

两级供应链中短生命周期产品应急转运策略^①

汪传旭, 许长延

(上海海事大学经济管理学院, 上海 201306)

摘要: 考虑由 1 个供应商和两个零售商组成的短生命周期产品两级供应链系统, 两个零售商面临的**市场需求相互独立且零售商发生缺货时允许产品相互转运**. 建立了无市场需求满足率约束和有市场需求满足率约束两种情形下, 零售商之间采用不转运策略和应急转运策略的订货量决策模型, 并求出各类模型的最优解和最优值, 然后从理论上证明了两种策略的优劣, 得出: 无论存在市场需求满足率约束与否, 当单位产品转运费用不高于特定的临界值时, 应急转运策略下的零售商订货量和期望总费用均不高于不转运策略下的订货量和期望总费用. 最后通过算例分析, 验证了应急转运策略的效果, 并分析市场需求满足率和单位产品转运费用对转运策略的影响, 得出一些具有参考价值的管理结论.

关键词: 供应链; 应急转运; 市场需求满足率

中图分类号: F274 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007 - 9807(2015)09 - 0061 - 11

0 引言

目前短生命周期产品供应链管理策略的研究日益受到学术界的关注. 短生命周期产品季节性较强、销售时间短, 若在销售期内没有卖出, 则需低价处理; 若市场需求没有得到满足, 则产生缺货费用. 为了应对难以预测的市场风险, 库存共享是其中的一个重要手段.

目前在供应链库存共享研究中, 大多侧重于供应链上下级之间的库存共享研究, 这主要体现为供应商管理库存(VMI)策略研究. 国内外众多学者对 VMI 做了大量的研究, 如: Burke^[1]认为在未来发展中, VMI 将会导致企业分配渠道的改变. Cheung 和 Lee^[2]研究了 VMI 模式下的协调订货和再分配库存问题, 发现调整订货和供货行为两种方式都会降低零售商的费用. 蔡建湖等^[3]研究了两级供应链库存决策模型, 探讨 VMI 模式下单供应商面临两个相互独立的零售商时的库存决

策情况, 分析供应商实施库存应急转运策略对供应链成员的库存决策、供应链成员的收益以及供应链整体性能所带来的影响. 杜少甫等^[4]研究了补货提前期是随机的 VMI 系统下带提前期的“库存补货与运输排程”(SRSS)问题, 结合使用随机过程更新理论和优化方法, 建立了扩展模型; 使用仿真方法跟踪了优化策略的长期执行效果, 以验证模型有效性. 李娟等^[5]针对由 1 个供应商和 1 个零售商组成的两条供应链系统, 对比分析零售商管理库存和供应商管理库存下系统成员收益, 并分析了不同库存管理方式对供应链系统竞争均衡状态的影响.

近几年来, 国内外也有学者对供应链同级之间的库存共享进行了研究, 这主要体现为应急转运(emergency transshipment)策略. 应急转运策略最早由 Lee^[6]提出, 他将同级仓库分组, 每组中的仓库之间形成库存共享, 并可以安排应急转运, 证明了通过该方法可以有效降低库存. Axsäter^[7]在

① 收稿日期: 2012 - 12 - 14; 修订日期: 2013 - 11 - 11.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71373157).

作者简介: 汪传旭(1967—), 男, 安徽怀宁人, 博士, 教授, 博士生导师. Email: cxwang18@aliyun.com

Lee 的模型基础上进行了改进,假设补货时间服从指数分布,利用单一商品排队理论求出系统平稳状态的库存水平和服务水平.随后 Axsäter^[8]研究了有限供应点单向应急调运的情况. Philip^[9]研究了两级库存系统,通过启发式算法计算紧急调度的最低库存量,并将模型由一个产品推广到多个产品情形. Herer^[10]建立了 1 个拥有无限供应能力的供货商和两个零售商面对有限期确定性需求的补货与应急转运问题. Grahovac^[11]分析了 1 个工厂、1 个中央物资供应点和多个零售商组成的 3 级应急转运系统的应急转运问题. 霍佳震和李虎^[12]建立了零备件库存多点转运的批量订货模型,提出以服务水平为约束,以库存费用和转运费用最小为目标的规划模型及其求解算法. Kutanoglu^[13]比较分析了二级物流系统中单物品的应急转运以及不相互应急转运的情况. 钱宇和陈剑^[14]考虑由 1 个制造企业和两个批发企业组成的供应链系统,研究了在分散决策的情况下,使用应急转运补货机制后,批发企业的最优订货决策和制造企业的最优定价决策问题. 温涛和黄培清^[15]考虑由 1 个仓库和多个分销点组成的多零件二级供应链系统,分销点之间允许转运时基于订单的分销商缺货水平分析模型. 汪传旭等^[16]研究了不确定环境下,二级应急物资供应系统多需求点应急转运库存策略,综合对比了完全转运策略、部分转运策略和不转运策略 3 种策略的优劣.

综上所述,现有应急转运方面的文献仅考虑供应链节点企业利润最大化或者费用最小化,但没有考虑市场需求满足率的约束条件. 本文考虑由 1 个供应商和两个零售商组成的短生命周期产品二级供应链系统. 两个零售商面临的相互独立,某一个零售商发生缺货时,如果在销售期末,另一个零售商有多余产品,可从另一个零售商处应急转运产品,否则产生缺货损失. 建立了无市场需求满足率约束和有市场需求满足率约束两种情形下,零售商之间采用不转运策略和应急转运策略的订货量优化模型,并求出两种情形下的两种策略的最优解和最优值,然后分别对比了两种策略的优劣. 最后通过算例分析,验证了两种策略的效果,并分析市场需求满足率和单位产品转运费用对两种策略的影响.

1 模型参数与假设条件

1.1 模型参数与变量

c_d : 从供应商到零售商的单位产品订货费用;
 c_h : 销售期间内单位产品的存储费用,在销售期间内单位产品的平均存储费用为 $c_h/2$;
 c_s : 当市场需求无法达到满足的时候,单位产品引起的缺货损失;

c_z : 两个零售商之间单位产品的应急转运费用;

c_q : 未在销售期内销售完毕的单位产品的处理收益;

Q_{ji} : 无市场需求满足率约束时零售商 i 采用策略 j (不转运策略为 1,应急转运策略为 2) 的订货量,决策变量;

Q_{ji}^m : 有市场需求满足率约束时零售商 i 采用策略 j (不转运策略为 1,应急转运策略为 2) 的订货量,决策变量;

q_{ik} : 零售商 i 向零售商 k 的转运量;

Q_j : 无市场需求满足率约束时零售商采用策略 j 的总订货量 $Q_j = \sum_{i=1}^2 Q_{ji}$;

Q_j^m : 有市场需求满足率约束时零售商采用策略 j 的总订货量, $Q_j^m = \sum_{i=1}^2 Q_{ji}^m$;

$d^{(i)}$: 零售商 i 面临的市场需求量;

d : 两个零售商面临的总市场需求量 $d = \sum_{i=1}^2 d^{(i)}$;

p : 零售商需要达到的市场需求满足率 $0 < p < 1$.

