

# 绿色耐用产品的节能补贴合同设计<sup>①</sup>

郑艳芳<sup>1</sup>, 周文慧<sup>1</sup>, 黄伟祥<sup>2\*</sup>

(1. 华南理工大学工商管理学院, 广州 510640; 2. 香港城市大学商学院, 香港)

**摘要:** 通过建立“政府-企业-消费者”三阶段的博弈模型来研究节能补贴政策对绿色产品设计的作用机理, 并给出了政府在两个目标(最大化单位产品节能指数或最大化总节能指数)下节能补贴合同的最优设计. 此外, 论文还分析了企业利润和消费者剩余总量在两种合同下的差异. 结果表明: 当补贴预算较低时, 两种目标下的最优合同是一致的, 此时企业和消费者并没有从节能补贴政策中获利; 在最大化总节能指数的目标下, 当补贴预算较高时, 企业和消费者皆从节能补贴政策中获利.

**关键词:** 节能补贴; 环境绩效; 合同设计; 博弈论

**中图分类号:** F224.32    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1007-9807(2016)03-0001-14

## 0 引言

随着全球变暖、资源缺乏的问题日益严重, 环境保护问题的受关注度越来越高. 许多国家与地区已经展开了相应的环境保护措施: 在减排方面有 欧盟的法律强制与市场调节相结合的碳排放交易<sup>[1-2]</sup>, 在循环利用方面, 有具有法律强制力的废弃电子电气设备规定(waste electrical and electronic equipment directive, WEEE)<sup>[3-4]</sup>、美国的依靠市场调节的垃圾发电(waste-to-energy, WTE)<sup>[5]</sup>以及副产品增效(by-product synergy, BPS)<sup>[6]</sup>等. 然而, 作为发展中国家, 我国要想实现西方发达国家的环保实践还缺乏经济和社会基础. 另一方面, 2011年的政府工作报告指出政府的节能减排任务依然严峻. 石敏俊等<sup>[7]</sup>讨论了中国背景下的减排政策. 为了缓解节能减排压力, 政府多次运用市场调节的手段激励企业提高其环境绩效. 继“以旧换新”之后, 2012年政府推出了汽车节能补贴政策以及节能惠民补贴政策. 在这两

个政策下, 消费者凡购买油耗低于某一指定值的汽车或者是能效达到某一级别的空调、冰箱、电视等家电都能获得政府所提供的补贴. 具体补贴标准为液晶电视补贴100元/台~400元/台, 等离子电视补贴250元/台~400元/台, 定速空调补贴180元/台~330元/台, 转速可控空调补贴240元/台~400元/台. 不难发现, 这些补贴的对象主要是汽车、家电等耐用产品, 而且必须是购买能效等级上了一定档次的产品, 消费者才能获得补贴. 这是因为如果补贴的对象是更新换代快的产品, 那么补贴将会加快这类产品的更换频率, 进而加大原材料的消耗以及废弃产品的量; 如果补贴的对象是耐用产品, 那么补贴就能通过提高产品的节能指数来降低这类产品在使用过程中的能耗. 由此可见, 政府向消费者提供补贴的目的是通过补贴间接影响企业的产品设计, 降低耐用产品在使用过程中的能耗, 进而提高环境绩效.

在政策与企业环境绩效关系的研究上, 已经有不少研究工作. Becker<sup>[8]</sup>和 Testa等<sup>[9]</sup>的实证研

① 收稿日期: 2013-04-16; 修订日期: 2015-05-08.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71271089; 71571070); 广东省自然科学基金资助项目(2015A030311032); 广东省哲学社会科学“十二五”规划一般资助项目(GD12CGL16).

通信作者: 黄伟祥(1989—), 男, 广东东莞人, 博士生. Email: wxhuang4-c@my.city.edu.hk

究都指明,为了提高环境绩效,政府必须制定严厉的法律条文,严格的监控系统以及执行措施. 聂力<sup>[10]</sup>从博弈的角度分析了企业“减排难”的根源,强调了政府参与的必要性. 朱庆华和窦一杰<sup>[11]</sup>研究了绿色供应链中政府与核心企业的博弈过程,信息不对称的情况下政府和企业之间的博弈关系. Xu等<sup>[12]</sup>和Ren等<sup>[13]</sup>从合同能源管理(EMC)出发,论证了政策对环境绩效的影响,并给出提高环境绩效的建议. 另一方面,有很多研究关注各种政策对企业提供的利润增长点,如:朱庆华和窦一杰<sup>[14]</sup>分析了影响因子如消费者环保意识的强弱,对政府补贴下的企业利润的影响. Toyasaki等<sup>[15]</sup>,Heese等<sup>[16]</sup>讨论了企业应当如何实施旧产品回收实现增收; Savaskan等<sup>[17]</sup>研究了在一个多级的供应链中,由谁来主导回收才能使得产品回收率最高; Atasu等<sup>[18]</sup>将再制造作为竞争手段,研究在考虑消费者细分,产品生命周期的情况下,企业的再制造策略; 马卫民和赵璋<sup>[19]</sup>研究不同模式下的以旧换新补贴对供应链的影响,并指出制造商、第3方回收商以及零售商都从中受益. 然而,上述研究并没有指出在这些政策下,企业行为对环境的影响. 当然,也有一些研究会考虑企业行为对环境的影响,如: Agrawal和Ulku<sup>[20]</sup>综合考虑了产品生产和使用过程对环境的影响,论证了企业在模块化策略下产品模块的最佳推出时间,并考虑了该策略对环境的影响; Chen<sup>[21]</sup>将产品的环保属性看成是种质量属性,论述了企业如何在传统属性和环保属性做出权衡,并指出政府制定过高的环保属性标准反而降低了企业的环境绩效.

与以往的研究相比,本文的创新点主要在于:首先,以往的研究多数考虑在某些政策下企业的最优决策,而本文将考虑政府的决策——节能补贴合同的最优设计. 其次,已有的绿色供应链文献都集中在生产或者处置环节对环境的影响,关注耐用产品在使用阶段对环境的影响的研究很有限. 因此,本文首次考虑以政府为主导方,并研究以最小化产品使用阶段能耗为目标的耐用品产品设计问题. 此外,本文考虑了政府的两种环境绩效目标:一个是最大化单位产品的节能指数;另一个是最大化总节能指数,即单位产品节能指数与产

品销量的乘积<sup>[21]</sup>. 结果表明:当补贴预算较低时,两种目标下的最优合同设计是一致的,此时企业和消费者并没有从节能补贴政策中获利;在最大化总节能指数的目标下,当补贴预算较高时,企业和消费者皆从节能补贴政策中获利.

## 1 模型描述

假设市场上存在一家垄断企业,该企业提供某种耐用产品,如:汽车、冰箱、电视机、空调等. 本文关注政府补贴对企业节能产品设计的作用机制. 因此,假设该垄断企业兼具制造和销售职能,而不考虑制造企业与其零售商的竞争等渠道问题. 潜在的市场容量  $\Lambda$  是固定的,不失一般性,令  $\Lambda = 1$ . 市场上的消费者是理性的,仅仅根据效用决策自己的购买行为. 消费者对产品的价值评定  $v$  服从  $(0, V)$  上的均匀分布. 消费者最多购买 1 个单位产品,并且对单位产品的使用时间是固定的. 不失一般性,模型中假设消费者不购买产品时的效用为 0. 当消费者购买产品时,其效用为产品的价值评定与实际支付之差. 对于消费者来说,只有某种购买行为的效用优于其他购买行为时,消费者才会选择这种购买行为.

该耐用产品在使用中将消耗能源(如汽油或电力等),本文考虑产品的设计节能指数  $e$  ( $e \geq 0$ ),即当产品设计好后,所有生产出来的产品都具有相同的节能指数. 节能指数  $e$  越大,产品节能效果越好,产品单位使用时间的能耗越低. 一般而言,节能环保技术往往要比传统技术的成本要高. 因此,本文假设单件设计节能指数为  $e$  的产品的生产成本为  $c_0 + ce^2$ ,其中  $c_0$  ( $0 < c_0 < V$ ) 是该产品的常规投入;  $ce^2$  是该产品的节能技术(节能指数)投入. 二次函数的形式描述了节能技术的边际投入是递增的<sup>[21-22]</sup>. 进一步假设产品的设计节能指数可以通过第3方认证机构完全披露,并且认证费用为 0. 因为本文关注的是在国家节能补贴政策下,企业是生产贴标产品还是生产不贴标产品,为了便于分析,模型假设企业决定生产贴标产品或者不贴标产品时,生产的这批产品都只生产一种型号产品,即企业生产的产品的所有属性是完全相同的. 当产品投入市场后,企业为产品制定统

一的价格  $p$ .

为了鼓励企业生产更加节能的产品,政府向企业提供节能补贴合同  $(\bar{e}, s)$ : 政府委托第3方认证机构对企业生产的产品的节能指数进行认证,如果检测出来的节能指数不低于  $\bar{e}$  ( $\bar{e} > 0$ ), 该产品就可以通过认证并贴上节能标签. 同时,政府向购买贴标产品的消费者提供额度为  $s$  ( $s > 0$ ) 的补贴,即消费者只需支付  $p - s$  来获得产品. 此外,本文假设政府总的节能补贴预算为  $B$  ( $B > 0$ ).

本文将运用3阶段的博弈模型来刻画政府、企业以及消费者的决策: 在第一阶段,政府向企业提供合同  $(\bar{e}, s)$ ; 第二阶段,企业决策产品的设计节能指数  $e$  及价格  $p$ ; 最后一阶段,消费者做出购买决策.

## 2 模型求解

用逆推归纳法来求解该问题,因此首先考虑消费者的行为.

