

# 上下游联合减排与低碳宣传的微分博弈模型<sup>①</sup>

徐春秋, 赵道致\*, 原白云, 何龙飞

(天津大学管理与经济学部, 天津 300072)

**摘要:** 低碳经济环境下, 下游零售商宣传上游制造商的减排行为以获得更好的市场绩效, 是供应链管理实践中常见的合作形式. 文章假设消费者需求受产品减排量和零售商低碳宣传的影响, 在考虑到产品减排量受制造商减排努力影响且在多周期连续生产时具有动态变化特征的情况下, 构建了零售商和制造商的 3 种微分博弈模型. 研究发现, 在一定条件下, 成本分担契约可以实现制造商、零售商和整个供应链系统利润的 Pareto 改善; 当制造商的边际收益足够大时, 成本分担契约对制造商利润的 Pareto 改善效果越明显, 制造商越有动力利用成本分担契约激励零售商进行低碳宣传. 这将为供应链上下游制定合作策略及供应链低碳化的管理实践提供一定的参考价值. 最后, 通过算例对模型进行了分析.

**关键词:** 供应链; 减排; 低碳宣传; 微分博弈; 成本分担

**中图分类号:** F272      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1007-9807(2016)02-0053-13

## 0 引言

联合国政府间气候变化专门委员会(IPCC)的报告中指出: 人类活动产生的温室气体排放是全球气候变暖以及极端气候出现频繁的主要原因<sup>[1]</sup>. 在巨大的气候变化压力下, 人类开始寻找低能耗、低污染和可持续的低碳经济发展模式, 各种联合公约和环保法规相继出台. 1992 年 6 月全球 150 多个国家签署了《联合国气候变化框架公约》<sup>[2]</sup>, 1997 年又在公约的基础上通过了《联合国气候变化框架公约(京都议定书)》<sup>[3]</sup>, 2009 年 12 月的哥本哈根会议, 继续商讨《京都议定书》一期承诺到期后的后续方案, 其目的都是减少全球范围的温室气体排放, 缓解气候变化的进程. 中国政府更是在哥本哈根会议上明确承诺: 到 2020 年中国单位 GDP 二氧化碳排放将比 2005 年下降 40%—45%<sup>[4]</sup>. 该承诺意味着我国已经进入了碳排放总量控制的时期, 我国的企业将面临着巨大

的减排压力和挑战.

在降低碳排放的道路上, 消费者的低碳消费理念起着关键作用. 格兰仕新闻发言人陆骥烈在接受中国经济网的在线访谈时就指出“十二、五”低碳理念, 真正的推手是消费者<sup>[5]</sup>. 当消费者清晰了解到产品及其制造过程中的节能情况, 迈过价格门槛购买产品时, 消费热点就被推动了, 而企业也将更加注重产品本身及其制造过程的节能减排情况. 为了培育和引导消费者的低碳消费理念, 政府已经制定了一系列的“萝卜”政策(指补贴、减免税收等措施). 比如 2009 年国家发改委、工信部和财政部就联合推动实施了“节能产品惠民工程”对节能产品进行财政补贴. 随着低碳消费理念的宣传, 消费者的低碳理念逐渐增强, 愿意购买绿色低碳产品并为之付出额外的费用<sup>[6]</sup>. 2012 年—2016 年中国低碳经济市场调查及投资发展分析报告中显示有超过 60% 的汽车消费者

① 收稿日期: 2013-06-17; 修订日期: 2015-01-01.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71072155; 71202086; 71472134; 71502050; 71528002); 天津市社会科学基金资助项目(TJYY13-026).

通信作者: 赵道致(1956—), 男, 江苏无锡人, 教授, 博士生导师. dzzhao@tju.edu.cn

具备汽车低碳消费的理念,多数消费者钟情于对节能汽车的购买,而且逐渐向混合动力车偏重<sup>[7]</sup>.

为了满足政府政策法规的要求,企业开始节能减排,生产低碳产品;为了让消费者了解到产品的减排情况,获得更多的市场需求,制造商开始引导零售商进行低碳宣传.在消费者低碳消费理念的带动下,越多的减排量意味着越多的商机.就提高产品的市场需求而言,制造商的节能减排努力起着关键作用;然而,顾客对制造商产品减排量的了解,还需要零售商进行低碳宣传.这意味着:从整个供应链系统的角度而非单个企业的角度进行减排与低碳宣传的合作具有重要的意义.另外,考虑企业经营往往跨越多个周期而非单周期的情况,研究上下游之间的长期合作问题也非常关键.因此,本文拟从长期、动态的角度研究上下游之间联合减排与低碳宣传的问题.

## 1 文献综述

在低碳经济的背景下已有一些学者将碳排放问题引入到企业的生产、库存和运营管理的决策中.杜少甫等<sup>[8]</sup>研究了确定需求下,考虑企业依赖碳排放权交易机制且企业有多种排放权获取渠道时,企业的生产优化模型.Zhang等<sup>[9]</sup>基于随机需求下也做了相关的研究,通过报童模型建立了企业依赖碳排放权交易机制下的生产与存储的优化决策模型.而Hua等<sup>[10]</sup>则侧重研究了确定性需求下,借助EOQ模型,仅考虑存在碳排放权交易机制时,企业的最佳订货批量问题.Song和Leng<sup>[11]</sup>借助报童模型,进一步研究了随机需求下,分别考虑3种碳排放限制政策(强制减排、征收碳税和碳总量限制和交易)时,企业单周期最佳订货量的决策问题.申成然和熊中楷<sup>[12]</sup>在强制减排和碳排放权交易政策下,研究了受碳排放约束的制造商再制造决策的问题.这些文献都对考虑碳排放约束在微观层面的应用做出了重要贡献,但没有考虑上下游之间的合作关系,从供应链的角度研究整个供应链低碳化的问题.

目前,将碳排放约束纳入到供应链运营研究中也已经取得了一些进展.Benjaafar等<sup>[13]</sup>将碳足

迹参数引入到各种优化模型中,分析如何通过运营决策的调整减少碳排放,研究供应链中企业合作对成本和碳排放降低的影响.在此基础上,Chen等<sup>[14]</sup>利用经济订货批量(EOQ)模型进行数值分析,研究何种情况下可以通过修订订货批量降低碳排放,何种情况下碳排放量的相对减少量高于成本的相对增加,并研究排放量减少和成本增加的影响因素,同时将这一问题扩展到设施选址模型和报童模型.Cachon<sup>[15]</sup>研究供应链零售商下游网点布局如何在满足碳排放约束的同时使运营成本最小化,同时考虑对消费者的影响.Du等<sup>[16]</sup>在考虑存在碳排放权交易情况下,提出了新型供应链,由传统非营利绿色环保组织作为碳排放权的供应商和碳排放权依赖企业组成,基于报童模型分析了排放依赖型供应链双方的博弈过程.陈志明和陈志祥<sup>[17]</sup>引入OEM供应商,研究了其与品牌企业组成的新型供应链中的协调决策问题.

低碳时代,消费者低碳行为的形成与变化,也引起了国内外学者的广泛关注.朱庆华等<sup>[18]</sup>从消费者环境偏好存在差异的角度,建立政企3阶段博弈模型,分析政府的最优补贴政策和生产商的最优绿色度水平,为政府和生产商的决策提供理论指导.进一步,朱庆华等<sup>[19]</sup>又基于消费者的低碳购买意愿,研究了政府补贴下低碳产品制造商和普通产品制造商的竞争问题,同时得出了政府补贴给生产企业比补贴给消费者更有利于低碳产品推广的结论.王芹鹏等<sup>[20]</sup>也假设消费者对低碳产品有特殊偏好,在这样的情景下研究了上下游企业的减排投资行为与策略.Wei等<sup>[21]</sup>研究了消费者具体的低碳消费方式,并分析了低碳消费行为的影响因素.Li等<sup>[22]</sup>指出消费者逐渐更加关注企业在环境保护方面的表现,越来越多的消费者在考虑购买决策时注重企业的环境记录.消费者生活习惯、偏好行为等必将会对企业的商务模式、生产方式、运营策略,以及企业间的竞争和合作策略等方面产生巨大影响,为企业的经营提出许多新课题<sup>[23]</sup>.

