

支付具不确定性的贴现率期限结构研究^①

罗兰兰, 陈 收*, 邹自然
(湖南大学工商管理学院, 长沙 410082)

摘要: 目前, 学术界对选取何种风险调整贴现率期限结构还存在争议, 导致对同类投资项目得出不同的管理指引意见. 针对这一争议, 本文通过划分资本产出方式, 寻找影响贴现率结构的主要因素. 研究表明, 不确定的宏观经济产出和项目非系统风险共同影响风险溢价系数, 同时风险溢价系数决定贴现率期限结构. 其中, 当风险溢价系数大于某确定阈值, 贴现率随时间递增; 其余情况表现为递减.

关键词: 风险调整贴现率; 贴现率期限结构; 资本产出率; 风险溢价

中图分类号: F019 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2018)01-0048-10

0 引 言

如何选择一个合适贴现率以比较不同时点的价值与效用, 是管理学与经济学中跨期选择的一个核心且基础问题, 至今仍具争议. 新古典经济通过假设贴现率恒定来建立相关经济理论^[1]. 然而, 行为实验与实证研究表明贴现率递减的双曲贴现更符合决策者的决策行为^[2, 3]. 在个人决策领域, 研究者放松指数贴现假设, 采用双曲贴现研究投资消费^[4, 5], 最优分红策略^[6, 7]和委托代理^[8]等问题, 重构相关经济理论.

伴随个人双曲贴现理论发展, 学术界重新研究社会贴现率, 即无风险贴现率(risk-free discount rate)结构. Weitzman^[9]指出, 贴现率恒定的指数贴现具有快速衰减性, 不适宜用来评估长预期公共项目, 如温室气体排放、放射性污染以及不可再生资源开采等环境问题. 这些项目期限为数百年甚至更久, 需采用递减贴现率才能确保长期损益被合理评估. 现有文献主要从假设消费增长率和

资本产出率外生两种角度获得社会贴现率结构. 前者利用拉姆齐方法(The Ramsey Rule^[10]), 假设消费增长不确定, 服从不同增长分布, 获得贴现率表现^[11-13]; 后者利用确定性等价贴现方法^[14], 假设未来资本产出率不确定, 建立确定性等价贴现模型, 获得贴现率结构. 这两个角度从理论争议^[15-18]和实证验证^[19-20]两方面推动了贴现理论发展. 鉴于贴现率选取对长预期项目评估的重要性, 2011年9月, 美国环境保护署召集12名经济学家研讨长预期问题贴现率结构. 研讨结论表明, 为了经济可持续发展, 应对远期损益赋予比指数贴现更大的权重, 即使用递减贴现率结构更合理^[21-22]^②. 事实上, 英国、法国以及挪威等国已使用递减贴现率结构, 美国也在积极修订中^[23].

社会贴现率是项目未来支付确定, 宏观经济不确定下的贴现率. 然而现实中, 很多投资项目受到宏观经济和项目自有风险即非系统风险的双重影响. 经济学家将两种影响都考虑进来, 研究风险调整贴现率(risk-adjusted discount rate)对不确定

① 收稿日期: 2016-04-16; 修订日期: 2017-05-19.

基金项目: 国家自然科学基金创新研究群体资助项目(71221001; 71521061); 国家自然科学基金青年基金资助项目(71501065); 国家自然科学基金重大项目(71790593).

通讯作者: 陈 收(1956—), 男, 广东龙川人, 博士, 教授, 博士生导师. Email: chenshou@hnu.edu.cn

② 尽管社会消费贴现率反映的是当代与后代交换消费的意愿, 体现消费贴现, 而个人效用贴现反映的是人们相对于未来效用更偏好当前效用的天性, 体现效用贴现, 但两者有直接关联, 现有研究表明两种情况下都应采用递减贴现率.

