

努力水平影响损耗的低值易逝品 TPL 协调合同^①

吴庆¹, 但斌², 钱宇¹, 唐小我¹

(1. 电子科技大学经济与管理学院, 成都 610054; 2. 重庆大学经济与工商管理学院, 重庆 400044)

摘要: 对于一类低值易逝品, 损耗与物流服务价格是影响这类产品订购与销售价格决策的重要影响因素. 主要研究了第3方物流服务提供商的努力水平会影响到客户企业产品的数量和质量损耗情形下的物流外包渠道优化与协调问题. 通过建立动态博弈模型, 分析了传统交易价格合同下双方的决策行为, 结果表明双方的决策冲突会导致产品订购量和销售价格的扭曲, 但不存在努力水平的扭曲, 进而会导致次优渠道绩效. 为了解决这一问题, 设计了收入共享与努力成本共担合同, 并论证了在一定条件下这一合同可以实现渠道协调、双方共赢. 最后, 相应的算例表明努力水平影响产品质量和数量损耗的程度会对双方、集中式系统的决策行为和绩效产生重要的影响.

关键词: 第3方物流; 合同设计; 博弈; 协调; 易逝品

中图分类号: F224.32 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2014)12-0015-12

0 引言

对于一类低值易逝品, 如时鲜的蔬菜、水果, 由于易腐、易逝的特征, 在存储、运输与配送等物流环节极易发生损耗. 据报道, 我国蔬菜和水果采摘后的平均损耗率高达 25% ~ 30%, 这种经济损失每年近 890 亿美元, 而发达国家的损耗率普遍低于 5%, 美国仅有 1% ~ 2%. 造成这一问题的一个重要原因就是我国仅有 15% 的新鲜农产品采用“冷链”的方式进行存储和运输, 而发达国家近 90% 的农产品采用“冷链”方式^[1]. 实践中, 蔬菜、水果分销商(即客户企业)通常会将这类产品的存储、运输、配送等物流业务外包给专业化的第3方物流服务提供商(third party logistics service provider, TPLSP). TPLSP 的努力程度会影响到产品的数量和质量损耗. 数量损耗会影响到产品到达市场时的有效供给, 而质量损耗会影响到顾客对产品的市场需求. 显然, TPLSP 越努力, 如投入更多的资源建设“冷链”和先进的物流信息系统,

产品的损耗越少, 客户企业越喜欢. 但是, 如果 TPLSP 提高努力水平, 客户企业可以获得产品数量损耗减少和市场需求增长的好处. 虽然产品的市场需求增长了, 但由于产品的数量损耗也减少了, 这有可能会出现即使产品的订购量减少, 而产品的有效供给仍然增加的情况. 这意味着 TPLSP 的物流业务量可能会减少. 同时, 努力是需要付出成本的. 所以, TPLSP 可能会缺乏足够的提高努力水平的激励. 那么, 常见的传统交易价格合同(traditional unit pricing contracts, TUP)是否能激励 TPLSP 提高努力水平? 另一方面, 大量的研究表明损耗是影响易逝品订购决策的重要因素之一^[2-4]. 在 TPLSP 的努力水平影响产品数量和质量损耗的情形下, 损耗会对客户企业的订购决策和产品的定价产生什么样的影响?

除了损耗因素外, 物流服务成本也是影响这类低值易逝品市场价格、订购决策的重要因素之一. 例如, 据报道从产地到最终消费市场, 西红柿

^① 收稿日期: 2011-12-31; 修订日期: 2013-08-07.

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(70932005); 国家自然科学基金资助项目(70902019; 71272086; 71102055).

作者简介: 吴庆(1977-), 男, 湖北公安人, 博士后, 副教授. Email: wuq@uestc.edu.cn

的价格从0.8元/斤涨到了3.0元/斤,涨了两倍多,其流通环节的成本高达1.5元/斤是造成这一问题的重要原因之一^[5]。另一方面,现实生活中经常发生蔬菜滞销的事件,如海南辣椒滞销事件^[6]、四川彭州莴笋滞销事件^[7]。由于高昂的运输成本,外地的蔬菜分销商减少了海南辣椒、彭州莴笋的采购量,甚至停止采购。相对于外地,这些产地蔬菜的供应价格较低。在存在一定利润空间的条件下,物流服务价格的降低会激励客户企业增加订购量。然而,由于物流成本一定,为了获得满意的经济利润,TPLSP缺乏降低物流服务价格的内在激励与动力。那么,在努力水平影响产品数量和质量损耗的情形下,TUP是否可以协调TPLSP的物流服务价格决策与客户企业的订购决策?如果不能,是否可以设计一种有效的合同协调双方的决策?

由于易逝性给运营管理带来挑战,大量文献研究了易逝品的库存管理问题^[2-4,8],如文献[8]研究了基于需求预测的短生命周期产品订货策略,与供应链管理问题^[9-11],如文献[10]研究了新鲜农产品的供应链策略。但是,同时考虑数量和质量损耗对决策影响的文献非常有限^[11],主要有以下3篇文献:文献[12]假设易逝品的物理损耗率和价值下降率是时间的函数,研究了垄断零售商的动态定价与订购决策问题。文献[13]发展了两周期模型,刻画了前一周期残留下来的存货与后一周期新货竞争对产品生产和定价决策的影响。他假设前一周期残留下来存货的产品质量是外生的,鉴别了将全部、部分或完全不将这部分存货保留到下一周期销售的条件。这两篇文献都没有考虑数量和质量损耗内生的情形。最近,文献[11]考虑了新鲜农产品的完好率和新鲜度是分销商保鲜努力程度内生函数情形下的供应链优化与协调问题。显然,现实中,分销商通常会将运输等物流业务外包给TPLSP,TPLSP的努力程度会影响到产品的数量和质量损耗。因此,本文考虑产品的完好率和新鲜度是TPLSP努力程度的内生函数。然而,本文研究了一个新的问题。在文献[11]中,分销商决定努力程度、产品的订购量和销售价格,不存在如何激励提高努力水平的问题,其研究结果表明在分散式决策下,分销商的努力程度还会高于集中式决策模式下的最优水平。而

在物流外包渠道中,TPLSP选择努力水平和物流服务价格,分销商选择产品的订购量和销售价格。这引起了一个新的研究问题:如何激励TPLSP提高努力水平、降低物流服务价格实现渠道的协调。

关于物流外包合同设计问题,已有文献主要研究了客户企业^[14-15]的利益机制分配问题,如文献[15]从制造商的角度研究了供应物流利益分配机制和渠道协调问题,文献[16]研究了TPLSP的物流服务水平影响客户企业产品市场需求情形下的协调问题。但是,已有文献没有考虑数量和质量损耗对产品订购决策和定价的重要影响。在物流服务水平影响产品市场需求的情形下,TPLSP提高物流服务水平会导致产品的市场需求增加,可以获得物流业务量增长的好处;而在努力水平影响产品数量和质量损耗的情形下,TPLSP努力降低损耗并不一定能获得物流业务量增长的好处。

大量的文献研究了促销努力影响产品市场需求的供应链协调问题^[17-20],这为本文的合同设计提供了良好的方法借鉴。但是,研究对象和问题的不同造成本文与这些文献存在较大差异:1)在供应链中,主要考虑促销努力水平影响产品市场需求的情形下如何设计合同分担促销努力成本和由于产品需求不确定性所引起的存货风险;而在物流外包渠道中,除了要考虑质量损耗对产品市场需求的影响外,还需要考虑数量损耗对产品有效供给的影响,设计合同时不仅要考虑努力成本和存货风险分担的问题,还需要考虑产品的损耗风险;2)合同选择与设计存在差异。由于服务具有无形、不可分离、易逝的特征,不存在物流服务提供后未销售完或对多提供的物流服务进行回购的问题。因此,数量弹性、回购与销售返利等供应链合同并不适用于解决物流外包渠道的协调问题,需要考虑物流服务特征对合同设计的影响。

综上所述,本文的研究与上述文献存在较大差异。本文拟研究TPLSP的努力水平影响客户企业产品数量和质量损耗情形下的物流外包渠道优化与协调问题。

1 传统交易价格合同模型

在销售季节前,1个客户企业以批发价格 w

采购 q 数量的产品; 在销售季节, 以零售价格 p 在目标市场销售产品. 客户企业将存储、运输等物流服务外包给 1 个 TPLSP. 双方都是理性的、风险中性的. 当销售季节来临时, TPLSP 负责将产品送达目标市场. TPLSP 与客户企业通过协商、谈判达成一项物流外包合同, 合同条款主要包括了物流价格和质量. 实践中, 类似于供应链中的批发价格合同, TUP 是物流外包渠道中最常见的合同. 所以, 本文主要关注这一合同下双方的决策行为.