从文献回顾可以看出:碳排放问题(或者说低碳问题)已经引起了国内外学者的普遍关注.将碳排放问题引入到单个企业及供应链的运营行为中,已经取得了一些研究成果;另外还有一

些学者开始关注到了消费者低碳行为对企业及供应链带来的影响。但是，目前还很少有文章考虑将消费者的低碳行为引入到企业的运营行为中，从长期运营的角度研究供应链低碳化的问题。因此，本文选择供应链管理实践中经常出现的一种现象（上游制造商进行节能减排，下游零售商进行低碳宣传）进行研究，分析上下游之间的长期合作问题。其创新性主要体现在：首次从动态角度结合低碳经济时代供应链的新特征，研究上下游之间联合减排与低碳宣传问题，建立上下游之间的微分博弈模型，并分析了成本分担契约在协调供应链绩效上的条件和效果，有利于企业根据实际情况进行合作契约的选择与制定。

## 2 问题描述与模型假设

### 2.1 问题描述

文章选择由上游减排制造商和下游进行低碳宣传的零售商组成的供应链系统为研究对象，研究上下游联合减排与低碳宣传的问题。上游制造商的减排努力直接影响产品的减排量，下游零售商的低碳宣传直接影响低碳产品的市场需求。考虑到制造商比零售商面临更大的减排压力这样的情况，本文选择制造商作为微分博弈的主导方，与下游零售商构成 Stackelberg 微分博弈。为了激励下游零售商努力进行低碳

宣传，制造商给零售商提供一定比例的低碳宣传成本补贴。决策过程为：首先，上游制造商决策自身减排努力程度和为零售商提供的低碳宣传成本补贴比例；其次，零售商根据上游制造商的策略决策自身低碳宣传努力程度。图 1 描述了这一决策过程。

### 2.2 符号说明

$E_M(t)$ ： $t$ 时刻制造商的减排努力程度，是制造商的决策变量；

$E_R(t)$ ： $t$ 时刻零售商的低碳宣传努力程度，是零售商的决策变量；

$\tau(t)$ ： $t$ 时刻制造商单位产品的减排量；

$X(t)$ ：制造商承担零售商的低碳宣传成本比例，是制造商的决策变量；

$\pi_M$ ：制造商的边际收益；

$\pi_R$ ：零售商的边际收益。

### 2.3 模型假设

1) 制造商的减排努力成本  $C_M$  与其减排努力程度  $E_M(t)$  相关，随减排努力程度  $E_M(t)$  增加而增加，即  $C'_M(E_M(t)) > 0$ ，增加的幅度呈上升趋势，即  $C''_M(E_M(t)) > 0$ ，考虑到减排努力成本与质量控制努力成本具有相同的凸性特征，借鉴文献 [24] 对质量控制努力成本的假设，设其为二次函数，即  $C_M(E_M(t)) = \frac{1}{2}\eta_M E_M^2(t)$ ，其中  $\eta_M > 0$ ，表示制造商的减排努力成本系数。

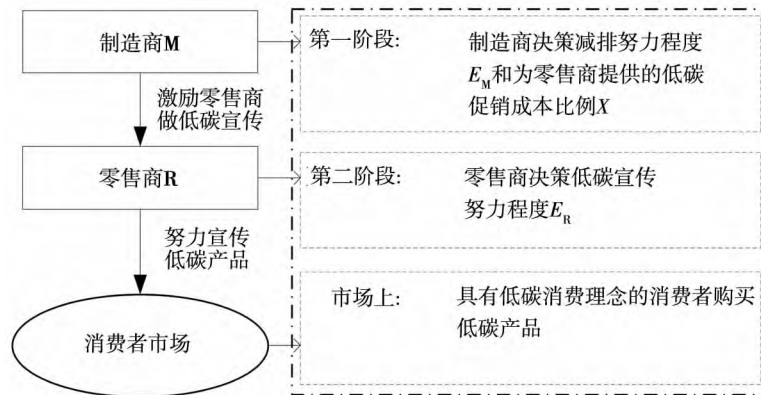


图 1 供应链成员联合减排与低碳宣传决策示意图

Fig. 1 Decision schematic of joint carb on emission reduction and low-carbon promotion

2) 零售商的低碳宣传努力成本  $C_R$  与其低碳宣传努力程度  $E_R(t)$  相关，随低碳宣传努力程度增加而增加，即  $C'_R(E_R(t)) > 0$ ，增加的幅度呈上升趋势，即  $C''_R(E_R(t)) > 0$ ，本文借鉴文献

[25] 对销售努力成本的假设，设其为二次函数  $C_R(E_R(t)) = \frac{1}{2}\eta_R E_R^2(t)$ ，其中  $\eta_R > 0$ ，表示零售商的宣传努力成本系数。

3) 为激励零售商进行低碳宣传,制造商对零售商的低碳宣传给予补偿以减少零售商的投资成本,补偿比例为  $X(t)$ ,且  $X(t) < 1$ ,即假设制造商只承担零售商部分低碳宣传成本.

4) 单位产品的减排量与制造商的减排努力程度相关,且是个动态变化的过程,表示单位产品减排量变化过程的微分方程为

$$\dot{\tau}(t) = \gamma E_M(t) - \delta \tau(t) \quad (1)$$

其中  $\tau(t)$  表示  $t$  时刻制造商单位产品的减排量,且初始减排量  $\tau(0) = \tau_0 \geq 0$ ;  $\gamma$  表示制造商减排努力对单位产品减排量的影响程度;  $\delta$  表示制造商不进行减排努力时,由于减排设备老化等原因造成的减排量的衰减系数,  $\delta > 0$ .

5) 假设消费者的购买行为受产品减排量和零售商低碳宣传努力程度的影响,因此假定需求函数具有如下形式

$$Q(t) = \alpha + \beta E_R(t) + \theta \tau(t) \quad (2)$$

其中  $\alpha$  为不进行减排和低碳宣传时产品的潜在需求,  $\alpha > 0$ ;  $\beta, \theta$  分别表示零售商低碳宣传努力程度和产品减排量对产品市场需求的影响系数,  $\beta, \theta > 0$ .

6) 设制造商和零售商具有相同的贴现率  $\rho$ ,且  $\rho > 0$ ,目标均是在无限区间内寻求自身利润最大化.

### 3 联合减排与低碳宣传模型分析

基于上一节对问题的描述和假设,本节进一步分析成本分担契约能否使制造商和零售商的最优决策达到集中决策时的最优水平;如果不能达到集中决策时的最优水平,则分析成本分担契约能否使制造商和零售商的最优决策达到 Pareto 改善以及改善的程度,以便于为企业间联合减排与低碳宣传提供决策依据.

#### 3.1 协同控制的集中式决策

在协同控制的集中式决策下,假设存在以最大化供应链整体利益为目标的中心决策者,其决策变量为  $E_M(t)$  和  $E_R(t)$ .虽然,实际运营中对于企业外部供应链系统很难存在以供应链整体利益最大化为目标的中心决策者,但是,可以以集中决策时的最优决策为标杆研究契约协调的效果.因

此,首先对集中式决策进行分析(用上标  $c$  表示集中式决策).

由假设 6) 可知,在无限时间区间内供应链系统利润以贴现因子  $\rho$  进行贴现之后,得到整个供应链系统的决策问题为

$$J_{sc}^c(\tau, t) = \max_{E_M(t), E_R(t)} \int_0^\infty e^{-\rho t} \{ (\pi_M + \pi_R) Q - C_M(E_M(t)) - C_R(E_R(t)) \} dt \quad (3)$$

为了得到问题的反馈均衡策略,采用 Hamilton-Jacobi-Bellman 方程(以下简称 HJB 方程)进行求解.由于动态参数条件下求解困难,文中参考文献[26]的处理方式,假设模型中的参数都是与时间无关的常数.另外,为书写方便下文不再列出时间.求解结果见命题 1.