1.2 假设条件

与文献 [3]、[17] 和 [18] 相似,假设 $d^{(i)}$ 为服从 $N(\mu_i, \sigma_i^2)$ 分布的非负随机变量. 其概率密度函数为 $f_i(x)$, 累积分布函数为 $F_i(x)$, 设 $\phi(x)$ 和 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的概率密度函数和累积分布函数. 零售商 1 与零售商 2 面临的市场相互独立,即 $d^{(1)}$ 与 $d^{(2)}$ 相互独立,则 d 服从 $N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$ 分布,设该分布的概率密度函数为 $f(x)$, 累积分布函数为 $F(x)$. 零售商之间的产品转运费用由缺货零售商负担,同时假设 $\frac{c_h}{2} + c_d > c_q$,即单

位产品的订货费用和存储费用大于处理收益, 以保证市场的正常化运作, 否则零售商将会订购无穷多的产品, 违反市场规律. 同时 $0 < c_z \leq \frac{c_h}{2} + c_s - c_q$, 因为当一个零售商缺少一件产品时, 从另一个零售商应急转运至此的节约费用为 $\frac{c_h}{2} + c_s - c_z$, 而另一个零售商的产品处理收益为 c_q , 只有 $\frac{c_h}{2} + c_s - c_z \geq c_q$ 才能保证应急转运策略实施. 为此, 零售商单位产品的应急转运费用必须满足 $c_z \leq \frac{c_h}{2} + c_s - c_q$, 令 $\frac{c_h}{2} + c_s - c_q = c_z^{(0)}$ 为单位产品的临界转运费用.

2 不考虑市场需求满足率约束的应急转运模型

2.1 不转运策略下的零售商决策模型

在不转运策略下, 零售商1和零售商2相互之间没有影响关系, 因此需要分别计算零售商1和2的总费用.

零售商 i 的总费用为

$$TC_{1i} = c_d Q_{1i} + \frac{c_h}{2} [Q_{1i} + (Q_{1i} - d^{(i)})^+] + c_s (d^{(i)} - Q_{1i})^+ - c_q (Q_{1i} - d^{(i)})^+ \quad (1)$$

式中 $c_d Q_{1i}$ 为产品订购费用; $\frac{c_h}{2} [Q_{1i} + (Q_{1i} - d^{(i)})^+]$ 为产品库存费用; $c_s (d^{(i)} - Q_{1i})^+$ 为产品缺货损失费用; $c_q (Q_{1i} - d^{(i)})^+$ 为销售期后的产品处理收益.

由于 $(Q_{1i} - d^{(i)})^+ = Q_{1i} - \min(d^{(i)}, Q_{1i})$, $(d^{(i)} - Q_{1i})^+ = d^{(i)} - Q_{1i} + (Q_{1i} - d^{(i)})^+$, 因此, 式(1)可以表示为

$$TC_{1i} = \left(\frac{c_h}{2} + c_d - c_s\right) Q_{1i} + \left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q\right) \times (Q_{1i} - d^{(i)})^+ + c_s d^{(i)} \quad (2)$$

在没有市场需求满足率约束情况下, 零售商 i 在不实施转运策略时实现期望总费用最小化的决策模型 P1 为

$$\begin{aligned} \text{Min } ETC_{1i} &= \left(\frac{c_h}{2} + c_d - c_s\right) Q_{1i} + \\ &\left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q\right) \int_0^{Q_{1i}} F_i(x) dx + c_s \mu_i \end{aligned} \quad (3)$$

零售商 i 需要对订货量 Q_{1i} 进行决策, 实现期望总费用最小. 为了求解零售商 i 的总期望费用最小的订货量, 首先引入如下定理.

定理1 在不转运策略下, 零售商 i 的总期望费用 ETC_{1i} 是关于订货量 Q_{1i} 的凸函数.

证明 根据式(3), 可以得出

$$\frac{\partial ETC_{1i}}{\partial Q_{1i}} = \frac{c_h}{2} + c_d - c_s + \left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q\right) F_i(Q_{1i}) \quad (4)$$

显然

$$\frac{\partial^2 ETC_{1i}}{\partial Q_{1i}^2} = \left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q\right) f_i(Q_{1i}) > 0$$

即 ETC_{1i} 为 Q_{1i} 的凸函数.

证毕.

根据定理1, 零售商 i 为了实现总期望费用最小, 必定存在最优的订货量. 令式(4)等于零, 可求出模型 P1 的最优解 Q_{1i}^* 为

$$Q_{1i}^* = \mu_i + H_1 \sigma_i \quad (5)$$

其中 H_1 满足 $\Phi(H_1) = \frac{\frac{c_h}{2} + c_d - c_s}{c_q - \frac{c_h}{2} - c_s}$, 零售商 i 的最

小总期望费用为 $ETC_{1i}^*(Q_{1i}^*)$.

2.2 应急转运策略下的零售商决策模型

当使用应急转运策略时, 零售商1和2实现库存共享, 因此计算零售商1和2的总费用之和. 零售商之间应急转运的费用为 $c_z(q_{12} + q_{21})$, 可以得出应急转运策略下零售商1和2的总费用为

$$\begin{aligned} TC_2 &= Q_2 c_d + \frac{c_h}{2} [Q_2 + (Q_2 - d)^+] + \\ &c_s (d - Q_2)^+ - c_q (Q_2 - d)^+ + \\ &c_z (q_{12} + q_{21}) \end{aligned} \quad (6)$$

由于

$$\begin{aligned} q_{12} + q_{21} &= \min \left[\sum_{i=1}^2 (d^{(i)} - Q_{2i})^+, \sum_{i=1}^2 (Q_{2i} - d^{(i)})^+ \right] \\ &= \min \left(d, \sum_{i=1}^2 Q_{2i} \right) - \sum_{i=1}^2 \min(d^{(i)}, Q_{2i}) \\ &= \sum_{i=1}^2 (Q_{2i} - d^{(i)})^+ - (Q_2 - d)^+ \end{aligned}$$