产品在物流环节易发生的损耗包括数量(物理)损耗和质量(价值)损耗. 类似文献[11], 本文用产品的完好率和新鲜度指数分别来衡量产品的数量完好程度和质量损耗程度. 不失一般性, 假设 TPLSP 的努力程度 $\tau \in [\tau^l, \tau^u]$, 其中, τ^l 和 τ^u 分别表示最低和最高努力程度. 为了衡量努力程度对产品损耗的影响, 需要下列假设:

假设 1 新鲜度指数 $\theta(\tau)$ 和数量完好率 $m(\tau)$ 都是努力程度 τ 的严格递增函数, 其中, $\theta(\tau) = 1$ 和 $\theta(\tau) = 0$ 分别表示产品到达市场时是完全新鲜和已腐烂的, $m(\tau) = 1$ 和 $m(\tau) = 0$ 分别表示产品到达市场时完好率是 100% 和 0%.

假设 1 意味着产品的损耗程度依赖于 TPLSP 提高物流服务水平的努力程度. TPLSP 越努力, 产品的损耗程度越低.

TPLSP 努力可以降低产品的损耗, 但会产生成本. 当 TPLSP 投资于更好的包装、跟踪条码等与单位产品相联系的活动, 会发生变动成本; 当 TPLSP 投资于固定资产, 如先进的“冷链”设备或物流信息系统, 会产生固定成本; 有时, TPLSP 会同时投资于这两类活动, 此时会产生混合成本. 文献[11]考虑了供应链中类似的 3 种保鲜努力成本的情形. 实践中, TPLSP 通常会将固定资产以折旧的形式分摊到单位产品. 这样, 单位产品的保鲜努力成本通常由这部分折旧和单位变动成本构成. 所以, 本文主要考虑了单位产品保鲜努力成本为 $c(\tau)$ 的情形.

为了更好地衡量努力所产生的效果, 需要引入弹性的概念. 对于递增的连续函数 $s(x)$, $s(x)$ 的弹性函数定义为 $E_s(x) = x \frac{s'(x)}{s(x)}$, 它衡量了当 x 递增 1% 时, $s(x)$ 递增的百分比.

假设 2 $E_c(\tau)$ ($E_\theta(\tau)$ 和 $E_m(\tau)$) 是努力程

度 τ 的递增(递减)函数.

假设 2 意味着当努力程度递增 1% 时, 努力成本增长递增的百分比, 但是, 努力收益(新鲜度和完好率的提高)增长递减的百分比. 这与现实情况比较吻合. 随着努力程度的递增, 努力成本增长的速度会越来越快, 而努力收益增长的速度却会越来越慢.

假设 3 产品的市场需求函数为

$$D(p, \theta(\tau)) = \gamma_0 \theta(\tau) p^{-k} \xi \quad (k > 1)$$

式中 γ_0 、 p 和 k 分别表示产品的潜在市场规模、销售价格与价格弹性; ξ 表示影响市场需求的随机因素.

假设 3 表示产品的市场需求依赖于产品的价格、到达市场时的产品新鲜度和影响市场需求的随机因素. 这与现实情况比较吻合, 产品越新鲜, 市场需求越高; 而产品价格越高, 市场需求越低.

不失一般性, 假设 $\xi \in (0, +\infty)$, 其概率密度函数(PDF)和累积分布函数(CDF)分别为 $f(x)$ 和 $F(x)$. 期望 $E[\xi] = 1$. 定义 ξ 的广义失败率 $g(x) = x \frac{f(x)}{F(x)}$ [21], 其中, $\bar{F}(x) = 1 - F(x)$.

假设 4 随机因素 ξ 具有递增的广义失败率性质(IGFR).

递增广义失败率性质(IGFR)是比递增失败率性质(IFR)更弱的条件, 许多分布函数都具有这一性质, 如均匀分布、正态分布和伽玛分布. 这一性质在供应链的定价和合同问题中得到了广泛的应用 [22].

由于腐烂的低值易逝品价值极低, 有时甚至需要处理成本, 假设产品的残值为零 [11].

在 TUP 下, 客户企业对 TPLSP 的转移支付为 $T(p_1, q) = p_1 q$, 其中 p_1 表示单位产品的物流价格. 对于新鲜农产品这类低值易逝品, 主要用产品在物流环节的完好率和新鲜度这两个绩效指标来衡量物流服务水平的高低. 合同一般会规定产品到达市场时, 产品的新鲜度和完好率不能低于满足客户企业需求的门槛水平. 本文用 $\theta(\tau^l)$ 和 $m(\tau^l)$ 来衡量门槛水平, 而用 $\theta(\tau^u)$ 和 $m(\tau^u)$ 表示 TPLSP 的能力所能达到的最高物流服务水平. 若物流服务水平低于门槛水平, 则 TPLSP 会受到惩罚. 假设这一惩罚足够大, 使得 TPLSP 提供的物

流服务水平不会低于门槛水平. 所以, 后面的模型主要考虑物流服务水平不低于门槛水平的情形.

本文主要考虑了在物流外包渠道中 TPLSP 占据主导地位的情形, 如物流巨头“中远”和中小型鲜果、海鲜分销商. 事件发生的次序为: 首先, TPLSP 选择提升物流服务水平的努力程度和物流服务价格, 其次, 客户企业判断 TPLSP 的物流服务价格是否合理、产品的新鲜度和数量完好率是否在可接受的范围内, 从而选择是否接受. 若接受, 双方达成协议, 根据合同参数、市场需求状况和产品送达过程中所发生的损耗等因素, 在销售季节前, 客户企业选择产品的订购量, 销售季节来临, TPLSP 将产品送达到目标市场, 双方的交易结束, 客户企业选择产品的销售价格; 若拒绝, 则博弈结束. 双方所有的知识都是共同知识.

现在, 考虑在 TUP 下, 如何求解双方的最优决策. 采用逆序求解的方法.