命题 1 集中式决策情况下的均衡结果如下:

1) 制造商单位产品减排量的最优轨迹为

$$\tau^{c*}(t) = \left( \tau_0 + \frac{B^c}{A^c} \right) e^{A^c t} - \frac{B^c}{A^c} \quad (4)$$

其中  $A^c = -\delta, B^c = \frac{\gamma^2(\pi_M + \pi_R)\theta}{\eta_M(\rho + \delta)}$ ;

2) 供应链系统最优决策的均衡策略为  $E_M^{c*}$  和

$$E_R^{c*}, E_M^{c*} = \frac{\gamma(\pi_M + \pi_R)\theta}{\eta_M(\rho + \delta)}, E_R^{c*} = \frac{(\pi_M + \pi_R)\beta}{\eta_R};$$

3) 供应链系统的利润最优值函数为

$$J_{sc}^{c*}(\tau) = e^{-\rho t} (a_3^* \tau + b_3^*) \quad (5)$$

其中

$$a_3^* = \frac{(\pi_M + \pi_R)\theta}{\rho + \delta}, b_3^* = \frac{\gamma^2 a_3^2}{2\rho\eta_M} + \frac{(\pi_M + \pi_R)\alpha}{\rho} + \frac{(\pi_M + \pi_R)^2 \beta^2}{2\rho\eta_R}$$

证明 参考最优控制的解法<sup>[27]</sup>,由式(3)可知,  $t$  时刻供应链系统的最优利润值函数为

$$J_{sc}^*(\tau, t) = \max_{E_M, E_R} \int_t^\infty e^{-\rho s} \{ (\pi_M + \pi_R) Q - C_M(E_M) - C_R(E_R) \} ds = e^{-\rho t} \max_{E_M, E_R} \int_t^\infty e^{-\rho(s-t)} \{ (\pi_M + \pi_R) Q - C_M(E_M) - C_R(E_R) \} ds \quad (6)$$

令

$$V_{sc}^c(\tau) = \max_{E_M, E_R} \int_t^{\infty} e^{-\rho(s-t)} \{ (\pi_M + \pi_R) Q - C_M(E_M) - C_R(E_R) \} ds \quad (7)$$

于是  $t$  时刻供应链系统的最优利润值函数转化为

$$J_{sc}^c(\tau, t) = e^{-\rho t} V_{sc}^c(\tau) \quad (8)$$

此时, 供应链系统的最优控制问题满足如下 HJB 方程

$$\rho V_{sc}^c(\tau) = \max_{E_M, E_R} \{ (\pi_M + \pi_R) Q - C_M(E_M) - C_R(E_R) + V_{sc}^c(\tau) \dot{\tau} \} \quad (9)$$

将式(9)展开如下

$$\rho V_{sc}^c(\tau) = \max_{E_M, E_R} \{ (\pi_M + \pi_R) (\alpha + \beta E_R + \theta \tau) - \frac{1}{2} \eta_M E_M^2 - \frac{1}{2} \eta_R E_R^2 + V_{sc}^c(\tau) (\gamma E_M - \delta \tau) \} \quad (10)$$

易知式(10)关于  $E_M, E_R$  的海赛阵为

$$H = \begin{bmatrix} -\frac{\eta_M}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{\eta_R}{2} \end{bmatrix}$$

$$\text{由 } H = \begin{bmatrix} -\frac{\eta_M}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{\eta_R}{2} \end{bmatrix} = \frac{\eta_M \eta_R}{4} > 0 \text{ 且 } -\frac{\eta_M}{2} < 0$$

知, 海赛阵半负定, 目标函数为凹函数, 故式(10)关于变量  $E_M, E_R$  能达到最大值, 且最大值在偏导数等于 0 的点取得. 对式(10)分别关于  $E_M, E_R$  求偏导并联立求方程组可得

$$E_M = \frac{\gamma V_{sc}^c(\tau)}{\eta_M}, E_R = \frac{(\pi_M + \pi_R) \beta}{\eta_R} \quad (11)$$

将式(11)的  $E_M, E_R$  代入式(10)整理得

$$\rho V_{sc}^c(\tau) = [(\pi_M + \pi_R) \theta - \delta V_{sc}^c(\tau)] \tau + \frac{\gamma^2 [V_{sc}^c(\tau)]^2}{2\eta_M} + (\pi_M + \pi_R) \alpha + \frac{(\pi_M + \pi_R)^2 \beta^2}{2\eta_R} \quad (12)$$

根据式(12)微分方程的特点, 推测关于  $\tau$  的线形最优值函数是 HJB 方程的解.

于是, 设函数  $V_{sc}^c(\tau)$  的具体表达式为

$$V_{sc}^c(\tau) = a_3 \tau + b_3 \quad (13)$$

其中  $a_3, b_3$  均为未知常数, 将式(13)代入式(12)

可以得到

$$\rho(a_3 \tau + b_3) = [(\pi_M + \pi_R) \theta - \delta a_3] \tau + \frac{\gamma^2 a_3^2}{2\eta_M} + (\pi_M + \pi_R) \alpha + \frac{(\pi_M + \pi_R)^2 \beta^2}{2\eta_R} \quad (14)$$

整理式(14), 对比等式两端的同类项系数, 可得关于  $a_3, b_3$  的约束方程组为

$$\begin{cases} \rho a_3 = (\pi_M + \pi_R) \theta - \delta a_3 \\ \rho b_3 = \frac{\gamma^2 a_3^2}{2\eta_M} + (\pi_M + \pi_R) \alpha + \frac{(\pi_M + \pi_R)^2 \beta^2}{2\eta_R} \end{cases} \quad (15)$$

求解方程组, 可得方程组(15)的解为

$$a_3^* = \frac{(\pi_M + \pi_R) \theta}{\rho + \delta}, b_3^* = \frac{\gamma^2 a_3^{*2}}{2\rho\eta_M} + \frac{(\pi_M + \pi_R) \alpha}{\rho} + \frac{(\pi_M + \pi_R)^2 \beta^2}{2\rho\eta_R}$$

将  $a_3^*, b_3^*$  代入式(13), 可以得到函数  $V_{sc}^c(\tau)$  的表达式为

$$V_{sc}^c(\tau) = a_3^* \tau + b_3^* \quad (16)$$

将式(16)及其一阶导数代入式(11)可以得到供应链系统的均衡解为

$$E_M^* = \frac{\gamma(\pi_M + \pi_R) \theta}{\eta_M(\rho + \delta)}, E_R^* = \frac{(\pi_M + \pi_R) \beta}{\eta_R} \quad (17)$$

将式(17)代入状态方程(1), 根据状态方程的边界条件  $\tau(0) = \tau_0 \geq 0$ , 可得制造商单位产品减排量的最优轨迹如式(4), 将式(16)代入式(8)可以得到供应链系统的利润最优值函数为式(5). 证毕.

### 3.2 无成本分担的分散式决策

分析无成本分担的分散式决策有助于契约设计时考虑制造商和零售商的参与约束, 同时为契约协调的效果提供参考基础. 如果说集中决策时的最优水平是契约协调的上限, 那么, 无成本分担的分散式决策时的最优水平则是契约协调的各方利润的下限. 在无成本分担的分散式决策时, 制造商和零售商独自决策以最大化各自的利润(用上标 N 表示无成本分担的分散式决策).

由假设 6) 可知, 在无限时间区间内制造商和零售商的利润具有相同的贴现因子  $\rho$ , 于是可以

得到制造商和零售商的决策问题为

$$\max_{E_M} J_M^N = \int_0^\infty e^{-\rho t} \{ \pi_M Q - C_M(E_M) \} dt \quad (18)$$

$$\max_{E_R} J_R^N = \int_0^\infty e^{-\rho t} \{ \pi_R Q - C_R(E_R) \} dt \quad (19)$$

$t$ 时刻制造商的利润由两部分构成: 销售收入与减排成本;  $t$ 时刻零售商的利润也由两部分构成: 销售收入与低碳宣传成本.

为了得到供应链各成员的反馈均衡策略, 与集中决策时的情况相同, 采用 HJB 方程进行求解. 求解结果见命题 2.