### 2.1 消费者行为

考虑到本文所研究的产品均是耐用品(寿命长),因此产品对环境的影响取决于其使用过程,继而可以忽略产品处置时对环境的影响,侧重消费者的购买行为. 消费者根据效用做出购买决策<sup>[18, 23-24]</sup>. 记  $u(v)$  是价值评定为  $v$  的消费者的效用<sup>②</sup>, 有

$$u(v) = \begin{cases} v - p, & \text{顾客购买不贴标产品} \\ v - (p - s), & \text{顾客购买贴标产品} \end{cases} \quad (1)$$

当消费者购买贴标(不贴标)产品的效用大于购买不贴标(贴标)产品并且大于0,消费者将购买贴标(不贴标)产品. 当消费者不购买产品时的效用大于购买贴标产品和购买不贴标产品的效用,消费者不购买产品.

**定理1** 给定合同  $(\bar{e}, s)$ , 以及产品的价格  $p$ , 当企业生产不贴标产品时,期望销量为  $(V - p) / V$ ; 当企业生产贴标产品时,期望销量为  $(V - p + s) / V$ .

从定理1可以看出,贴标产品的期望销量是由消费者对产品的价值评定、价格以及补贴共同决定,与产品设计的节能指数具体值没有关系. 因此,企业提高产品的节能指数对扩大贴标产品的销量不起直接作用,而政府可以利用补贴来增加贴标产品的销量.

### 2.2 企业的产品设计以及定价决策

企业通过设置产品的设计节能指数和价格来最大化自身利润. 企业的利润为单位产品利润与期望销量的乘积,记为  $\pi(p, e, \bar{e}, s)$ , 结合定理1, 有

$$\pi(p, e, \bar{e}, s) = \begin{cases} \frac{(p - c_0 - ce^2)(V - p)}{V}, & e < \bar{e} \\ \frac{(p - c_0 - ce^2)(V - p + s)}{V}, & e \geq \bar{e} \end{cases} \quad (2)$$

**定理2** 给定合同  $(\bar{e}, s)$ , 企业如果生产贴标产品,产品的最优设计节能指数为  $e^*(\bar{e}, s) = \bar{e}$ ; 如果生产不贴标产品,产品的最优设计节能指数为  $e^*(\bar{e}, s) = 0$ .

定理2说明了企业将以满足最低要求来对产品的节能指数进行设计,这是因为产品节能技术的投入会加大企业的成本,而节能指数并不直接影响产品的销量(见定理1),因此,企业只需要达到合同的最低要求值即可. 定理2的结论将大大降低企业决策分析的难度. 根据定理2,式(2)可写为

$$\pi(p, \bar{e}, s) = \begin{cases} \frac{(p - c_0)(V - p)}{V}, & \text{生产不贴标产品} \\ \frac{(p - c_0 - c\bar{e}^2)(V - p + s)}{V}, & \text{生产贴标产品} \end{cases} \quad (3)$$

从上式可以看到,当企业生产不贴标产品时,其利润函数与合同  $(\bar{e}, s)$  无关. 此时,企业的最优决策也将不依赖于合同  $(\bar{e}, s)$ . 为方便起见,记  $p_0^* \times$

② 式(1)中  $p - s$  不小于0, 因为当其大于0时,理性的企业总会提高价格到与补贴额度相等以获取更多的利润(单位产品利润增加,销量不变).

( $p_1^*(\bar{e}, s)$ ) 为在合同  $(\bar{e}, s)$  下, 企业生产不贴标(贴标)产品时的最优定价.

定理 3 给定合同  $(\bar{e}, s)$ , 企业如果生产不贴标产品, 其最优定价为  $p_0^* = \frac{V + c_0}{2}$ ; 如果生产贴标产品, 其最优定价为  $p_1^*(\bar{e}, s) = \frac{V + s + c_0 + c\bar{e}^2}{2}$ .

定理 3 表明, 当企业生产不贴标产品时, 其最优定价不受合同的影响; 当企业生产贴标产品时, 其最优定价与消费者的价值评定、生产成本以及补贴额度存在正相关关系. 因此当企业投入节能技术时, 最优定价必然上升. 此外, 补贴额度的增大也会使企业的最优定价上升, 并且当补贴额度足够大( $s = V + c_0 + c\bar{e}^2$ ) 时, 企业的最优定价与政府所提供的单位产品补贴额度相等. 此时, 根据定理 1 易知, 市场上的所有消费者都将购买贴标产品.

为了方便下文的讨论, 定义  $\pi_0^*(\pi_1^*(\bar{e}, s))$  为在合同  $(\bar{e}, s)$  下, 企业生产不贴标(贴标)产品的最大利润, 此时相应的产品销量记为  $q_0^* \times (q_1^*(\bar{e}, s))$ . 根据定理 1 2 3, 有

$$\pi_0^* = \frac{(V - c_0)^2}{4V} \tag{4}$$

$$q_0^* = \frac{V - c_0}{2V} \tag{5}$$

$$\pi_1^*(\bar{e}, s) = \frac{(V + s - c_0 - c\bar{e}^2)^2}{4V} \tag{6}$$

$$q_1^*(\bar{e}, s) = \frac{V + s - c_0 - c\bar{e}^2}{2V} \tag{7}$$

定理 4 当  $s \geq c\bar{e}^2$  时, 企业会生产贴标产品, 即  $e^*(\bar{e}, s) = \bar{e}$ , 此时最优定价为  $p_1^*(\bar{e}, s)$ ; 当  $s < c\bar{e}^2$  时, 企业会生产不贴标产品, 即  $e^*(\bar{e}, s) = 0$ , 此时最优定价为  $p_0^*$ .

虽然节能补贴是提供给消费者的, 节能技术因此企业通过制定较高的价格使得节能补贴间接地弥补了企业的节能技术的投入. 从定理 4 可以看到, 政府要想企业生产贴标产品, 所提供的单位

产品的补贴额度必须不低于企业为生产贴标产品而付出的额外单件生产成本.

### 2.3 政府节能补贴合同的最优设计

像汽车、家电等耐用产品, 由于其寿命比较长, 因此对环境的影响主要是来源于使用过程中的能耗以及排放. 因此, 政府利用节能补贴政策来提高这类产品的节能指数及其市场占有率, 对资源和环境的保护具有非常大的作用. 本文考虑政府的两种不同目标: 一是最大化单位产品节能指数(记为  $E_1$ ), 称为目标 1; 二是最大化总节能指数(记为  $E_2 = eq$ , 其中  $q$  为产品销量), 称为目标 2. 这正是政府在实际中经常需要考虑的两类目标, 下文将分析两种目标下节能补贴合同的最优设计问题.

当政府决策的目标是最大化单位产品的节能指数( $E_1$ ) 时, 其优化模型为

$$\begin{aligned} \max_{s, \bar{e}} E_1 &= e \\ \text{s. t. } sq &\leq B \end{aligned} \tag{M1}$$

当政府决策的目标是最大化总节能指数( $E_2$ ) 时, 其优化模型为

$$\begin{aligned} \max_{s, \bar{e}} E_2 &= eq \\ \text{s. t. } sq &\leq B \end{aligned} \tag{M2}$$

其中模型(M1)和(M2)的约束  $sq \leq B$  是政府的补贴预算约束.

定义  $(\bar{e}_i^*, s_i^*)$  为政府在目标  $i(i = 1, 2)$  下的最优合同, 下一定理是本文的主要结论, 给出了不同目标下的最优合同. 为了便于表述, 定义如下符号

$$\begin{aligned} \bar{e}_1(B) &= \sqrt{\frac{2BV}{c(V - c_0)}}, \\ \bar{e}_2(B) &= \sqrt{\frac{2\sqrt{(V - c_0)^2 + 6BV} - (V - c_0)}{3c}}, \\ \bar{e}_3(B) &= \sqrt{\frac{B - V - c_0}{c}} \end{aligned}$$

定理 5 1. 在最大化单位产品节能指数的目标下, 最优合同条款为  $\bar{e}_1^* = \bar{e}_1(B)$ ,  $s_1^* = S_0(\bar{e}_1^*)$ ; 2. 在最大化总节能指数的目标下, 最优合同依赖于补贴预算, 并可分为如下 3 种情形:

1) 当  $B \leq \frac{(V - c_0)^2}{2V}$  时, 最优合同条款为

$$\bar{e}_2^* = \bar{e}_1(B), s_2^* = S_0(\bar{e}_2^*);$$

2) 当  $\frac{(V - c_0)^2}{2V} < B \leq 4V + 2c_0$  时, 最优合同

条款为  $\bar{e}_2^* = \bar{e}_2(B), s_2^* = S_0(\bar{e}_2^*);$

3) 当  $B > 4V + 2c_0$  时, 最优合同条款为  $\bar{e}_2^* = \bar{e}_3(B), s_2^* = S_0(\bar{e}_2^*).$

从定理 5 可知, 在两种目标下政府的最优合同不尽相同, 并且依赖于  $B, V, c_0, c$  等参数. 当预算较小时, 两个目标下的最优合同设计是相同的. 当补贴预算足够大时, 两目标下的最优合同设计是不同的: 在最大化单位产品的节能指数目标下, 政府将设定更高的指数标准. 然而, 不管在何种目标下, 如果政府提供了定理 5 中的最优合同, 企业都会选择接受合同(即生产贴标产品). 因此, 企业生产不贴标产品等价于政府不提供节能补贴合同. 后文将等价地使用企业生产不贴标产品和政府不提供节能补贴合同这两个陈述.

