# 基于均值 – 超量系统总阻抗的随机拥挤收费模型<sup>®</sup>

# 鲍 月<sup>1</sup>,徐 猛<sup>2</sup>,高自友<sup>1\*</sup>

(1. 北京交通大学交通运输学院,北京100044;

2. 北京交通大学轨道交通控制与安全国家重点实验室,北京100044)

摘要:文章研究出行需求不确定环境下的拥挤收费问题 采用均值 –超量系统总阻抗作为风险评价指标.均值 –超量系统总阻抗风险指标 既能够保证系统总阻抗以一定的置信水平  $\alpha$  小于决策者的预算 ,又保证当实际系统总阻抗超过决策者预算时引起的超量延误的均值最小 因此将它作为拥挤收费模型的目标函数能够更加全面地刻画不确定环境下系统总阻抗的分布特征.本文以最小化均值 –超量系统总阻抗作为拥挤收费的目标 ,建立需求不确定条件下的拥挤收费模型.该模型能够更好地反映决策者面对不精确的出行需求数据的风险态度,通过蒙特卡洛模拟的方式将其转化为确定性的模型 降低了求解的复杂性,通过算例分析可得,与期望值模型相比,该模型具有更强的适应性。

关键词: 城市交通; 拥挤收费; 需求不确定; 均值 - 超量系统总阻抗

中图分类号: U121 文献标识码: A 文章编号: 1007 - 9807(2015)01 - 0032 - 09

# 0 引 言

随着城市交通拥挤的日益严重,拥挤收费问题已成为近些年来城市交通问题研究的热点.拥挤道路收费[12]是利用经济学中的价格机制原理,通过对某些路段的车辆进行收费,从时间和空间上来疏散交通量,减少高峰上班时段和繁忙路段的交通负荷.研究结果表明,作为外部性手段,设置恰当的收费赛,可以达到缓解交通拥挤和优化交通的目的[3].但是正如所有的交通问题一样出行需求是决定网络性能的一个关键因素.但是长期交通规划中经济增长、土地利用变化、人口增长等因素使得精确预测长期出行需求非常困难,从而使得出行需求具有不确定性.这种不确定对于道路拥挤的控制具有重要影响,因此在拥挤收费模型中考虑需求的不确定性对于解决交通拥堵问题具有重要意义.

近年来有大量关于需求不确定性对于拥挤收 费影响的文章. Waller 等[4] 验证了忽略长期需求 不确定的影响可能会造成对未来系统总阻抗的显 著低估,而这可能会进一步影响网络设计决 策[5]. 孙华 高自友和龙建成[6] 利用鲁棒优化的 方法建立 OD 需求不确定环境下考虑用户均衡约 束的交通网络设计极小极大模型,并证明利用该 模型得到的网络设计方案较传统的确定性网络设 计方案具有更高的可靠性. Lam 和 Tam<sup>[7]</sup> 在假设 各种输入参数例如人口和收费服从正态分布的条 件下确定了未来的收费收入和出行流量的概率分 布. Chen 和 Subprasom<sup>[8]</sup> 研究了需求不确定条件 下高速公路 BOT 项目中设置路段最优收费和路 段能力使投资者利润最大化的问题. Gardner 等[9] 证明了利用期望需求计算路段收费的潜在问题. Nagae 和 Akamatsu<sup>[10]</sup> 在假设需求变化服从一个 随机微分方程的条件下将从两个离散值中选择最

① 收稿日期: 2012-09-18; 修订日期: 2013-02-25.

基金项目: 国家重点基础研究发展计划资助项目(2012CB725401); 国家自然科学基金资助项目(71071014); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2013JBM044).

优收费水平的问题转化成一个随机单一控制问题. Li 等[11]建立了一个双层数学规划模型来确定最优收费以提高需求和路段能力不确定条件下的出行时间可靠性. Gardner 等[12]量化了随机拥挤收费问题的定价和出行信息的作用,并研究了需求不确定和供给不确定对收费网络中网络性能和财政收入的影响.

本文考虑出行需求不确定条件下的拥挤收费问题.在 Chen 和 Zhou<sup>[13]</sup>提出的均值 - 超量出行时间( mean excess travel time , METT) 的基础上,将其扩展到拥挤收费问题 ,建立随机拥挤收费的均值一超量模型 ,采用均值一超量系统总阻抗( mean excess total travel time , METTT) 作为系统风险目标函数.与传统模型相比 ,该模型在需求不确定的情况下 ,一方面考虑了系统总阻抗的可靠性 ,保证系统总阻抗能够按照一定概率小于决策者的预算 ,另一方面充分考虑了实际系统总阻抗超过系统总阻抗预算等不可靠因素的影响 ,保证当实际系统总阻抗超过决策者预算时引起的超量延误的均值最小 ,从而使得道路收费的决策过程更加精确.