命题 2 供应链上下游微分博弈的均衡结果如下:

1) 制造商单位产品减排量的最优轨迹为

$$\tau^{N^*}(t) = \left( \tau_0 + \frac{B^N}{A^N} \right) e^{A^N t} - \frac{B^N}{A^N} \quad (20)$$

其中  $A^N = -\delta$ ,  $B^N = \frac{\gamma^2 \pi_M \theta}{\eta_M(\rho + \delta)}$ ;

2) 制造商和零售商的微分博弈均衡策略为

$$E_M^{N^*} \text{ 和 } E_R^{N^*} \quad E_M^{N^*} = \frac{\gamma \pi_M \theta}{\eta_M(\rho + \delta)}, \quad E_R^{N^*} = \frac{\pi_R \beta}{\eta_R};$$

3) 制造商和零售商各自的利润最优值函数分别为

$$J_M^{N^*}(\tau, t) = e^{-\rho t} (a_1^{N^*} \tau + b_1^{N^*}) \quad (21)$$

$$J_R^{N^*}(\tau, t) = e^{-\rho t} (a_2^{N^*} \tau + b_2^{N^*}) \quad (22)$$

其中

$$\begin{cases} a_1^{N^*} = \frac{\pi_M \theta}{\rho + \delta}, b_1^{N^*} = \frac{\gamma^2 \pi_M^2 \theta^2}{2\eta_M(\rho + \delta)^2 \rho} + \frac{\pi_M \pi_R \beta^2}{\eta_R \rho} + \frac{\pi_M \alpha}{\rho}, \\ a_2^{N^*} = \frac{\pi_R \theta}{\rho + \delta}, b_2^{N^*} = \frac{\gamma^2 \pi_M \pi_R \theta^2}{2\eta_M(\rho + \delta)^2 \rho} + \frac{\pi_R^2 \beta^2}{2\eta_R \rho} + \frac{\pi_R \alpha}{\rho} \end{cases}$$

证明 首先求解零售商的最优控制问题. 同命题 1 中式(6) - 式(8)的证明过程, 由式(19)可知  $t$ 时刻零售商的最优利润值函数为

$$J_R^N(\tau, t) = e^{-\rho t} V_R^N(\tau) \quad (23)$$

其中  $V_R^N(\tau) = \max_{E_R} \int_t^\infty e^{-\rho(s-t)} \{ \pi_R Q - C_R(E_R) \} ds$ .

此时, 零售商最优控制问题满足如下 HJB 方程

$$\rho V_R^N(\tau) = \max_{E_R} \{ \pi_R [\alpha + \beta E_R + \theta \tau] - \frac{1}{2} \eta_R E_R^2 + V_R^N(\tau) (\gamma E_M - \delta \tau) \} \quad (24)$$

易知式(24)关于  $E_R$ 是凹函数, 根据一阶条件可得

$$E_R = \frac{\pi_R \beta}{\eta_R} \quad (25)$$

式(25)表明, 零售商的低碳宣传努力程度  $E_R$ 随自身边际利润  $\pi_R$ 和对需求影响程度系数  $\beta$ 的增加而提高, 随其自身的宣传努力成本系数  $\eta_R$ 的增加而降低.

同命题 1 中式(6) - 式(8)的证明过程,  $t$ 时刻制造商的最优利润值函数为

$$J_M^N(\tau, t) = e^{-\rho t} V_M^N(\tau) \quad (26)$$

其中  $V_M^N(\tau) = \max_{E_M} \int_t^\infty e^{-\rho(s-t)} \{ \pi_M Q - C_M(E_M) \} ds$ .

此时, 制造商最优控制问题满足如下 HJB 方程

$$\rho V_M^N(\tau) = \max_{E_M} \{ \pi_M Q - C_M(E_M) + V_M^N(\tau) \dot{\tau} \} \quad (27)$$

将零售商的反应函数式(25)代入式(27)并展开得到

$$\rho V_M^N(\tau) = \max_{E_M} \{ \pi_M \left[ \alpha + \frac{\pi_R \beta^2}{\eta_R} + \theta \tau \right] - \frac{1}{2} \eta_M E_M^2 + V_M^N(\tau) (\gamma E_M - \delta \tau) \} \quad (28)$$

易知式(28)关于  $E_M$ 是凹函数, 根据一阶条件可得

$$E_M = \frac{\gamma V_M^N(\tau)}{\eta_M} \quad (29)$$

由式(29)可知, 制造商的减排努力程度随自身减排努力对产品减排量的影响程度  $\gamma$ 的增加而增加, 即, 单位减排努力带来的减排量的提高越多, 制造商减排越努力; 随自身减排成本系数  $\eta_M$ 的增加而降低, 即, 减排难度越大, 制造商的减排努力越小.

将  $E_M, E_R$ 代入式(28)和式(24)整理得

$$\rho V_M^N(\tau) = [\pi_M \theta - \delta V_M^N(\tau)] \tau + \frac{\gamma^2 [V_M^N(\tau)]^2}{2\eta_M} + \frac{\pi_M \pi_R \beta^2}{\eta_R} + \pi_M \alpha \quad (30)$$

$$\rho V_R^N(\tau) = [\pi_R \theta - \delta V_R^N(\tau)] \tau + \frac{\gamma^2 V_M^N(\tau) V_R^N(\tau)}{\eta_M} + \frac{\pi_R^2 \beta^2}{2\eta_R} + \pi_R \alpha \quad (31)$$

根据式(30)和式(31)微分方程的特点, 推测关于  $\tau$ 的线形最优值函数是 HJB 方程的解.

于是, 设函数  $V_M^N(\tau)$  和  $V_R^N(\tau)$  的表达式为

$$V_M^N(\tau) = a_1^N \tau + b_1^N, V_R^N(\tau) = a_2^N \tau + b_2^N \quad (32)$$

其中  $a_1^N, b_1^N, a_2^N, b_2^N$  均为未知常数, 同命题 1 中式 (13) - 式 (16) 的证明过程, 将式 (32) 分别代入式 (30) 和式 (31), 整理并对比同类项系数, 可得关于  $a_1^N, b_1^N, a_2^N, b_2^N$  的约束方程组, 求解该方程组可得  $a_1^{N*}, b_1^{N*}, a_2^{N*}, b_2^{N*}$ , 将其代入式 (32), 可以得到函数  $V_M^N(\tau)$  和  $V_R^N(\tau)$  的表达式为

$$V_M^N(\tau) = a_1^{N*} \tau + b_1^{N*}, V_R^N(\tau) = a_2^{N*} \tau + b_2^{N*} \quad (33)$$

将式 (33) 及其一阶导数分别代入式 (29) 可以得到制造商和零售商的均衡解为

$$E_M^{N*} = \frac{\gamma \pi_M \theta}{\eta_M(\rho + \delta)}, E_R^{N*} = \frac{\pi_R \beta}{\eta_R} \quad (34)$$

将式 (34) 代入状态方程 (1), 根据状态方程的边界条件  $\tau(0) = \tau_0 \geq 0$ , 得制造商单位产品减排量的最优轨迹为式 (20), 将式 (33) 分别代入式 (26) 和式 (23) 可以得出制造商和零售商各自的利润最优值函数分别为式 (21) 和式 (22). 证毕.

### 3.3 成本分担契约下的分散式决策

进一步分析成本分担契约对均衡解及供应链绩效的影响, 研究成本分担契约能否使供应链达到协调或者能多大程度上改善供应链绩效. 在有成本分担契约的分散式决策时, 假设制造商在联合减排与低碳宣传问题中处主导地位, 为激励零售商进行低碳宣传, 制造商给零售商提供一定比例的补贴. 从长期、动态的角度考虑, 制造商与零售商之间关于减排努力与低碳宣传努力的决策构成了上下游之间的 Stackelberg 微分对策模型(用上标 Y 表示有成本分担契约的情况).

制造商和零售商独自决策以最大化各自的利润, 第 1 阶段, 制造商决定自身的减排努力程度  $E_M^Y(t)$  和为零售商承担的低碳宣传成本比例  $X(t)$ ; 第 2 阶段, 根据给定  $E_M^Y(t), X(t)$ , 零售商决策自身的低碳宣传努力程度  $E_R^Y(t)$ .