### 3 两种目标下最优合同的对比研究

本节将比较两种目标下的最优合同, 并分析两种目标下企业决策和消费者行为的差异. 最后, 分析政府的补贴预算对合同的最优设计以及企业和消费者的影响.

下面的命题给出了两种目标下的最优合同以及相应的企业决策的差异, 为了方便解释企业决策的差异, 本文做如下定义:

$m_0$ : 合同  $(\bar{e}_i^*, s_i^*)$  下企业生产不贴标产品的单位产品利润,  $m_0 = p_0^* - c_0$ ;

$m_1(\bar{e}_i^*, s_i^*)$ : 合同  $(\bar{e}_i^*, s_i^*)$  下企业生产贴标产品的单位产品利润,  $m_1(\bar{e}_i^*, s_i^*) = p_1^*(\bar{e}_i^*, s_i^*) - c_0 - c\bar{e}_i^{*2}$ .

命题 1 1) 当  $B \leq \frac{(V - c_0)^2}{2V}$  时, 有  $s_1^* = s_2^*,$

$\bar{e}_1^* = \bar{e}_2^*, s_i^* = c\bar{e}_i^{*2}; i = 1, 2$  相应的价格、单位产品利润、销量以及利润满足

$$p_0^* < p_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*) = p_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*),$$

$$m_0 = m_1(\bar{e}_1^*, s_1^*) = m_1(\bar{e}_2^*, s_2^*),$$

$$q_0^* = q_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*) = q_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*),$$

$$\pi_0^* = \pi_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*) = \pi_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*)$$

2) 当  $B > \frac{(V - c_0)^2}{2V}$  时有  $s_1^* > s_2^*, \bar{e}_1^* > \bar{e}_2^*,$

$s_1^* = c\bar{e}_1^{*2}, s_2^* > c\bar{e}_2^{*2}$  相应的价格、单位产品利润、销量以及利润有如下关系

$$p_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*) > p_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*) > p_0^*,$$

$$m_0 = m_1(\bar{e}_1^*, s_1^*) < m_1(\bar{e}_2^*, s_2^*),$$

$$q_0^* = q_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*) < q_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*),$$

$$\pi_0^* = \pi_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*) < \pi_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*).$$

可以看到, 当预算比较少时  $(B \leq \frac{(V - c_0)^2}{2V})$ ,

两目标下的最优合同是一致的. 当以最大化总节能指数为目标时, 政府需要对单位产品的节能指数和产品销量进行调节. 由于当政府将单位的节能指数提高到某一范围内, 企业的生产成本不至于大幅度增加, 因此如果财政预算受限, 政府将优先发展单位产品的节能指数. 此时产品销量维持不变, 于是目标 2 等同目标 1, 即两种目标下的合同设计相一致. 此时, 企业在这两个合同下的定价必然也是一致的, 都比生产不贴标产品时的定价高, 而销量和利润与企业生产不贴标产品时是一致的.

当预算比较多时  $(B > \frac{(V - c_0)^2}{2V})$ , 与目标 2

的相比, 目标 1 的设计节能指数和单位产品补贴额度都较高. 特别地, 在目标 1 下, 政府所提供的单位产品补贴刚好等于企业为生产贴标产品而付出的额外单件生产成本. 此时, 无论是生产贴标产品还是生产不贴标产品, 企业的单位产品利润都是一样的. 于是, 企业在生产贴标产品时的最优定价、销量以及利润与在生产不贴标产品时也是一样的. 在目标 2 下, 政府所提供的单位产品补贴超过了企业为生产贴标产品而付出的额外单件生产成本. 这是因为若政府继续提高单位产品的节能指数将需要较多的投入, 于是更明智的做法是将部分资金用于刺激产品的销量, 因此政府在目标 2 下对单位产品的节能指数的要求相对低,

并且补贴额度高于企业节能技术的投入. 此时, 尽管企业制定的价格比在目标 1 下的要低, 但由于企业的节能技术投入也较低, 因此在低价下单位产品利润反而更高. 此外, 低价也促使销量的增加. 于是, 在目标 2 下, 企业的利润比在目标 1 下的利润以及生产不贴标产品时的利润都要大.

命题 1 给出了两种目标下的最优合同对企业定价、销量以及利润的影响. 下文将消费者剩余总量作为研究对象, 分析两种目标下的最优合同对消费者的影响. 根据经济学中的定义, 消费者剩余是指消费者价值评定与商品价格之差, 其中商品价格是指消费者的实际支付, 而消费者剩余总量是指所有消费者剩余的和. 定义  $F_0$  为在合同  $(\bar{e}_i^*, s_i^*)$  下, 消费者购买不贴标(贴标)产品的实际支付价格;  $F_1(\bar{e}_i^*, s_i^*)$  为在合同  $(\bar{e}_i^*, s_i^*)$  下, 消费者购买贴标产品的实际支付价格. 当消费者购买不贴标产品时, 由于政府不提供任何补贴, 因此消费者的实际支付价格就是产品的价格, 即  $F_0 = p_0^*$ ; 当消费者购买贴标产品时, 消费者的实际支付价格为产品的价格与补贴之差, 即  $F_1(\bar{e}_i^*, s_i^*) = p_1^*(\bar{e}_i^*, s_i^*) - s_i^*$ . 只有价值评定大于或者等于产品的实际支付价格的消费者才会购买产品. 对于没有购买产品的消费者, 假设其消费者剩余为 0. 进一步定义  $w_0$  为在合同  $(\bar{e}_i^*, s_i^*)$  下, 企业生产不贴标时的消费者剩余总量;  $w_1(\bar{e}_i^*, s_i^*)$  为在合同  $(\bar{e}_i^*, s_i^*)$  下, 企业生产贴标时的消费者剩余总量, 即有

$$w_0 = \int_{F_0}^V \frac{v - F_0}{V} dv = \int_{p_0^*}^V \frac{v - p_0^*}{V} dv = \frac{V}{2} q_0^{*2} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} w_1(\bar{e}_i^*, s_i^*) &= \int_{F_1(\bar{e}_i^*, s_i^*)}^V \frac{v - F_1(\bar{e}_i^*, s_i^*)}{V} dv \\ &= \int_{p_1^*(\bar{e}_i^*, s_i^*) - s_i^*}^V \frac{v - (p_1^*(\bar{e}_i^*, s_i^*) - s_i^*)}{V} dv \\ &= \frac{V}{2} q_1^{*2}(\bar{e}_i^*, s_i^*) \end{aligned} \quad (9)$$

命题 2 当  $B \leq \frac{(V - c_0)^2}{2V}$  时,  $F_0 = F_1(\bar{e}_1^*,$

$s_1^*) = F_1(\bar{e}_2^*, s_2^*)$ ,  $w_0 = w_1(\bar{e}_1^*, s_1^*) = w_1(\bar{e}_2^*, s_2^*)$ ; 当  $B > \frac{(V - c_0)^2}{2V}$  时,  $F_0 = F_1(\bar{e}_1^*, s_1^*) >$

$F_1(\bar{e}_2^*, s_2^*)$ ,  $w_0 = w_1(\bar{e}_1^*, s_1^*) < w_1(\bar{e}_2^*, s_2^*)$ .

在目标 1 下, 与企业生产不贴标产品的情况相比, 无论政府的预算投入多少, 消费者的实际支付始终没有变化, 消费者剩余总量也没有变化. 在目标 2 下, 当预算较低时, 消费者的实际支付和剩余总量同样没有变化; 当预算较高时, 消费者的实际支付减少了. 于是, 一部分原先在企业生产不贴标产品时不购买的消费者在企业生产贴标产品时会购买, 原先在企业生产不贴标产品时会选择购买的消费者在企业生产贴标产品时购买会得到更多的消费者剩余. 因此, 在目标 2 下, 企业生产贴标产品的消费者剩余总量比在目标 1 下的以及在企业生产不贴标产品时的都要大. 特别地, 根据命题 1 和命题 2 不难发现, 只有在目标 2 下, 并且补贴预算比较高时, 企业和消费者才能从节能补贴政策中获利.

命题 3 1)  $s_1^*, \bar{e}_1^*, E_1^*, s_2^*, \bar{e}_2^*, E_2^*$  关于  $B$  单调递增;

2)  $q_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*)$ ,  $\pi_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*)$ ,  $w_1(\bar{e}_1^*, s_1^*)$  关于  $B$  是常数;

3) 当  $B \leq \frac{(V - c_0)^2}{2V}$  时  $q_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*)$ ,  $\pi_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*)$ ,  $w_1(\bar{e}_2^*, s_2^*)$  关于  $B$  是常数; 当  $\frac{(V - c_0)^2}{2V} < B \leq 4V + 2c_0$  时  $q_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*)$ ,  $\pi_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*)$ ,  $w_1(\bar{e}_2^*, s_2^*)$  关于  $B$  单调递增; 当  $B > 4V + 2c_0$  时  $q_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*)$ ,  $\pi_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*)$ ,  $w_1(\bar{e}_2^*, s_2^*)$  关于  $B$  是常数;

随着预算的增加, 政府会提高单位产品的节能指数以及补贴额度. 然而, 根据命题 1 和命题 2 可知, 在目标 1 下, 政府所提供的补贴额度始终等于企业为生产贴标产品而付出的额外生产成本. 于是, 预算的大小对企业销量、利润和消费者剩余总量没有影响; 在目标 2 下, 当政府的预算比较高时, 政府所提供的补贴额度高于

企业为生产贴标产品而付出的额外生产成本, 激励了企业提高销量, 企业利润和消费者剩余总量也随之提高. 当政府补贴投入越多时, 这些指标的增量也就越大. 当补贴投入达到一高值后, 所有消费者都会购买贴标产品, 此时的销量、企业利润和消费者剩余总量均达到最大值, 因此不会再增加.