# 1 基于 METTT 的随机拥挤收费 模型

本节建立了基于 METTT 的随机拥挤收费模型. 假设所有路网用户都具有相同的出行时间价值,且路段阻抗函数是可分离的. 首先给出了文中所用符号及变量的含义,其次阐述随机拥挤收费的双层规划模型的一般形式,然后具体分析了下层用户平衡配流模型,最后重点分析了以均值 -超量系统总阻抗为目标函数的上层规划问题并给出了最终的模型.

#### 1.1 符号及变量定义

A---- 路网中路段的集合;

A--- 路网中收费路段的集合;

*W*──*OD* 对的集合;

 $R_w$ ——OD 对 w 包含的路径集合;

 $f_r^w \longrightarrow OD$  对  $w \in W$  上路径 r 上的流量;

f--- 路径流量向量;

 $v_a$  — 路段  $a \in A$  上的流量;

v---- 路段流量向量;

 $u_a$  \_\_\_\_ 路段  $a \in A$  上收取的费用;

u── 路段收费向量;

 $t_a$  路段  $a \in A$  的阻抗 是路段流量  $v_a$  和路段 段收费  $u_a$  的函数;

 $\mu_w$ ——OD 对  $w \in W$  的最小阻抗;

 $Q_w$ —OD 对  $w \in W$  上的随机需求;

 $q_w$  — 随机需求  $Q_w$  的实现值;

Q—— 随机变量  $Q_w$  的向量;

q—— 实现值  $q_{xx}$  的向量;

 $\delta_{ar}^{w}$  — 若路段 a 在 OD 对  $w \in W$  的路径 r 上,其值为 1 否则为 0.

#### 1.2 拥挤收费双层规划模型的一般形式

由于要考虑用户的路径选择行为,拥挤收费问题一般都描述为双层规划的形式,用户选择阻抗最小的路径,系统决策者在考虑用户的路径选择行为的同时,选择一个能够使目标函数最优的收费方案. 城市交通网络问题中双层规划模型[14,15]的一般形式为

$$(UP) \min F(u p(u Q))$$
 (1)

s. t. 
$$H(u \ p(u \ \mathbf{Q})) \leq 0$$
 (2)

其中v(u,Q) 由下述规划求得

$$(LP) \min f(u v(u \mathbf{Q}))$$

$$(3)$$

s. t. 
$$h(u \ p(u \ \mathbf{Q})) \leq 0$$
 (4)

#### 1.3 下层用户平衡配流模型

令  $Q = ( \cdots Q_{w}, \cdots )^{T}$  为定义在概率空间( $\Omega$ ,  $\Theta$  Pr) 上的随机需求向量 其中  $\Omega$  是一次随机实验的所有样本点的样本空间(非空集),即所有可能的出行需求的值  $\Theta$  称作  $\sigma$  - 代数 Pr 表示随机出行需求的概率密度函数. 对于每一个  $\omega \in \Omega$ ,  $q = Q(\omega)$  是随机需求向量 Q 的一个样本值. 在确定路段收费时 实际的(未来) 出行需求是不能精确知道的; 但是实施收费后 出行者会根据自己的出行需要和要付出的费用(包括时间和金钱)调整自己的出行需求并选择路径,最终达到平衡配流(UE) 状态. 这一假设是基于用户通过日常的出行经验掌握了出行需求的大体水平,并随着时间的推移找到了最佳出行路径以使自己的出行时间最小. 本文中不考虑每天的出行需求波动,关于这方面的文献有很多,如邵虎等[16] 研究了基于出

行时间可靠性的交通配流问题,许良和高自友<sup>[17,8]</sup> 研究了基于路段能力/时间可靠性的城市交通网络设计. 因为无论是用户还是决策者都不能提前知道某一天的实际需求,因此日常的需求波动既不能影响用户的路径选择又不能影响决策者对于路段收费的确定,所以在随后建立的随机拥挤收费模型中,下层规划采用标准用户平衡配流(UE) 模型. 对于给定的上层规划的决策变量即路段收费 u 和随机需求向量的样本值 q ,求解平衡配流问题的下层规划模型为

$$\min \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} t_a(\omega \mu_a) d\omega \tag{5}$$

s. t. 
$$\sum_{r=0}^{\infty} f_r^w = q_w$$
,  $\forall w \in W$  (6)

$$v_{a} = \sum_{w \in W} \sum_{r \in R} f_{r}^{w} \delta_{ar}^{w} , \forall a \in A$$
 (7)

$$f_r^v \geqslant 0 , \forall r \in R_w \not w \in W$$
 (8)

