全保险合同下, 被保险人活过到期日 T 时保险给付金额 C_T 中包括了终了红利, 这由式(7)反映. 若被保险人在到期日前死亡, 则与模型 2 相同. 该保单的趸缴保费为

即

$$\begin{aligned} \pi(C_t) &= C_1(1+r)^{-t} \left\{ \prod_{k=1}^{t-1} E^Q(1+z_k) - \sum_{k=1}^{t-1} \left[\left(1 - \frac{k}{T}\right) E^Q(z_k) \prod_{h=k+1}^{t-1} E^Q(1+z_h) \right] \right\} \\ & \quad t = 2, 3, \dots, T \end{aligned} \quad (15)$$

则该保单的趸缴保费为

$$U^{P_2} = \sum_{t=1}^{T-1} \pi(C_t) {}_{t-1}q_x + \pi(C_T) {}_{T-1}p_x \quad (16)$$

该趸缴保费与基本两全保险的趸缴保费之差, 就是分红权的价值. 该保单的年均衡保费 P_2 为

$$P_2 = \frac{U^{P_2}}{\ddot{a}_{x:\bar{n}|r}} \quad (17)$$

从式(16)可看出, 死亡率的增加会引起保费的增加. 为进一步探讨最小保证利率、分红率等因素对保费的影响, 根据式(15), 把相邻两期给付现值的差值表示为

$$\begin{aligned} U^{P_3} &= \sum_{t=1}^T \pi(C_t) {}_{t-1}q_x + \pi(C_T) {}_T p_x \\ &= U^{P_2} + [\pi(C_T) - \pi(C_T)] {}_T p_x \end{aligned} \quad (18)$$

式中 $[\pi(C_T) - \pi(C_T)] {}_T p_x$ 即为累积分红权的价值. 另外, 保险给付金额 C_T 的贴现值为

$$\pi(C_T) = E^Q[C_T(1+r)^{-T}] \quad (19)$$

根据以上阐述, 式(19)中的 $R(T)$ 与到期日资产价值 $A(T)$ 相关. 由于该模型未考虑退保因素的影响, 所以对该保单负债的估值是个欧式期权的定价问题. 该保单的年均衡保费 P_3 与 P_2 的表达式类似.

3.4 累积分红两全保险合同(含退保权)的保费定价模型

现在, 在上述模型基础上再引入退保机制. 假设退保只能在每年保单生效对应日 $t = 1, 2, \dots, T$ 进行, 保单持有人如果退保, 可以获得完全的责任准备金 V , 但得不到终了红利. 所以, 保单持有人

在时刻 τ 退保时的给付金额 ${}_tV$ 由式 (2) 决定,即

$${}_tV = C_t A_{x+t:\overline{T-t}|r} - P_3 \ddot{a}_{x+t:\overline{T-t}|r} \quad t = 1, 2, \dots, T-1 \quad (20)$$

式中扣减的年缴保费采用 P_3 是因为该保险是在累积分红保险上做出退保决策的.

保单持有人的退保策略: 保单持有人在时刻 τ 根据当时所获得的信息 (τ 时刻的无风险利率、责任准备金与资产价值) 决定是否退保, 最优的退保决策是保单持有人在合同中获得最大可能的现金流贴现值. 根据上述分析, 该现金流的贴现值为

$${}_tU^{P_4} = \sum_{i=1}^{\tau} \pi(C_i) {}_{t-1}q_x + \pi({}_tV) {}_t p_x \quad (21)$$

根据退保规则, 该保单的趸缴保费为

$$U^{P_4} = E^Q [\sup_{\tau \in \Gamma[0, T-1]} ({}_tU^{P_4})] \quad (22)$$

式中 $\Gamma[0, T-1]$ 为所有取值在 $[0, T-1]$ 上的停时. 这实际上是在美式期权中嵌套了欧式期权, 属于复合期权的定价问题. 上式没有显示解, 下文将使用最小二乘蒙特卡罗方法求出它的数值解. 退保期权价值为 $U^{P_4} - U^{P_3}$.

4 累积分红保险定价模型的数值求解

要对累积分红保险进行定价, 首先就要模拟资产在时刻 $t = 1, 2, \dots, T$ 的价值 $A(t)$ 与对应的收益率 g_t . 然后, 估计可变给付金额的贴现值 $\pi(C_t)$. 这包括在模型 3 中的保险给付金额 C_t 的贴现值 $\pi(C_t)$, 模型 4 中的 $\pi({}_tV)$. 具体的思路就是通过风险中性概率测度 \hat{P} 下模拟一系列资产的收益, 来得到资产路径的模拟, 通过在每一个保单年 $[t-1, t]$ 内重复 m 次的模拟来得到大量的资产的值 $A^i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, m$), 从而获得 g_t . 因此, 结合未定权益的定价理论, 可以得到时刻 $t = 1, 2, \dots, T$ 的 $\pi(C_t)$ 、 $\pi(C_t)$ 和 $\pi({}_tV)$.