当产品到达目标市场时, τ, p_1 和 q 已知, 客户企业选择 p 最大化其期望利润

$$\begin{aligned} \Pi_C(p|q, p_1, \tau) = & p E_{\xi} \{ \min [qm(\tau) - D(p, \theta(\tau))] \} - (w + p_1) q \end{aligned} \quad (1)$$

若存在最优销售价格 p_1^* , 在给定 τ 和 p_1 的条件下, 客户企业选择 q 最大化其期望利润

$$\begin{aligned} \Pi_C(q|p_1, \tau) = & p_1^* E_{\xi} [\min (qm(\tau) - D(p_1^*, \theta(\tau)))] - (w + p_1) q \end{aligned} \quad (2)$$

在给定努力水平 τ 条件下, TPLSP 选择物流服务价格 p_1 最大化其期望利润

$$\Pi_L(p_1|\tau) = (p_1 - c(\tau)) q^*(p_1|\tau) \quad (3)$$

式中 $q^*(p_1|\tau)$ 表示客户企业的反应函数. 由于 $q^*(p_1|\tau)$ 是 $m(\tau)$ 和 $\theta(\tau)$ 的函数, 所以, TPLSP 的收入和利润函数依赖于产品的完好存货水平和新鲜度. 若存在最优物流服务价格 $p_1^*(\tau)$, TPLSP 选择 τ 最大化其期望利润

$$\Pi_L(\tau) = (p_1^*(\tau) - c(\tau)) q^*(\tau) \quad (4)$$

命题 1 刻画了上述博弈的均衡结果(所有命题的证明请见附录).

命题 1 在 TUP 下, 存在斯坦克尔伯格均衡 $\{(\tau_1^*, p_{11}^*), (q_1^*, p_1^*)\}$ 其最优结果如下:

1) 最优努力水平 τ_1^* 可以刻画为:

(a) 如果 $\tau^l \geq \tau^u$ 那么, 当 $w > 0$ 时, $\tau_1^* = \tau^u$;

(b) 如果 $\tau^l < \tau^l < \tau^u$ 则

$$\begin{cases} \tau_1^* = \tau^u, & \text{当 } w \geq \psi_0(\tau^u) \\ \tau_1^* = \psi_0^{-1}(w), & \text{当 } 0 < w < \psi_0(\tau^u) \end{cases}$$

(c) 如果 $\tau^l \leq \tau^l$ 则

$$\begin{cases} \tau_1^* = \tau^u, & \text{当 } w \geq \psi_0(\tau^u) \\ \tau_1^* = \psi_0^{-1}(w), & \text{当 } \psi_0(\tau^l) < w < \psi_0(\tau^u) \\ \tau_0^* = \tau^l, & \text{当 } w \leq \psi_0(\tau^l) \end{cases}$$

式中, τ^l 是下面方程的解

$$I(\tau) = (k - 1) \frac{E_c(\tau)}{E_0(\tau) + (k - 1) E_m(\tau)} = 1$$

$\psi_0(\tau) = c(\tau) (I(\tau) - 1)$ $\psi_0^{-1}(\cdot)$ 是其反函数;

$$2) p_{11}^* = \frac{w + kc(\tau_1^*)}{k - 1};$$

$$3) q_1^* = \theta(\tau_1^*) m(\tau_1^*)^{k-1} \left(\frac{A_0}{w + p_{11}^*} \right)^k$$

式中, $A_0 = (y_0 z_0)^{1/k} \bar{F}(z_0)$, z_0 是方程

$$(k - 1) \int_0^z x f(x) dx = z \bar{F}(z)$$

的唯一解;

$$4) p_1^* = \left[\frac{z_0 y_0 \theta(\tau_1^*)}{q_1^* m(\tau_1^*)} \right]^{1/k}$$

因此, TPLSP、客户企业和系统的最优利润分别为

$$\Pi_L(\tau_1^*, p_{11}^*) = \frac{(k - 1)^{k-1}}{k^k} \pi,$$

$$\Pi_C(q_1^*, p_1^*) = \frac{(k - 1)^{k-2}}{k^{k-1}} \pi,$$

$$\Pi_S(p_1^*, q_1^*, \tau_1^*) = \frac{(2k - 1)(k - 1)^{k-2}}{k^k} \pi$$

$$\text{式中 } \pi = A_0 \theta(\tau_1^*) m^{k-1} \frac{\tau_1^*}{(w + c(\tau_1^*))^{k-1}}.$$

由命题 1 的 2) 可知, 随着产品购买成本的上升, 物流服务价格会递增. 这意味着产品的价值越高, 客户企业越愿意投入更多的资源保持产品的新鲜度. 这与现实情况比较吻合, 当产品的价值越高, 客户企业有更强的激励保持产品的新鲜度以避免更多的损失. 例如, 由于海鲜产品的价值一般高于新鲜的水果或蔬菜, 客户企业通常会投入更

多的资源以保持海鲜产品的新鲜度. 这为 TPLSP 应该根据顾客的产品价值顾客化其物流服务提供了理论支持. 相关的实证研究也表明 TPLSP 应该根据顾客的特点顾客化其物流服务^[23].

由命题 1 的 2) 和 3) 可知 随着物流成本的递增 物流服务价格会递增 这进一步会导致产品的订购量减少. 这与现实情况比较吻合. 例如, 由于燃料价格的上涨, 运输价格上升导致客户企业减少了产品的采购量, 甚至停止采购, 这导致大量新鲜农产品腐烂在田间. 于是, “蔬菜滞销”事件发生了.

凭直觉, 努力水平越高, 产品的新鲜度越高, 销售价格应该越高. 这强调了努力水平对产品质量的影响, 但忽略了其对产品数量的影响. 命题 1 的 4) 表明产品的销售价格依赖于质量与数量的比率 $\theta(\tau_1^*) / m(\tau_1^*)$. 这意味客户企业决策产品的销售价格时, 需要同时考虑努力水平对产品质量和数量的影响. 即使努力水平很低, 但是由于产品的有效供给 $q_1^* m(\tau_1^*)$ 很少, 不新鲜的产品也有可能售价会比完全新鲜的产品售价高.

值得注意的是, 除了客户企业的最优利润, TPLSP 的最优利润也与产品的完好存货水平和新鲜度正相关, 后面的分析表明 TUP 可以激励 TPLSP 将产品的完好存货水平和新鲜度提升至集中式决策模式 (integrated system decisions, ISD) 的最优水平 (命题 2 的 1)).

2 集中式决策模型

如果将 TPLSP 和客户企业看成一个系统, 从系统的角度进行决策, 这种决策模式称为 ISD. 系统的决策问题可以分为两个阶段: 销售季节前, 系统选择努力程度和产品的订购量; 当销售季节来临, 产品到达目标市场, 系统选择销售价格. 采用逆序求解的方法.

当产品到达目标市场时, τ 和 q 已知, 系统选择 p 最大化其期望利润

$$\begin{aligned} \Pi_s(p|q, \tau) = & p E_{\xi} \{ \min [qm(\tau) D(p, \theta(\tau))] \} - \\ & (w + c(\tau)) q \end{aligned} \quad (5)$$

若存在最优销售价格 p_0^* , 在给定 τ 的条件下, 系

统选择 q 最大化其期望利润

$$\begin{aligned} \Pi_s(q|\tau) = & p_0^* E_{\xi} \{ \min [qm(\tau) D(p_0^*, \theta(\tau))] \} - (w + c(\tau)) q \end{aligned} \quad (6)$$

若存在最优订购量 q_0^* , 系统选择努力水平 τ 最大化其期望利润

$$\begin{aligned} \Pi_s(\tau) = & p_0^* E_{\xi} \{ \min [q_0^* m(\tau) D(p_0^*, \theta(\tau))] \} - \\ & (w + c(\tau)) q_0^* \end{aligned} \quad (7)$$

命题 2 描述了系统决策的最优结果. 这一命题的证明与文献 [11] 中第 3.1 节求解分销商的最优决策类似, 所以, 本文忽略了这一证明过程.