因为本文的重点是研究采用 METTT 模型对 于随机出行需求下拥挤收费的影响,而不是用户 的路径选择行为,所以作者采用广泛使用的 UE 平衡配流模型作为下层规划模型. 同样,也可以采 用其他路径选择模型,例如如果想要同时考虑用 户对于出行时间的理解误差,则可以采用基于理 解路段阻抗的随机用户平衡模型(SUE),如果要 考虑用户的风险偏好及出行时间的可靠性则可以 选择基于可靠性的用户平衡模型(RUE),或者选 择既考虑用户出行时间可靠性又考虑不可靠性的 METE 模型. 而若要进一步考虑不确定条件下的 路径选择问题 则可以参考王正武等[19] 关于不确 定条件下的多目标多路径选择的研究以及魏航和 魏杰[20] 的随机时变网络下的应急路径选择研究. 另外 徐红利等[21] 还建立了基于累积前景理论的 随机网络用户均衡模型 涨小宁[22] 考虑了实时交 通信息诱导下的出行模式及效益评价,许良和高 自友[23] 则总结了不确定条件下用户路径选择行 为理论与模型 如期望效用理论及随机效用理论、 累积前景理论、神经网络与模糊集理论及学习模 型等 这些路径选择模型都可以应用到本文的模 型中作为进一步的研究.

#### 1.4 上层优化问题

在出行需求不确定的情况下,系统总阻抗也 具有不确定性,据此可以有不同的建模准则.首先 是期望值模型,即将系统总阻抗的期望值作为目 标函数. 期望值模型是最常用的随机模型,但是它 仅仅考虑目标函数的平均值,完全忽略了目标函 数的方差. 因此这一模型是假设决策者都是风险 中性的 不考虑系统总阻抗的可靠性 因此不够精 确. Lo 等[24] 首先提出了出行时间预算(travel time budget , TTB) 的概念 ,认为用户为了能按时 到达目的地 就会较早的出行 ,为自己的出行做出 预算时间 因此用户更加关注自己的出行时间可 靠程度 要求在一定置信度水平下满足准时到达 的要求. Chen 和 Zhou [13] 提出了均值 — 超量出行 时间(METT)的概念,用户力求寻找一条满足 TTB 要求的路径出行,以此保证在一定置信水平 下满足准点到达目的地的需求 与此同时 用户也 考虑迟到带来的影响 即为出行时间的不可靠性, 使得迟到带来的影响最小. METT 既考虑出行时 间的可靠性 汉考虑迟到等不可靠因素的影响 这 显然更符合用户的心理要求,因此被认为是一种 更全面的建模准则. 本文将 METT 扩展到拥挤道 路收费模型中 假设决策者是风险规避的 要求既 保证系统总阻抗的可靠性,使得实际系统总阻抗 以一定的概率小于系统总阻抗预算,又要保证实 际系统总阻抗超过系统总阻抗预算时引起的超量 延误的均值较小. 首先根据 Lo 和 Chen 的定义给 出类似的系统总阻抗预算的定义和均值 一 超量 系统总阻抗的定义.

定义 1 系统总阻抗预算(total travel time budget, TTTB) 是指给定置信水平  $\alpha$  满足实际系统总阻抗机会约束的最小值。即

$$\xi(\alpha) = \min\{\xi \mid \Pr(\sum_{a \in A} t_a v_a \leq \xi) \geq \alpha\}$$
 (9)

其中置信水平  $\alpha$  是由决策者根据其风险规避程度给出 ,决策者对于风险的厌恶程度越高  $\alpha$  的值越大 ,反之  $\alpha$  的值越小. 根据定义 ,实际系统总阻抗可能会大于系统总阻抗的预算 ,但是这种情况发生的概率很小 ,仅是 $100(1-\alpha)$  % . 也就是说在大部分的情况下( $100\alpha$ %) ,实际系统总阻抗都是比预算的要小 ,保证了系统总阻抗的可靠性.

定义 2 均值 - 超量系统总阻抗(mean excess total travel time, METTT) 指超过系统总阻抗预算的系统总阻抗的条件期望,即

$$\eta(\alpha) = \mathbb{E}\left[\sum_{a \in A} t_a v_a \mid \sum_{a \in A} t_a v_a \geqslant \xi(\alpha)\right]$$

$$= \xi(\alpha) + \mathbb{E}\left[\sum_{\alpha \in A} t_{\alpha} v_{\alpha} - \xi(\alpha) \mid \sum_{\alpha \in A} t_{\alpha} v_{\alpha} \geqslant \xi(\alpha)\right]$$