需要指出的是, 在式 (10) 中均衡保费 P 的设定, 这是本文需要确定的结果. 从模型中可以看出, 除了模型 3 外, 各个模型不需要 $A(t)$ 的绝对数, 而需要其对应的收益率 g_t , 所以, 假设在资产

模拟中都采用均衡保费 P_1 . 但对模型 3, 根据累积分红保险的设计, 需要采用模型 2 中的均衡保费 P_2 来模拟在时刻 T 时的资产价值.

所以, 在各个模型的定价过程中, 需要按照模型的先后顺序进行定价: 即首先根据中国寿险业生命表 (2000—2003), 计算模型 1 的趸缴保费和均衡保费; 然后, 利用该结果和上述资产模拟程序, 计算模型 2 的趸缴保费和均衡保费, 依次类推. 最后, 根据这些结果, 计算分红权、终了分红权、退保权的价值.

5 数值计算的结果与分析

对上述模型进行数值求解并进行分析. 首先, 确定本模型所采用的死亡率来自《中国人寿保险业经验生命表 (2000—2003)》非养老金业务表 (男). 对于该累积分红保险, 其基本保险金额 C_1 为 10 000 元, 投保期限为 $T = 10$. 在进行模拟前, 需要对模型中的参数值进行设定, 这些参数包括金融市场变量 (σ, r)、保险合同变量 (x, i, η, β) 以及模拟次数 m . 对这些变量赋予不同的取值, 模拟得到的结果也将不同. 以下来探讨这些参数的取值以确定基准值, 然后进行敏感性分析. 本文设定被保险人的投保年龄 $x = 40$. 对于最小保证利率 i , 我国寿险保单的预定利率在 1997 年前一直维持在 8.8% 的高水平, 随着投资收益率不断降低导致巨额利差损失问题的出现, 寿险公司不得不下调最小保证利率. 1999 年我国寿险保单的预定利率下调到 2.5%, 至今一直维持在这个水平. 近年来, 各寿险公司推出的累积分红保险产品的最小保证利率以这一预定利率为上限, 因此, 在模拟时将 i 的值设为 2.5%. 保单年度红利分配率 η 和终了红利分配率 β 均反映了红利分配策略. 考虑到中国保监会的规定, 这里设定年度红利分配率的基准值为 75%, 终了红利分配率的基准值为 50%. 对于反映金融市场的变量 (r, σ), 对无风险利率, 设定基准值为 4%. σ 是投资资产收益的波动率, 代表了资产投资的风险, 由于我国保监会对保险公司资产的投资有严格的规定, 保险公司

的投资要符合安全性原则. 因此, 这里取 σ 值的基准值为 15%. 由于重复模拟的次数越多, 估计值的精确度就越高. 因此, 为了得到较高的模拟精确度, 对每种情景进行 10 万次 ($m = 100\ 000$) 的模拟来得到最终的结果. 根据以上参数值的选定, 通过数值计算得到累积分红保单的定价结果.

根据上述分析, 确定基准值为: $x = 40$, $i = 2.5\%$, $\eta = 75\%$, $\beta = 50\%$, $r = 4\%$, $\sigma = 0.15\%$. 根据基准值, 得到各个模型的趸缴保费和年度保费

$$U^{P_1} = 6\ 776.4, U^{P_2} = 9\ 522.4, U^{P_3} = 9\ 717.1, U^{P_4} = 9\ 729.2$$

$$P_1 = 808.496\ 1, P_2 = 1\ 136.1, P_3 = 1\ 159.4, P_4 = 1\ 160.8$$

从而, 可以确定年度分红权的价值 $U^{P_2} - U^{P_1}$ 为 2 746; 终了分红权的价值 $U^{P_3} - U^{P_2}$ 为 194.7; 退保权的价值 $U^{P_4} - U^{P_3}$ 为 12.1. 由此可以看出, 退

保权的价值是最低的, 其所收的年度保费也只有 1.4. 终了分红权的价值是次低的, 仅占趸缴保费 U^{P_2} 的 2.0%. 而年度分红权的价值比较大, 占基本趸缴保费 U^{P_1} 的 40.5%. 这表明累积分红保险中, 内嵌期权价值最大的还是年度分红权, 但由于终了红利权的存在, 退保权的价值大幅降低, 会降低退保行为的发生.

表 3 至表 8 分别列示了各个参数的敏感性分析结果. 表 3 表示被保险人年龄在 40 岁到 60 岁每增加 1 岁时结果, 表 4 表示无风险利率在 2% 至 10% 之间每增加 0.5% 时的结果, 表 5 表示最小保证利率在 0 至 5% 之间每增加 0.5% 时的结果, 表 6 表示年度红利分配率在 20% 至 100% 之间每增加 10% 时的结果, 表 7 表示终了红利分配率在 20% 至 90% 之间每增加 10% 时的结果, 表 8 表示资产波动率在 5% 至 50% 之间每增加 5% 时的结果.