命题 2 在 ISD 下, 存在最优解 (τ_0^*, q_0^*, p_0^*) 最大化系统的利润, 它可以刻画为

$$\begin{aligned} 1) \quad & \tau_0^* = \tau_1^* ; \\ 2) \quad & q_0^* = \theta(\tau_0^*) m(\tau_0^*)^{k-1} \left[\frac{A_0}{w + c(\tau_0^*)} \right]^k ; \\ 3) \quad & p_0^* = \left[\frac{z_0 y_0 \theta(\tau_0^*)}{q_0^* m(\tau_0^*)} \right]^{1/k} \end{aligned}$$

因此, 系统的最优利润为

$$\Pi_s(\tau_0^*, q_0^*, p_0^*) = \frac{A_0^k \theta(\tau_0^*) m^{k-1}(\tau_0^*)}{(k-1)(c_c + c(\tau_0^*))^{k-1}}$$

如引言中所述, 凭直觉, TUP 下 TPLSP 可能缺乏足够的激励提高努力水平. 然而, 命题 2 表明 TUP 可以激励 TPLSP 将努力水平提升至 ISD 的最优水平. 这主要是由于在渠道中 TPLSP 担任领导者角色时, 可以利用客户企业的反应函数调节物流服务价格以覆盖增加的物流成本. 但是, 这会造成产品订购量与销售价格的扭曲. 命题 3 的 1) 刻画了这一现象.

命题 3 1) $\tau_1^* = \tau_0^*$, $q_1^* < q_0^*$, $p_1^* > p_0^*$;
2) TUP 的效率为

$$\frac{\Pi_s(\tau_1^*, q_1^*, p_1^*)}{\Pi_s(\tau_0^*, q_0^*, p_0^*)} = \left[\frac{2k-1}{k-1} \right] \left[\frac{k-1}{k} \right]^k$$

在 $k \in (1, +\infty)$ 上递减;

3) TUP 下双方的利润分配为

$$\frac{\Pi_1(\tau_1^*, p_1^*)}{\Pi_c(q_1^*, p_1^*)} = \frac{k-1}{k}$$

在 $k \in (1, +\infty)$ 上递增.

命题 3 的 1) 和 2) 表明产品订购量和销售价格的扭曲会导致系统最优利润出现损失, 即, TUP

会导致次优系统绩效. TUP 的效率只依赖于产品的价格弹性. 产品的价格弹性越高, TUP 的效率越低. 这意味着消费者对产品价格越敏感, 系统越需要协调.

凭直觉, 由于在渠道中占据主导地位, TPLSP 应该获得更多的渠道利润. 但是, 命题 3 的 3) 表明 TPLSP 获得的利润较少, 并且 TPLSP 与客户企业的利润分配比例只依赖于产品的价格弹性. 产品的价格弹性越高, 这一比例越高. 当价格弹性无限大时, 这一比例趋近 1. 这可能是由于产品收入是渠道收入的唯一来源, 即使 TPLSP 占据主导地位, 它也无法获取大部分的渠道利润.

3 协调合同模型

由于 TUP 会导致次优系统绩效, 本节研究如何设计合同实现渠道的协调和双方共赢. 实践中, 收入共享合同已应用于物流外包行业^[24]. 货款管理是基础性的物流服务内容之一, 即 TPLSP 代行客户企业收取货款的服务^[25]. 通过提供货款管理等服务, TPLSP 能获取客户企业的收入信息. 同时, 现代信息和物流技术的发展为监控物流过程、鉴别收入创造了便利的条件. 这为收入共享合同的执行创造了有利的条件.

但是, 已有的研究表明常见的单一合同, 包括收入共享, 难以解决促销努力水平影响市场需求的供应链协调问题, 需要综合考虑决策因素、激励措施之间的相互作用. 采用限制性合同或组合式合同可以实现供应链的协调^[17-19]. 本文研究的问题不仅考虑到努力水平对产品市场需求的影响, 而且考虑到它对产品有效供给的影响, 研究的问题更复杂. 所以, 单一的收入共享合同难以有效地实现渠道的协调.

已有文献表明在努力成本可证实 (verifiable) 的条件下, 分担努力成本是有效的解决促销努力水平影响产品市场需求的供应链协调策略^[20]. 在物流外包渠道中, TPLSP 降低易逝品损耗的努力, 如冷链投资、先进物流设备的购置, 通常是可观测 (observable) 的或证实的. 另外, 为了证实所发生的成本, TPLSP 通常会向客户企业提供详细的报价清单. 因此, 借鉴组合式协调合同设计的方法,

拟设计收入共享与努力成本共担合同 (revenue and effort cost sharing contracts, RECS).

在 RECS 下, 客户企业对 TPLSP 的转移支付为

$T(q, p_1, \phi, \lambda) = p_1 q + (1 - \phi) p S(m(\tau), q) + \lambda c(\tau) q$ 式中, $S(m(\tau), q) = E[\min(qm(\tau), D(p, \theta(\tau)))]$ 表示产品的期望销售数量; ϕ 和 λ 分别表示客户企业分享的产品销售收入和努力成本的份额. 那么, TPLSP 和客户企业的期望利润分别为

$$\Pi_L(p, q, \pi) = (1 - \phi) p S(m(\tau), q) + [p_1 - (1 - \lambda) c(\tau)] q \quad (8)$$

$$\Pi_C(p, q, \pi) = \phi p S(m(\tau), q) - (w + p_1 + \lambda c(\tau)) q \quad (9)$$

命题 4 刻画了 RECS 实现渠道协调的条件.

命题 4 如果 RECS 满足下列条件

$$p_1 = -(1 - \phi) w, \lambda = \phi, 0 < \phi < 1$$

则这一合同可以实现渠道的协调.

虽然 RECS 可以实现渠道的协调, 但须满足物流服务价格为负的条件, 这意味着在销售季节前, TPLSP 需要对客户企业进行补贴. TPLSP 只有通过分享客户企业的销售收入、让客户企业分担部分努力成本, 才能赚取利润. 由于产品易逝性的特征, TPLSP 在物流环节须承担产品损耗的风险, 在销售季节需要承担由于季节性市场需求波动而造成的存货风险. 因此, TPLSP 面临着巨大的亏损风险. 所以, 在这种合同下, TPLSP 具有非常强烈的提升努力水平的内在激励, 以达到降低产品数量和质量损耗从而实现产品的有效供给增加、市场需求增长的目的. 另一方面, 如引言所述, 过高的物流服务价格是导致“蔬菜滞销事件”的重要原因之一. 而在 RECS 下, 由于物流服务价格为负, 这将激励客户企业增加产品的订购量直至 ISD 的最优水平. 因此, 这一合同为解决这类实践问题提供了一种有效的协调策略.

同时, ϕ 不仅表示客户企业分享的产品销售收入和努力成本的份额, 而且还表示客户企业分享渠道利润的权重. 这意味着 RECS 可以实现渠道利润的任意分配. 实践中, 具体的利润分配权重依赖于双方的谈判能力. 谈判能力越强, 获得的利润越多. 合理的利润分配能保证双方的利润都得到改善. 以 TUP 下双方的最优利润为比较基准, 命题 5 刻画了这一条件.

命题 5 如果 RECS 满足下列条件

$$p_1 = -(1 - \phi)w\lambda = \phi\eta \leq \phi \leq 1 - \frac{k-1}{k}\eta$$

式中 $\eta = \frac{\Pi_C(q_1^*, p_1^*)}{\Pi_S(\tau_0^*, q_0^*, p_0^*)}$, 则 $\Pi_C(\tau_0^*, q_0^*, p_0^*) \geq \Pi_C(q_1^*, p_1^*)$, $\Pi_L(\tau_0^*, q_0^*, p_0^*) \geq \Pi_L(\tau_1^*, p_{11}^*)$

命题 5 表示 RECS 不仅可以实现系统的协调, 而且可以实现双方共赢.