$$\tag{10}$$

即 METTT 实际上由两部分组成 ,一部分是系统总阻抗预算(TTTB) ,另一部分是实际系统总阻抗超过系统总阻抗预算引起的超量延误的均值. 根据 METTT , 一方面要保证大部分情况下( $100\alpha\%$ ) 实际系统总阻抗都比系统总阻抗预算小 ,保证系统总阻抗的可靠性;另一方面当另外 $100(1-\alpha)\%$  概率的事件发生时 ,实际系统总阻抗预算(不可靠性) ,计算这种情况下系统总阻抗的期望值 ,并使之最小化 ,保证系统总阻抗的可靠性 ,使实际系统总阻抗以一定的概率小于系统总阻抗预算 ,又能充分考虑实际系统总阻抗超过系统总阻抗预算 ,又能充分考虑实际系统总阻抗超过系统总阻抗预算等不可靠性因素的影响 因此是更全面的指标.

下面用图  $1^{[13]}$  来进一步说明均值 - 超量系统总阻抗. 图中粗曲线为系统总阻抗的累积分布函数曲线. 给定置信水平  $\alpha$  ,系统总阻抗预算就是最小的系统总阻抗临界值 ,使得实际系统总阻抗小于这个临界值的概率不小于  $\alpha$  ,在图中的具体

数值为 TO. 双箭头点虚线部分表示所有实际系统 总阻抗超过系统总阻抗预算的情况(excess delay) ,这一部分发生的概率为(1 -  $\alpha$ ) ,双箭头 段虚线是这一部分的均值(expected excess delay). 以系统总阻抗预算作为拥挤收费的目标 函数只能保证实际系统阻抗以 $\alpha$ 的概率小于临界 值 但是却不能区分实际系统总阻抗超过临界值 的各种情况. 如图所示 JT1 和 T2 均是实际系统总 阻抗超过系统总阻抗预算 TO 的情况,但是 T1 仅 仅是稍大于 TO ,尚可接受 ,而 T2 要远远高于 TO , 这显然是不能为决策者所接受的. 因此在保证实 际系统总阻抗能以一定概率 α 小于系统总阻抗预 算的同时  $应该尽量降低另外(1-\alpha)$  概率的实际 系统总阻抗. 如图所示均值超量系统总阻抗同时 包含系统总阻抗预算和实际系统总阻抗超过系统 总阻抗预算部分的期望值. 因此 METTT 既能满足 TTTB 的要求 使得实际系统总阻抗可以以一定的 概率 α 小于收费前系统总阻抗,又能使得另外 (1-α) 概率的情况发生时,实际系统总阻抗超 过系统总阻抗预算所导致的超量延误的均值最 小. 因此既保证了系统总阻抗的可靠性,又充分考 虑了实际系统总阻抗超过系统总阻抗预算等不可 靠因素的影响.

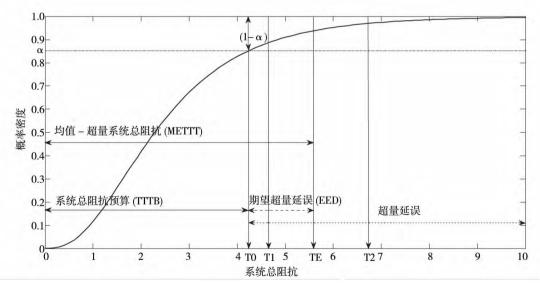


图 1 均值 - 超量系统总阻抗

Fig. 1 Illustration of the total travel time budget and mean-excess total travel time

$$= \frac{1}{1 - \alpha} \int_{Z \geqslant \mathcal{E}(\alpha)} Z f(Z) \, dZ \tag{11}$$

因为上式中仍然含有系统总阻抗预算,它的解析 式较难得到,因此引入另一种表达形式

$$G_{\alpha}(Z \gamma) = \gamma + \frac{1}{1 - \alpha} \int_{\Omega} [Z - \gamma]_{+} f(Z) dZ$$
(12)

其中  $[s]_+ = \max\{0, s\}$ . 由于上式含有随机变量,较难计算,本文利用蒙特卡洛模拟法模拟样本数据来给出目标函数的估计值. 设  $Q^1$   $Q^2$   $\cdots$   $Q^N$  是Q 的 N(N 充分大) 个样本,则目标函数  $G(Z, \gamma)$  的估计值为

$$\hat{G}_{\alpha} = \gamma + \frac{1}{1 - \alpha} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} [Z^{k} - \gamma]_{+}$$
 (13)

根据式(1) 和式(2) 上层规划模型可以写作

$$\min_{u \ \gamma} \gamma + \frac{1}{1 - \alpha} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[ \sum_{a \in A} t_a(v_a(\boldsymbol{u} \ \boldsymbol{Q}^k) \ \mu_a) \times v_a(\boldsymbol{u} \ \boldsymbol{Q}^k) - \gamma \right]_{+}$$
(14)

s. t. 
$$0 \le u_a \le u_a^{\text{max}}$$
,  $\forall a \in \overline{A}$  (15)

本文在上层模型中仅考虑了路段费用的上下限这一个约束条件,另外还可以考虑社会和空间公平性等约束条件,关于这一问题的更加详细的研究可以参考张华歆等<sup>[25]</sup>的关于基于社会和空间公平性的拥挤收费问题的研究.