表 3 累积分红保单的年度均衡保费及其构成 (随 x 变化)

Table 3 Annual premium and its composition of unitized participating life insurance with respect to x

x	P_1	年度分红权	P_2	终了分红权	P_3	退保权	P_4
40	808.496 1	327.66	1 136.151	23.18	1 159.328	1.48	1 160.805
45	811.830 7	326.69	1 138.526	25.07	1 163.592	0.25	1 163.841
50	817.083	326.98	1 144.059	28.12	1 172.18	0.00	1 172.18
55	827.286 5	324.30	1 151.591	33.34	1 184.935	0.00	1 184.935
60	848.439 3	322.46	1 170.898	44.43	1 215.331	0.00	1 215.331

从表 3 至表 8 的结果可看出, 从年度分红权、终了分红权和退保权的均衡保费来看, 跟基准情况一样, 年度分红权的价值最大, 其次是终了分红权, 最小的是退保权. 基本两全保险的均衡保费与年龄和无风险利率相关, 在其他情况下, 其均衡保费是基准情况下的均衡保费.

从表 4 结果可看出, 当其他因素不变的情况下, 随着无风险利率的增加, 各险种的均衡保费下降. 这主要因为市场利率 r 的降低使得保单负债价值中的年度分红期权价值、终了分红期权的价值以及退保期权的价值都呈现上升趋势. 这都凸现了内嵌期权价值和各险种均衡保费对市场利率的敏感程度. 年度分红权的价值占基本两全保险的均衡保费的比率由 35.32% 增加到了 61.78% (当市场利率为 10% 时), 终了分红权的价值占分

红两全保险均衡保费的比率由 1.35% 增加到了 5.37%, 退保权价值比率由 0.10% 增加到了 0.22%.

从表 5 结果可看出, 在其他因素不变的情况下, 随着最小保证利率的增加, 各分红险种的均衡保费呈现上升趋势, 当没有利率保证时, 各分红险种的均衡保费是最低的, 分红权的价值是最低的, 退保权的价值是最高的. 最小保证利率反映的是资产增值的最低要求, 这与年度分红是息息相关的, 最小保证利率越高, 资产增值越大, 当年度分红比率保持 75% 不变时, 年度分红也越多, 年度分红权的价值占基本两全保险的均衡保费的比率由 33.12% 增加到了 50.03%. 但是, 最小保证利率的变化对终了分红权的价值占比的影响不是很大, 基本保持在 2.0% 左右, 表明在较高年度分红

的情况下, 终了分红权对最小保证利率不是很敏感. 对于退保权, 其价值比率由 0.23% 增加到了 0.07%, 这表明资产收益率高的情况下, 退保的价

值是比较低的. 通过分析, 对于累积分红保险来说, 确定最小保证利率的大小与分红保险类似, 仅需要考虑年度分红权和退保权, 这需要权衡两者的大小.

表 4 累积分红保单的年度均衡保费及其构成(随 r 变化)

Table 4 Annual premium and its composition of unitized participating life insurance with respect to r

r (%)	P_1	P_2	P_3	P_4	年度分红权	终了分红权	退保权
2.0	902.67	1 221.508	1 237.951	1 239.139	318.84	16.44	1.19
2.5	878.208 9	1 199.98	1 217.81	1 218.917	321.77	17.83	1.11
3.0	854.368 1	1 177.206	1 196.574	1 197.537	322.84	19.37	0.96
3.5	831.134 7	1 156.853	1 178.226	1 179.89	325.72	21.37	1.66
4.0	808.496 1	1 136.825	1 159.985	1 161.546	328.33	23.16	1.56
4.5	786.439 7	1 116.733	1 142.056	1 143.482	330.29	25.32	1.43
5.0	764.953 1	1 097.295	1 124.417	1 126.281	332.34	27.12	1.86
5.5	744.024 1	1 078.783	1 107.853	1 109.505	334.76	29.07	1.65
6.0	723.640 4	1 060.524	1 092.174	1 093.655	336.88	31.65	1.48
6.5	703.790 3	1 043.461	1 076.775	1 078.883	339.67	33.31	2.11
7.0	684.461 7	1 026.737	1 062.452	1 064.414	342.28	35.71	1.96
7.5	665.643 2	1 010.531	1 048.683	1 050.34	344.89	38.15	1.66
8.0	647.323	994.770 7	1 035.522	1 037.113	347.45	40.75	1.59
8.5	629.49	979.578 5	1 022.356	1 024.57	350.09	42.78	2.21
9.0	612.132 8	964.880 4	1 010.13	1 011.805	352.75	45.25	1.68
9.5	595.240 5	950.081 3	997.876 8	999.888 6	354.84	47.80	2.01
10.0	578.802 2	936.384 2	986.697 4	988.839 4	357.58	50.31	2.14