4 算例分析

本节主要通过算例分析努力水平影响产品质量和数量损耗的程度(主要用 $E_\theta(\tau)$ 和 $E_m(\tau)$ 衡量)对渠道决策和绩效的影响, 并进一步考察 RECS 下双方的决策行为与利润分配情况.

按文献[11], 有下列假设: 1) 努力的成本为 $c(\tau) = \tau$; 2) $\theta(\tau)$ 和 $m(\tau)$ 的弹性为常数, 满足假设 2. 具体而不失一般性, 假设 $\theta(\tau) = \tau^{E_\theta}$, $m(\tau) = \tau^{E_m}$; 3) 假设需求的随机因素 ξ 服从正态分布, 满足假设 4. 假设其他参数 $k = 1.8$, $\mu = 0.3$, $\nu_0 = 100$. 另外, 假设最低努力水平为 $\tau^l = 0.03$, 最高努力水平为 $\tau^u = 0.80$. 为了分析方便, 假设 $E_\theta(\tau) = E_m(\tau)$. 下面, 通过调节 $E_\theta(\tau)$ 和 $E_m(\tau)$ 的值, 分析其对渠道最优决策和绩效的影响.

表 1 TUP 下努力水平弹性对渠道最优决策和绩效的影响

Table 1 Effects of effort elasticity on the optimal decisions and channel performances under TUP

$E_\theta(\tau)$	τ_1^*	p_{11}^*	q_1^*	p_1^*	Π_{L1}^*	Π_{C1}^*	Π_{S1}^*
0.05	0.04	0.46	21.55	2.71	9.11	20.49	29.60
0.10	0.09	0.57	14.60	3.37	7.07	15.90	22.97
* 0.15	0.15	0.72	10.29	4.09	5.82	13.10	18.92
0.20	0.25	0.93	7.37	4.93	5.03	11.31	16.34
0.25	0.39	1.24	5.27	5.93	4.52	10.17	14.69
0.30	0.62	1.78	3.67	7.25	4.24	9.53	13.77

如表 2 所示, 在 ISD 下, 随着 $E_\theta(\tau)$ 和 $E_m(\tau)$ 的递增, 系统的最优利润水平会下降. 这主要是由于随着努力水平对产品质量和数量损耗影响程度的递增, 系统会降低产品的最优订购量、提高产品的最优销售价格, 以规避损耗所造成的损失, 但产品销售收入在减少, 同时, 努力成本在递增. 所以, 系统的最优利润水平会下降.

如表 1 所示, 在 TUP 下, 随着 $E_\theta(\tau)$ 和 $E_m(\tau)$ 的递增, 最优努力水平会递增. 这是由于当边际收益等于边际成本时达到最优努力水平. 如果 $E_\theta(\tau)$ 和 $E_m(\tau)$ 递增, 提高努力水平可以获得更多的收益. 但是, 根据假设 2, 努力收益增长的速度会越来越慢, 而努力成本增长的速度会越来越快. 因此, 必然会存在一个平衡收益点.

同时, 随着 $E_\theta(\tau)$ 和 $E_m(\tau)$ 的递增, 最优物流服务价格会递增. 这是由于随着 $E_\theta(\tau)$ 和 $E_m(\tau)$ 的递增, 最优努力水平会递增, 必然会带来努力成本的递增, 这进一步会导致最优物流服务价格的上升. 这与命题 1 的 2) 证明的结论相吻合.

但是, 随着 $E_\theta(\tau)$ 和 $E_m(\tau)$ 的递增, TPLSP 和客户企业的最优利润水平会下降, 这进一步会导致系统的利润下降. 如表 1 所示, 这主要是由于随着产品新鲜度和完好率对努力水平敏感程度的递增, 客户企业会倾向于降低产品的订购量、提高产品的销售价格, 以规避损耗所造成的损失, 但产品销售收入却在减少; 同时, 物流服务价格在递增. 因此, 客户企业的最优利润水平会下降. 尽管物流服务价格在递增, 产品订购量的减少仍然会造成 TPLSP 收入的减少, 同时, 努力成本在递增. 所以, TPLSP 的最优利润水平会下降.

比较表 1 和表 2 的结果可知, 由于在 TUP 下, 产品的最优订购量和销售价格分别会低于和高于 ISD 的水平, TUP 会导致次优渠道绩效. 随着 $E_\theta(\tau)$ 和 $E_m(\tau)$ 的变化, TUP 的效率却始终保持在 75.5% 的水平. 由命题 3 的 2) 可知, 这主要是由于 TUP 的效率只依赖于产品价格弹性的原因.

表 2 ISD 下努力水平弹性对渠道最优决策和绩效的影响
 Table 2 Effects of effort elasticity on the optimal decisions and channel performances in ISD

$E_{\theta}(\tau)$	τ_0^*	q_0^*	p_0^*	$\Pi_{S_0}^*$
0.05	0.04	92.88	1.20	39.20
0.10	0.09	62.86	1.50	30.41
* 0.15	0.15	44.29	1.82	25.08
0.20	0.25	31.73	2.19	21.64
0.25	0.39	22.70	2.64	19.46
0.30	0.62	15.80	3.22	18.24

下面,以 $E_{\theta}(\tau) = E_m(\tau) = 0.15$ 的情形为例进行分析.在 TUP 下,TPLSP 的最优努力水平与物流服务价格分别为 0.15 和 0.72,客户企业的产品最优订购量与销售价格分别为 10.29 和 4.09,TPLSP 与客户企业的最优利润分别为 5.82 和 13.10,系统的利润为 18.92.在 ISD 下,系统的努力水平为 0.15,最优订购量为 44.29,最优销售价格为 1.82,最优利润为 25.08.可见,在 TUP

表 3 收入共享与努力成本共担合同参数调整与最优决策、渠道利润变化情况

Table 3 Optimal decisions and channel profits with contract parameter adjustments under RECS

ϕ	p_1	τ_0^*	q_0^*	p_0^*	Π_c	Π_L	$\Pi_{S_0}^*$
0.00	-0.30	0.15	44.29	1.82	0.00	25.08	25.08
0.20	-0.24	0.15	44.29	1.82	5.02	20.06	25.08
0.40	-0.18	0.15	44.29	1.82	10.03	15.05	25.08
* 0.52	-0.14	0.15	44.29	1.82	* 13.10	11.98	25.08
0.60	-0.12	0.15	44.29	1.82	15.05	10.03	25.08
0.70	-0.09	0.15	44.29	1.82	17.55	7.52	25.08
* 0.77	-0.07	0.15	44.29	1.82	19.26	* 5.82	25.08
0.90	-0.03	0.15	44.29	1.82	22.57	2.51	25.08
1.00	0.00	0.15	44.29	1.82	25.08	0.00	25.08

当客户企业分享收入的权重在 $\phi \in (0.52, 0.77)$ 上递增时,客户企业的利润从 13.10 上升到 19.26,TPLSP 的利润从 11.98 递减到 5.82.在这一区间范围内,双方的利润都优于其在 TUP 下的情形,这表明当合同参数满足一定条件时,RECS 可以实现双方共赢(命题 5).

5 结束语

本文首先考察了 TUP 下双方的决策行为和

下,由于 TPLSP 的物流服务价格 0.72 比成本 0.15 高 0.57 个单位,这会造成客户企业单位产品边际成本的上升,进一步会导致产品的订购量减少 34 个单位,销售价格上升 2.27 个单位,系统利润出现 25.37 个单位的损失.