性项目损益进行贴现. 现有研究利用经典理论获得风险调整贴现率具体表达式, 但得到的贴现率期限结构存在差异. Weitzman^[24] 利用风险均摊方法, 得到风险项目的贴现因子为无风险贴现因子和市场贴现因子的加权, 对应风险调整贴现率递减. Weitzman^[24] 建议讨论风险项目如碳排放价格 (social cost of carbon, SCC) 问题时应使用递减风险调整贴现率. 该结论获得很多学者肯定^[25, 26]. 同样针对碳减排等长期限环境保护类项目, Gollier^[27, 28] 利用 CCAPM 模型^[29] 获得风险调整贴现率表达式, 并指出当项目贝塔与决策者相对风险厌恶系数的比值大于二分之一时, 风险调整贴现率递增. 特别地, Gollier^[27] 认为环境保护类项目对应贝塔值大于 1, 碳排放问题应使用递增风险调整贴现率. Nordhaus^[30] 使用蒙特卡洛模拟得到与 Gollier^[27, 28] 类似结论. 据此, 学术界关于长期限风险项目适用的风险调整贴现率结构产生了争议.

贴现率增减结构的争议带来价值评估的偏差, 并进一步导致政策指引意见分歧. 有鉴于此, 本文从风险调整贴现率期限结构争议入手, 识别影响贴现率期限结构的主要因素, 并结合碳排放项目探讨风险调整贴现率期限结构问题. 具体而言, 本文研究了以下问题: 首先, 分析 Weitzman^[24] 建立的风险调整贴现率与 Gollier^[27, 28] 建立的风险调整贴现率出现不同增减性的原因; 其次, 探讨宏观系统风险与项目自有风险如何影响贴现率期限结构; 最后, 针对碳排放等长期限风险项目, 建立相应风险调整贴现率增减性判别准则.

本文从两个方面拓展了现有文献: 一是统一了 Weitzman^[24] 和 Gollier^[27, 28] 经典贴现模型. 尽管两个贴现模型得出的风险调整贴现率增减性结论看似矛盾, 但其内在本质是一致的. 出现不同期限结构源自设定不同风险溢价参数范围, 使得对应风险项目属于不同类型; 另一个是探究了风险溢价项对贴现率期限结构影响的作用机理. 具体以碳排放项目为例, 分析了宏观经济产出不确定性与气候改变不确定性对风险溢价系数的影响, 为相关政策制定提供一定的科学依据与参考. 值得指出的是, 国内已有研究都是基于贴现率为常数

讨论碳减排投资决策问题, 如企业生产层面碳减排路径与减排投资渠道^[31, 32], 能源消费控制对经济增长和碳排放的动态影响^[33] 以及不同减排政策减排效果、经济影响与减排成本^[34] 等, 暂未从递减(增) 贴现率视角研究碳排放投资问题. 显然, 若进一步考虑贴现率不同期限结构的影响, 相关决策支持会发生显著变化. 研究风险调整贴现率期限结构问题不仅是贴现理论发展的需要, 也是跨期决策问题相关研究所密切关注的科学问题.

1 争 议

针对环境保护类长期限投资项目, Weitzman^[24] 与 Gollier^[27, 28] 分别建立了风险调整贴现率模型, 然而, 贴现率期限结构显著不同.

1.1 递减风险调整贴现率

以风险项目为研究对象, Weitzman^[24] 获得风险调整贴现率表达式的具体过程是: 假设一个边际投资项目(项目的实施不改变整个经济增长轨迹) t 时刻不确定收益 F_t 可被分解成两部分, 一部分受到宏观经济状况 C_t 影响, 记为 F_t^C , 另一部分收益独立于宏观经济状况, 受到项目自有属性 A_t 影响^③, 记为 F_t^A , 即

$$F_t = F_t^A + F_t^C \quad (1)$$

根据 F_t^A 与 F_t^C 的划分方式, Weitzman^[24] 假设完全受宏观经济状况影响的收益部分 F_t^C 以市场平均回报率 r_e 贴现, 而其余独立于宏观经济状况的收益部分 F_t^A 以无风险收益率 r_f 贴现, 总期望收益现值为两部分期望收益现值之和, 相应风险调整贴现率 r_t^* 满足