由假设 6) 可知, 在无限时间区间内制造商和零售商的利润具有相同的贴现因子  $\rho$ , 于是可以得到制造商决策问题为

$$\max_{E_M, X} J_M^Y = \int_0^\infty e^{-\rho t} \{ \pi_M Q - C_M(E_M) - X C_R(E_R) \} dt \quad (35)$$

给定  $E_M$  和  $X$ , 零售商的决策问题为

$$\max_{E_R} J_R^Y = \int_0^\infty e^{-\rho t} \{ \pi_R Q - (1 - X) C_R(E_R) \} dt \quad (36)$$

采用 HJB 方程进行求解, 得到问题的反馈均衡策略, 均衡结果见命题 3.

**命题 3** 供应链上下游微分博弈的均衡结果如下:

1) 制造商单位产品减排量的最优轨迹为

$$\tau^{Y*}(t) = \left( \tau_0 + \frac{B^Y}{A^Y} \right) e^{A^Y t} - \frac{B^Y}{A^Y} \quad (37)$$

其中  $A^Y = -\delta, B^Y = \frac{\gamma^2 \pi_M \theta}{\eta_M(\rho + \delta)}$ ;

2) 制造商和零售商的微分博弈均衡策略为

$$E_M^{Y*}, X^*, E_R^{Y*}, E_M^{Y*} = \frac{\gamma \pi_M \theta}{\eta_M(\rho + \delta)}, X^* = \frac{2\pi_M - \pi_R}{2\pi_M + \pi_R},$$

$$E_R^{Y*} = \frac{(2\pi_M + \pi_R)\beta}{2\eta_R},$$

3) 制造商和零售商各自的利润最优值函数分别为

$$J_M^{Y*}(\tau, t) = e^{-\rho t} (a_1^{Y*} \tau + b_1^{Y*}) \quad (38)$$

$$J_R^{Y*}(\tau, t) = e^{-\rho t} (a_2^{Y*} \tau + b_2^{Y*}) \quad (39)$$

其中

$$\begin{cases} a_1^{Y*} = \frac{\pi_M \theta}{\rho + \delta}, \\ b_1^{Y*} = \frac{\gamma^2 \pi_M^2 \theta^2}{2\eta_M(\rho + \delta)^2 \rho} + \frac{(2\pi_M + \pi_R)^2 \beta^2}{8\eta_R \rho} + \frac{\pi_M \alpha}{\rho}, \\ a_2^{Y*} = \frac{\pi_R \theta}{\rho + \delta}, \\ b_2^{Y*} = \frac{\gamma^2 \pi_M \pi_R \theta^2}{2\eta_M(\rho + \delta)^2 \rho} + \frac{(2\pi_M + \pi_R) \pi_R \beta^2}{4\eta_R \rho} + \frac{\pi_R \alpha}{\rho} \end{cases}$$

证明 采用逆向归纳法进行求解, 首先求解零售商的决策, 同命题 1 中式 (6) - 式 (8) 的证明过程, 由式 (36) 可知  $t$  时刻零售商的最优利润值函数为

$$J_R^{Y*}(\tau, t) = e^{-\rho t} V_R^Y(\tau) \quad (40)$$

其中

$$V_R^Y(\tau) = \max_{E_R} \int_t^\infty e^{-\rho(s-t)} \{ \pi_R Q - (1-X) C_R(E_R) \} ds$$

此时,零售商最优控制问题满足如下 HJB 方程

$$\rho V_R^Y(\tau) = \max_{E_R} \left\{ \pi_R [\alpha + \beta E_R + \theta \tau] - \right. \\ \left. (1-X) \frac{1}{2} \eta_R E_R^2 + V_R^Y(\tau) (\gamma E_M - \delta \tau) \right\} \quad (41)$$

易知式(41)关于  $E_R$  是凹函数,根据一阶条件可得

$$E_R = \frac{\pi_R \beta}{\eta_R (1-X)} \quad (42)$$

反应函数表明:零售商的低碳宣传努力程度  $E_R$  随制造商为其承担的低碳宣传努力成本比例  $X$ 、自身边际利润  $\pi_R$  和低碳宣传对需求的影响程度  $\beta$  的增加而提高,随其自身的宣传努力成本系数  $\eta_R$  的增加而降低。

同命题 1 中式(6) - 式(8)的证明过程,  $t$  时刻制造商的最优利润值函数为

$$J_M^*(\tau, t) = e^{-\rho t} V_M^Y(\tau) \quad (43)$$

其中

$$V_M^Y(\tau) = \max_{E_M, X} \int_t^\infty e^{-\rho(s-t)} \{ \pi_M Q - C_M(E_M) - \\ X C_R(E_R) \} ds$$

此时,制造商最优控制问题满足如下 HJB 方程

$$\rho V_M^Y(\tau) = \max_{E_M, X} \{ \pi_M Q - C_M(E_M) - \\ X C_R(E_R) + V_M^Y(\tau) \dot{\tau} \} \quad (44)$$

将零售商的反应函数式(42)代入式(44)并展开得到

$$\rho V_M^Y(\tau) = \max_{E_M, X} \left\{ \pi_M \left[ \alpha + \frac{\pi_R \beta^2}{\eta_R (1-X)} + \theta \tau \right] - \right. \\ \left. \frac{1}{2} \eta_M E_M^2 - \frac{1}{2} X \eta_R \left[ \frac{\pi_R \beta}{\eta_R (1-X)} \right]^2 + \right. \\ \left. V_M^Y(\tau) (\gamma E_M - \delta \tau) \right\} \quad (45)$$

根据海赛阵易知式(45)关于  $E_M$  和  $X$  是凹函数,根据一阶条件可得

$$E_M = \frac{\gamma V_M^Y(\tau)}{\eta_M}, X = \frac{2\pi_M - \pi_R}{2\pi_M + \pi_R} \quad (46)$$

由式(46)可知:制造商的减排努力程度随自身减排努力对产品减排量的影响程度  $\gamma$  的增加而增加,即,单位减排努力带来的减排量的增加越多,制造商减排越努力,随自身减排成本  $\eta_M$  的提高而降低;制造商为零售商提供低碳宣传成本补贴比例随制造商边际收益的增加而增加,随零售商边

际收益的增加而减少,且当  $2\pi_M > \pi_R$  时制造商才为零售商提供补贴,否则制造商不但不给零售商提供补贴,而且会以零售商的促销成本为基础收取一定的费用。

将  $E_M, X$  和  $E_R$  代入式(45)和式(41)整理得到

$$\rho V_M^Y(\tau) = [\pi_M \theta - \delta V_M^Y(\tau)] \tau + \frac{\gamma^2 V_M^{Y2}(\tau)}{2\eta_M} + \\ \frac{(2\pi_M + \pi_R)^2 \beta^2}{8\eta_R} + \pi_M \alpha \quad (47)$$

$$\rho V_R^Y(\tau) = [\pi_R \theta - \delta V_R^Y(\tau)] \tau + \frac{\gamma^2 V_M^Y(\tau) V_R^Y(\tau)}{\eta_M} + \\ \frac{(2\pi_M + \pi_R) \pi_R \beta^2}{4\eta_R} + \pi_R \alpha \quad (48)$$

根据式(47)和式(48)微分方程的特点,推测关于  $\tau$  的线形最优值函数是 HJB 方程的解。

于是,设函数  $V_M^Y(\tau)$  和  $V_R^Y(\tau)$  的表达式为

$$V_M^Y(\tau) = a_1^Y \tau + b_1^Y, V_R^Y(\tau) = a_2^Y \tau + b_2^Y \quad (49)$$

其中  $a_1^Y, b_1^Y, a_2^Y, b_2^Y$  均为未知常数。同命题 1 中式(13) - 式(16)的证明过程,将式(49)分别代入式(47)和式(48),整理并对比同类项系数,可得关于  $a_1^Y, b_1^Y, a_2^Y, b_2^Y$  的约束方程组,求解该方程组可得  $a_1^{Y*}, b_1^{Y*}, a_2^{Y*}, b_2^{Y*}$ ,将其代入式(49),可以得到函数  $V_M^Y(\tau)$  和  $V_R^Y(\tau)$  的表达式为

$$V_M^Y(\tau) = a_1^{Y*} \tau + b_1^{Y*}, V_R^Y(\tau) = a_2^{Y*} \tau + b_2^{Y*} \quad (50)$$