表 5 累积分红保单的年度均衡保费及其构成(随 i 变化)

Table 5 Annual premium and its composition of unitized participating life insurance with respect to i

i (%)	P_1	P_2	P_3	P_4	年度分红权	终了分红权	退保权
0.0	808.496 1	1 076.31	1 097.247	1 099.802	267.81	20.94	2.55
0.5	808.496 1	1 087.249	1 109.046	1 111.482	278.75	21.80	2.44
1.0	808.496 1	1 098.134	1 120.066	1 122.078	289.64	21.93	2.01
1.5	808.496 1	1 109.368	1 131.922	1 133.912	300.87	22.55	1.99
2.0	808.496 1	1 122.572	1 145.685	1 146.802	314.08	23.11	1.12
2.5	808.496 1	1 136.522	1 159.442	1 161.15	328.03	22.92	1.71
3.0	808.496 1	1 149.711	1 173.277	1 174.452	341.21	23.57	1.17
3.5	808.496 1	1 165.169	1 189.18	1 190.525	356.67	24.01	1.34
4.0	808.496 1	1 180.09	1 204.271	1 205.121	371.59	24.18	0.85
4.5	808.496 1	1 195.928	1 220.906	1 221.408	387.43	24.98	0.50
5.0	808.496 1	1 212.981	1 238.197	1 239.078	404.49	25.22	0.88

表 6 累积分红保单的年度均衡保费及其构成(随 η 变化)Table 6 Annual premium and its composition of unitized participating life insurance with respect to η

η (%)	P_1	P_2	P_3	P_4	年度分红权	终了分红权	退保权
20	808.496 1	930.719 8	955.497 4	955.497 4	122.22	24.78	0.00
30	808.496 1	961.243 1	986.276 4	986.276 4	152.75	25.03	0.00
40	808.496 1	996.030 2	1 021.141	1 021.141	187.53	25.11	0.00
50	808.496 1	1 033.23	1 058.137	1 058.137	224.73	24.91	0.00
60	808.496 1	1 073.243	1 097.721	1 097.721	264.75	24.48	0.00
70	808.496 1	1 114.942	1 138.569	1 139.914	306.45	23.63	1.35
80	808.496 1	1 157.558	1 179.908	1 182.179	349.06	22.35	2.27
90	808.496 1	1 204.076	1 225.174	1 228.02	395.58	21.10	2.85
100	808.496 1	1 252.464	1 272.166	1 276.229	443.97	19.70	4.06

从表 6 结果可看出,当其他因素不变的情况下 η 值越大,保单价值的估计值有增大的趋势。 η 愈大,保险公司的分红策略就对投保人愈有利,因此所对应的分红期权价值也就显著增加,从而使整个保单的价值有增大的趋势。从这个结果发现,年度分红过高,退保权的价值增加,会增加退保率,因此,年度分红率不宜过高。

从表 7 结果可看出,在其他因素不变的情况下,终了分红权随着终了分红率的增加而增大,在终了分红率过低时,对产品的需求者没有任何吸引力,因为终了分红权的价值为 0。从数据来看,保险公司可尽量提高终了分红率,一方面可有效抑制退保,另一方面,它对年度分红权基本没有影响。

表 8 描述了资产波动率变动时累积分红保单价值的估计结果。当资产波动率提高时,年度分红权的价值增加,特别当资产波动率大于 40% 时,

年度分红权的价值超过了基本两全保险的价值,这表明年度分红权的价值受资产波动率影响很大。因此,对于保险公司来说,如果分红两全保险的均衡保费要高于基本两全保险的保费过多,那么要求保险公司的资产运用于较高风险的资产。但是,当前,中国保监会严格规定了分红保险的资产运用范围,投资于股票市场的份额一般在 15% 左右,这限制了投资资产的资产波动率的变化范围,因此,反过来,现有分红两全保险的均衡保费不能高于基本两全保险太多,否则,定价是过度的。对于终了分红权和退保权,一个有意思的结论是资产波动率越大,终了分红期权的价值为 0,这表明如果投资趋于风险性,那么持有该保单到期所获得的收益基本没有,对应的退保率比较高,对应的退保价值也比较高。这个结论证明了必须对保险公司的资产投资风险进行监管,限制保险公司的资产运用渠道及其对应的比例。

表 7 累积分红保单的年度均衡保费及其构成(随 β 变化)Table 7 Annual premium and its composition of unitized participating life insurance with respect to β