$$\exp(-r_t^* t) EF_t = \exp(-r_f t) EF_t^A + \exp(-r_e t) EF_t^C \quad (2)$$

Weitzman^[24] 将 t 时刻受宏观经济状况影响的期望收益占总期望收益比例定义为项目伽马 γ_t , 记为

$$\gamma_t = \frac{EF_t^C}{EF_t} \quad (3)$$

这样, 风险调整贴现因子可表示为无风险贴现因子

③ C_t 指 t 时刻经济体有效净消费, 是宏观经济系统风险的高度抽象. A_t 是独立于宏观经济状况的属性, 体现与财富无必然关联的价值, 具有可分散风险特征.

与市场贴现因子的加权和,即

$$\exp(-r_t^* t) = (1 - \gamma_t) \exp(-r_f t) + \gamma_t \exp(-r_e t) \quad (4)$$

Weitzman^[24] 研究结论显示,当 $0 < \gamma_t < 1$ 时,风险调整贴现率 r_t^* 关于时间单调递减^④.

项目伽马大于0小于1表明项目总期望收益大于完全受宏观经济影响的期望收益 $EF_t > EF_t^C$. 在宏观经济状况出现灾难性情况(有效净消费趋于零)时,这类项目也有正期望收益. Weitzman^[24] 特别指出碳减排等环境保护类项目正是符合上述特征的项目. 一方面,气候剧烈变化特别是重大气候灾害可能给宏观经济带来灾难性破坏;另一方面,碳减排项目的实施可有效预防和缓解气候变化灾害的发生,避免给宏观经济造成灾难性后果. 因此,针对碳减排等长预期项目,应加大未来损益的权重,采取递减风险调整贴现率评估.

1.2 递增风险调整贴现率

针对与 Weitzman^[24] 同样的长预期风险项目贴现问题, Gollier^[27 28] 结合 CCAPM 模型得到风险调整贴现率表达式. 过程是: 假设一个边际项目 t 时刻不确定收益 F_t 为

$$F_t = \xi_t C_t^\beta \quad (5)$$

其中 ξ_t 独立于宏观经济状况 C_t 且均值为1,反映项目自有属性. β 可测度项目收益受宏观经济变化影响的敏感程度,为 CCAPM 模型贝塔系数.

假设项目风险调整贴现率为 ρ_t , 项目不确定收益 F_t 以该贴现率贴现的期望现值为 $P_0 = e^{-\rho_t t} EF_t$. 而另一方面,该边际项目不改变整体福利,在0时刻投资 P_0 损失的福利 $P_0 u'(c_0)$ 等于在 t 时刻收益 F_t 增加的福利 $e^{-\delta t} E[F_t u'(c_t)]$, 即

$$P_0 u'(c_0) = e^{-\delta t} E[F_t u'(c_t)] \quad (6)$$

其中 δ 为决策者的时间偏好率,也称为效用贴现率,反映人们相比未来更偏好当前的天性. 从而,期望现值与标准期望效用贴现方法两项约束表明

风险调整贴现率 ρ_t 满足

$$\rho_t = \delta - \frac{1}{t} \ln \frac{E[F_t u'(c_t)]}{u'(c_0) EF_t} \quad (7)$$

Gollier^[27 28] 假设效用函数为 CRRA 型效用函数

$$u(c) = \frac{c^{1-\eta}}{1-\eta} \quad (8)$$

1) 消费增长率服从正态分布,风险调整贴现率 ρ_t 可表示为无风险贴现率与项目特有风险溢价之和

$$\rho_t = r_{ft} + \beta \pi_t \quad (8)$$

其中 $r_{ft} = \delta + \eta \frac{E \ln \frac{c_t}{c_0}}{t} - \frac{1}{2} \eta^2 \frac{Var(\ln \frac{c_t}{c_0})}{t}$ 为无风险贴现率^[23], 由时间偏好率 δ 、财富效应项