将式(50)及其一阶导数分别代入式(42)和式(46)可以得到制造商和两零售商的均衡解为

$$E_M^{Y*} = \frac{\gamma \pi_M \theta}{\eta_M (\rho + \delta)}, X^* = \frac{2\pi_M - \pi_R}{2\pi_M + \pi_R}, \\ E_R^{Y*} = \frac{(2\pi_M + \pi_R) \beta}{2\eta_R} \quad (51)$$

将式(51)代入状态方程(1),根据状态方程的边界条件  $\tau(0) = \tau_0 \geq 0$ ,得制造商单位产品减排量的最优轨迹为式(37) 将式(50)分别代入式(43)和式(40)可以得到制造商和零售商各自的利润最优值函数分别为式(38)和式(39)。证毕。

由命题 1、命题 2 和命题 3 可得推论 1。

推论 1



$$1) E_M^{N^*} = E_M^{Y^*} = \frac{\gamma\pi_M\theta}{\eta_M(\rho+\delta)} E_M^{c^*} = \frac{\gamma(\pi_M+\pi_R)\theta}{\eta_M(\rho+\delta)},$$

因此  $E_M^{N^*} = E_M^{Y^*} < E_M^{c^*}$  .

$$2) E_R^{N^*} = \frac{\pi_R\beta}{\eta_R}, E_R^{Y^*} = \frac{(2\pi_M + \pi_R)\beta}{2\eta_R}, E_R^{c^*} = \frac{(\pi_M + \pi_R)\beta}{\eta_R}$$

当  $2\pi_M > \pi_R$  时,  $E_R^{N^*} < E_R^{Y^*} < E_R^{c^*}$  ; 当  $2\pi_M < \pi_R$  时,  $E_R^{Y^*} < E_R^{N^*} < E_R^{c^*}$  .

$$3) V_M^Y(\tau) - V_M^N(\tau) = \frac{(2\pi_M - \pi_R)^2\beta^2}{8\eta_R\rho} > 0,$$

$$V_R^Y(\tau) - V_R^N(\tau) = \frac{\pi_R(2\pi_M - \pi_R)\beta^2}{4\eta_R\rho}, V_{sc}^c(\tau) -$$

$$V_{sc}^Y(\tau) = \frac{\gamma^2(\pi_R^2 + \pi_M\pi_R)\theta^2}{2\rho\eta_M(\rho + \delta)^2} + \frac{(5\pi_M + \pi_R)\pi_R\beta^2}{4\eta_R\rho} > 0.$$

由推论 1 可知:

1) 当  $2\pi_M > \pi_R$  时, 与无成本分担的分散式决策相比, 在有成本分担的分散式决策下, 制造商的减排努力程度没有变化, 零售商的低碳宣传努力程度有所提高, 协同控制的集中式决策下, 制造商的减排努力程度和零售商的低碳宣传努力程度都最高; 当  $2\pi_M < \pi_R$  时, 此时制造商不但不给零售商提供补贴, 而且会从零售商收取一定的费用, 这时与无成本分担的分散式决策相比, 零售商的低碳宣传努力程度有所下降, 降低了零售商进行低碳宣传的积极性.

2) 当  $2\pi_M > \pi_R$  时, 在有成本分担的分散式决策下, 制造商和零售商的利润都大于无成本分担的分散式决策时的利润, 这说明成本分担契约满足制造商和零售商的参与约束, 具有自执行的性质, 且可以实现制造商利润和零售商利润的 Pareto 改善; 当  $2\pi_M < \pi_R$  时, 成本分担契约可以使制造商的利润得到改善, 却降低了零售商的利润, 不满足零售商的参与约束. 因此  $2\pi_M > \pi_R$  才是成本分担契约成立的必要条件.

3) 当  $\pi_R < 2\pi_M < 3\pi_R$  时对零售商利润改善的效果大于对制造商利润改善的效果, 当  $2\pi_M > 3\pi_R$  时对制造商利润的改善效果大于对零售商利润的改善效果. 这说明当制造商边际收益足够大时, 对制造商利润的 Pareto 改善效果更明显, 制造商更应该利用成本分担契约激励零售商进行低碳

宣传.

4) 成本分担契约对制造商和零售商利润的 Pareto 改善效果, 受消费者对零售商低碳宣传敏感性的系数  $\beta$ 、零售商低碳宣传成本系数  $\eta_R$ 、制造商和零售商边际收益的差值以及折现率  $\rho$  的影响, 部分参数的影响关系将在算例中进行分析.

5) 协同控制的集中式决策情形下, 供应链系统的最优利润大于两种分散式决策情形下的最优利润. 但值得注意的是, 只有使制造商和零售商协同控制时各自的利润大于非协同控制时各自的利润时的最优策略才能被制造商和零售商所接受. 至于制造商和零售商各自所占系统利润的增量份额, 则取决于双方的谈判(讨价还价)能力.

## 4 算例分析

制造商和零售商在 3 种联合减排与低碳宣传的微分博弈中, 各自的最优决策和利润以及供应链系统的利润依赖于模型中参数的选择.

算例相关参数如下:  $\gamma = 2, \delta = 1, \alpha = 5, \beta = 2, \theta = 3, \pi_M = 6, \pi_R = 5, \rho = 0.9, \eta_M = 15, \eta_R = 12, \tau_0 = 0$ .

将相关参数代入命题 1、命题 2、命题 3 及推论 1 所给的解析式, 利用 matlab 可以给出成本分担前后制造商和零售商利润对比关系图(图 2)、3 种情况供应链系统利润对比关系图(图 3)、参数  $\beta$  对成本分担契约 Pareto 改善效果的影响(图 4)、参数  $\eta_R$  对成本分担契约 Pareto 改善效果的影响(图 5).

1) 从图 2 可以看出, 利用成本分担契约可以达到制造商和零售商利润的 Pareto 改善, 且对零售商利润的改善效果优于对制造商利润的改善效果.

由于制造商分担了零售商的低碳宣传成本, 零售商会付出更大的努力进行低碳宣传, 从而带来更多的市场需求, 市场需求的增加最终将增加制造商和零售商的利润, 因此使双方的利润都能达到 Pareto 改善; 同时由于零售商成本的降低和需求的增加两者都会增加零售商的利润, 而制造商只有需求的增加会带来利润的增加, 分担的零

售商的低碳宣传成本反而使成本上升,因此,成本分担契约对零售商利润的改善效果要优于对制造商利润的改善效果,图中在成本分担前后制造商和零售商利润变化的垂直距离也可以反映这一点.

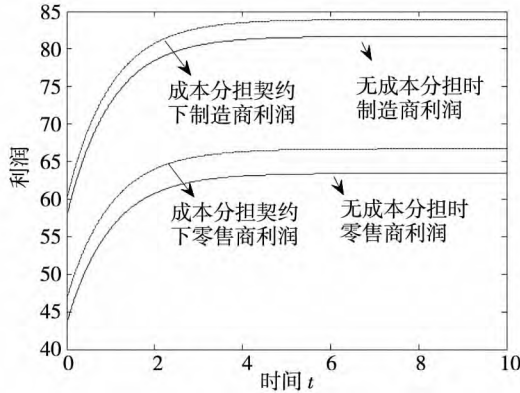


图2 成本分担前后制造商和零售商各自利润对比  
Fig. 2 Profit comparison respectively of manufacturers and retailers before and after cost-sharing

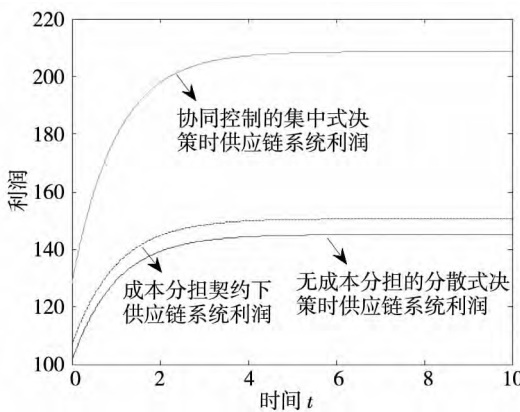


图3 3种情况供应链系统利润对比  
Fig. 3 Supply chain profit comparison in three cases

2) 从图3可以看出,3种情况下供应链系统最优利润情况是:协同控制的集中式决策时最大、无成本分担的分散式决策时最小,有成本分担契约时可以达到供应链系统利润的 Pareto 改善.