### 4 数值例子

本节通过数值例子展示预算与最优合同  $(\bar{e}_i^*, s_i^*)$  以及销量  $q_i^*(\bar{e}_i^*, s_i^*)$  的关系, 其中销量也直接反映了企业利润和消费者剩余总量. 设定  $V = 10, c_0 = 5, c = 2, B \in [0, 60]$ , 数值结果如图 1, 图 2 和图 3 所示.

从图 1 和图 2 可以看到, 在两种目标下, 单位产品的补贴额度和设计节能指数都随着预算的增大而增大; 并且, 在补贴预算较低  $(B \leq \frac{(V-c_0)^2}{2V} = 1.25)$  时, 两目标下的最优合同是一致的, 当补贴预算较高  $(B > 1.25)$  时, 目标 1 的最优单位产品补贴额度比目标 2 的要大, 与此同时, 目标 1 的设计节能指数也要大, 最终企业的利润不变 (如图 3). 正如前面所说, 企业利润和消费者剩余总量都与企业的销量正相关. 从图 3 可以看到, 随着预算的增加, 企业销量在目标 1 下维持在一个固定水平, 并且该水平就是企业生产不贴标产品时的销量  $(q_0^* = \frac{V-c_0}{2V} = 0.25)$ ; 在目标 2 下, 当预算比较大时  $(B > 1.25)$ , 企业销量随着预算的增大而增大, 这时企业利润和消费者剩余总量也相应增加, 当预算继续增大  $(B > 4V + 2c_0 = 50)$ , 市场上的所有消费者都会购买贴标产品, 产品的销量、企业利润和消费者剩余总量达到最大值 (饱和). 因此, 尽管政府的目标不是提高企业利润或者提高消费者剩余总量, 但是当政府有充足的资金来提高总节能指数时, 节能补贴最终不但提高了总节能指数, 而且还提高了企业利润和消费者剩余总量.

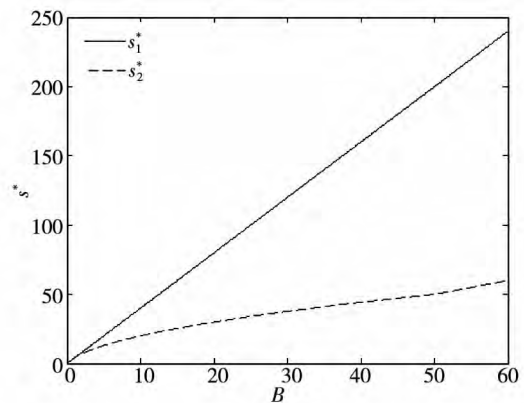


图 1 补贴预算与最优补贴额度的关系图

Fig. 1 Relationship between budget and optimal subsidy

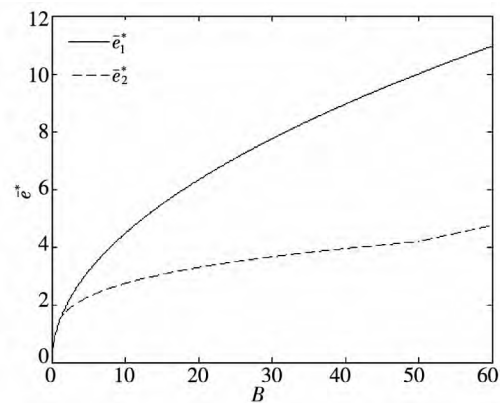


图 2 补贴预算与最优设计节能指数的关系图

Fig. 2 Relationship between budget and optimal energy-saving attribute

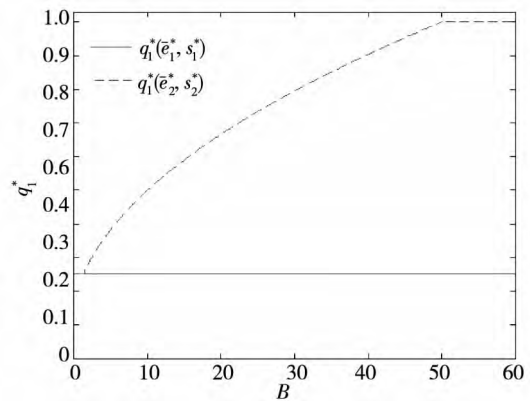


图 3 补贴预算与产品销量的关系图

Fig. 3 Relationship between budget and product quantity

### 5 结束语

本文通过构建一个“政府 - 企业 - 消费者”的三阶段博弈模型来揭示节能补贴政策的作用机理, 并站在政府的角度上, 讨论了两种不同目

标下的节能补贴合同最优设计:一是最大化单位产品节能指数,另一个是最大化总节能指数.最后,还分析了政府两种目标下的企业利润以及消费者剩余总量的差异.结果表明:①两种目标下的单位产品的补贴额度和设计节能指数都随着政府预算的增加而增加;②当政府预算比较低时,两种目标下合同设计是一致的;③目标1的单位产品补贴额度和设计节能指数都不低于目标2;④目标1的最优节能补贴合同始终不能增大产品销量,而目标2对销量的影响与预算有关:当预算较小时,与目标1一样不能增大产品销量,当预算较大时产品销量将会增大;⑤

与政府不提供合同的相比,在目标1的合同下,企业利润和消费者剩余总量维持不变;而在目标2的合同下,企业利润和消费者剩余总量随着预算的增加先是保持不变继而单调增加最后维持在最高水平;⑥在目标2下,当预算足够大时,企业和消费者皆从节能补贴政策中获利,即政府所提供的节能补贴合同不但提高了总节能指数,还提高了企业利润和消费者剩余总量.在未来的研究中,本文可以从如下两个方面进行扩展:一是考虑两极或多极市场,二是考虑政府提供其他补贴形式,例如补贴与销售价格或具体的节能指数相关.

#### 参考文献:

- [1] Breton M, Zaccour G, Zahaf M. A game-theoretic formulation of joint implementation of environmental projects[J]. *European Journal of Operational Research*, 2006, 168(1): 221–239.
- [2] Hua G, Cheng T C E, Wang S Y. Managing carbon footprints in inventory management[J]. *International Journal of Production Economics*, 2011, 132(2): 178–185.
- [3] He W Z, Li G M, Ma X F, et al. WEEE recovery strategies and the WEEE treatment status in China[J]. *Journal of Hazardous Materials B*, 2006, 136(3): 502–512.
- [4] 计国君, 黄为旺. WEEE回收条例有效实施问题研究[J]. *管理科学学报*, 2012, 15(5): 1–9.  
Ji Guojun, Huang Weiwang. Effective implementation of WEEE take-back directive[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2012, 15(5): 1–9. (in Chinese)
- [5] Ata B, Lee D, Tongarlak M H. Optimizing organic waste to energy operations[J]. *Manufacturing and Service Operations Management*, 2012, 14(2): 231–244.
- [6] Lee D. Turning waste into by-product[J]. *Manufacturing and Service Operations Management*, 2012, 14(1): 115–127.
- [7] 石敏俊, 袁永娜, 周晟吕, 等. 碳减排政策: 碳税、碳交易还是两者兼之? [J]. *管理科学学报*, 2013, 16(9): 9–19.  
Shi Minjun, Yuan Yongna, Zhou Shenglü, et al. Carbon tax, cap-and-trade or mixed policy: Which is better for carbon mitigation? [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2013, 16(9): 9–19. (in Chinese)
- [8] Becker R A. Local environmental regulation and plant-level productivity[J]. *Ecological Economics*, 2011, 70(12): 2516–2522.
- [9] Testa F, Iraldo F, Frey M. The effect of environmental regulation on firms' competitive performance: The case of the building & construction sector in some EU regions[J]. *Journal of Environmental Management*, 2011, 92(9): 2136–2144.
- [10] 聂力. 低碳时代基于节能减排的博弈均衡分析[J]. *技术经济和管理研究*, 2011, (12): 13–16.  
Nie Li. The analysis of the game equilibrium on energy saving and emission reductions towards the low carbon economy[J]. *Technoeconomics & Management Research*, 2011, (12): 13–16. (in Chinese)
- [11] 朱庆华, 窦一杰. 绿色供应链中政府与核心企业进化博弈模型[J]. *系统工程理论与实践*, 2007, 27(12): 85–89.  
Zhu Qinghua, Dou Yijie. An evolutionary model between governments and core-enterprises in green supply chains[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2007, 27(12): 85–89. (in Chinese)
- [12] Xu P P, Chan H W, Qian Q K. Success factors of energy performance contracting (EPC) for sustainable building energy efficiency retrofit (BEER) of hotel buildings in China[J]. *Energy Policy*, 2011, 39(11): 7389–7398.
- [13] Ren H B, Zhou W S, Gao W J, et al. Promotion of energy conservation in developing countries through the combination of