$\eta \frac{E \ln \frac{c_t}{c_0}}{t}$ (决策者因预见未来会更富有而倾向于当前多消费,使贴现率增大) 与预防性效应项 $-\frac{1}{2} \times$

$\eta^2 \frac{Var(\ln \frac{c_t}{c_0})}{t}$ (决策者为预防未来风险的发生而增加当前储蓄,使贴现率减少) 决定; $\pi_t = \eta$

$\frac{Var(\ln \frac{c_t}{c_0})}{t}$ 为系统风险溢价,而项目 β 称为风险溢价系数.

若未来消费增长各阶段相互独立,使得消费增

长率年平均期望 $\frac{E \ln \frac{c_t}{c_0}}{t}$ 和年平均方差 $\frac{Var(\ln \frac{c_t}{c_0})}{t}$

表现为常数,则相应风险调整贴现率 ρ_t 为常数^⑤.

若未来各阶段消费增长过程正相关,消费增长不确定性程度随时间推移而增加,表现为

$$\frac{Var(\ln \frac{c_t}{c_0})}{t} \geq Var(\ln \frac{c_1}{c_0})$$

. 在这种情形下, r_{ft} 因预

④ Weitzman^[24] 仅考虑了 γ_t 为常数的情形.

⑤ 相应结论适用于各类效用函数,选用 CRRA 型函数可获得贴现率简洁的解析表达式,同时该效用函数使得相对风险厌恶系数为正的常数.

⑥ 当消费增长过程服从漂移率为 μ , 波动率为 σ 的几何布朗运动时, $\rho_t = \delta + \eta\mu - 0.5\eta^2\sigma^2 + \beta\eta\sigma^2$.

防效应项 $-\frac{1}{2} \eta^2 \frac{\text{Var}(\ln \frac{c_t}{c_0})}{t}$ 而表现为递减, 而正

值 β 使项目特有风险溢价 $\beta \eta \frac{\text{Var}(\ln \frac{c_t}{c_0})}{t}$ 表现为递增, 从而预防性效应和风险溢价效应的相对强弱决定风险调整贴现率结构. 在上述约束条件下, 当项目 β 大于相对风险厌恶系数的一半 $\frac{\eta}{2}$ 时, 风险溢价效应强于预防性效应, 对应风险调整贴现率表现为递增. 该结论表明递减贴现结构可能存在片面性. 特别地, Gollier^[17, 27] 说明环境项目贝塔应取较大正值, 讨论环保投资问题应使用递增风险调整贴现率.

结合 Weitzman^[24] 和 Gollier^[27, 28] 的建模过程可知, 两人都致力于探索长时期风险项目适用的风险调整贴现率, 拟评估对象都为未来支付具不确定性的边际型项目, 且都假定项目收益受到未来宏观经济水平和项目自有属性影响. 此外, 二者都以不同风险加权和形式探析项目特有贴现率. 然而, 两人获得的风险调整贴现率期限结构却有显著差异, 并由此导致对 SCC 等问题价值评估的意见偏差. 根据 Weitzman^[24] 的建议, 环境保护类项目应使用单调递减风险调整贴现率. 若取 $r_f = 1\%$, $r_e = 7\%$, $\gamma = 0.4$, 风险调整贴现率从短期 3.6% 左右递减至 100 年 1.6%. 1.6% 左右贴现率对应 SCC 约为 120 美元^[35], 即当前增加一吨二氧化碳排放所造成现在经济损失和未来经济损失贴现值之和大约为 120 美元. 而根据 Gollier^[17, 27] 的建议, 若取项目贝塔为 1.3, 风险调整贴现率从短期 3.6% 左右递增至 100 年的 4.6%. 4.6% 左右贴现率对应 SCC 约为 5 美元. 这样, Weitzman^[24] 贴现方法对应碳排放价格为 Gollier^[17, 27] 贴现方法的 24 倍. 而且, 由于估算差源自贴现率单调性的不同, 差距会随时间推移快速增长, 进一步带来碳税制度政策建议的显著区别. 据此, 下述两节探究两类风险调整贴现率期限结构结论不一致的根源, 以及影响贴现率期限结构的主要因素

与作用机理.