且 $(d - Q_2)^+ = d - Q_2 + (Q_2 - d)^+$,所以式(6)可化为

$$TC_2 = \left(\frac{c_h}{2} + c_d - c_s\right)Q_2 + \left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q - c_z\right) \times (Q_2 - d)^+ + c_z \sum_{i=1}^2 (Q_{2i} - d^{(i)})^+ + c_s d \quad (7)$$

在没有市场需求满足率约束情况下,零售商 1 和 2 之间实施应急转运策略时实现期望总费用最小的决策模型 P2 为

$$\begin{aligned} \text{Min } ETC_2 = & \left(\frac{c_h}{2} + c_d - c_s\right)Q_2 + \\ & \left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q - c_z\right) \int_0^{Q_2} F(x) dx + \\ & c_z \sum_{i=1}^2 \int_0^{Q_{2i}} F_i(x) dx + c_s \sum_{i=1}^2 \mu_i \end{aligned} \quad (8)$$

零售商 i 同样需要对订货量 Q_{2i} 进行决策,实现总期望费用最小,为了对上述模型进行求解,于是引入定理 2.

定理 2 在应急转运策略下,零售商 1 和零售商 2 的总期望费用 ETC_2 是关于零售商 1 订货量 Q_{21} 和零售商 2 订货量 Q_{22} 的凸函数.

证明 根据式(8),可以得出

$$\frac{\partial ETC_2}{\partial Q_{2i}} = \frac{c_h}{2} + c_d - c_s + \left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q - c_z\right)F(Q_2) + c_z F_i(Q_{2i}) \quad (9)$$

显然

$$\frac{\partial^2 ETC_2}{\partial Q_{2i}^2} = \left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q - c_z\right)f(Q_2) + f_i(Q_{2i}) c_z$$

由于零售商 1 和 2 产品需求服从独立分布,因此

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 ETC_2}{\partial Q_{2i} \partial Q_{2k}} &= \left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q - c_z\right)f(Q_2) \quad (i \neq k) \\ &< \frac{\partial^2 ETC_2}{\partial Q_{2i}^2} \end{aligned}$$

建立 Hessian 矩阵,可得

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 ETC_2}{\partial Q_{21}^2} & \frac{\partial^2 ETC_2}{\partial Q_{21} \partial Q_{22}} \\ \frac{\partial^2 ETC_2}{\partial Q_{22} \partial Q_{21}} & \frac{\partial^2 ETC_2}{\partial Q_{22}^2} \end{vmatrix} \\ &= \frac{\partial^2 ETC_2}{\partial Q_{21}^2} \cdot \frac{\partial^2 ETC_2}{\partial Q_{22}^2} - \left(\frac{\partial^2 ETC_2}{\partial Q_{21} \partial Q_{22}}\right)^2 > 0 \end{aligned}$$

因此 ETC_2 是关于 Q_{21} 和 Q_{22} 的凸函数. 证毕.

根据式(9)的一阶导数条件即可得到零售商 i 的最优订货量 Q_{2i}^* . 为此,可得定理 3.

定理 3 在应急转运策略下,零售商 i 的最优订货量 Q_{2i}^* 随着单位转运费用 c_z 的增大而增大.

证明 令式(9)等于 0,可以得出模型 P2 的最优解 Q_{2i}^* 为

$$Q_{2i}^* = \mu_i + H_2 \sigma_i \quad (10)$$

其中 H_2 满足

$$\begin{aligned} \frac{c_h}{2} + c_d - c_s + \Phi(AH_2) \left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q - c_z\right) + \\ \Phi(H_2) c_z = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $A = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}$, 设

$$\begin{aligned} W(H_2, c_z) = & \frac{c_h}{2} + c_d - c_s + \Phi(AH_2) \times \\ & \left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q - c_z\right) + \Phi(H_2) c_z \end{aligned}$$

则

$$\frac{\partial W(H_2, c_z)}{\partial H_2} = A\varphi(AH_2) \left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q - c_z\right) + \varphi(H_2) c_z > 0$$

$$\frac{\partial W(H_2, c_z)}{\partial c_z} = -\Phi(AH_2) + \Phi(H_2) < 0$$

根据式(11)可知 $W(H_2, c_z) = 0$,若 $c_z < c_z^{(1)}$ 则 $W(H_2, c_z^{(1)}) < 0$,因此存在 $H_2 < H_2^{(1)}$,使得 $W(H_2^{(1)}, c_z^{(1)}) = 0$,因此 H_2 随着 c_z 的增大而增大,故 Q_{2i}^* 与 c_z 的增加而上升.这意味着,零售商 i 的最优订货量 Q_{2i}^* 随着零售商之间产品应急转运费用的提高而提高.零售商之间单位产品的应急转运费用越高,零售商为了满足顾客需求和降低总成本,尽量减少从其他零售商处的产品转运费,因此提高产品的订货量.

由式(4)和式(9)可知,当单位转运费用达到临界转运费用时,应急转运策略与不转运策略情形下零售商的最优订单量相等.在应急转运策略条件下,还得到如下结论,见定理 4.

$$\text{定理 4} \quad Q_{2i}^* \leq Q_{1i}^* \text{, 且 } ETC_2^* \leq \sum_{i=1}^2 ETC_{1i}^* .$$

证明 由于 $A > 1$ 故 $\Phi(AH_2) > \Phi(H_2) > 0$,且 $\frac{c_h}{2} + c_s - c_q - c_z \geq 0$,因此由式(11)可得

$$\frac{c_h}{2} + c_d - c_s + \Phi(AH_2) \left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q - c_z \right) +$$

$$\Phi(H_2) c_z \geq \frac{c_h}{2} + c_d - c_s +$$

$$\Phi(H_2) \left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q - c_z \right) + \Phi(H_2) c_z$$