- ESCO and CDM: A case study of introducing distributed energy resources into Chinese urban areas [J]. *Energy Policy*, 2011, 39(12): 8125–8136.
- [14] 朱庆华, 窦一杰. 基于政府补贴分析的绿色供应链管理博弈模型[J]. *管理科学学报*, 2011, 14(6): 86–95.  
Zhu Qinghua, Dou Yijie. A game model for green supply chain management based on government subsidies [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2011, 14(6): 86–95. (in Chinese)
- [15] Toyasaki F, Boyac T, Verter V. An analysis of monopolistic and competitive take-back schemes for WEEE recycling [J]. *Production and Operations Management Society*, 2011, 20(6): 805–823.
- [16] Heese H S, Cattani K, Ferrer G, et al. Competitive advantage through take-back of used products [J]. *European Journal of Operational Research*, 2005, 164(1): 143–157.
- [17] Savaskan R C, Bhattacharya S, Wassenhove L N V. Closed-loop supply chain models with product remanufacturing [J]. *Management Science*, 2004, 50(2): 239–252.
- [18] Atasu A, Sarvary M, Wassenhove L N V. Remanufacturing as a marketing strategy [J]. *Management Science*, 2008, 54(10): 1731–1746.
- [19] 马卫民, 赵璋. 以旧换新补贴对不同模式闭环供应链的影响[J]. *系统工程理论与实践*, 2012, 32(9): 1938–1944.  
Ma Weimin, Zhao Zhang. Different models of closed-loop supply chain with the government replacement-subsidy [J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2012, 32(9): 1938–1944. (in Chinese)
- [20] Agrawal V V, Ulku S. The role of modular upgradability as a green design strategy [J]. *Manufacturing and Service Operations Management*, 2011, 15(4): 1–9.
- [21] Chen C. Design for the environment: A quality-based model for green product development [J]. *Management Science*, 2001, 47(2): 250–263.
- [22] Liu Z G, Anderson T D, Cruz J M. Consumer environmental awareness and competition in two-stage supply Chains [J]. *European Journal of Operational Research*, 2012, 218(3): 602–613.
- [23] 黄松, 杨超, 张曦. 考虑战略消费者行为时的供应链性能分析与协调[J]. *管理科学学报*, 2012, 15(2): 47–58.  
Huang Song, Yang Chao, Zhang Xi. Supply chain performance analysis and coordination with consideration of strategic consumer behavior [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2012, 15(2): 47–58. (in Chinese)
- [24] Debo L G, Toktay L B, Van Wassenhove L N. Market segmentation and product technology selection for remanufacturable products [J]. *Management Science*, 2005, 51(8): 1193–1205.

## Design energy-saving subsidy contract for green durable product

ZHENG Yan-fang<sup>1</sup>, ZHOU Wen-hui<sup>1</sup>, HUANG Wei-xiang<sup>2\*</sup>

1. School of Business Administration, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China;

2. College of Business, City University of Hong Kong, Hong Kong, China

**Abstract:** The paper models the effect of the energy-saving subsidy for a firm and consumers with a three-stage game. The aim is to design the optimal subsidy contract for improving the energy-saving attribute per product and total energy-saving attribute respectively. Moreover, this paper studies the optimal energy subsidy contract's effect on the firm's profit and consumer surplus. Here are two main results: When the government invests rarely, the optimal energy-saving subsidy contracts under the two objectives are the same, and the consumers and the firm obtain no improvement from them; When the government aims to improve the total energy-saving attribute and its investment is sufficiently large, the firm's profit and the consumer surplus increases under the optimal contract the government adopts.

**Key words:** energy-saving subsidy; environmental performance; contract design; game theory

附录:

定理 1 的证明 若企业生产贴标产品(  $e \geq \bar{e}$  ),对于  $v \geq p - s$  的消费者,  $u(v) = v - p + s \geq 0$  将会购买产品,因此,购买产品的总人数为  $\frac{V - p + s}{V}$ . 同样地,可以求得企业生产不贴标产品(  $e < \bar{e}$  )时购买产品的消费者总人数为  $\frac{V - p}{V}$ .

证毕.

定理 2 的证明 首先,企业的销量不可能为负数:当  $e < \bar{e}$  时,  $\frac{V - p}{V} \geq 0$ ; 当  $e \geq \bar{e}$  时,  $\frac{V - p + s}{V} \geq 0$ . 若企业生产贴标产品(  $e \geq \bar{e}$  ),  $\frac{\partial \pi(p, \bar{e}, s)}{\partial e} = -2ce \frac{V - p + s}{V} \leq 0$  即利润关于  $e$  递减,又因为  $e \geq \bar{e}$ ,所以  $e^*(\bar{e}, s) = \bar{e}$ . 若企业生产不贴标产品(  $e < \bar{e}$  ),  $\frac{\partial \pi(p, \bar{e}, s)}{\partial e} = -2ce \frac{V - p}{V} \leq 0$  因此  $e^*(\bar{e}, s) = 0$ .

证毕.

定理 3 的证明 根据式 (3), 当企业生产不贴标产品时,  $\frac{\partial \pi(p, \bar{e}, s)}{\partial p} = \frac{V + c_0 - 2p}{V}$ ,  $\frac{\partial^2 \pi(p, \bar{e}, s)}{\partial^2 p} = -\frac{2}{V} < 0$ . 令  $\frac{\partial \pi(p, \bar{e}, s)}{\partial p} = 0$  有  $p_0^* = \frac{V + c_0}{2}$ ; 当企业生产贴标产品时  $\pi(p, \bar{e}, s) = (p - c_0 - ce^2) \frac{V - p + s}{V}$ ,  $\frac{\partial^2 \pi(p, \bar{e}, s)}{\partial^2 p} = -\frac{2}{V} < 0$ . 由一阶条件得到  $p^* = \frac{V + s + c_0 + ce^2}{2}$ , 考虑到  $p \geq s$ , 因此最优定价为  $p_1^*(\bar{e}, s) = \max\left\{\frac{V + s + c_0 + ce^2}{2}, s\right\}$ . 注意到

$p_1^*(\bar{e}, s) = s$ , 当且只当  $s > V + c_0 + ce^2$ . 而根据定理 1, 当  $s = V + c_0 + ce^2$  时, 所有消费者都将购买贴标产品. 此时, 若政府继续加大补贴额度, 无论是对单位产品的节能属性还是对产品的销量都不起作用, 反而增加了投入, 因此政府必然选取这样的组合(  $\bar{e}, s$  ), 使得  $s \leq V + c_0 + ce^2$ , 于是  $p_1^*(\bar{e}, s) = \frac{V + s + c_0 + ce^2}{2}$ .

证毕.

定理 4 的证明 观察式 (4) - 式 (7) 可得  $\pi_0^* = Vq_0^{*2}$ ,  $\pi_1^*(\bar{e}, s) = Vq_1^{*2}(\bar{e}, s)$ , 因此销量越大意味着利润越大. 当  $s \geq ce^2$  时, 有  $q_1^*(\bar{e}, s) \geq q_0^*$ , 即  $\pi_1^*(\bar{e}, s) \geq \pi_0^*$ . 因此, 只要  $s \geq ce^2$ , 企业才会选择生产贴标产品. 根据定理 2 和 3, 此时企业的最优产品设计和定价分别为  $\bar{e}$  和  $p_1^*(\bar{e}, s)$ . 同理可证, 当  $s < ce^2$  时, 企业会生产不贴标产品, 此时最优产品设计和定价为 0 和  $p_0^*$ .

证毕.

引理 1 记  $S_0(\bar{e}) = \frac{[c_0 + ce^2 - V + \sqrt{(c_0 + ce^2 - V)^2 + 8BV}]}{2}$ ,  $S_1(\bar{e}) = ce^2$ ,  $S_2(\bar{e}) = V + c_0 + ce^2$ . 根据定理 4 可知, 当  $s < S_1(\bar{e})$  时, 企业生产不贴标产品, 此时由于  $s = 0$ , 因此约束  $sq \leq B$  恒成立. 当  $s \geq S_1(\bar{e})$  时, 企业生产贴标产品. 此时, 可以容易得到, 若  $s \leq S_2(\bar{e})$ , 约束可具体为  $\frac{s(V + s - c_0 - ce^2)}{2V} \leq B$ , 等价于  $s \leq S_0(\bar{e})$ . 此外, 可以得到如下性质.

- 1) 对  $i = 0, 1, 2$ ,  $S_i(\bar{e})$  是关于  $\bar{e}$  的严格单调递增函数, 且  $S_i(\bar{e}) > 0$ ;
- 2) 曲线  $s = S_0(\bar{e})$  与  $s = S_1(\bar{e})$  存在唯一交点(记为  $K_1$ ), 并且  $K_1$  的坐标为  $\left(\sqrt{\frac{2BV}{c(V - c_0)}}, \frac{2BV}{V - c_0}\right)$ ;
- 3) 当  $B \leq V + c_0$  时,  $S_2(\bar{e}) \geq S_0(\bar{e})$ ,  $S_2(\bar{e}) \geq B$ ; 当  $B > V + c_0$  时, 3 条曲线  $s = S_0(\bar{e})$ 、 $s = S_2(\bar{e})$  与  $s = B$  存在唯一交点(记为  $K_2$ ), 并且  $K_2$  坐标为  $\left(\sqrt{\frac{B - V - c_0}{c}}, B\right)$ ;
- 4) 在  $(\bar{e}, s)$  平面内,  $K_1$  位于  $K_2$  的右上方, 即  $\sqrt{\frac{2BV}{c(V - c_0)}} > \sqrt{\frac{B - V - c_0}{c}}$ ,  $\frac{2BV}{V - c_0} > B$ .