结合式(5) 一式(8) 可以得到基于METTT的 随机拥挤收费模型

$$\min_{u,\gamma} \gamma + \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[ \sum_{a \in A} t_a(v_a(\mathbf{u} \mathbf{Q}^k)) \right],$$

$$u_a(\mathbf{u} \mathbf{Q}^k) - \gamma \right]_{\perp}$$
(16)

s. t. 
$$0 \le u_a \le u_a^{\text{max}}$$
 ,  $\forall a \in \overline{A}$  (17)

其中 $v(u Q^k)$  由下述规划求得

$$\min \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} t_a(\omega \mu_a) d\omega \qquad (18)$$

s. t. 
$$\sum_{r=R} f_r^w = q_w , \forall w \in W$$
 (19)

$$v_a = \sum_{w \in W} \sum_{r \in R} f_r^w \delta_{ar}^w , \forall a \in A$$
 (20)

$$f_r^w \geqslant 0$$
 ,  $\forall r \in R_w$  ,  $w \in W$  (21)

# 2 数值算例

下面将通过数值算例来验证本文给出的基于 METTT 的随机拥挤收费模型. 考虑如图 2 所示的 路网 ,它包含 4 个 OD 对 5 个节点和 8 条路段 ,并 假设对路段 4 和 5 实行收费. 路段阻抗函数采用如下函数形式

$$t_a(v_a \mu_a) = t_a^0 \left\{ 1.0 + 0.15 \left( \frac{v_a}{C} \right)^4 \right\} + u_a$$
 (22)

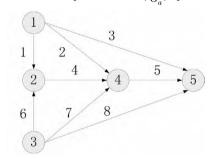


图 2 算例路网图

Fig. 2 Network used in the numerical example

自由流时间  $t_a^0$  和路段能力  $C_a$  如表 1 所示. 共有 4 个 OD 对(1 → 5 2 → 5 3 → 5 4 → 5) ,并假设出行需求服从对数正态分布,各个 OD 对之间的期望需求分别为  $\hat{D}_{1\to 5} = 5\,500(\,\,\mathrm{veh/h})\,\,\hat{D}_{2\to 5} = 2\,000(\,\,\mathrm{veh/h})\,\,\hat{D}_{3\to 5} = 6\,\,000(\,\,\mathrm{veh/h})\,\,\hat{D}_{4\to 5} = 2\,000(\,\,\mathrm{veh/h})\,\,$ 

表 1 算例路网数据

Table 1 Input data for test network

路段	1	2	3	4	5	6	7	8
零流时间 /min	10	23	42	10	15	10	23	42
路段能力 /( veh/h)	1 000	2 000	3 000	4 000	6 000	1 000	2 000	3 000

由于双层规划问题直接求解比较困难,本文又考虑了随机目标函数问题,因此,直接对模型求解难度较大.本文中使用遗传算法对模型进行求解.该算例求解过程中其他参数设置见表2.

表 2 算例参数

Table 2 Parameters for the example

名称	参数
进化代数	200
种群规模	16
交叉概率	0.5
变异概率	0.1
样本数	1 000

表 3 分别给出了不收费时均衡 OD 对出行阻抗和收费后均衡 OD 对出行阻抗. 对路段 4 收取的费用为 ¥2.8 ,对路段 5 收取的费用为 ¥2.7. 当不收费时系统总阻抗为  $7.101.5 \times 10^5 (\text{veh/h})$  ,实行 收费后系统总阻抗为  $7.047.9 \times 10^5 (\text{veh/h})$  . 表 3 同时给出了收费后和收费前 OD 对最小

出行 阻抗的比值 ,从表中可以看出 4 个 OD 对之间的最小出行阻抗在实行收费之后均增大 ,其中 OD 对  $1 \rightarrow 5$  和  $2 \rightarrow 5$  之间的最小阻抗增长最大 ,但是系统总阻抗降低. 这说明出行者的出行成本增加了 ,实行收费可以促使 UE 向 SO 转化.