2 解决路径

本节从资本产出的不确定性视角重构边际型风险投资项目未来收益的表达形式, 建立项目 β ^[27, 28] 与项目 γ ^[24] 的关联, 并通过补充 Weitzman^[24] 所定义伽马大于 1 情形下风险调整贴现率的期限结构结论, 完成 Weitzman^[24] 和 Gollier^[27, 28] 结论的统一.

假设一个边际投资项目单位资产 t 时刻不确定收益 F_t 可表示为

$$F_t = e^{rt} \tag{9}$$

其中 r 为项目不确定资本产出率, 可表示为项目自有产出水平 r_1 和宏观经济产出水平 r_2 两者之和, 即

$$r = r_1 + r_2 \tag{10}$$

记 A_t 为项目自有属性的高度抽象, 并有参数 α 使得由项目自有属性决定的资本产出部分可表示为 $e^{r_1 t} = A_t^\alpha$; 记 C_t 为宏观经济系统风险的高度抽象, 并有参数 β 使得由宏观经济状况决定的资本产出部分可表示为 $e^{r_2 t} = C_t^\beta$. 从而, 项目不确定收益为

$$F_t = A_t^\alpha C_t^\beta \tag{11}$$

上式有助于建立两个风险溢价系数——项目 β ^[27, 28] 与项目 γ ^[24] 的关联^⑦. 一方面, 式(11)中 β 仍反映项目收益受宏观经济状况变化的敏感程度, 故仍称为项目贝塔, 即该贝塔与 Gollier^[27, 28] 所定义项目贝塔本质一致. 另一方面, 对式(11)进行等价

变换, 令 $\tilde{A}_t = \frac{\ln A_t}{\ln F_t} A_t$ 以及 $\tilde{C}_t = \frac{\ln C_t}{\ln F_t} C_t$, 可得

$$F_t = \alpha \tilde{A}_t + \beta \tilde{C}_t \tag{12}$$

此时, 项目不确定收益被分解成两部分, 一部分收益反映项目自有风险特征, 另一部分反映系统不可分散风险特征. 从而根据 Weitzman^[24] 的定义方式, 将来自系统风险的期望收益占总期望收

⑦ 若将风险调整贴现因子改写为 $e^{-r_t^* t} = e^{-r_f t} + \gamma_t [e^{-r_e t} - e^{-r_f t}]$. 则 γ_t 也称为风险溢价系数(关于贴现因子).

益的比例定义为项目伽马

$$\gamma = \frac{\beta E \tilde{C}_t}{EF_t} \tag{13}$$

此时,该项目伽马与 Weitzman^[24]所定义项目伽马本质一致.

上述定义表明较大项目贝塔对应于较大项目伽马.特别地,Barro 和 Sala-i-Martin^[36]认为高储蓄率国家(如中国)投资者的相对风险厌恶系数高于4,故假定

$$\frac{\eta}{2} \geq 1 \tag{14}$$

另一方面,从项目收益角度看,记反映市场平均收益水平的 C_t 为 $C_t = e^{r_f t}$,而反映项目自有属性收益水平的 A_t 为 $A_t = e^{r_f t}$.则式(9)与式(11)表明该项目资本产出率可写成为 r_f 与 r_e 的线性组合 $r = \alpha r_f + \beta r_e$.经典 CAPM 模型表明 $r = r_f + \beta(r_e - r_f)$,这里不妨假设