即

$$\frac{c_h}{2} + c_d - c_s + \Phi(H_2) \left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q - c_z \right) +$$

$$\Phi(H_2) c_z \leq 0$$

所以可以得出

$$\Phi(H_2) \leq \frac{c_s - c_d - \frac{c_h}{2}}{\frac{c_h}{2} + c_s - c_q}$$

由于 $\Phi(H_1) = \frac{c_s - c_d - \frac{c_h}{2}}{\frac{c_h}{2} + c_s - c_q}$ 显然 $H_2 \leq H_1$ 即

$$Q_{2i}^* \leq Q_{1i}^*$$

为了证明 $ETC_2^* \leq \sum_{i=1}^2 ETC_{1i}^*$, 可以首先比较

$ETC_2(Q_{11}^*, Q_{12}^*)$ 与 $\sum_{i=1}^2 ETC_{1i}^*(Q_{11}^*, Q_{12}^*)$ 之间的关系. 由式(2)和式(7)可知

$$ETC_2(Q_{11}^*, Q_{12}^*) - \sum_{i=1}^2 ETC_{1i}^*(Q_{11}^*, Q_{12}^*)$$

$$= \left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q - c_z \right) \times$$

$$\left[\int_0^{Q_{11}^* + Q_{12}^*} F(x) dx - \sum_{i=1}^2 \int_0^{Q_{1i}^*} F_i(x) dx \right]$$

$$= \left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q - c_z \right) \times$$

$$\left[\left(Q_{11}^* + Q_{12}^* - d \right)^+ - \sum_{i=1}^2 \left(Q_{1i}^* - d^{(i)} \right)^+ \right]$$

为了判断 $\left(Q_{11}^* + Q_{12}^* - d \right)^+ - \sum_{i=1}^2 \left(Q_{1i}^* - d^{(i)} \right)^+$

的正负 要分4种情况讨论.

情况1 当 $Q_{11}^* \geq d^{(1)}$ $Q_{12}^* \geq d^{(2)}$ 时

$$\left(Q_{11}^* - d^{(1)} \right)^+ = Q_{11}^* - d^{(1)},$$

$$\left(Q_{12}^* - d^{(2)} \right)^+ = Q_{12}^* - d^{(2)},$$

$$\left(Q_{11}^* + Q_{12}^* - d \right)^+ = Q_{11}^* + Q_{12}^* - d$$

则

$$\left(Q_{11}^* + Q_{12}^* - d \right)^+ - \sum_{i=1}^2 \left(Q_{1i}^* - d^{(i)} \right)^+ = 0$$

情况2 当 $Q_{11}^* \leq d^{(1)}$ $Q_{12}^* \geq d^{(2)}$ 时

$$\left(Q_{11}^* - d^{(1)} \right)^+ = 0,$$

$$\left(Q_{12}^* - d^{(2)} \right)^+ = Q_{12}^* - d^{(2)},$$

$$\left(Q_{11}^* + Q_{12}^* - d \right)^+ \leq Q_{12}^* - d^{(2)}$$

则

$$\left(Q_{11}^* + Q_{12}^* - d \right)^+ - \sum_{i=1}^2 \left(Q_{1i}^* - d^{(i)} \right)^+ \leq 0$$

情况3 当 $Q_{11}^* \geq d^{(1)}$ $Q_{12}^* \leq d^{(2)}$ 时

$$\left(Q_{11}^* - d^{(1)} \right)^+ = Q_{11}^* - d^{(1)},$$

$$\left(Q_{12}^* - d^{(2)} \right)^+ = 0,$$

$$\left(Q_{11}^* + Q_{12}^* - d \right)^+ \leq Q_{11}^* - d^{(1)}$$

则

$$\left(Q_{11}^* + Q_{12}^* - d \right)^+ - \sum_{i=1}^2 \left(Q_{1i}^* - d^{(i)} \right)^+ \leq 0$$

情况4 当 $Q_{11}^* \leq d^{(1)}$ $Q_{12}^* \leq d^{(2)}$ 时

$$\left(Q_{11}^* - d^{(1)} \right)^+ = 0,$$

$$\left(Q_{12}^* - d^{(2)} \right)^+ = 0,$$

$$\left(Q_{11}^* + Q_{12}^* - d \right)^+ = 0$$

则

$$\left(Q_{11}^* + Q_{12}^* - d \right)^+ - \sum_{i=1}^2 \left(Q_{1i}^* - d^{(i)} \right)^+ = 0$$

4种情况下 都有

$$\left(Q_{11}^* + Q_{12}^* - d \right)^+ - \sum_{i=1}^2 \left(Q_{1i}^* - d^{(i)} \right)^+ \leq 0$$

即

$$ETC_2(Q_{11}^*, Q_{12}^*) \leq \sum_{i=1}^2 ETC_{1i}^*(Q_{11}^*, Q_{12}^*)$$

由于

$$ETC_2(Q_{21}^*, Q_{22}^*) \leq ETC_2(Q_{11}^*, Q_{12}^*)$$

$$\leq \sum_{i=1}^2 ETC_{1i}^*(Q_{11}^*, Q_{12}^*) \quad (12)$$

即 $ETC_2^* \leq \sum_{i=1}^2 ETC_{1i}^*$.

证毕.

由定理4可以看出,在不考虑市场需求满足率约束条件下,当单位产品转运费用 c_z 小于单位产品的临界转运费用时 ($c_z < c_z^{(0)}$), 应急转运策略下零售商的最优订货量、总期望费用均低于不转运策略下最优订货量、总期望费用. 当单位产品

转运费用 c_z 等于单位产品的临界转运费用时 ($c_z = c_z^{(0)}$) 则缺货的零售商选择应急转运不能减少损失, 此时应急转运策略的优势将会消失, 应急转运策略下零售商的最优订货量、总期望费用等于不转运策略下最优订货量、总期望费用。

3 考虑市场需求满足率约束的应急转运模型

零售商 i 采用策略 j 可以达到的市场需求满足率为 $F_i(Q_{ji}^m)$ 。为了达到既定的市场需求满足率 p , 则需 $F_i(Q_{ji}^m) \geq p$, 即 $F_i(Q_{ji}^m) - p \geq 0$ 。

3.1 不转运策略下的零售商决策模型

在此情形下, 零售商 i 实现期望总费用最小的决策模型 P3 为

$$\begin{aligned} \text{Min } ETC_{li}^m &= \left(\frac{c_h}{2} + c_d - c_s\right)Q_{li}^m + \\ &\left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q\right) \sum_{i=1}^2 \int_0^{Q_{li}^m} F_i(x) dx + \\ &c_s \sum_{i=1}^2 \mu_i \end{aligned} \quad (13)$$

$$F_i(Q_{li}^m) \geq p \quad (14)$$

为了对上述模型进行求解, 引入定理 5。

定理 5 设 $M^{(1)} = \Phi(H_1) - p$, 若 $M^{(1)} \geq 0$, 模型 P1 最优解为 $Q_{li}^{m*} = Q_{li}^*$; 若 $M^{(1)} < 0$, 模型 P3 最优解为 $Q_{li}^{m*} = \mu_i + H_0\sigma_i$, H_0 满足 $\Phi(H_0) - p = 0$ 。