引理 1 的证明

$$1) \frac{\partial S_0(\bar{e})}{\partial \bar{e}} = \frac{c_0 + c\bar{e}^2 - V + \sqrt{(c_0 + c\bar{e}^2 - V)^2 + 8BV}}{2} = c\bar{e} \frac{\sqrt{(c_0 + c\bar{e}^2 - V)^2 + 8BV} + c_0 + c\bar{e}^2 - V}{\sqrt{(c_0 + c\bar{e}^2 - V)^2 + 8BV}}, \text{ 由于}$$

$\sqrt{(c_0 + c\bar{e}^2 - V)^2 + 8BV} > |c_0 + c\bar{e}^2 - V|$  则  $\frac{\partial S_0(\bar{e})}{\partial \bar{e}} > 0$  恒成立, 即  $S_0(\bar{e})$  关于  $\bar{e}$  严格单调递增. 更进一步, 因为

$$S_0(0) = \frac{(\sqrt{(c_0 - V)^2 + 8BV} + c_0 - V)}{2} > 0 \text{ 所以 } S_0(\bar{e}) > 0 \text{ 恒成立. 对于 } S_i(\bar{e}), i=1, 2 \text{ 其证明类似于 } S_0(\bar{e}) \text{ 故略去;}$$

$$2) \text{ 因为 } \frac{\partial (S_1(\bar{e}) - S_0(\bar{e}))}{\partial \bar{e}} = c\bar{e} \frac{\sqrt{(c_0 + c\bar{e}^2 - V)^2 + 8BV} - (c_0 + c\bar{e}^2 - V)}{\sqrt{(c_0 + c\bar{e}^2 - V)^2 + 8BV}} > 0 \text{ 所以 } S_1(\bar{e}) - S_0(\bar{e}) \text{ 关于 } \bar{e}$$

单调递增. 又因为  $S_1(0) - S_0(0) = -\frac{\sqrt{(c_0 - V)^2 + 8BV} + c_0 - V}{2} < 0$  和  $\lim_{\bar{e} \rightarrow \infty} [S_1(\bar{e}) - S_0(\bar{e})] = \lim_{\bar{e} \rightarrow \infty}$

$$\frac{c\bar{e}^2 - c_0 + V - \sqrt{(c\bar{e}^2 + c_0 - V)^2 + 8BV}}{2} = \lim_{\bar{e} \rightarrow \infty} \frac{(c\bar{e}^2 - c_0 + V)^2 - (\sqrt{(c\bar{e}^2 + c_0 - V)^2 + 8BV})^2}{2(c\bar{e}^2 - c_0 + V + \sqrt{(c\bar{e}^2 + c_0 - V)^2 + 8BV})} =$$

$\lim_{\bar{e} \rightarrow \infty} \frac{2c(V - c_0)\bar{e}^2 - 4BV}{c\bar{e}^2 - c_0 + V + \sqrt{(c\bar{e}^2 + c_0 - V)^2 + 8BV}} > 0$ ,  $S_1(\bar{e}) - S_0(\bar{e})$  存在唯一零点, 即  $s = S_0(\bar{e})$  与  $s = S_1(\bar{e})$  存在唯

一交点  $K_1$ , 联立方程可求得  $K_1$ ;

$$3) \text{ 首先, } \frac{\partial (S_2(\bar{e}) - S_0(\bar{e}))}{\partial \bar{e}} = c\bar{e} \frac{\sqrt{(c_0 + c\bar{e}^2 - V)^2 + 8BV} - (c_0 + c\bar{e}^2 - V)}{\sqrt{(c_0 + c\bar{e}^2 - V)^2 + 8BV}} > 0. \text{ 当 } B \leq V + c_0 \text{ 时, } S_2(0) -$$

$$S_0(0) = V + c_0 - \frac{\sqrt{(c_0 - V)^2 + 8BV} + c_0 - V}{2} \geq V + c_0 - \frac{\sqrt{(c_0 - V)^2 + 8(V + c_0)V} + c_0 - V}{2} = 0, S_2(\bar{e}) - B \geq S_2(0) -$$

$B = V + c_0 - B \geq 0$ , 于是  $S_2(\bar{e}) \geq S_0(\bar{e})$ ,  $S_2(\bar{e}) \geq B$ ; 当  $B > V + c_0$  时,  $S_2(0) - S_0(0) = V + c_0 -$

$$\frac{\sqrt{(c_0 - V)^2 + 8BV} + c_0 - V}{2} < V + c_0 - \frac{\sqrt{(c_0 - V)^2 + 8(V + c_0)V} + c_0 - V}{2} = 0 \text{ 且}$$

$\lim_{\bar{e} \rightarrow \infty} [S_2(\bar{e}) - S_0(\bar{e})] = \lim_{\bar{e} \rightarrow \infty} [S_1(\bar{e}) + V + c_0 - S_0(\bar{e})] > \lim_{\bar{e} \rightarrow \infty} [S_1(\bar{e}) - S_0(\bar{e})] > 0$  故  $s = S_0(\bar{e})$  与  $s = S_2(\bar{e})$  存

在唯一交点  $K_2 \left( \sqrt{\frac{B - V - c_0}{c}}, B \right)$ . 又由于  $S_2(0) = V + c_0 < B$ , 则  $s = S_2(\bar{e})$  与  $s = B$  存在唯一交点, 并且该交点也是  $K_2$ .

$$4) \frac{2BV}{c(V - c_0)} - \frac{B - V - c_0}{c} = \frac{(B + V - c_0)(V + c_0)}{c(V - c_0)} > 0, \frac{2BV}{V - c_0} - B = \frac{V + c_0}{V - c_0} B > 0. \text{ 证毕.}$$

定理 5 的证明 当企业生产不贴标产品时, 两种目标下的环保属性皆为 0. 因此, 在两种目标下, 政府都应当激励企业生产贴标产品, 即  $s \geq S_1(\bar{e})$ . 此外, 由定理 3 的证明可知, 政府取得最优决策时必然有  $s \leq V + c_0 + c\bar{e}^2$ , 即  $s \leq S_2(\bar{e})$ .

1) 在最大化单位产品的节能指数下, 政府的优化模型变为

$$\max_{s, \bar{e}} E_1 = \bar{e} \tag{M1}$$

$$\text{s. t. } s \leq S_0(\bar{e}), S_1(\bar{e}) \leq s \leq S_2(\bar{e})$$

根据引理 1, 可用图 A-1(图 A-2) 的封闭区域来表示当  $B \leq V + c_0$  ( $B > V + c_0$ ) 时, 优化模型 (M1) 的可行域.

容易看到, 无论  $B \leq V + c_0$  还是  $B > V + c_0$ , 目标函数  $\bar{e}$  都在可行域的最右端, 即  $s = S_0(\bar{e})$  与  $s = S_1(\bar{e})$  的交点处取得最大值. 此时,  $\bar{e}_1^* = \bar{e}_1(B)$ ,  $s_1^* = S_0(\bar{e}_1^*)$ .

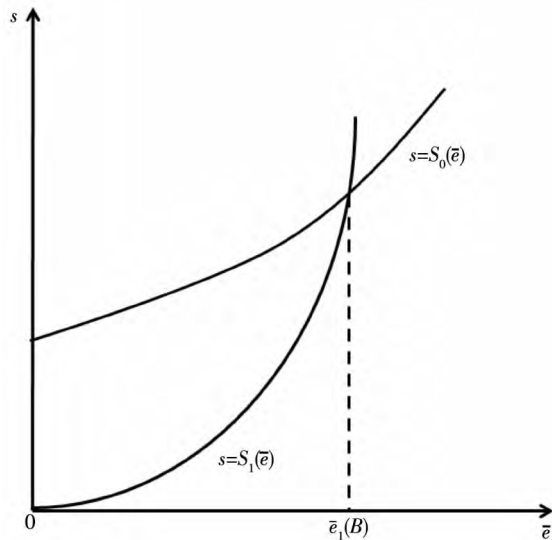


图 A-1  $B \leq V + c_0$  时的模型可行域示意图

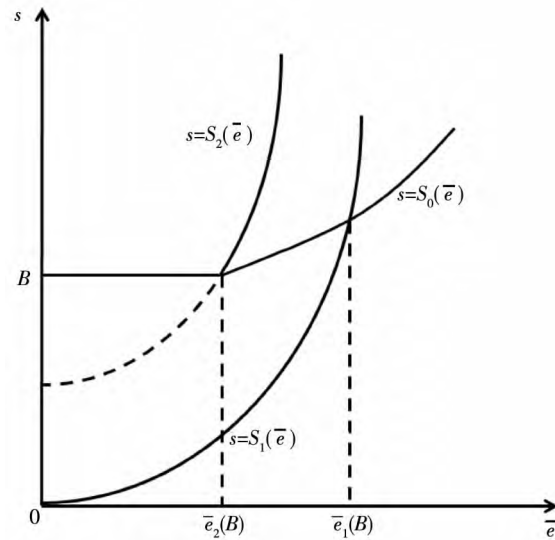


图 A-2  $B > V + c_0$  时的模型可行域示意图

Fig. A-1 When  $B \leq V + c_0$  the schematic diagram for the model's feasible region Fig. A-2 When  $B > V + c_0$ , the schematic diagram for the model's feasible region

2) 在最大化总节能指数下, 政府的优化模型变为

$$\max_{\bar{e}, s} E_2 = \bar{e} q_1^*(\bar{e}, s) \tag{M2'}$$

$$\text{s. t. } s \leq S_0(\bar{e}), S_1(\bar{e}) \leq s \leq S_2(\bar{e})$$

① 当  $B \leq \frac{(V - c_0)^2}{2V}$  时, 由  $V > c_0$ , 则  $V + c_0 - \frac{(V - c_0)^2}{2V} = V^2 + c_0(4V - c_0) > 0$ , 因此优化模型 (M2') 的可行域对应

图 A-1. 根据引理 1 可知  $S_2(\bar{e}) \geq S_0(\bar{e})$ , 因此在可行域内都有  $s \leq S_2(\bar{e})$ . 根据式 (7) 有  $q_1^*(\bar{e}, s) =$

$\frac{V + s - c_0 - c\bar{e}^2}{2V}$ , 于是  $\frac{\partial E_2}{\partial s} = \frac{\bar{e}}{2V} > 0$ . 因此给定任意  $\bar{e}$ , 当目标函数取到最优时, 必有  $s = S_0(\bar{e})$  (见图 A-1), 也即