β (%)	P_1	P_2	P_3	P_4	年度分红权	终了分红权	退保权
20	808.496 1	1 136.22	1 136.22	1 136.22	327.72	0.00	0.00
30	808.496 1	1 135.676	1 135.676	1 135.676	327.18	0.00	0.00
40	808.496 1	1 136.547	1 136.547	1 137.025	328.05	0.00	0.48
50	808.496 1	1 136.162	1 159.503	1 161.037	327.67	23.34	1.53
60	808.496 1	1 136.447	1 184.323	1 184.924	327.95	47.88	0.60
70	808.496 1	1 136.189	1 207.74	1 208.728	327.69	71.55	0.99
80	808.496 1	1 136.293	1 233.59	1 234.115	327.80	97.30	0.53
90	808.496 1	1 136.429	1 257.781	1 258.255	327.93	121.35	0.47

表 8 累积分红保单的年度均衡保费及其构成(随 σ 变化)Table 8 Annual premium and its composition of unitized participating life insurance with respect to σ

σ (%)	P_1	P_2	P_3	P_4	年度分红权	终了分红权	退保权
5	808.496 1	984.37	1 043.966	1 042.492	175.87	59.60	0.00
10	808.496 1	1 056.848	1 101.58	1 100.225	248.35	44.73	0.00
15	808.496 1	1 136.489	1 159.686	1 161.004	327.99	23.20	1.32
20	808.496 1	1 221.239	1 221.239	1 227.791	412.74	0.00	6.55
25	808.496 1	1 314.004	1 314.004	1 325.137	505.51	0.00	11.13
30	808.496 1	1 415.381	1 415.381	1 432.113	606.88	0.00	16.73
35	808.496 1	1 519.888	1 519.888	1 542.056	711.39	0.00	22.17
40	808.496 1	1 640.59	1 640.59	1 671.013	832.09	0.00	30.42
45	808.496 1	1 764.303	1 764.303	1 797.054	955.81	0.00	32.75
50	808.496 1	1 906.063	1 906.063	1 943.521	1 097.57	0.00	37.46

表 9 描述了死亡率变动时累积分红保单价值的估计结果。当不考虑死亡率时,与基准情景相比,各种模型下的年均均衡保费都要小,因为死亡率风险的引入改变了寿险公司承担的风险责任,改变了未来的给付现金流。年度分红权、终了分红权和退保权都发生了变化,其中终了分红权的价值上升。这些都表明,在累积分红寿险保单中,死亡率风险会影响内嵌期权的价值,从而影响累积分红寿险的公允价值。

当考虑死亡率时,随着死亡率上升,所有期缴保费都有所上升,死亡率上升引起的未来死亡给付现值上升是主要因素之一。影响期缴保费的因

素还包括:死亡率上升导致的年度分红期权价值减少,退保权价值减少与终了分红期权价值增加等。这些内嵌期权的价值为什么会随着死亡率变化而变化呢?随着死亡率上升,保险给付领取时间提前,投保人享受的年度分红减少,因此年度分红期权价值降低。随着死亡率的上升,退保权的价值下降,表明退保率也会出现下降,终了分红权的价值增加限制了退保行为。死亡率和退保率都是影响投保人持有到期的因素,死亡率的上升伴随着退保率的下降,死亡率的上升使得投保人更希望持有保单到期以得到保险保障,因此终了分红的价值随着增加。

表 9 累积分红保单的年度均衡保费及其构成(随死亡率变化)

Table 9 Annual premium and its composition of unitized participating life insurance with respect to mortality rate

死亡率变化(%)	P_1	P_2	P_3	P_4	年度分红权	终了分红权	退保权
0	797.246 7	1 124.211 1	1 161.900 4	1 163.549 8	326.96	37.69	1.65
-20	803.350 9	1 129.409 3	1 170.405 8	1 171.802 4	326.06	41.00	1.40
-10	804.115 4	1 130.060 6	1 171.465 7	1 172.826 5	325.95	41.41	1.36
100	804.880 3	1 130.712 2	1 172.524 8	1 173.843 7	325.83	41.81	1.32
+10	805.645 5	1 131.364 1	1 173.583 3	1 174.894 9	325.72	42.22	1.31
+20	806.411 0	1 132.016 4	1 174.641 0	1 175.911 8	325.61	42.62	1.27

注:表中死亡率变化中的“0”表示不考虑死亡率,“100”表示基准情景,使用《中国人寿保险业经验生命表(2000—2003)》非养老金业务表(男)中的死亡率, $\pm 10\%$ (或 $\pm 20\%$)表示死亡率在基准情景上增加或减少 10% (或 20%)。

6 结束语

随着国际会计准则委员会(IASB)在保险领

域大力推行以公允价值为基础的会计体系,保险负债公允价值评估逐渐成为会计、精算领域探讨的一大热点,特别是内嵌期权的价值评估。本文针对我国保险市场上出现的新型产品——累积分红