制造商和零售商协同控制的集中式决策时供应链系统的总利润远大于两种非协同控制的分散式决策时系统的总利润,验证了理论推导的结果.且协同控制的集中式决策情形下供应链系统的总利润增长迅速,而两种非协同控制的分散式决策情形下供应链系统的总利润增加缓慢,这充分说明协同控制的集中式决策优于非协同控制的分散式决策,可以为上下游联合减排与低碳宣传提供

参考,剩余利润根据双方的讨价还价能力进行分配.

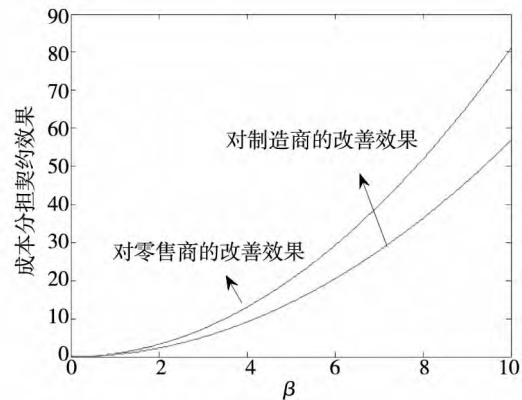


图4 参数β对成本分担契约 Pareto 改善效果的影响  
Fig. 4 Pareto improvement effect of β to cost-sharing contracts

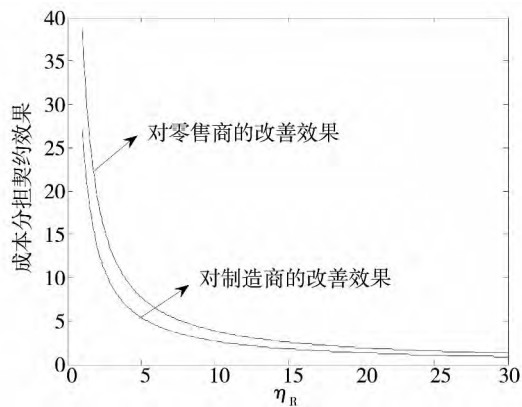


图5 参数η<sub>R</sub>对成本分担契约 Pareto 改善效果的影响  
Fig. 5 Pareto improvement effect of η<sub>R</sub> to cost-sharing contracts

3) 从图4可以看出,随着消费者对零售商低碳宣传敏感性的增加,成本分担契约对制造商和零售商利润的 Pareto 改善效果越明显.

消费者对零售商低碳宣传的敏感性越大,零售商单位低碳宣传努力的增加越能带来更多的市场需求,制造商通过成本分担契约激励零售商进行低碳宣传的效果就越明显.这可以为制造商的决策提供参考依据,制造商可以通过调查零售商的影响力决定是否对零售商提高补贴以及补贴的额度.

4) 从图5可以看出,成本分担契约对制造商和零售商利润的 Pareto 改善效果,随零售商低碳宣传努力成本系数的降低而提高.

零售商低碳宣传努力成本系数越大,零售商进行低碳宣传需要付出的成本越多,制造商对零

售商的激励的效果越不明显,因此制造商进行决策时也要综合考虑零售商的低碳宣传成本问题,对于零售商进行低碳宣传越容易的情况给予较高的补贴,对于零售商进行低碳宣传越难的情况给予较少的补贴或者不给补贴。

## 5 结束语

近年来,各国政府、企业和学者已经形成共识,温室效应是全球气候变暖以及极端气候出现日趋频繁的主要原因,而人类在经济活动中产生的碳排放是导致温室效应的主要原因。一方面,企业作为人类经济活动的主要载体,应当承担气候变化的主要责任。另一方面,随着消费者低碳意识的增强,企业也开始意识到减排的重要性,只有减排才能得到消费者的认可。但是,只有制造商的减排是绝对不够的,还需要通过零售商将制造商节能减排的信息传达给消费者,这样才能获得消费者的认可,获得更多的利润。鉴于此,本文从上下游长期动态联合减排与低碳宣传的角度,构建了三种上下游联合减排与低碳宣传的微分博弈模型。通过对模型求解与分析可以得到以下结论。

首先,当制造商边际收益和零售商边际收益

具有  $2\pi_M > \pi_R$  的关系时,由制造商分担零售商低碳宣传成本的成本分担契约可以实现制造商和零售商利润的 Pareto 改善,且当制造商边际收益足够大时成本分担契约对制造商利润的 Pareto 改善效果越明显,制造商利用成本分担契约激励零售商进行低碳宣传的动机越大。

其次,成本分担契约对制造商和零售商利润的改善程度与  $2\pi_M - \pi_R$  的差值和消费者对零售商低碳宣传敏感性的系数  $\beta$  正相关,与零售商的低碳宣传成本系数  $\eta_R$  和折现率  $\rho$  负相关。

最后,通过数值算例对 3 种上下游联合减排与低碳宣传的微分博弈均衡结果进行了对比分析,并对一些典型参数的敏感性进行了分析。

文章重在分析成本分担契约改善供应链绩效的情况,建立模型时并没有考虑政府补贴政策、碳交易政策等环保法规对制造商产品减排量和供应链成员决策的影响,未来加入政府补贴、碳交易等政策的约束,是进一步的研究方向;其次,本文设计的成本分担契约可以实现制造商、零售商和整个供应链系统利润的 Pareto 改善,但并没有达到集中决策时的理想情况,进一步设计其他的契约机制以实现理想情况,也是进一步的研究方向;另外,还可以在多级供应链和复杂供应链网络框架下对这一问题进行研究。

## 参考文献:

- [1] IPCC. Climate Change 2007: Impacts, Adaptation and Vulnerability. Intergovernmental Panel on Climate [EB/OL]. Available at [http://www.ipcc.ch/publications\\_and\\_data/publications\\_ipcc\\_fourth\\_assessment\\_report\\_wg2\\_report\\_impacts\\_adaptation\\_and\\_vulnerability.htm](http://www.ipcc.ch/publications_and_data/publications_ipcc_fourth_assessment_report_wg2_report_impacts_adaptation_and_vulnerability.htm).
- [2] "UNITED NATIONS FRAMEWORK CONVENTION ON CLIMATE CHANGE" [EB/OL]. [http://unfccc.int/essential\\_background/convention/background/items/1350.php](http://unfccc.int/essential_background/convention/background/items/1350.php).
- [3] "Kyoto Protocol to the United Nations Framework Convention on Climate Change" [EB/OL]. [http://unfccc.int/kyoto\\_protocol/status\\_of\\_ratification/items/2613.php](http://unfccc.int/kyoto_protocol/status_of_ratification/items/2613.php).
- [4] "国务院. 2020 年单位 GDP 二氧化碳排放降 40% 至 45%", <http://finance.people.com.cn/GB/10461522.html>. State Department. 2020 carbon dioxide emissions per unit of GDP down 40% - 45%, <http://finance.people.com.cn/GB/10461522.html>. (in Chinese)
- [5] 陆骥烈. "十二五"低碳理念,真正的推手是消费者[EB/OL]. 中国经济网, [http://www.ce.cn/cysc/newmain/right/zg/201012/02/t20101202\\_20560262.shtml](http://www.ce.cn/cysc/newmain/right/zg/201012/02/t20101202_20560262.shtml).  
Lu jilie. "Twelve Five" consumers is really pushing hands of low carbon concept[EB/OL]. China Economic Net, [http://www.ce.cn/cysc/newmain/right/zg/201012/02/t20101202\\_20560262.shtml](http://www.ce.cn/cysc/newmain/right/zg/201012/02/t20101202_20560262.shtml). (in Chinese)