证明 若 $M^{(1)} \geq 0$, 由于 $Q_{li}^* = \mu_i + H_1\sigma_i$, 根据正态分布函数性质 $\frac{d^{(i)} - \mu_i}{\sigma_i} \sim N(0, 1)$ 可知, $F_i(Q_{li}^*) \geq p$, 即 Q_{li}^* 为模型 P3 的可行解, 因此 $Q_{li}^{m*} = Q_{li}^*$, 此时 $\Phi(H_1) > p$ 。

若 $M^{(1)} < 0$, 同上可知 $F_i(Q_{li}^*) < p$, 则 Q_{li}^* 不是模型 P3 的可行解, 由于 $F_i(x)$ 函数单调递增, 因此模型 P3 的解可行域为 $[F_i^{-1}(p), +\infty]$, 且 $F_i^{-1}(p) > Q_{li}^*$ 。由定理 1 可知, 在 $[F_i^{-1}(p), +\infty]$ 内 ETC_{li}^m 关于 Q_{li} 的一阶导数大于 0, ETC_{li}^m 为增函数, 因此模型 P3 的最优解为 $Q_{li}^{m*} = F_i^{-1}(p)$ 。根据正态分布性质可知 $F_i^{-1}(p) = \mu_i + H_0\sigma_i$, H_0 满足 $\Phi(H_0) - p = 0$ 。证毕。

3.2 应急转运策略下的零售商决策模型

同样, 在应急转运策略下, 零售商 1 和 2 实现总期望费用最小的决策模型 P4 为

$$\begin{aligned} \text{Min } ETC_2^m &= \left(c_d + \frac{c_h}{2} - c_s\right)Q_2^m + \\ &\left(\frac{c_h}{2} + c_s - c_q - c_z\right) \int_0^{Q_2^m} F(x) dx + \\ &c_z \sum_{i=1}^2 \int_0^{Q_{2i}^m} F_i(x) dx + c_s \sum_{i=1}^2 \mu_i \end{aligned} \quad (15)$$

$$F_i(Q_{2i}^m) \geq p \quad (16)$$

为了对上述模型求解, 同样引入定理 6。

定理 6 $M^{(2)} = \Phi(H_2) - p$, 若 $M^{(2)} \geq 0$, 模型 P4 最优解为 $Q_{2i}^{m*} = Q_{2i}^*$; 若 $M^{(2)} < 0$, 模型 P4 最优解为 $Q_{2i}^{m*} = \mu_i + H_0\sigma_i$ 。

证明过程同定理 5。

根据上述结果, 得到定理 7。

定理 7 在有市场需求满足率约束条件下

$$Q_{2i}^{m*} \leq Q_{li}^{m*}, ETC_2^{m*} \leq \sum_{i=1}^2 ETC_{li}^{m*}$$

证明 由定理 4 可知 $H_2 < H_1$, 所以 $\Phi(H_2) < \Phi(H_1)$, 显然 $\Phi(H_2) - p < \Phi(H_1) - p$, 即 $M^{(2)} < M^{(1)}$, 所以会出现以下 3 种情况。

情况 1 $M^{(2)} < M^{(1)} < 0$

根据定理 5 和定理 6, 可知 $Q_{li}^{m*} = Q_{2i}^{m*} = \mu_i + H_0\sigma_i$, 即不转运策略和应急转运策略订货量相同,

由式 (12) 可知 $ETC_2^{m*} \leq \sum_{i=1}^2 ETC_{li}^{m*}$ 。

情况 2 $M^{(2)} < 0 < M^{(1)}$

根据定理 6 可知 $Q_{2i}^{m*} = \mu_i + H_0\sigma_i$, 由定理 5 可知 $Q_{li}^{m*} = Q_{li}^*$, 且 $Q_{li}^* \geq \mu_i + H_0\sigma_i$, 所以 $Q_{2i}^{m*} \leq Q_{li}^{m*}$, 同时 Q_{li}^* 也是模型 P4 的可行解。

同样根据定理 4 可知 $ETC_2^{m*} \leq \sum_{i=1}^2 ETC_{li}^{m*}$ 。

情况 3 $0 \leq M^{(2)} < M^{(1)}$

此时市场需求满足率的约束不起作用, 根据定理 4, 可得 $Q_{2i}^{m*} < Q_{li}^{m*}$, $ETC_2^{m*} \leq \sum_{i=1}^2 ETC_{li}^{m*}$ 。

综上所述 $Q_{2i}^{m*} \leq Q_{li}^{m*}$, $ETC_2^{m*} \leq \sum_{i=1}^2 ETC_{li}^{m*}$ 。

证毕。

根据定理 7, 在考虑市场需求满足率约束时, 可分 3 个不同区间得出应急转运策略与不转运策略下的零售商订货量之间的关系. 当市场需求满足率 $p \in [\Phi(H_1), 1)$ 时, 市场需求满足率约束在应急转运策略下和不转运策略下均起作用, 两种策略下的零售商订货量相等. 当市场需求满足率 $p \in [\Phi(H_2), \Phi(H_1)]$ 时, 市场需求满足率约束在应急转运策略下起作用, 而在不转运策略下仍不起作用. 因此, 应急转运策略下的零售商订货量随着市场需求满足率水平的提高而上升, 不转运策略下的零售商订货量不随着市场需求满足率约束的变化而变化, 同时应急转运策略下的订货量始终低于不转运策略下的订货量. 当市场需求满足率 $p \in [0, \Phi(H_2)]$ 时, 市场需求满足率约束在应急转运策略和不转运策略下均不起作用, 此时零售商的订货量在应急转运策略和不转运策略下均不随市场需求满足率的变化而变化, 同时应急转运策略下的订货量均低于不转运策略下的订货量.

在考虑市场需求满足率约束时, 可以得出应急转运策略与不转运策略下的零售商总费用之间的关系. 当零售商单位产品的应急转运费用低于单位产品的临界转运费用时, 实施应急转运策略下的零售商期望总费用低于不转运策略下的零售商期望总费用; 当零售商单位产品的转运费用等于单位产品的临界转运费用时, 实施应急转运策略下的零售商期望总费用等于不转运策略下的零售商期望总费用. 这与定理 4 的结论是一致的.

4 算例分析

为了对上述模型进行应用分析, 设模型基本参数值为: $d^{(1)} \sim N(40, 35^2)$, $d^{(2)} \sim N(35, 30^2)$, $c_d = 30^2$, $c_h = 7$, $c_s = 80$, $c_q = 6$.