$$\alpha + \beta = 1 \tag{15}$$

此时, $\beta > \frac{\eta}{2}$ 表明 $\alpha < 0$,对应项目伽马大于1.换言之,在相对风险厌恶系数大于2以及 α 与 β 之和为1的假设下, Gollier^[27, 28]中风险调整贴现率递增条件 $\beta > \frac{\eta}{2}$ 为 γ 大于1的充分条件.若项目 γ 大于1,意味着宏观经济状况出现极端灾难性情况时,对应项目期望收益为负值, Weitzman^[24]中并未提及该类项目对应情形单调性.直观上看,若将式(4)定义的风险调整贴现率 r_t^* 变形表示为 $r_t^* = r_f - \frac{\ln [(1 - \gamma_t) + \gamma_t e^{-\pi t}]}{t}$,其中 $\pi = r_e - r_f$ 为系统风险溢价.在未来经济增长不确定性随时间增长条件下,不断增长的不确定性使 r_f 因预防性效应减少的同时,也使得系统风险溢价 π 增加.从而, Weitzman^[24]建立的风险调整贴现率同样表明风险溢价系数 γ_t 越大,相应风险溢价增效效应越强,并使得风险调整贴现率出现递增

的可能.具体而言,下述命题对项目伽马大于1的情形进行了补充.

命题1 Weitzman^[24]所定义满足式(4)的风险调整贴现率 r_t^* 在项目伽马大于1情形下短期限内随时间单调递增,即在 $0 < t < \min \left\{ \frac{1}{r_e} \right.$,

$\left. \frac{\ln \frac{\gamma}{\gamma - 1}}{r_e - r_f} \right\}$ 的时间范围内单调递增.

证明 见附录 A.

命题1表明放松项目伽马的范围至大于1情形时, Weitzman^[24]定义的风险调整贴现率 r_t^* 短期限也为递增结构,而且该情形与 Gollier^[27, 28]所述项目 β 大于 $\frac{\eta}{2}$ 的条件吻合.这说明两个理论模型结论是统一的,即二者模型都表明,随时间增长的不确定性在导致无风险贴现率减少的同时,增加系统风险溢价,则较大(小)值的风险溢价系数将导致来自项目特有风险溢价的增效效应大(小)于来自无风险贴现率的减效应,从而使得风险调整贴现率表现为递增(减)结构.出现不同单调性是由于拟定的风险溢价系数边界不同.

3 碳减排案例

上述研究表明风险溢价系数的大小决定风险调整贴现率的期限结构,本节进一步结合具体项目探讨影响风险溢价系数大小的因素及其作用机理. Weitzman^[24]与 Gollier^[27, 28]二者都曾对碳排放项目的风险调整贴现率进行了定量研究.而且,碳减排项目的实施将影响几代人福利,成本与收益时间跨度大,确定合适的贴现率尤为重要.故本文以碳减排项目为代表进行说明^⑧.

碳减排项目评估有科学界公认的标准化处理体系,可采用经济与气候动态综合模型(dynamic integrated climate economy, DICE)^⑨讨论相关贴现

⑧ 其他类似项目如轨道交通、污水处理设施等长期限公共投资项目也可适用于说明该问题,但描述这些项目本身的不确定性以及相关变量相比碳减排项目更复杂.而使用碳减排项目可简约清晰呈现相关不确定性分析和敏感性分析.

⑨ DICE 是一类综合评估模型,模型中的方程遵从经济生态和地球科学等多方面规律,并利用数学最优化软件对经济和环境的结果做出规划,实现社会福利最大化.

问题. 本文采用二期 DICE - 2007 模型^[37]描述

$$\begin{cases} E = \omega_1 P - I_0 \\ T = \omega_2 E \\ \Omega = \exp(-\xi_1 T^{\xi_2}) \\ \Lambda = \pi \theta_1 \left(\frac{I_0}{P}\right)^{\theta_2} \\ Q = \Omega(1 - \Lambda)P \\ C = \omega_3 Q \end{cases} \quad (16)$$

其中 P 指未遭到气候变化破坏的宏观经济产出水平. I_0 是 0 时刻绿色减排技术投资. E 指温室气体排放量. T 是因温室气体排放带来的温度变化. Ω 为损失函数, 指因气候变化带给经济产出的损失. Λ 是减排成本. Q 指经气候改变破坏后的宏观经济产出水平. C 是经气候改变破坏后的有效净消费, 反映商品与消费总额. 其余变量为气候改变敏感参数, 全部非负.