如表 3 所示,在 RECS 下,TPLSP 的最优努力水平、客户企业的产品最优订购量和销售价格,以及系统的利润都保持在 ISD 下的最优水平 0.15、44.29 和 1.82,以及 25.08,这表明 RECS 可以实现系统的完美协调(命题 4).通过调整合同参数可以实现系统利润在成员之间的任意分配.随着客户企业分享收入的权重逐步递减,TPLSP 分担努力成本的权重逐步递增、单位产品物流服务价格逐步递减,其承担的存货风险逐步递增,这会激励 TPLSP 努力降低产品的损耗,而其利润却稳步增长,这意味着分享客户企业收入的增加可以弥补 TPLSP 努力成本的递增与物流服务价格下降所带来的损失,TPLSP 的收益与其承担的存货风险成正比.

绩效,发现了一个非常有趣的现象:TUP 下 TPLSP 的最优努力水平达到了 ISD 下的最优水平.这主要是由于 TPLSP 在渠道中占据主导地位,可以调整物流服务价格以覆盖增加的物流成本.但过高的物流服务价格会导致产品订购量和销售价格的扭曲,进一步导致次优渠道绩效.为了解决这一问题,设计了 RECS.并论证了在一定条件下,这一合同不仅可以实现渠道的协调(命题 4),而且可以实现双方共赢(命题 5).由于物流服务价格为负,这一合同为解决现实生活中的“蔬菜滞销”问

题提供了一种有效的协调策略. 与 TUP 相比较, 双方的交易周期从产品到达目标市场的时点延伸到了销售季节末. 除了承担产品物流环节的损耗风险外, TPLSP 还需承担产品的存货风险, 其收益与其承担的存货风险成正比. 最后, 相应的算例表明努力水平影响产品质量和数量损耗的程度会对双方、渠道的决策行为和绩效产生重要的影响.

本文主要考虑了 TPLSP 为一个客户企业提供物流服务, 且 TPLSP 担任领导角色的情形. 在现实情况中, 有可能客户企业占据主导地位, 如大

型超市沃尔玛和中小型物流企业; 也有可能双方处于比较平等的地位, 如中小型蔬菜分销商和中小型物流企业. 已有研究表明不同的权力结构会对供应链成员的决策行为和绩效产生不同的影响^[26-27]. 所以, 研究不同权力结构下物流外包渠道的优化与协调问题可能是个非常有意义的方向. 另外, 如果客户企业的物流需求足够大, 它可能会设计一种竞争机制让多个 TPLSP 竞争提高努力水平、降低物流服务价格. 因此, 如何设计竞争机制也是值得探讨的问题.

参 考 文 献:

- [1] Bolton J M, Liu W B. Creating an Effective China “Cold Supply Chain”—Current Status, Challenges and Implementation Considerations[R]. Accenture Report, <http://www.procurementleaders.com/8201/23171/>, 2006.
- [2] Nahmias S. Perishable inventory theory: A review[J]. *Operations Research*, 1982, 30(4): 680–708.
- [3] Raafat F. Survey of literature on continuously deteriorating inventory models[J]. *The Journal of the Operational Research*, 1991, 42(1): 27–37.
- [4] Goyal S K, Giri B C. Recent trends in modeling of deteriorating inventory[J]. *European Journal of Operational Research*, 2001, 134(1): 1–16.
- [5] 周治宏. 西红柿从批发到餐桌涨两倍, 中间商称要打点关系[N]. 《北京晨报》, <http://finance.people.com.cn/GB/12621919.html>, 2010/09/03.
Zhou Zhihong. Tomato's price double from wholesale market to consumer market, middlemen need to deal with channel relationship[N]. *Beijing Morning*, <http://finance.people.com.cn/GB/12621919.html>, 2010/09/03. (in Chinese)
- [6] 海南辣椒大量滞销 被农民忍痛倾倒在路旁[N]. 海南新闻网—海南特区报, http://news.xinhuanet.com/society/2007-01/29/content_5666919.htm, 2007/1/29.
Plenty of unmarketable pepper dumped to roadside by farmers in pains[N]. *Hainan news networks—Hainan Special Zone Newspaper*, http://news.xinhuanet.com/society/2007-01/29/content_5666919.htm, 2007/1/29. (in Chinese)
- [7] 许 茹, 陈 健. 四川彭州: 柴油荒让莴笋白丰收了[N]. 新华每日电讯, <http://finance.jrj.com.cn/2010/12/0816138739250.shtml>, 2010/12/08.
Xu Ru, Chen Jian. Pengzhou Sichuan: Unsellable asparagus lettuce in abundant harvest by shortage of diesel oil[N]. *Xinhua Daily Telegraph*, <http://finance.jrj.com.cn/2010/12/0816138739250.shtml>, 2010/12/08. (in Chinese)
- [8] 徐贤浩, 陈 雯, 廖丽平, 等. 基于需求预测的短生命周期产品订货策略研究[J]. *管理科学学报*, 2013, 16(4): 22–32.
Xu Xianhao, Chen Wen, Liao Liping, et al. Ordering strategy of short life-cycle products based on the demand forecasting [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2013, 16(4): 22–32. (in Chinese)
- [9] 肖勇波, 陈 剑, 徐小林. 到岸价格商务模式下涉及远距离运输的时鲜产品供应链协调[J]. *系统工程理论与实践*, 2008, 28(2): 19–25.
Xiao Yongbo, Chen Jian, Xu Xiaolin. Fresh product supply chain coordination under CIF business model with long distance transportation [J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2008, 28(2): 19–25. (in Chinese)
- [10] Blackburn J, Scudder G. Supplychain strategies for perishable products: The case of fresh produce [J]. *Production and Operations Management*, 2009, 18(2): 129–137.
- [11] Cai Xiaoqiang, Chen Jian, Xiao Yongbo, et al. Optimization and coordination of fresh product supply chains with freshness-keeping effort [J]. *Production and Operations Management*, 2010, 19(3): 261–278.
- [12] Rajan A, Steinberg R, Steinberg R. Dynamic pricing and ordering decisions by a monopolist [J]. *Management Science*,

- 1992 , 38(2) : 240 – 262.
- [13] Ferguson M , Koenigsberg O. How should a firm manage deteriorating inventory? [J]. *Production and Operations Management* , 2007 , 16(3) : 306 – 321.
- [14] Chen F Y , Hum S H , Sun J. Analysis of third-party warehousing contracts with commitments [J]. *European Journal of Operational Research* , 2001 , 131(3) : 603 – 610.
- [15] 周 欣 , 霍佳震. 供应物流利益分配机制研究 [J]. *管理科学学报* , 2011 , 14(10) : 77 – 84.
Zhou Xin , Huo Jiazhen. Allocation mechanism in inbound logistics based on multi-principal and multi-agent model [J]. *Journal of Management Sciences in China* , 2011 , 14(10) : 77 – 84. (in Chinese)
- [16] 吴 庆 , 但 斌. 物流服务水平影响市场需求变化的 TPL 协调合同 [J]. *管理科学学报* , 2008 , 11(5) : 64 – 75.
Wu Qing , Dan Bin. Third party logistics coordinating contracts with logistics service dependent market demand [J]. *Journal of Management Sciences in China* , 2008 , 11(5) : 64 – 75. (in Chinese)
- [17] Taylor T A. Supply chain coordination under channel rebates with sales effort effects [J]. *Management Science* , 2002 , 48(8) : 992 – 1007.
- [18] Krishnan H , Kapuscinski R , Butz D A. Coordinating contracts for decentralized supply chains with retailer promotional effort [J]. *Management Science* , 2004 , 50(1) : 48 – 63.
- [19] Cachon G P , Lariviere M A. Supplychain coordination with revenue-sharing contracts: Strengths and limitations [J]. *Management Science* , 2005 , 51(1) : 30 – 44.
- [20] Tsao YuChung , Sheen GwoJi. Effects of promotion cost sharing policy with the sales learning curve on supply chain coordination [J]. *Computers & Operations Research* , 2012 , 39(8) : 1872 – 1878.
- [21] Lariviere M A , Porteus E L. Selling to the newsvendor: An analysis of price-only contracts [J]. *Manufacturing & Service Operations Management* , 2001 , 3(4) : 293 – 305.
- [22] Lariviere M A. A note on probability distributions with increasing generalized failure rates [J]. *Operations Research* , 2006 , 54(3) : 602 – 604.
- [23] Mentzer J T , Flint D J , Hult G T M. Logistics service quality as a segment-customized process [J]. *Journal of Marketing* , 2001 , 65(4) : 82 – 104.
- [24] Walker M. Outsourcing transport and warehousing: Pricing , honesty and contentious issues [J]. *Australasian Freight Logistics* , 2009 , (18) : 24 – 27.
- [25] 宋 华. 第三方物流服务对客户物流成本影响的实证研究 [J]. *商业经济与管理* , 2007 , 184(2) : 9 – 16.
Song Hua. The empirical study of third-party logistics' customer service influence on consigners' logistics cost [J]. *Journal of Business Economics* , 2007 , 184(2) : 9 – 16. (in Chinese)
- [26] Choi S C. Price competition in a channel structure with a common retailer [J]. *Marketing Science* , 1991 , 10(4) : 271 – 296.
- [27] Ferguson M E , DeCroix G A , Zipkin P H. Commitment decisions with partial information updating [J]. *Naval Research Logistics* , 2005 , 52(8) : 780 – 795.