4.1 不考虑市场需求满足率时零售商订货量、期望总费用与单位转运费用的关系

在不考虑市场需求满足率约束情况下, 保持其他参数不变, 计算 c_z 取不同值时 $\sum_{i=1}^2 ETC_{1i}^*$ 、 ETC_2^* 、 Q_{11}^* 、 Q_{12}^* 、 Q_{21}^* 、 Q_{22}^* 的值. 结果如图 1 和图 2 所示.

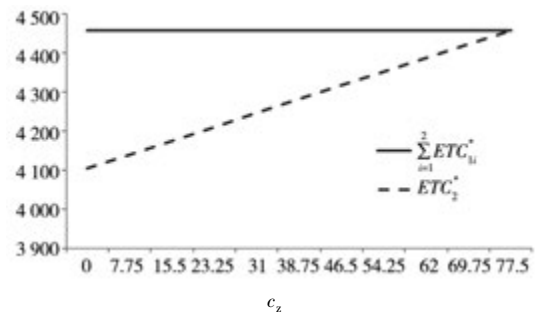


图 1 $\sum_{i=1}^2 ETC_{1i}^*$ 、 ETC_2^* 和 c_z 的关系

Fig. 1 Relationship between $\sum_{i=1}^2 ETC_{1i}^*$, ETC_2^* and c_z

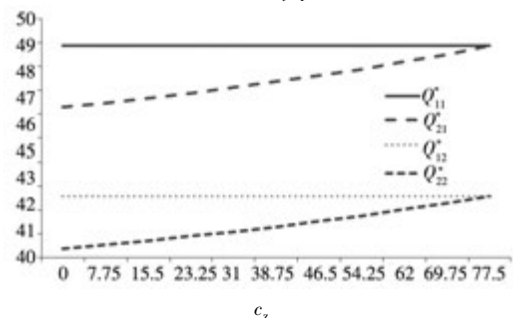


图 2 Q_{11}^* 、 Q_{12}^* 、 Q_{21}^* 、 Q_{22}^* 和 c_z 的关系

Fig. 2 Relationship between Q_{11}^* 、 Q_{12}^* 、 Q_{21}^* 、 Q_{22}^* and c_z

从图 1 和图 2 可以看出, 当零售商单位转运费用小于单位产品的临界转运费用(即 $c_z < c_z^{(0)}$, $c_z^{(0)} = 77.5$) 时, 零售商在采用转运策略时的订货量和期望总费用均低于不采用转运策略时的订货量和期望总费用; 在零售商采用转运策略时, 订货量随着单位转运费用的提高而上升; 随着零售商之间的单位转运费用 c_z 的提高, 应急转运策略的期望总费用越接近于不转运策略总期望费用, 产品订货量也越接近于不转运策略, 应急转运策略的优势逐渐减弱. 当零售商单位转运费用等于单位产品的临界转运费用(即 $c_z = c_z^{(0)}$, $c_z^{(0)} = 77.5$) 时, 应急转运策略和不转运策略两种情形下的期望总费用和产品最优订货量相同, 应急转运策略的优势消失. 这验证了定理 3 和定理 4 的结论.

4.2 考虑市场需求满足率约束时零售商订货量、期望总费用与单位转运费用和市场需求满足率之间的关系

在考虑市场需求满足率约束情形下, 主要分析零售商订货量、期望总费用与单位转运费用和市场需求满足率之间的关系. 首先分析单位转运费用低于临界转运费用($c_z^{(0)} = 77.5$) 的情形, 不失一般性, 取 $c_z = 20$ 时, 分析零售商订货量、期望

总费用与市场需求满足率之间的关系. 计算结果如图3和图5所示. 从图3可以看出, 无论是零售商1还是零售商2, 在市场需求满足率水平的前一阶段, 应急转运策略下的订货量始终低于不转运策略下的订货量; 当市场需求满足率达到一定水平时, 应急转运策略下的订货量等于不转运策略下的订货量. 在不考虑市场需求满足率约束情形下, 不转运策略和应急转运策略下零售商订货策略最优时可以实现的市场需求满足率分别为 $\Phi(H_1) = 0.600$ 和 $\Phi(H_2) = 0.577$. 当市场需求满足率 $p \in [0, 0.577]$ 时, 市场需求满足率约束在应急转运策略和不转运策略下均不起作用, 此时零售商的订货量在应急转运和不转运策略下均不随市场需求满足率的变化而变化, 同时应急转运策略下的订货量均低于不转运策略下的订货量. 这验证了定理7中情形3; 当市场需求满足率 $p \in [0.577, 0.600]$ 时, 市场需求满足率约束在应急转运策略下起作用, 而在不转运策略下仍不起作用, 因此, 只有应急转运策略下的零售商订货量随着市场需求满足率水平的提高而上升, 订货量均低于不转运策略下的订货量, 这验证了定理7中情形2; 当市场需求满足率 $p \in [0.600, 1)$ 时, 市场需求满足率约束在应急转运策略下和不转运策略下均起作用, 两种策略下的零售商订货量相等, 且均随着市场需求满足率的提高而上升. 这验证了定理7中情形1. 从图5可以看出, 应急转运策略下的零售商期望总费用始终低于不转运策略下的期望总费用, 两种策略下的零售商期望总费用首先不随市场需求满足率的变化而变化, 随后随着市场需求满足率水平的上升而提高, 由于市场需求满足率约束在应急转运策略下先于不转运策略下起作用, 因此, 应急转运策略下的期望总费用上升趋势早呈现于不转运策略.

其次分析单位转运费用达到临界转运费用即 $c_z = 77.5$ 时, 零售商订货量、期望总费用与市场需求满足率之间的关系. 计算结果如图4和图6所示. 从图4可以看出, 无论是零售商1还是零售商2, 应急转运策略下的订货量等于不转运策略下的订货量, 此时不转运策略和应急转运策略下零售商订货策略最优时可以实现的市场需求满足率

$\Phi(H_1) = \Phi(H_2) = 0.600$, 当市场需求满足率 $p \in [0, 0.600]$ 时, 市场需求满足率约束在应急转运策略和不转运策略下均不起作用, 此时零售商的订货量在应急转运和不转运策略下均不随市场需求满足率的变化而变化, 同时应急转运策略下的订货量均等于不转运策略下的订货量; 当市场需求满足率 $p \in [0.600, 1)$ 时, 市场需求满足率约束在应急转运策略下和不转运策略下均起作用, 两种策略下的零售商订货量相等, 且均随着市场需求满足率的提高而上升. 从图6可以看出, 应急转运策略下的零售商期望总费用始终等于不转运策略下的期望总费用, 两种策略下的零售商期望总费用首先不随市场需求满足率的变化而变化, 随后随着市场需求满足率的上升而提高.