- [6] Liu Z G , Anderson T D , Cruz J M . Consumer environmental awareness and competition in two-stage supply chains [J]. *European Journal of Operational Research* , 2011 , 218( 3) : 602 – 613.
- [7] 中研华泰研究院. 2012 – 2016 年中国低碳经济市场调查及投资发展分析报告 2012 [EB/OL]. <http://www.zyhtyjy.com/search.asp?type=1&wd=29164%20>.  
Research Institute of Zhongyuanhuatai. Market Research , investment and development analysis report of China low-carbon economy market in 2012 – 2016 [EB/OL]. <http://www.zyhtyjy.com/search.asp?type=1&wd=29164%20>. ( in Chinese)
- [8] 杜少甫,董骏峰,梁 樑,等. 考虑排放许可与交易的生产优化[J]. *中国管理科学*, 2009, 17( 3) : 81 – 86.  
Du Shaofu , Dong Junfeng , Liang Liang , et al. Optimal production policy with emission permits and trading [J]. *Chinese Journal of Management Science* , 2009 , 17( 3) : 81 – 86. ( in Chinese)
- [9] Zhang J J , Nie T F , Du S F . Optimal emission-dependent production policy with stochastic demand [J]. *Journal International Journal of Society Systems Science* , 2011 , 3( 1/2) : 21 – 39.
- [10] Hua G , Cheng T C E , Wang S . Managing carbon footprints in inventory management [J]. *International Journal of Production Economics* , 2011 , 132( 2) : 178 – 185.
- [11] Song J , Leng M . Analysis of the Single-Period Problem under Carbon Emissions Policies [R]. Shanghai Institute of Foreign Trade , 2011.
- [12] 申成然,熊中楷. 碳排放约束下制造商再制造决策研究[J]. *系统工程学报*, 2014, 29( 4) : 537 – 549.  
Shen Chengran , Xiong Zhongkai. Production decisions of the manufacturer remanufacturing under carbon emission constraint [J]. *Journal of Systems Engineering* , 2014 , 29( 4) : 537 – 549. ( in Chinese)
- [13] Benjaafar S , Li Y , Daskin M . Carbon footprint and the management of supply chains: Insights from simple models [J]. *Automation Science and Engineering* , 2013 , 10( 1) : 99 – 116.
- [14] Chen X , Benjaafar S , Elomri A . The carbon-constrained EOQ [J]. *Operations Research Letters* , 2013 , 41( 2) : 172 – 179.
- [15] Cachon G P . Retail store density and the cost of greenhouse gas emissions [J]. *Management Science* , 2014 , 60( 8) : 1907 – 1925.
- [16] Du S , Ma F , Fu Z , et al . Game-theoretic analysis for an emission-dependent supply chain in a “cap-and-trade” system [J]. *Annals of Operations Research* , 2015 , 228( 1) : 135 – 149.
- [17] 陈志明,陈志祥. 议价的 OEM 供应链在随机供需下的协调决策[J]. *管理科学学报*, 2014, 17( 5) : 43 – 51.  
Chen Zhiming , Chen Zhixiang. Coordination in a price-negotiable OEM supply chain with random supply and random demand [J]. *Journal of Management Sciences in China* , 2014 , 17( 5) : 43 – 51. ( in Chinese)
- [18] 朱庆华,窦一杰. 基于政府补贴分析的绿色供应链管理博弈模型[J]. *管理科学学报*, 2011, 14( 6) : 86 – 94.  
Zhu Qinghua , Dou Yijie. A game model for green supply chain management based on government subsidies [J]. *Journal of Management Sciences in China* , 2011 , 14( 6) : 86 – 94. ( in Chinese)
- [19] 朱庆华,夏西强,王一雷. 政府补贴下低碳与普通产品制造商竞争研究[J]. *系统工程学报*, 2014, 29( 5) : 640 – 651.  
Zhu Qinghua , Xia Xiqiang , Wang Yilei. Study of the competition between low carbon products and ordinary products manufacturer based on government subsidies [J]. *Journal of Systems Engineering* , 2014 , 29( 5) : 640 – 651. ( in Chinese)
- [20] 王芹鹏,赵道致,何龙飞. 供应链企业碳减排投资策略选择与行为演化研究[J]. *管理工程学报*, 2014, 28( 3) : 181 – 189.  
Wang Qinpeng , Zhao Daozhi , He Longfei. Strategies selection and behavioral evolution of carbon-emission-reduction investment in supply chain firms [J]. *Journal of Industrial Engineering and Engineering Management* , 2014 , 28( 3) : 181 – 189. ( in Chinese)
- [21] Wei Y , Liu L , Fan Y , et al . The impact of life style on energy use and CO<sub>2</sub> emission: An empirical analysis of China’s residents [J]. *Energy Policy* , 2007 , 35( 1) : 247 – 257.
- [22] Li F , Dong S , Xue L , et al . Energy consumption-economic growth relationship and carbon dioxide emissions in China [J].

- Energy Policy ,2011 ,39( 2) : 568 - 574.
- [23]陈 剑. 低碳供应链管理研究[J]. 系统管理学报 ,2012 ,21( 6) : 721 - 728.  
Chen Jian. Study on supply chain management in a lowcarbon era [J]. Journal of Systems and Management ,2012 ,21( 6) : 721 - 728. ( in Chinese)
- [24]洪江涛,黄 沛. 两级供应链上质量控制的动态协调机制研究[J]. 管理工程学报 ,2011 ,25( 2) : 62 - 65.  
Hong Jiangtao ,Huang Pei. Dynamic coordination mechanisms of quality control in two-echelon supply chains [J]. Journal of Industrial Engineering /Engineering Management ,2011 ,25( 2) : 62 - 65. ( in Chinese)
- [25]田厚平,刘长贤. 双重信息不对称下销售渠道双目标混合激励模型[J]. 管理科学学报 ,2011 ,14( 3) : 34 - 47.  
Tian Houping ,Liu Changxian. Bi-objective incentive model in distribution channel under the framework of dual information asymmetry [J]. Journal of Management Sciences in China ,2011 ,14( 3) : 34 - 47. ( in Chinese)
- [26]Jørgensen S ,Taboubi S ,Zaccour G. Retail promotions with negative brand image effects: Is cooperation possible? [J]. European Journal of Operational Research ,2003 ,150( 2) : 395 - 405.
- [27]布赖森 A E ,何毓琦. 应用最优控制—最优化·估计·控制[M]. 北京: 国防工业出版社,1982: 141 - 143.  
Brason A E ,Ho Yuqi. Apply Optimal Control: Optimization ,Estimation ,and Control [M]. Beijing: National Defence Industry Press ,1982: 141 - 143. ( in Chinese)

## Differential game model on joint carbon emission reduction and low-carbon promotion in supply chains

*XU Chun-qiū , ZHAO Dao-zhi<sup>\*</sup> , YUAN Bai-yun , HE Long-fei*

College of Management and Economics , Tianjin University , Tianjin 300072 , China

**Abstract:** In the context of flow-carbon economics , better market performance is usually achieved through the retailer's promotion on the manufacturer's emission reductions , which is a common cooperation manner in practical supply chain management. Assuming that demands were affected by the emission reduction of the product and the retailer's promotion , three Differential Game Models were established , which was also based on the fact that the emission reduction of the product is affected by the efforts of the manufacturer to reduce emissions and it possesses dynamic features in multiple cycles. It was found that under the cost-sharing contract profits can achieve Pareto improvement for the manufacturer , retailer and the supply chain system under certain conditions; when the manufacturer's marginal revenue is large enough , the improvement in profit for the manufacturer is more significant , and they would like to use the cost-sharing contract to inspire the retailer. Some valuable information could be provided for supply chain enterprises to develop collaborative strategies and to promote low-carbon supply chain management practice. Finally , the model was analyzed through an example.

**Key words:** supply chain; carbon emission reduction; low carbon promotion; differential game; cost sharing