$s q_1^*(\bar{e}, s) = B$ . 将  $s = S_0(\bar{e})$  代入优化模型 (M2') 可将其转化为单变量单约束的优化模型如下

$$\max_{\bar{e}} E_2 = \frac{\bar{e}}{e} \frac{V - c_0 - c\bar{e}^2 + \sqrt{(V - c_0 - c\bar{e}^2)^2 + 8BV}}{4V} \tag{M2''}$$

$$\text{s. t. } 0 \leq \bar{e} \leq \bar{e}_1(B)$$

接下来只需证明目标函数在  $[0, \bar{e}_1(B)]$  上是关于  $\bar{e}$  单调递增. 对目标函数关于  $\bar{e}$  求导得

$$\frac{\partial E_2}{\partial \bar{e}} = \frac{2B}{\sqrt{(V - c_0 - c\bar{e}^2)^2 + 8BV} - (V - c_0 - c\bar{e}^2)} \left( 1 - \frac{2c\bar{e}^2}{\sqrt{(V - c_0 - c\bar{e}^2)^2 + 8BV}} \right)$$

注意到上式中括号前的一项恒为正, 因此只需要考虑括号内项的符号. 记  $f(\bar{e}) = \frac{2c\bar{e}^2}{\sqrt{(V - c_0 - c\bar{e}^2)^2 + 8BV}}$ , 则

$$f'(\bar{e}) = \frac{4c\bar{e} [(V - c_0 - c\bar{e}^2)(V - c_0) + 8BV]}{[(V - c_0 - c\bar{e}^2)^2 + 8BV]^{3/2}}$$

注意到上式的符号只跟分子的括号内项有关, 而括号内项是关于  $\bar{e}$  严

格递减的, 由于  $f'(\bar{e}_1(B)) > 0$ , 则可知在  $[0, \bar{e}_1(B)]$  上  $f'(\bar{e}) > 0$ . 记  $g_1(B) = [\bar{e}_2(B)]^2 - [\bar{e}_1(B)]^2$ , 则  $\frac{\partial g_1(B)}{\partial B} = \frac{2V}{c(V-c_0)} \frac{V-c_0 - \sqrt{(V-c_0)^2 + 6BV}}{\sqrt{(V-c_0)^2 + 6BV}} < 0$ , 因此  $g_1(B)$  关于  $B$  单调递减. 注意到当  $B = \frac{(V-c_0)^2}{2V}$  时有  $g_1(B) = 0$ , 因此当  $B \leq \frac{(V-c_0)^2}{2V}$  时, 有  $g_1(B) = [\bar{e}_2(B)]^2 - [\bar{e}_1(B)]^2 \geq 0$ , 即  $\bar{e}_2(B) \geq \bar{e}_1(B)$ .

$$\text{因为 } \frac{\partial f(\bar{e}_1(B))}{\partial B} = \frac{4V}{V-c_0} \frac{(V-c_0 - \frac{2BV}{V-c_0})(V-c_0) + 4BV}{[(V-c_0 - \frac{2BV}{V-c_0})^2 + 8BV]^{1.5}} > 0, f(\bar{e}_1(\frac{(V-c_0)^2}{2V})) = 1, \text{ 因此当 } B \leq \frac{(V-c_0)^2}{2V}$$

时,  $f(\bar{e}) \leq f(\bar{e}_1(B)) \leq f(\bar{e}_1(\frac{(V-c_0)^2}{2V})) = 1$ , 即  $\frac{\partial E_2}{\partial \bar{e}} \geq 0$ .

②需要分成两种情况进行证明  $\frac{(V-c_0)^2}{2V} < B \leq V+c_0$  和  $V+c_0 < B \leq 4V+2c_0$ . 当  $\frac{(V-c_0)^2}{2V} < B \leq V+c_0$  时, 证明与①的证明类似, 故略去; 当  $V+c_0 < B \leq 4V+2c_0$  时, 优化模型 (M2') 的可行域可以拆分为两部分 (如图 A-2 所示):  $\bar{e} \leq \bar{e}_3(B)$  和  $\bar{e} > \bar{e}_3(B)$ . 将分别求出这两部分的最优解, 并通过比较找出全局的最优解.

对于  $\bar{e} \leq \bar{e}_3(B)$ , 由式 (7) 给定  $s \leq S_2(\bar{e})$  时,  $\frac{\partial E_2}{\partial s} = \frac{\bar{e}}{2V} > 0$ , 以及取得最优解时有  $s = S_2(\bar{e})$ , 此时  $q_1^*(s, \bar{e}) = 1$ ,  $E_2 = \bar{e}$  是  $\bar{e}$  的递增函数, 所以最优解为  $s^* = B, \bar{e}^* = \bar{e}_3(B)$  (见图 A-2). 对于  $\bar{e} > \bar{e}_3(B)$ , 由引理 1 知  $s \leq S_2(\bar{e})$  恒成立. 此时根据式 (7) 有  $q_1^*(s, \bar{e}) = \frac{V+s-c_0-c\bar{e}^2}{2V}$ , 于是  $\frac{\partial E_2}{\partial s} = \frac{\bar{e}}{2V} > 0$ , 因此取得最优解时必有  $s = S_0(\bar{e})$ . 此时优化模型 (M2') 变为

$$\begin{aligned} \max_{\bar{e}} E_2 &= \frac{\bar{e}}{4V} [V-c_0-c\bar{e}^2 + \sqrt{(V-c_0-c\bar{e}^2)^2 + 8BV}] \\ \text{s. t. } &\bar{e}_3(B) < \bar{e} \leq \bar{e}_1(B) \end{aligned}$$

接下来分析优化模型 (M2') 的目标函数在  $[\bar{e}_3(B), \bar{e}_1(B)]$  关于  $\bar{e}$  的性质. 记  $g_2(B) = [\bar{e}_3(B)]^2 - [\bar{e}_2(B)]^2$ , 则有  $\frac{\partial g_2(B)}{\partial B} = \frac{1 - \frac{2V}{\sqrt{(V-c_0)^2 + 6BV}}}{c}$ , 很容易看出当  $V+c_0 < B \leq 4V+2c_0$  时,  $\frac{\partial g_2(B)}{\partial B} > 0$ . 注意到  $g_2(4V+2c_0) = 0$ , 因此当  $B \leq 4V+2c_0$  时  $g_2(B) \leq 0$ , 即  $\bar{e}_3(B) \leq \bar{e}_2(B)$ . 类似①, 若  $B > \frac{(V-c_0)^2}{2V}$ , 即  $f(\bar{e}_1(B)) > 1, \bar{e}_2(B) < \bar{e}_1(B)$ . 此时, 令  $f(\bar{e}) = 1$  有  $\bar{e} = \bar{e}_2(B)$ . 因此当  $\bar{e}_3(B) < \bar{e} \leq \bar{e}_2(B)$  时, 目标函数关于  $\bar{e}$  单调递增; 当  $\bar{e}_2(B) < \bar{e} \leq \bar{e}_1(B)$  时, 目标函数关于  $\bar{e}$  单调递减; 目标函数在  $\bar{e} = \bar{e}_2(B)$  处取得最大值. 于是,  $\bar{e}^* = \bar{e}_2(B)$ . 最后, 由于目标函数在  $\bar{e} \leq \bar{e}_3(B)$  和  $\bar{e} > \bar{e}_3(B)$  的边界上是连续的, 即  $\bar{e} \leq \bar{e}_3(B)$  这部分的最优解也属于  $\bar{e} > \bar{e}_3(B)$  部分 (见图 A-2). 因此全局最优解为  $\bar{e}_2^* = \bar{e}_2(B), s_2^* = S_0(\bar{e}_2^*)$ .

③当  $B > 4V+2c_0$  时, 证明类似②的证明, 故略去. 证毕.

命题 1 的证明 1) 由定理 5, 当  $B \leq \frac{(V-c_0)^2}{2V}$  时,  $s_1^* = s_2^*, \bar{e}_1^* = \bar{e}_2^*, p_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*) = p_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*), q_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*) = q_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*)$ . 进一步有  $s_1^* = \frac{2BV}{V-c_0} = c \left( \sqrt{\frac{2BV}{c(V-c_0)}} \right)^2 = c\bar{e}_1^{*2}$ , 因此对于  $i = 1, 2$ , 有  $m_0 = \frac{V-c_0}{2} = \frac{V+s_i^* - c_0 - c\bar{e}_i^{*2}}{2} = m_1(\bar{e}_1^*, s_1^*)$ . 根据式 (5) 和式 (7), 有  $q_0^* = \frac{V-c_0}{2V} = q_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*)$ ; 注意到  $s_i^* \in \bar{e}_i^{*2}$  的非负性, 很

容易得到  $p_0^* = \frac{V+c_0}{2} < \frac{V+s_1^*+c_0+c\bar{e}_1^{*2}}{2} = p_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*)$ . 由式(4)和式(6)有  $\pi_0^* = \frac{(V-c_0)^2}{4V} = \pi_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*)$ ;