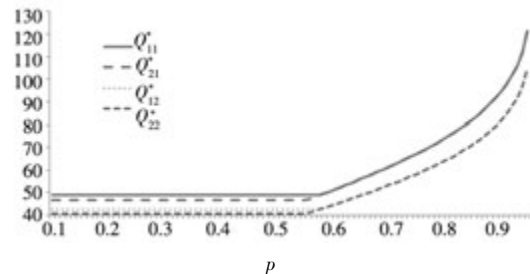


图3 两种策略下零售商订货量和市场需求满足率 p 的关系 ($c_z = 20$)
Fig. 3 Relationship between retailer's order quantity and market satisfaction rate p under two policies ($c_z = 20$)

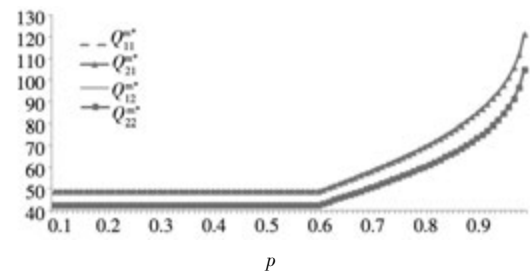


图4 两种策略下零售商订货量和市场需求满足率 p 的关系 ($c_z = 77.5$)
Fig. 4 Relationship between retailer's order quantity and market satisfaction rate p under two policies ($c_z = 77.5$)

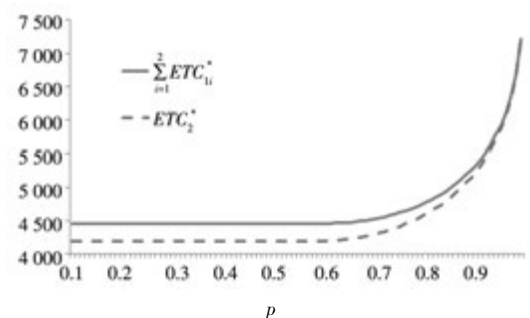


图5 两种策略下零售商总期望费用和市场需求满足率 p 的关系 ($c_z = 20$)
Fig. 5 Relationship between retailer's expected cost and market satisfaction rate p under two policies ($c_z = 20$)

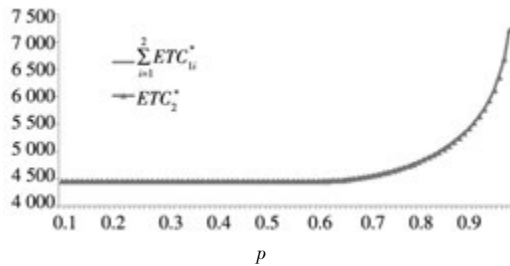


图 6 两种策略下零售商总期望费用和市场需求满足率 p 的关系 ($c_z = 77.5$)

Fig. 6 Relationship between retailer's expected cost and market satisfaction rate p under two policies ($c_z = 77.5$)

4.3 考虑市场需求满足率约束与不考虑市场需求满足率约束的比较分析

为了比较有市场需求满足率约束与没有市场需求满足率约束下的零售商订货量和期望总费用,分别从零售商实施转运策略与不实施转运策略两种情形进行比较.模型计算结果见表 1 和表 2.从表 1 和表 2 可以看出,无论零售商实施转运还是不实施转运策略,零售商在有市场需求满足率约束时的订货量、期望总费用均高于(市场需求满足率约束起作用时)或者等于(市场需求满足率约束不起作用)无市场需求满足率约束时的订货量、期望总费用.

表 1 转运策略下零售商订货量、期望总费用比较

Table 1 Comparison of retailer's order quantity and expected cost with transshipment policy

c_z	$\Phi(H_2)$	零售商 1 订货量		零售商 2 订货量		零售商 1 和 2 总期望费用	
		$p = 0.580$	无约束	$p = 0.580$	无约束	$p = 0.580$	无约束
0.00	0.571	47.07	46.29	41.06	40.39	4103.95	4102.81
7.750	0.573	47.07	46.48	41.06	40.55	4139.68	4139.17
15.50	0.576	47.07	46.68	41.06	40.73	4175.41	4175.21
23.25	0.578	47.07	46.89	41.06	40.91	4211.15	4211.06
31.00	0.581	47.12	47.12	41.10	41.10	4246.81	4246.81
38.75	0.583	47.37	47.37	41.31	41.31	4282.21	4282.21
46.50	0.586	47.63	47.63	41.54	41.54	4317.58	4317.58
54.25	0.589	47.90	47.90	41.77	41.77	4352.91	4352.91
62.00	0.593	48.20	48.20	42.03	42.03	4388.20	4388.20
69.75	0.596	48.52	48.52	42.30	42.30	4423.46	4423.46
77.50	0.600	48.87	48.87	42.60	42.60	4458.70	4458.70

表 2 不转运策略下零售商订货量与期望总费用比较

Table 2 Comparison of retailer's order quantity and expected cost without transshipment policy

p	有约束			无约束		
	零售商 1 订货量	零售商 2 订货量	期望总费用	零售商 1 订货量	零售商 2 订货量	期望总费用
0.10	48.87	42.60	4 458.70	48.87	42.60	4458.70
0.20	48.87	42.60	4 458.70			
0.30	48.87	42.60	4 458.70			
0.40	48.87	42.60	4 458.70			
0.50	48.87	42.60	4 458.70			
0.60	48.87	42.60	4 458.70			
0.70	58.35	50.73	4 528.17			
0.80	69.46	60.25	4 770.74			
0.90	84.85	73.45	5 333.32			

5 结束语

本研究由一个供应商和两个零售商所组

成的短生命周期产品供应链的应急转运策略.建立无市场需求满足率约束和有市场需求满足率约束两种情形下的应急转运策略优化模型,并从理论上得出:在无市场需求满足率约束和

有市场需求满足率约束两种情形下,当单位转运费用低于临界转运费用时,应急转运策略都优于不转运策略,同时转运策略下的订货量随着单位转运成本的提高而提高;无论零售商实施转运还是不实施转运策略,零售商在有市场需求满足率约束时的订货量、期望总费用均高于或者等于无市场需求满足率约束时的订货量、期望总费用.最后结合具体算例进一步分析市场需求满足率和单位产品转运费用对两种策略的影响,本文为企业采用应急转运策略以降低总费用提供了理论依据.本文提出的模型不仅考虑了零售商之间存在转运现象,而且考虑了市场需求满足率约束条件,建立了有约束条件下零售商之间存在转运的订货决策模型;本

文提出的库存转运模型可以通过推导证明得到相应的解析解,而现有的研究库存转运模型的文献,大多通过设计算法对模型进行求解.当然本文也存在一些欠缺,如本文只考虑了两个零售商之间应急转运和单纯的市场需求满足率约束的情况,在以后的研究中,可以考虑多个零售商之间的应急转运情形和存在其他约束的情况,如时间约束以及相关费用的约束.本文假设零售商面临的需求相互独立且服从正态分布,实际上,零售商之间的需求会存在相关关系,还可能服从其他分布的随机变量,因此,今后可进一步考虑需求服从其他分布且需求相关时的零售商订货决策问题.此外,今后还可以考虑模型中其他参数(如费用)为随机变量的情形.