保险的特点,综合考虑死亡、退保、最小保证利率、分红政策等多种影响因素,建立了基于公允价值计量属性的累积分红保险估值模型。由于累积分红保险为投保人提供了最低保证收益率以及年度、终了分红权,因此模型中的估值原理与或有要求权(contingent claim)估值理论和金融市场无套利定价原则相一致。由估值模型可以看出,累积分红保险的公允价值可以分解为 4 个组成部分,即基本两全保险价值、年度分红权、终了分红权以及退保权。本文把传统精算定价理论与金融未定权益估值理论相结合,分 4 个步骤逐步建立了多因素下累积分红寿险合同的公允定价模型,给出了不同影响因素下累积分红寿险的年均衡保费。

由于模型中累积分红保单的收益形式对于资产的价值变化是高路径依赖的,本文采用蒙特卡洛模拟的方法,通过数值计算估计出不同情景组合下累积分红保险各部分的价值,并与传统的定价模型进行对比,还分解了该保险中的退保权、累积分红权、年度分红权等价格构成。根据数值计算的结果分析了累积分红保险价值对于被保险人年龄、年度红利分配、终了红利率、最小保证利率以及市场利率 r 和资产波动率 σ 的敏感性。研究结果表明,总体来说,对累积分红保险的定价决不能忽略其中内嵌期权和利率保证的价值,同样,在对累积分红保险的负债评估中也是如此,因此,应该考虑在资产负债表中单独披露内嵌期权的价值。从数值模拟结果看,各期权的价值由大到小依次为:年度分红权、终了分红权和退保权。从敏感性分析来说,随被保险人年龄的增加,基本两全保险合同的年均衡保费增加,年度分红权和退保权的价值减少,终了分红权的价值增加;随着无风险利率的增加,各险种的均衡保费下降,年度分红期权价值、终了分红期权的价值以及退保期权的价值都呈现上升趋势;随着最小保证利率的增加,各分

红险种的均衡保费呈现上升趋势; η 值越大,保单价值的估计值有增大的趋势;终了分红权随着终了分红率的增加而增大;当资产波动率提高时,年度分红权和退保权的价值增加,而终了分红权的价值降低;随着死亡率的增加,期缴保费增加,年度分红权和退保权的价值降低,而终了分红权的价值增加。这些表明:针对被保险人年龄、最小保证利率、年度分红率、终了分红率、资产波动率和死亡率等因素变化的影响,终了分红权的价值变化明显不同于退保权的价值变化,可通过控制相关因素抑制退保率。

通过分析,对累积分红保险的各利益相关者来说,需要注意如下几点:1) 终了分红的存在,在一定程度上抑制了保单的退保,这突出了累积分红保险的特点,特别是对被保险人年龄比较大时;2) 内嵌期权价值和各险种均衡保费对市场利率的敏感程度非常高,这凸显了在寿险负债的公允价值评估中,需要单独列示内嵌期权的价值;3) 对于累积分红保险来说,确定最小保证利率的大小与普通分红保险类似,仅需要考虑年度分红权和退保权;4) 年度分红过高,退保权的价值增加,会增加退保率,因此,年度分红率不宜过高;5) 保险公司可尽量提高终了分红率,一方面可有效抑制退保,另一方面,它对年度分红权基本没有影响;6) 对于保险公司来说,如果分红两全保险的均衡保费要高于基本两全保险的保费过多,那么要求保险公司的资产运用于较高风险的资产。反过来,现有分红两全保险的均衡保费不能高于基本两全保险太多,否则,定价是过度的;7) 保监会必须对保险公司的资产投资风险进行监管,限制保险公司的资产运用渠道及其对应的比例。因为如果投资趋于风险性,那么持有该保单到期所获得的收益基本没有,对应的退保率比较高,对应的退保价值也比较高。这不利于保护投保人的利益。

参 考 文 献:

- [1] Santomero A M, Babbel D F. Financial risk management by insurers: An analysis of the process [J]. *Journal of Risk and Insurance*, 1997, 64(2): 231 - 270.
- [2] Grosen A, Jørgensen P L. Fair valuation of life insurance liabilities: The impact of interest rate guarantees, surrender op-