上述 DICE 模型表明经济体有效净消费可表示为

$$C = \omega_3 \exp(-\xi_1 \omega_2^{\xi_2} (\omega_1 P - I_0)^{\xi_2}) \times (1 - \pi \theta_1 \left(\frac{I_0}{P}\right)^{\theta_2}) P \quad (17)$$

碳减排项目收益可视为因减少当前温室气体排放而增加的未来有效消费, 故边际型碳减排项目不确定收益可表示为 $F_t = \frac{\partial C}{\partial I_0} \Big|_{I_0=0}$. 省去时间下标后, 对应经济体有效净消费与项目不确定收益为

$$\begin{cases} C = \omega_3 \exp(-\phi P^{\xi_2}) P \\ F = \omega_3 \phi \frac{\xi_2}{\omega_1} P^{\xi_2} \exp(-\phi P^{\xi_2}) \end{cases} \quad (18)$$

其中 $\phi = \xi_1 \omega_1^{\xi_2} \omega_2^{\xi_2}$ 为气候变化风险综合参数.

碳减排投资项目未来风险主要来自两个方面: 未来宏观经济产出水平不确定性和气候变化本身的不确定性, 分别使用宏观经济产出水平 P 的变化和气候变化风险综合参数 ϕ 的变化来描述. 特别地, 因 ϕ 中每一个参数的增大都带来综合参数 ϕ 的增大, 故取参数 ξ_1 作为气候不确定性参数代表.

下面评估上述两方面不确定性因素对项目风

险溢价系数的影响. 因项目不确定收益表示为 $F_t = A_t^\alpha C_t^\beta$, 使得对应项目贝塔可近似为^⑩

$$\beta \approx \frac{\frac{\xi_2 - \phi \xi_2 P^{\xi_2}}{P} dP + \frac{1 - \phi P^{\xi_2}}{\xi_1} d\xi_1}{\frac{1 - \phi \xi_2 P^{\xi_2}}{P} dP - \frac{\phi P^{\theta_2}}{\xi_1} d\xi_1} \quad (19)$$

为获得项目贝塔临界值, 考虑两种极端情形. 一种极端情形是假定未来风险仅来自宏观经济产出不确定性, 气候变化相关参数视为确定性参数. 这种极端情形下的项目贝塔可近似为

$$\beta \approx \xi_2 \frac{1 - \phi P^{\xi_2}}{1 - \phi \xi_2 P^{\xi_2}} \quad (20)$$

上式表明当温度变化参数 ξ_2 大于 1 时, 项目贝塔大于该参数. 现有研究普遍认为气候变化损失应为温度变量 T 的凸函数, 即支持温度变化参数 ξ_2 大于 1 的假设^[38]. 据此, 损失函数凸性与未来宏观经济产出不确定性构成的综合效应使项目贝塔表现为大于参数 ξ_2 的正数. 特别地, 只要参数 ξ_2 大于相对风险厌恶系数的一半, 则有 $\beta >$

$\frac{\eta}{2}$. 此时, Weitzman^[24]定义的项目伽马大于 1. 这表明对应 F_t^A 为负值. 从保险角度看, F_t^A 是人们为规避剧烈气候性损失而愿意支付的风险保费. 负值风险保费看似不太合理, 其原因在于此处假定宏观经济产出不确定性远远超过气候变化的不确定性. Nordhaus^[37]曾指出, 如果(剧烈气候变化)损失主要由经济高速发展造成, 那么可能会有一个高损失状态下的负风险保费.