Third party logistics coordinating contracts for low value perishable products with loss dependent on logistics effort levels

WU Qing¹ , DAN Bin² , QIAN Yu¹ , TANG Xiao-wo¹

1. School of Management and Economics , University of Electronic Science and Technology of China , Chengdu 610054 , China;
2. College of Economics and Business Administration , Chongqing University , Chongqing 400044 , China

Abstract: For a low value perishable product , product losses in the logistics process and logistics service

prices have important influences on the decisions of both order and selling price. This paper focuses on the optimization and coordination problems in an outsourcing logistics channel where the quantity and quality losses of a client enterprise's product depend on the logistics effort levels selected by a Third Party Logistics Service Provider (TPLSP). A dynamic game model is established to analyze the decision conflicts under a traditional unit pricing contract where the TPLSP sets logistics effort levels and service prices , and the client enterprise chooses the product order quantity and selling prices. Results show that the decision conflicts lead to distortions of both order quantity and selling price , and further result in suboptimal channel performance but do not cause effort level distortions. To resolve the problem , a revenue and effort cost sharing contract is designed and the contract terms to achieve perfect channel coordination and a win-win outcome are identified. Finally , computational studies show the effects of effort levels on the product's quantity and quality losses have important influences on the decisions of each firm and the integrated system , and the channel performances.

Key words: third party logistics; contract design; game; coordination; perishable product

附录:

命题 1 证明 令 $z = \frac{qm(\tau)}{y_0\theta(\tau)p^{-k}}$, 则式 (1) 可以转化为

$$\Pi_C(z|q, p_1, \sigma) = (z y_0 \theta(\tau))^{1/k} (qm(\tau))^{1-1/k} \times \left[1 - \int_0^z \left(1 - \frac{x}{z}\right) f(x) dx \right] - (w + p_1) q \quad (A1)$$

求导可得

$$\frac{d\Pi_C(z|q, p_1, \sigma)}{dz} = (y_0 \theta(\tau))^{1/k} (qm(\tau))^{1-1/k} \times \frac{\mu(z) - (k-1)}{kz^{2-1/k}} \int_0^z x f(x) dx$$

式中 $\mu(z) = \frac{z\bar{F}(z)}{\int_0^z x f(x) dx}$. 根据文献 [11] 的引理 1 可知, 由

$$\text{于 } \frac{d\mu(z)}{dz} = \bar{F}(z) \int_0^z [g(x) - g(z)] \frac{\bar{F}(x) dx}{\left(\int_0^z x dF(x)\right)^2} g'(x) >$$

0, 可得 $\frac{d\mu(z)}{dz} < 0$. 因此 $\Pi_C(z|q, p_1, \sigma)$ 在 $z \in (0, \infty)$ 上是

拟凹的. 易证 $\lim_{z \rightarrow 0} \mu(z) = +\infty$, $\lim_{z \rightarrow \infty} \mu(z) = -1$, 可得

$$\lim_{z \rightarrow 0} \left(\frac{d\Pi_C(z|q, p_1, \sigma)}{dz} \right) > 0, \lim_{z \rightarrow \infty} \left(\frac{d\Pi_C(z|q, p_1, \sigma)}{dz} \right) < 0. \text{ 所以,}$$

存在唯一的最优 z_0 满足下列一阶条件 $\mu(z) = k-1$ 即, $(k-1) \int_0^z x f(x) dx = z\bar{F}(z)$. 由于 $z = \frac{qm(\tau)}{y_0\theta(\tau)p^{-k}}$, 可得 $p_1^* =$

$$\left[\frac{z_0 y_0 \theta(\tau)}{qm(\tau)} \right]^{1/k}. \text{ 将其代入式 (2) 可得}$$

$$\Pi_C(q|p_1, \sigma) = \frac{k}{k-1} A_0 q^{1-1/k} \theta(\tau)^{1/k} m(\tau)^{1-1/k} - (w + p_1) q \quad (A2)$$

易知 $\Pi_C(q|p_1, \sigma)$ 是 q 的凹函数, 存在最优解 $q_1^* = \theta(\tau) m(\tau)^{k-1} \left[\frac{A_0}{w + p_1} \right]^k$. 将其代入式 (3) 可得

$$\Pi_L(p_1|\tau) = A_0^k \theta(\tau) m(\tau)^{k-1} \frac{p_1 - c(\tau)}{(w + p_1)^k} \quad (A3)$$

求导可得

$$\frac{d\Pi_L(p_1|\tau)}{dp_1} = A_0^k \theta(\tau) m(\tau)^{k-1} \frac{w + kc(\tau) - (k-1)p_1}{(w + p_1)^{k+1}}$$

由于 $\frac{A_0^k \theta(\tau) m(\tau)^{k-1}}{(w + p_1)^{k+1}} > 0$, 当 $0 < p_1 < \frac{w + kc(\tau)}{k-1}$ 时,

$\Pi_L(p_1|\tau)$ 递增; 当 $\frac{w + kc(\tau)}{k-1} < p_1 < \infty$ 时, $\Pi_L(p_1|\tau)$ 递

减. 所以, $\Pi_L(p_1|\tau)$ 在 $p_{11}^* = \frac{w + kc(\tau)}{k-1}$ 处达到最大值. 将

p_{11}^* 代入式 (4) 整理后可得

$$\Pi_L(\tau) = \frac{A_0^k (k-1)^{k-1}}{k^k} \frac{\theta(\tau) m(\tau)^{k-1}}{(w + c(\tau))^{k-1}} \quad (A4)$$

求 τ 的导数, 整理后可得

$$\frac{d\Pi_L(\tau)}{d\tau} = \frac{\Pi_L(\tau) (E_\theta(\tau) + (k-1) E_m(\tau))}{\tau (w + c(\tau))} (w - \psi_0(\tau))$$

由于 $E_\theta(\tau) \geq 0$, $E_\theta(\tau) \leq 0$, $E_m(\tau) \leq 0$, 可得 $I(\tau) \geq 0$. 由于 $\psi_0(\tau) = c(\tau) (I(\tau) - 1)$, $I(\tau^1) = 1$, 因此, 对于

$\tau > \tau^1$, $\psi_0(\tau) > 0$; 对于 $\tau = \tau^1$, $\psi_0(\tau^1) = 0$; 对于 $\tau < \tau^1$,

$\psi_0(\tau) < 0$. 由于 $\psi_0(\tau) = c(\tau) (I(\tau) - 1) + c(\tau) I(\tau)$,

$\psi_0(\tau)$ 在 $\tau > (\tau^1, +\infty)$ 上递增.