2) 需要分成两种情况进行证明:  $\frac{(V-c_0)^2}{2V} < B \leq 4V+2c_0$  和  $B > 4V+2c_0$ . 根据前面的分析, 当  $\frac{(V-c_0)^2}{2V} < B \leq 4V+2c_0$  时,  $\bar{e}_2^* = \bar{e}_2(B) < \bar{e}_1(B) = \bar{e}_1^*$ . 在最优合同下有  $s = S_0(\bar{e})$  或  $sq_1^*(\bar{e}, s) = B$ . 根据引理1可知  $s_2^* < s_1^*$ , 进一步有  $q_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*) = \frac{B}{s_1^*} < \frac{B}{s_2^*} = q_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*)$ . 由  $q_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*) = \frac{V-c_0}{2V}$  和  $\frac{V+s_1^*-c_0-c\bar{e}_1^{*2}}{2V} = q_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*) < q_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*) = \frac{V+s_2^*-c_0-c\bar{e}_2^{*2}}{2V}$ , 有  $s_1^* = c\bar{e}_1^{*2}, s_2^* > c\bar{e}_2^{*2}$ . 进一步有  $\frac{V+c_0}{2} < \frac{V+s_2^*+c_0+c\bar{e}_2^{*2}}{2} < \frac{V+2s_2^*+c_0}{2} < \frac{V+2s_1^*+c_0}{2} = \frac{V+s_1^*+c_0+c\bar{e}_1^{*2}}{2}$ , 故  $p_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*) > p_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*) > p_0^*$ . 由于  $\frac{V-c_0}{2} = \frac{V-c_0+s_1^*-c\bar{e}_1^{*2}}{2} < \frac{V-c_0+s_2^*-c\bar{e}_2^{*2}}{2}$ , 所以  $m_0 = m_1(\bar{e}_1^*, s_1^*) < m_1(\bar{e}_2^*, s_2^*)$ . 观察式(4) - 式(7)有,  $\pi_0^* = Vq_0^{*2} \pi_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*) = Vq_1^{*2}(\bar{e}_1^*, s_1^*)$   $i=1, 2$  故  $\pi_0^* = \pi_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*) = Vq_1^{*2}(\bar{e}_1^*, s_1^*) < Vq_1^{*2}(\bar{e}_2^*, s_2^*) = \pi_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*)$ . 当  $B > 4V+2c_0$  时, 其证明类似. 证毕.

命题2的证明 根据命题1, 当  $B \leq \frac{(V-c_0)^2}{2V}$  时,  $s_i^* = c\bar{e}_i^{*2}, i=1, 2$ . 因此很容易得到  $F_1(\bar{e}_i^*, s_i^*) = p_1^*(\bar{e}_i^*, s_i^*) - s_i^* = \frac{V+c_0+c\bar{e}_i^{*2}-s_i^*}{2} = \frac{V+c_0}{2} = p_0^* = F_0$ , 由式(8)和式(9)有  $w_0 = \frac{Vq_0^{*2}}{2} = \frac{Vq_1^{*2}(\bar{e}_i^*, s_i^*)}{2} = w_1(\bar{e}_i^*, s_i^*), i=1, 2$ . 当  $B > \frac{(V-c_0)^2}{2V}$  时, 其证明类似. 证毕.

命题3的证明 1) 由定理5容易看到,  $s_1^*, \bar{e}_1^*, E_1^* = \bar{e}_1^*, \bar{e}_2^*$  关于  $B$  单调递增. 接下来证明  $s_2^*$  关于  $B$  单调递增. 注意到  $s_2^* = S_0(\bar{e}_2^*)$ . 在这里可将  $S_0(\bar{e}_2^*)$  看成是关于  $\bar{e}_2^*$  和  $B$  的二元函数, 则有  $\frac{\partial s_2^*}{\partial B} = \frac{\partial S_0(\bar{e}_2^*)}{\partial \bar{e}_2^*} \frac{\partial \bar{e}_2^*}{\partial B} + \frac{\partial S_0(\bar{e}_2^*)}{\partial B}$ . 根据函数  $S_0(\cdot)$  的定义和引理1, 很容易得到:  $S_0(\cdot)$  是关于  $\bar{e}_2^*$  和  $B$  单调递增, 即  $\frac{\partial S_0(\bar{e}_2^*)}{\partial \bar{e}_2^*} > 0, \frac{\partial S_0(\bar{e}_2^*)}{\partial B} > 0$ . 因为前面已经有  $\frac{\partial \bar{e}_2^*}{\partial B} > 0$ , 故  $\frac{\partial s_2^*}{\partial B} > 0$ ,  $s_2^*$  关于  $B$  单调递增.  $E_2^*$  关于  $B$  单调递增的证明将在3)中给出.

2) 根据定理5和式(7),  $q_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*) = \frac{V-c_0}{2V}$  关于  $B$  是常数; 根据式(6)和式(9),  $\pi_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*) = Vq_1^{*2}(\bar{e}_1^*, s_1^*)$  和  $w_1(\bar{e}_1^*, s_1^*) = \frac{Vq_1^{*2}(\bar{e}_1^*, s_1^*)}{2}$  关于  $B$  同样是常数.

3) 因为当  $B \leq \frac{(V-c_0)^2}{2V}$  时,  $q_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*) = q_1^*(\bar{e}_1^*, s_1^*) = \frac{V-c_0}{2V}$ , 所以  $q_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*)$  关于  $B$  是常数. 由式(6)和式(12)有  $\pi_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*) = Vq_1^{*2}(\bar{e}_2^*, s_2^*)$ ,  $w_1(\bar{e}_2^*, s_2^*) = \frac{Vq_1^{*2}(\bar{e}_2^*, s_2^*)}{2}$ . 因此  $\pi_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*)$  和  $w_1(\bar{e}_2^*, s_2^*)$  关于  $B$  同样是常数; 当  $\frac{(V-c_0)^2}{2V} < B \leq 4V+2c_0$  时, 将  $s_2^*, \bar{e}_2^*$  代入  $q_1^*(\bar{e}_2^*, s_2^*)$  有  $q_1^*(B) = -\frac{A}{3} + \sqrt{\frac{A^2}{9} + 2BV}$ , 其中  $A = \sqrt{(V-c_0)^2 + 6BV} - 2(V-c_0)$ . 于是,  $\frac{\partial q_1^*(B)}{\partial B} = \frac{V[4\sqrt{(V-c_0)^2 + 6BV} - 2(V-c_0) - \sqrt{A^2 + 18BV}]}{\sqrt{[(V-c_0)^2 + 6BV](A^2 + 18BV)}}$ . 因为

(下转第33页)

versely, platform enterprises should make use of the network effects and develop at a full speed, and should also deal with the problems emerged in the development. This study sets up a theory framework of operation strategy for platform enterprises and develops life cycle theories of platform ecosystems. The conclusions also have guiding significance in making self-diagnostic and operation strategy for platform enterprises.

**Key words:** platform enterprise; operation strategy; network effects; mechanism; platform ecosystem; life cycle

(上接第14页)

$[4\sqrt{(V-c_0)^2+6BV}-2(V-c_0)+\sqrt{A^2+18BV}] \times [4\sqrt{(V-c_0)^2+6BV}-2(V-c_0)-\sqrt{A^2+18BV}] = [4\sqrt{(V-c_0)^2+6BV}-2(V-c_0)]^2 - [\sqrt{A^2+18BV}]^2 = 3(A^2+18BV) > 0$  并且  $4\sqrt{(V-c_0)^2+6BV}-2(V-c_0)+\sqrt{A^2+18BV} > \sqrt{A^2+18BV} > 0$ , 所以  $4\sqrt{(V-c_0)^2+6BV}-2(V-c_0)-\sqrt{A^2+18BV} > 0$ , 即  $\frac{\partial q_1^*(\bar{e}_2^*, \bar{s}_2^*)}{\partial B} = \frac{\partial q_1^*(B)}{\partial B} > 0$ . 更进一步,  $\pi_1^*(\bar{e}_2^*, \bar{s}_2^*) = Vq_1^{*2}(\bar{e}_2^*, \bar{s}_2^*)$  和  $w_1(\bar{e}_2^*, \bar{s}_2^*) = \frac{Vq_1^{*2}(\bar{e}_2^*, \bar{s}_2^*)}{2}$  关于  $B$  单调递增; 当  $B > 4V + 2c_0$  时 根据式(6)、式(7)和式(9),  $q_1^*(\bar{e}_2^*, \bar{s}_2^*) = 1$ ,  $\pi_1^*(\bar{e}_2^*, \bar{s}_2^*) = V$ ,  $w_1(\bar{e}_2^*, \bar{s}_2^*) = \frac{V}{2}$  关于  $B$  是常数.

最后证明  $E_2^*$  关于  $B$  是单调递增的, 类似前面分成3种情况来证明:  $B \leq \frac{(V-c_0)^2}{2V}$ ,  $\frac{(V-c_0)^2}{2V} < B \leq 4V + 2c_0$  和  $B > 4V + 2c_0$ . 当  $B \leq \frac{(V-c_0)^2}{2V}$  时,  $E_2^* = \bar{e}_2^* q_1^*(s_2^*, \bar{e}_2^*) = \bar{e}_2^* \frac{V-c_0}{2V}$  则  $\frac{\partial E_2^*}{\partial B} = \frac{V-c_0}{2V} \frac{\partial \bar{e}_2^*}{\partial B} > 0$ ; 当  $\frac{(V-c_0)^2}{2V} < B \leq 4V + 2c_0$  时,  $\frac{\partial q_1^*(s_2^*, \bar{e}_2^*)}{\partial B} > 0$  则  $\frac{\partial E_2^*}{\partial B} = \frac{\partial \bar{e}_2^*}{\partial B} q_1^*(s_2^*, \bar{e}_2^*) + \bar{e}_2^* \frac{\partial q_1^*(s_2^*, \bar{e}_2^*)}{\partial B} > 0$ ; 当  $B > 4V + 2c_0$  时,  $q_1^*(s_2^*, \bar{e}_2^*) = 1$ . 此时  $E_2^* = \bar{e}_2^*$ ,  $\frac{\partial E_2^*}{\partial B} = \frac{\partial \bar{e}_2^*}{\partial B} > 0$ . 综上所述,  $E_2^*$  关于  $B$  单调递增. 证毕.