表 3 收费前和收费后 OD 对最小阻抗的变化

Table 3 Change in equilibrium OD travel disutility before and after road pricing

OD 对	1 → 5	$2 \rightarrow 5$	$3 \rightarrow 5$	4 → 5
收费前的最小阻抗(min)	49.9	49.827	49.946	49.708
收费后的最小阻抗(min)	51.6	51.473	51.582	51.335
收费后和收费前最小阻抗的比值	1.034 1	1.033 0	1.032 8	1.032 7

下面比较 METTT 模型和传统的期望值 (MTT) 模型. 从表 4 中可以看出 ,由于 MTT 模型是以最小化系统总阻抗的平均值作为目标的 ,而 METTT 模型是以最小化超额系统总阻抗为目标的 ,所以无论是收费前还是收费后 ,MTT 模型得出的系统总阻抗都要小于 METTT 模型得到的相应的值. 因此使用 MTT 模型的决策者更加看重系统总阻抗的平均值 ,属于风险中立者; 而使用 METTT 模型的决策者更加看重系统总阻抗的可靠性和不可靠性 ,属于风险规避者. 从收取的费用 来看 ,对于 METTT 模型 ,路段 4 比路段 5 收取的费用多一些 ,但相差不大. 结合表 3 ,收费前后 ,OD 对  $1 \rightarrow 5$  和  $2 \rightarrow 5$  之间的最小阻抗增长最大 ,其次是 OD 对  $3 \rightarrow 5$  之间最小阻抗的增长 ,OD 对  $4 \rightarrow 5$ 

之间增长最少. 而 OD 对  $2 \rightarrow 5$  之间只有一条路径 所以在该模型中,通过收费,主要是使得 OD 对  $1 \rightarrow 5$  的出行者从路径(1-4-5) 转移到路径(2-5) 和路径(3) 其次是使得 OD 对  $3 \rightarrow 5$  之间出行者向路径(7-5) 和路径(8). 而对于 MTT 模型 路段 5 收取的费用比较多 路段 4 要少. 即决策者是通过促使 OD 对  $1 \rightarrow 5$  和  $3 \rightarrow 5$  之间的出行者分别向路径(3) 和路径(8) 转移来实现降低系统总阻抗的目标. 因此对于使用 MTT 模型的决策者 是尽量促使出行者选择其他路径 减少使用全部的瓶颈路段 从而使得平均的系统总阻抗最小; 而对于使用 METTT 模型的决策者 则主要是使出行者减少对最拥堵路段的使用,从而避免流量过于集中于非瓶颈路段造成非瓶颈路段严重拥堵的情况.

表 4 METTT 模型和 MTT 模型结果比较

Table 4 Comparison of METTT model and MTT model

	收费前系统总阻抗	收费后系统总阻抗	路段4收取的费用	路段5 收取的费用	
METTT	710 150	704 790	2.784 9	2.668 9	
MTT	708 680	703 570	2.214 2	3.125 9	

下面检验算法的种群规模,交叉概率和变异概率三个参数对结果的影响. 检验八个参数组合,分别是种群规模(16 和 32),交叉概率(0.3 和 0.5)和变异概率(0.1 和 0.2).令

$$d_1 = \frac{G_{\alpha} - \overline{G}_{\alpha}}{\overline{G}_{\alpha}} d_2 = \frac{TF_0 - \overline{TF}_0}{\overline{TF}_0} d_3 = \frac{TF - \overline{TF}}{\overline{TF}}$$

其中  $G_{\alpha}$  , $\overline{TF}_{0}$  , $\overline{TF}$  分别表示参数组合为(16  $\rho$ . 5 , 0. 1) 时的目标函数值 ,收费前系统总阻抗 ,收费后系统总阻抗;  $G_{\alpha}$  , $TF_{0}$  ,TF 则表示其他参数组合对应的目标函数值 ,收费前系统总阻抗 ,收费后系统总阻抗 .表 5 给出了对应不同参数组合的  $d_{1}$  , $d_{2}$  和  $d_{3}$  的值. 从表 5 中可以看出当算法参数变动时 ,解的变动非常小 ,所以算法是稳定的.