- tions, and bonus policies [J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2000, 26(1): 37–57.
- [3] Grosen A, Jørgensen P L. Life insurance liabilities at market value: An analysis of insolvency risk, bonus policy, and regulatory intervention rules in a barrier option framework [J]. *Journal of Risk and Insurance*, 2002, 69(1): 63–91.
- [4] Gatzert N, Schmeiser H. Assessing the risk potential of premium payment options in participating life insurance contracts [J]. *Journal of Risk and Insurance*, 2008, 75(3): 691–712.
- [5] Brennan M J, Schwartz E S. The pricing of equity-linked life insurance policies with an asset value guarantee [J]. *Journal of Financial Economics*, 1976, 3(3): 195–213.
- [6] Boyle P P, Schwartz E S. Equilibrium prices of guarantees under equity-linked contracts [J]. *Journal of Risk and Insurance*, 1977, 44(4): 639–660.
- [7] Bacinello A R, Ortu F. Pricing equity-linked life insurance with endogenous minimum guarantees [J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 1993, 12(3): 245–257.
- [8] Nielsen J A, Scandmann K. Equity-linked life insurance: A model with stochastic interest rates [J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 1995, 33(2): 283–296.
- [9] Møller T. Hedging equity-linked life insurance contracts [J]. *North American Actuarial Journal*, 2001, 5(2): 79–95.
- [10] 胥会平. 一类具有利率保障的投资连结保单的定价问题 [D]. 上海: 复旦大学数学研究所, 2001.
Xu Huiping. The valuation of unit-linked policies with interest rate guarantees [D]. Shanghai: Institute of Mathematics Fudan University, 2001. (in Chinese)
- [11] Grosen A, Jørgensen P L. Valuation of early exercisable interest rate guarantees [J]. *Journal of Risk and Insurance*, 1997, 64(3): 481–503.
- [12] 陈杰. 一类投资连结保单定价模型中自由边界的渐近性态 [J]. *复旦学报(自然科学版)*, 2004, 43(3): 323–328.
Chen Jie. Asymptotic behavior of free boundary in the model of the value of equity-linked policy [J]. *Journal of Fudan University: Natural Science*, 2004, 43(3): 323–328. (in Chinese)
- [13] 李学锋, 李萍, 柏晓晖. 随机利率下含退保期权的投资连接寿险模型 [J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2005, 33(1): 111–113.
Li Xuefeng, Li Ping, Bai Xiaohui. A unit-linked life insurance model for embedding a surrender option under stochastic interest rate [J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology: Nature Science*, 2005, 33(1): 111–113. (in Chinese)
- [14] Shen Weixi, Xu Huiping. The valuation of unit-linked policies with or without surrender options [J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2005, 36(1): 79–92.
- [15] 魏广胜. 求解自由退保边界的新方法 [J]. *复旦学报(自然科学版)*, 2005, 44(3): 375–381.
Wei Guangsheng. New method to solve free boundary [J]. *Journal of Fudan University: Natural Science*, 2005, 44(3): 375–381. (in Chinese)
- [16] 周桦. 中国万能寿险投资账户最低收益率保证与退保期权的定价研究 [J]. *系统工程理论与实践*, 2013, 33(3): 557–568.
Zhou Hua. Valuation of the guaranteed interest rate and the surrender options embedded in universal policies: The Chinese case [J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2013, 33(3): 557–568. (in Chinese)
- [17] Zheng Haitao, Luo Qiyao, Ren Ruoen, et al. Pricing and insolvency risk evaluating of embedded options in universal insurance considering mortality rate [J]. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2013, 9(9): 3701–3714.
- [18] Briys E, De Varenne F. Life insurance in a contingent claim framework: Pricing and regulatory implications [J]. *The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory*, 1994, 19(1): 53–72.
- [19] 杨舸, 田澎. 存在退保时分红寿险定价的最小二乘蒙特卡罗模拟 [J]. *管理工程学报*, 2006, 20(3): 62–66.