下面证明 $\tau^1 \leq \tau^1$ 的情形, 其他情形可以类似得到.

如果 $\tau^1 \leq \tau^1$, 对于 $\forall \tau \in [\tau^1, \sigma^u]$, $0 \leq \psi_0(\tau^1) \leq \psi_0(\tau) \leq \psi_0(\sigma^u)$.

$$1) \text{ 当 } w \geq \psi_0(\sigma^u) \text{ 对于 } \tau \in [\tau^1, \sigma^u], \frac{d\Pi_L(\tau)}{d\tau} > 0;$$

对于 $\tau = \tau^u$, $\frac{d\Pi_L(\tau)}{d\tau} \geq 0$. 因此, $\tau_1^* = \tau^u$.

2) 当 $\psi_0(\tau^1) < w < \psi_0(\sigma^u)$ 始终存在唯一的 τ_1^* 使

得 $w = \psi_0(\tau)$ 即 $\frac{d\Pi_L(\tau)}{d\tau} = 0$. 因此, $\tau_1^* = \psi_0^{-1}(w)$.

3) 当 $w \leq \psi_0(\tau^1)$, 对于 $\tau \in (\tau^1, \tau^u]$, $\frac{d\Pi_L(\tau)}{d\tau} < 0$; 对于 $\tau = \tau^1$, $\frac{d\Pi_L(\tau)}{d\tau} \leq 0$. 因此 $\tau_1^* = \tau^1$.

整理后可得最优的 p_1^* , q_1^* 和 p_{11}^* . 将各 τ_1^* 分别代入式(A4), $(\tau_1^*, p_{11}^*, q_1^*)$ 代入式(A2), 可以得到 TPLSP 和客户企业的最优利润, 二者之和为系统的最优利润.

命题 3 证明

1) 由命题 2 的 1) 可知, $\tau_1^* = \tau_0^*$. 将 $p_{11}^* = \frac{w + kc(\tau_1^*)}{k-1}$ 代入 $q_1^* = \theta(\tau_1^*)m(\tau_1^*)^{k-1} \left(\frac{A_0}{w + p_{11}^*}\right)^k$, 可得

$$q_1^* = \theta(\tau_1^*)m(\tau_1^*)^{k-1} \left[\frac{(k-1)A_0}{k(w + c(\tau_1^*))}\right]^k$$

由于 $q_0^* = \theta(\tau_0^*)m(\tau_0^*)^{k-1} \left[\frac{A_0}{w + c(\tau_0^*)}\right]^k$, 比较可得 $\frac{q_0^*}{q_1^*} = \left(\frac{k}{k-1}\right)^k$. 因此, $q_1^* < q_0^*$.

类似, 可得 $p_0^* = \frac{w + c(\tau_0^*)}{m(\tau_0^*)F(z_0)}$, $p_1^* = \frac{k}{k-1} \times \frac{w + c(\tau_1^*)}{m(\tau_1^*)F(z_0)}$. 由于 $\tau_1^* = \tau_0^*$, $\frac{p_0^*}{p_1^*} = \frac{k-1}{k} < 1$. 因此, $p_0^* < p_1^*$.

2) 定义 $h(k) = \frac{2k-1}{k-1} \left(\frac{k-1}{k}\right)^k$. 由命题 1 和 2, 易知

$$\frac{\Pi_S(\tau_1^*, q_1^*, p_1^*)}{\Pi_S(\tau_0^*, q_0^*, p_0^*)} = h(k). \text{ 由于 } k > 1 \text{ 则}$$

$$\ln h(k) = \ln \frac{2k-1}{k-1} + \ln \left(1 - \frac{1}{k}\right)^k$$

求导可得

$$\frac{d \ln h(k)}{dk} = \frac{2}{2k-1} + \ln(k-1) - \ln k$$

由于 $\lim_{k \rightarrow 1^+} \frac{d \ln h(k)}{dk} = -\infty$, $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{d \ln h(k)}{dk} = 0$, $\frac{d^2 \ln h(k)}{dk^2} =$

$\frac{1}{k(k-1)(2k-1)^2} > 0$ 可知在 $k \in (1, +\infty)$ 上, $\frac{d \ln h(k)}{dk} < 0$. 所以 $\ln h(k)$ 在 $k \in (1, +\infty)$ 上递减. 因此 $h(k)$ 在 $k \in (1, +\infty)$ 上递减.

3) 由命题 1 可得 $\frac{\Pi_L(\tau_1^*, p_{11}^*)}{\Pi_C(q_1^*, p_1^*)} = \frac{k-1}{k}$, 易知这一比率在 $k \in (1, +\infty)$ 上递增.

命题 4 证明 易知系统的期望利润为 $\Pi_S(p, q, \tau) = pS(m(\tau)q) - (w + c(\tau))q$. 将 $p_1 = -(1-\phi)w, \lambda = \phi$ 代入式(8)和式(9) 整理后可得 $\Pi_L(p, q, \tau) = (1-\phi)\Pi_S(p, q, \tau)$, $\Pi_C(p, q, \tau) = \phi\Pi_S(p, q, \tau)$.

显然, 双方的期望利润都是系统期望利润的仿射函数 (affine function). 因此, TPLSP 或客户企业面临的决策问题与 ISD 下的决策问题相同. 所以, 当 $\phi \in [0, 1)$ 时, TPLSP 的最优努力水平为 τ_0^* . 类似的, 当 $\phi \in (0, 1]$ 时, 客户企业的最优产品订购量和销售价格分别为 q_0^* 和 p_0^* . 如果 $\phi = 1$ 或 $\phi = 0$, TPLSP 或客户企业的期望利润为零, 它们会拒绝合同. 所以, 必须满足 $0 < \phi < 1$.

命题 5 证明 由命题 4 可知, 当 $p_1 = -(1-\phi)w, \lambda = \phi$ 时 $\Pi_L(\tau_0^*, q_0^*, p_0^*) = (1-\phi)\Pi_S(\tau_0^*, q_0^*, p_0^*)$, $\Pi_C(\tau_0^*, q_0^*, p_0^*) = \phi\Pi_S(\tau_0^*, q_0^*, p_0^*)$. 如果 $\Pi_C(\tau_0^*, q_0^*, p_0^*) \geq \Pi_C(q_1^*, p_1^*)$ 须满足 $\phi \geq \eta$. 类似的, 如果 $\Pi_L(\tau_0^*, q_0^*, p_0^*) \geq \Pi_L(q_1^*, p_{11}^*)$ 须满足 $\phi \leq 1 - \frac{\Pi_L(\tau_1^*, p_{11}^*)}{\Pi_S(\tau_0^*, q_0^*, p_0^*)}$, 又由命题 3

的 3) 可知 $\Pi_L(\tau_1^*, p_{11}^*) = \frac{k-1}{k}\Pi_C(q_1^*, p_1^*)$, $\phi \leq 1 - (k-1) \times$

$\frac{\eta}{k}$. 上述推导过程是可逆的, 所以, 当 $\eta \leq \phi \leq 1 - (k-1) \times$

$\frac{\eta}{k}$ 时, $\Pi_C(\tau_0^*, q_0^*, p_0^*) \geq \Pi_C(q_1^*, p_1^*)$, $\Pi_L(\tau_0^*, q_0^*, p_0^*) \geq$

$\Pi_L(\tau_1^*, p_{11}^*)$.