表 5	参数 PS	P.	和 P	对解的影响
200	> XX 1 D	<b>P</b> c	1 H I m	<b>~ コルナロコホン</b> いら

Table 5 Effect of PS,  $P_c$  and  $P_m$  on the solution

Case#	PS	$P_c$	$P_{m}$	$d_1$	$d_2$	$d_3$
1	16	0.3	0. 1	0.000 75	0. 001 34	0. 000 54
2	16	0. 3	0. 2	0. 000 72	0. 000 25	0. 000 64
3	16	0. 5	0. 1	0	0	0
4	16	0. 5	0. 2	0. 003 01	0. 001 13	0. 002 27
5	32	0.3	0. 1	0. 002 71	0. 002 07	0. 001 04
6	32	0.3	0. 2	0. 004 43	0.000 24	0. 003 96
7	32	0. 5	0. 1	0. 001 73	0.000 14	0.000 64
8	32	0.5	0. 2	0.000 20	0.000 92	0.000 55

# 3 结束语

本文建立了基于 METTT 的随机拥挤收费模型. 该模型在需求不确定的情况下 ,考虑了系统总阻抗的可靠性以及实际系统总阻抗超过决策者预算等不可靠因素的影响 ,使得系统总阻抗以一定的概率小于决策者预算 ,且当实际系统总阻抗超过系统总阻抗预算时得到的超额延误的均值最小 ,因此能够更加全面地刻画不确定环境下系统

总阻抗的分布特征,使得收费的结果更加符合决策者风险规避的要求.通过蒙特卡洛模拟 将该随机模型转化为确定性模型 利用遗传算法求解.最后利用数值算例对模型进行了分析,通过与期望值模型比较,本文提出的模型更适合于风险规避者.同时,检验了模型参数对解的影响,说明了算法的稳定性.考虑到本文中不确定性仅对于上层决策者(用户出行总需求的不确定性),对用户路径选择行为采用 UE 模型,关于路径选择行为的不确定性仍需要进一步研究.

#### 参考文献:

- [1] Yang H, Huang HJ. Mathematical and Economic Theory of Road Pricing [M]. Oxford: Elsevier, 2005.
- [2]张华歆. 拥挤道路收费理论与方法[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2011.

  Zhang Huaxin. Theory and Method of Congestion Road Pricing[M]. Shanghai: Shanghai Transportation Press, 2011. (in Chinese)
- [3]唐毓敏,冯苏苇. 政策博弈下的道路交通拥挤定价[J]. 管理科学学报,2008,11(4):76-82.

  Tang Yumin, Feng Suwei. Model of traffic behavior based on game theory under road-pricing regulation of government [J].

  Journal of Management Sciences in China, 2008, 11(4):76-82. (in Chinese)
- [4] Waller S, Schofer J, Ziliaskopoulos A. Evaluation with traffic assignment under demand uncertainty [J]. Transportation Research Record, 2001, 1771: 69 75.
- [5] Duthie J, Unnikrishnan A, Waller S. Influence of demand uncertainty and correlations on traffic predictions and decisions
  [J]. Computer-Aided Civiland Infrastructure Engineering, 2011, 26: 16-29.
- [6]孙 华 , 高自友 , 龙建成. 不确定  $\mathrm{OD}$  需求下连续交通网络设计的鲁棒优化模型 [J]. 交通运输系统工程与信息 , 2011 ,  $\mathrm{11}(2)$  : 70 76.
  - Sun Hua, Gao Ziyou, Long Jiancheng. The robust model of continuous transportation network design problem with demand uncertainty [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2011, 11(2): 70 76. (in Chinese)
- [7] Lam WHK, Tam M. Risk analysis of traffic and revenue forecasts for road investment projects [J]. Journalof Infrastructure

- Systems, 1998, 4: 19 27.
- [8] Chen A, Subprasom K. Analysis of regulation and policy of private toll roads in a build-operate-transfer scheme under demand uncertainty [J]. Transportation Research Part A, 2007, 41: 537-558.
- [9] Gardner L, Unnikrishnan A, Waller S. Robust pricing of transportation networks under uncertain demand [J]. Transportation Research Record, 2008, 2085: 21 30.
- [10] Nagae T, Akamatsu T. Dynamic revenue management of a toll road project under transportation demand uncertainty [J].
  Networks and Spatial Economics, 2006, 6: 345 357.
- [11] Li H, Bliemer M, Bovy P. Optimal toll design from reliability perspective [J]. In: Proceedings of the Sixth Triennial Symposium on Transportation Analysis (TRISTAN VI). Phuket, Thailand, 2007.
- [12] Gardner L, Boyles S, Waller T. Quantifying the benefit of responsive pricing and travel information in the stochastic congestion pricing problem [J]. Transportation Research Part A, 2011, 45: 204 218.
- [13] Chen A , Zhou Z. The α-reliable mean-excess traffic equilibrium model with stochastic travel time [J]. Transportation Research Part B , 2010 , 44(4): 493 513.
- [14]赵 彤,高自友. 城市交通网络设计问题中的双层规划模型[J]. 土木工程学报,2003,36(1):6-10.

  Zhao Tong, Gao Ziyou. The bi-level programming models in the urban transport network design problem [J]. China Civil Engineering Journal, 2003,36(1):6-10. (in Chinese)
- [15]高自友,张好智,孙会君. 城市交通网络设计问题中双层规划模型、方法及应用[J]. 交通运输系统工程与信息, 2004,4(1): 35-44.