- Yang Ge, Tian Peng. Least square Monte Carlo simulation for valuation of participating life insurance embedding a surrender option [J]. *Journal of Industrial Engineering and Engineering Management*, 2006, 20(3): 62–66. (in Chinese)
- [20] Hansen M, Miltersen K R. Minimum rate of return guarantees: The Danish case [J]. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2002, 2002(4): 280–318.
- [21] Miltersen K R, Persson S A. Guaranteed investment contracts: Distributed and undistributed excess return [J]. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2003, (4): 257–279.
- [22] Kling A, Richter A, Ruß J. The interaction of guarantees, surplus distribution, and asset allocation in with profit life insurance policies [J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2007, 40(1): 164–178.
- [23] Jensen B, Jørgensen P L, Grosen A. A finite difference approach to the valuation of path dependent life insurance liabilities [J]. *The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory*, 2001, 26(3): 57–84.
- [24] Tanskanen A J, Lukkarinen J. Fair valuation of path-dependent participating life insurance contracts [J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2003, 33(3): 595–609.
- [25] Bacinello A R. Pricing guaranteed life insurance participating policies with annual premiums and surrender option [J]. *North American Actuarial Journal*, 2003, 7(3): 1–17.
- [26] Bacinello A R. Fair valuation of a guaranteed life insurance participating contract embedding a surrender option [J]. *Journal of Risk and Insurance*, 2003, 70(3): 461–487.
- [27] 柏满迎, 陈丹. 寿险公司分红保险负债估价的进一步研究 [J]. *金融研究*, 2007, (6): 164–180.
Bai Manying, Chen Dan. On the liability evaluation for participating life insurance [J]. *Journal of Financial Research*, 2007, (6): 164–180. (in Chinese)
- [28] Ballotta L. Alevy process-based framework for the fair valuation of participating life insurance contracts [J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2005, 37(1): 173–196.
- [29] Steffensen M. Intervention options in life insurance [J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2002, 31(1): 71–85.
- [30] Bacinello A R, Biffis E, Millossovich P. Pricing life insurance contracts with early exercise features [J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2009, 233(1): 27–35.
- [31] Baione F, De Angelis P, Fortunati A. On a fair value model for participating life insurance policies [J]. *Investment Management and Financial Innovations*, 2006, 3(2): 105–115.
- [32] 秦旭, 韩文秀. 求解寿险负债估价问题的有限差分法研究 [J]. *天津大学学报(自然科学与工程技术版)*, 2003, 36(6): 773–776.
Qin Xu, Han Wenxiu. Study on a finite difference approach to the valuation of insurance liabilities [J]. *Journal of Tianjin University: Science and Technology*, 2003, 36(6): 773–776. (in Chinese)
- [33] 吴恒煜, 朱福敏. GARCH 驱动下历史滤波服从 Levy 过程的期权定价 [J]. *系统工程学报*, 2012, 27(3): 327–337.
Wu Hengyu, Zhu Fumin. Option pricing for historical filtering on Levy processes driven by GARCH [J]. *Journal of Systems Engineering*, 2012, 27(3): 327–337. (in Chinese)
- [34] 肖炜麟, 张卫国, 徐维东. 双分式布朗运动下股本权证定价 [J]. *系统工程学报*, 2013, 28(3): 348–354.
Xiao Weilin, Zhang Weiguo, Xu Weidong. Pricing equity warrants in a bifractional Brownian motion [J]. *Journal of Systems Engineering*, 2013, 28(3): 348–354. (in Chinese)
- [35] 马勇, 张卫国, 刘勇军, 等. 模糊随机环境中的欧式障碍期权定价 [J]. *系统工程学报*, 2012, 27(5): 641–647.
Ma Yong, Zhang Weiguo, Liu Yongjun, et al. Pricing European barrier options in fuzzy and stochastic environment [J]. *Journal of Systems Engineering*, 2012, 27(5): 641–647. (in Chinese)
- [36] 李静, 周娇. Heston 随机波动率模型下一类多资产期权的定价 [J]. *系统工程学报*, 2012, 27(3): 320–326.
Li Jing, Zhou Jiao. Pricing some multi-asset options under Heston stochastic volatility [J]. *Journal of Systems Engineering*, 2012, 27(3): 320–326. (in Chinese)

- [37]徐楠楠,任若恩,郑海涛. 基于公允价值的累积分红寿险负债估价模型[J]. 系统工程理论与实践,2010,30(8): 1396-1402.
Xu Nannan, Ren Ruoen, Zheng Haitao. Liability valuation model for unitized participating life insurance based on fair value[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2010, 30(8): 1396-1402. (in Chinese)
- [38]Harrison J M, Kreps D M. Martingales and arbitrage in multi-period securities markets[J]. Journal of Economic Theory, 1979, 20(3): 381-408.

Fair pricing guaranteed unitized participating life insurance with annual premium and surrender option

ZHENG Hai-tao, QIN Zhong-feng, LUO Qi-yao, REN Ruo-en, BAI Man-ying

School of Economics and Management, Beihang University, Beijing 100191, China

Abstract: This paper analyzes a unitized participating life insurance endowment policy, paid by annual premiums, in which a minimum return, an annual bonus and a terminal bonus are guaranteed to the policyholder. Moreover, the policy under scrutiny is characterized by the presence of a surrender option. Compared with other participating life insurance policies, the most important feature of this policy is the terminal bonus option. However, current researches on pricing of this policy rarely considered the terminal bonus option together with the other embedded options. The aim of the paper is to give sufficient conditions under which there exists a fair premium and the pricing of terminal bonus option is also well considered. This premium is implicitly defined by an equation based on the classical actuarial pricing technique and contingent claim pricing theory. An iterative algorithm based on Monte Carlo simulation method is then implemented in order to compute it. Based on this valuation approach, the paper also provided both theoretical and numerical analysis of the effect that mortality rate, guarantees, annual bonus, terminal bonus and surrender have on the value of terminal bonus option. The findings are as follows: Firstly, a terminal bonus option has a higher value than a surrender option and the terminal bonus decreases the incentive to surrender. Secondly, the value of terminal bonus option tends to go up along with any increase in mortality rate, minimum guaranteed interest rate or terminal bonus ratio and any decrease in risk free rate or volatility would also cause the value of terminal bonus option to increase.

Key words: unitized participating life insurance; terminal bonus option; surrender option; mortality rate; annual premium