参考文献:

- [1]Burke M. It's time for vendor managed inventory [J]. *Industrial Distribution*, 1996, 85(2): 90.
- [2]Cheung K, Lee H. The inventory benefit of shipment coordination and stock rebalancing in a supply chain [J]. *Marketing Science*, 2002, 48(2): 300-306.
- [3]蔡建湖,周根贵,黄卫来. VMI下的两级供应链库存决策模型研究[J]. *管理科学学报*, 2008, 11(4): 104-111.
Cai Jianhu, Zhou Gengui, Huang Weilai. Study on inventory decision model with VMI [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2008, 11(4): 104-111. (in Chinese)
- [4]杜少甫,梁 樑,董骏峰,等. 考虑随机且可控提前期的时基补货发货策略[J]. *管理科学学报*, 2009, 12(6): 34-44.
Du Shaofu, Liang Liang, Dong Junfeng, et al. Time-based replenishment and dispatching policy with stochastic but controllable lead time [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2009, 12(6): 34-44. (in Chinese)
- [5]李 娟,黄培清,顾 锋,等. 基于供应链间品牌竞争的库存管理策略研究[J]. *管理科学学报*, 2009, 12(3): 71-76, 101.
Li Juan, Huang Peiqing, Gu Feng, et al. Study on inventory management tactic under chain-to-chain brand competition [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2009, 12(3): 71-76, 101. (in Chinese)
- [6]Lee H L. A multi-echelon inventory model for repairable items with emergency lateral transshipments [J]. *Management Science*, 1987, 33(10): 1302-1316.
- [7]Axsäte S. Modeling emergency lateral transshipments in inventory systems [J]. *Management Science*, 1990, 36(11): 1329-1338.
- [8]Axsäte S. Evaluation of unidirectional lateral transshipments and substitutions in inventory systems [J]. *European Journal of Operational Research*, 2003, 149(2): 438-447.
- [9]Philip T. Evers heuristics for assessing emergency transshipments [J]. *European Journal of Operational Research*, 2001, 129(2): 311-316.
- [10]Herer Y T, Tzur M. The dynamic transshipment problem [J]. *Naval Research Logistics*, 2001, 48(5): 386-408.
- [11]Grahovac J, Chakravarty A. Sharing and lateral transshipment of inventory in a supply chain with expensive low-demand items [J]. *Management Science*, 2001, 47(4): 579-594.
- [12]霍佳震,李 虎. 零备件库存多点转运的批量订货模型与算法[J]. *系统工程理论与实践*, 2007, 27(12): 62-67.
Huo Jiazhen, Li Hu. Batch ordering policy of multi-location spare parts inventory system with emergency lateral transshipments [J]. *Systems Engineering -Theory & Practice*, 2007, 27(12): 62-67. (in Chinese)

- [13] Kutanoglu E. An inventory sharing and allocation method for a multi-location service parts logistics network with time-based service levels [J]. *European Journal of Operational Research*, 2009, 194(3): 728–742.
- [14] 钱宇, 陈剑. 供应链中考虑下游应急转运的订货和定价决策研究 [J]. *中国管理科学*, 2008, 11(2): 53–59.
Qian Yu, Chen Jian. Research on ordering and pricing decisions in a supply chain with downstream transshipment [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2008, 11(2): 53–59. (in Chinese)
- [15] 温涛, 黄培清. 二级多零件供应链中基于订单的缺货水平分析 [J]. *系统管理学报*, 2010, 19(1): 45–55.
Wen Tao, Huang Peiqing. An analysis of order-based backorders in a multi-item two-echelon supply chain systems [J]. *Journal of Systems & Management*, 2010, 19(1): 45–55. (in Chinese)
- [16] 汪传旭, 许长延, 刘学恒. 不确定环境下多需求点应急转运库存策略 [J]. *计算机集成制造系统*, 2011, 17(9): 2022–2028.
Wang Chuanxu, Xu Changyan, Liu Xueheng. Multiple demand spots inventory policy with emergency transshipment under uncertain environment [J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2011, 17(9): 2022–2028. (in Chinese)
- [17] 杨瑾, 赵嵩正, 王娟茹. 基于供需一体化协同控制的供应链库存模型 [J]. *工业工程与管理*, 2005, (2): 34–38.
Yang Jin, Zhao Songzheng, Wang Juanru. Inventory model of supply chain based on the vendor-buyer integrative synergic control [J]. *Industrial Engineering and Management*, 2005, (2): 34–38. (in Chinese)
- [18] Xanthopoulos A, Vlachos D, Iakovou E. Optimal newsvendor policies for dual-sourcing supply chains: A disruption risk management framework [J]. *Computers & Operations Research*, 2012, 39(2): 350–357.

Emergency transshipment policy for short life cycle product in a two stage supply chain

WANG Chuan-xu, XU Chang-yan

School of Economy and Management, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306, China

Abstract: Considering a short-life-cycle product supply chain consisting of one supplier and two retailers, in which the demand faced by the two retailers is independent and product transshipment between the two retailers is allowed. The ordering decision models with transshipment and without transshipment between the retailers, as well as with the market satisfaction rate constraint and without market satisfaction rate constraint are developed, respectively. The solutions for transshipment policy and non-transshipment policy are derived accordingly. It can be shown that, whether the market satisfaction rate constraint is considered or not, if unit product transshipment cost is not greater than a specific value, the retailers' order quantity and expected total cost resulted from the transshipment policy is not greater than that from non-transshipment policy. At last, a numerical example is given to demonstrate the effect of emergency transshipment policy and analyze the impact of market satisfaction rate and unit transshipment cost on the transshipment policy. Some helpful managerial insights are drawn.

Key words: supply chain; emergency transshipment; market satisfaction rate