  Gao Ziyou, Zhang Haozhi, Sun Huijun. Bi-level programming models approaches and applications in urban transportation network design problems [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2004,4(1): 35-44. (in Chinese)
- [16]邵 虎,林兴强,孟 强,等. 基于出行时间可靠性的交通配流问题[J]. 管理科学学报,2009,12(5): 27-35. Shao Hu, Lin Xingqiang, Meng Qiang, et al. Traffic assignment problem based ontravel time reliability [J]. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(5): 27-35. (in Chinese)
- [17]许 良,高自友. 基于路段能力可靠性的城市交通网络设计[J]. 中国公路学报,2006,19(2): 86-90.

  Xu Liang, Gao Ziyou. Urban transport network design based on link capacity reliability [J]. China Journal of Highway and Transport, 2006,19(2): 86-90. (in Chinese)
- [18]许 良,高自友. 基于出行时间可靠性的城市交通网络设计[J]. 系统仿真学报,2008,20(2): 494-498.

  Xu Liang, Gao Ziyou. Urban transportation network design based on travel time reliability [J]. Journal of System Simulation, 2008,20(2): 494-498. (in Chinese)
- [19]王正武,罗大庸,黄中祥,等. 不确定条件下的多目标多路径选择[J]. 系统工程学报,2009,24(3):355-359. Wang Zhengwu, Luo Dayong, Huang Zhongxiang, et al. Multi-criteria multi-route choice under uncertainty [J]. Journal of Systems Engineering, 2009,24(3):355-359. (in Chinese)
- [20]魏 航,魏 洁. 随机时变网络下的应急路径选择研究[J]. 系统工程学报,2009,24(1):99-103.

  Wei Hang, Wei Jie. Emergency path problem in stochastic and time-varying network [J]. Journal of Systems Engineering, 2009,24(1):99-103. (in Chinese)
- [21]徐红利,周 晶,徐 薇. 基于累积前景理论的随机网络用户均衡模型[J]. 管理科学学报,2011,14(7): 1-7. Xu Hongli, Zhou Jing, Xu Wei. Cumulative prospect theory—based user equilibrium model for stochastic network [J]. Journal of Management Sciences in China, 2011,14(7): 1-7. (in Chinese)
- [22]张小宁. 实时交通信息诱导下的出行模式及效益评价[J]. 管理科学学报 ,2011 ,14(9): 13-19. Zhang Xiaoning. Traffic pattern under the guidance of real time traffic information and traffic information benefit evaluation [J]. Journal of Management Sciences in China ,2011 ,14(9): 13-19. (in Chinese)
- [23]许 良,高自友.不确定条件下用户路径选择行为研究述评[J]. 燕山大学学报(哲学社会科学版),2007,8(1):

139 – 144.

Xu Liang, Gao Ziyou. Review on user route choice behavior model under uncertainty [J]. Journal of Yanshan University: Philosophy and Social Sciences Edition, 2007, 8(1): 139 – 144. (in Chinese)

- [24] Lo H, LuoX, SiuB. Degradable transport network: Travel time budget of travelers with heterogeneous risk aversion [J]. Transportation Research Part B, 2006, 40(9): 792 806.
- [25]张华歆,周溪召. 基于社会与空间公平多用户网络拥挤收费定位[J]. 系统工程学报,2009,24(2): 184-189. Zhang Huaxin, Zhou Xizhao. Congestion pricing location problem of multi-class network with social and spatial equity constraints [J]. Journal of Systems Engineering, 2009,24(2): 184-189. (in Chinese)

### Stochastic model of congestion pricing based on mean-excess total travel time

 $BAO Yue^1$ ,  $XU Meng^2$ ,  $GAO Zi-you^{1^*}$ 

- 1. School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;
- 2. State Key Laboratory of Rail Traffic Control and Safety , Beijing Jiaotong University , Beijing 100044 , China

**Abstract**: This paper considers congestion road pricing with demand uncertainty, and uses the mean–excess total travel time as the system risk measure. Mean–excess total travel time can consider both the reliability and the unreliability of total travel time, and so it is a more complete risk measure. Because the model in this paper with stochastic demand is difficult to solve, we turn it to a deterministic model through Monte Carlo simulation, and solve it with the genetic algorithm. A numerical example is presented to illustrate the model and compare it with the expected value model. It shows our model is more appropriate for risk–aversion deciders. At last, we demonstrate the stability of the algorithm through examining the effect of the parameters to the solution.

Key words: urban traffic; congestion pricing; demand uncertainty; mean-excess total travel time