另一种极端情形是假设未来宏观经济产出水平确定, 未来风险仅来自气候变化不确定性. 此时项目贝塔近似为

$$\beta \approx 1 - \frac{1}{\phi P^{\xi_2}} \quad (21)$$

结合损失函数 Ω 的表达式可知, 上式中 ϕP^{ξ_2} 为气候改变综合损失率. 若损失率为 10%, 则项目贝塔为 -9. 由于损失率取值在 0 到 1 之间, 这表明若只考虑气候改变不确定性的影响, 项目贝塔为负值. 相应地, α 为正值. 此时, 即使宏观经济状况出现灾难性情形, 该项目也有正期望收益.

⑩ $\beta = \frac{d \ln F}{d \ln C} - \alpha \frac{d \ln A}{d \ln C}$. 因 A 与 C 相互独立, 故忽略 $\frac{d \ln A}{d \ln C}$ 的影响.

一般地,碳减排项目未来不确定性是宏观经济产出水平不确定性与气候变化不确定性的加权和.假设宏观经济产出水平 P 与气候变化参数 ξ_1 的不确定性占综合不确定性权重分别为 λ 与 $1 - \lambda$,且项目贝塔可在两种极端情形下对应临界值 $1 - \frac{1}{\phi P^{\xi_2}}$ 与 $\xi_2 \frac{1 - \phi P^{\xi_2}}{1 - \xi_2 \phi P^{\xi_2}}$ 之间取值,则该碳减排投资项目对应项目贝塔可表示为

$$\beta = 1 - \frac{1}{\phi P^{\xi_2}} + \lambda \left(\xi_2 \frac{1 - \phi P^{\xi_2}}{1 - \xi_2 \phi P^{\xi_2}} - 1 + \frac{1}{\phi P^{\xi_2}} \right) \quad (22)$$

结合该表达式与前文讨论,可得下述命题

命题 2 若未来各阶段经济增长过程正序列相关,则关于边际型碳减排投资项目的二期 DICE 模型(16)存在一个阈值

$$\lambda^* = \frac{(1 - \xi_2 \phi P^{\xi_2})(1 + 0.5\eta \phi P^{\xi_2} - \phi P^{\xi_2})}{1 - \phi P^{\xi_2}}$$

当宏观经济产出不确定性的权重 λ 大于该阈值时,相应风险调整贴现率随时间单调递增.

证明 见附录 B.

命题 2 表明,对于支付具有不确定性的长期风险项目,若未来各阶段经济增长不确定性随时间增长,使得无风险贴现率减少而项目系统风险溢价增大,同时当宏观经济产出不确定性占未来综合不确定性权重比例大于项目特定阈值时,风险调整贴现率随时间单调递增,反之则递减. Weitzman^[24] 认为剧烈气候变化可能导致宏观经济出现灾难性损失,为了规避这种风险,评估影响气候变化的投资项目时应赋予气候变化本身不确定性一定比重,使得项目具有能对冲尾部风险的属性,对应贴现率随时间递减.而 Gollier^[27-28] 认为剧烈气候变化由经济快速发展造成,即剧烈气候变化损失只在经济状况富裕时才会发生.因此,他赋以宏观系统风险较大权重得到较大项目贝塔,从而导致递增风险调整贴现率.

参考文献:

[1] Strotz R H. Myopia and inconsistency in dynamic utility maximization[J]. Review of Economic Studies, 1955, 23(3): 165 - 180.
 [2] Thaler R H, Shefrin H M. An economic theory of self-control[J]. Journal of Political Economy, 1981, 89(2): 392 - 406.
 [3] Loewenstein G, Prelec D. Anomalies in intertemporal choice: Evidence and an interpretation[J]. Quarterly Journal of Eco-

4 结束语

本文结合 Weitzman^[24] 与 Gollier^[27-28] 关于风险调整贴现率期限结构的争议,通过补充 Weitzman^[24] 所定义风险调整贴现率在项目伽马大于 1 情形的单调性结论,探析贴现模型出现不同增减性结论的原因.同时,以碳减排投资项目为例,找出风险溢价系数取值范围拟定依据与风险调整贴现率增减性判别准则.

研究结果表明风险溢价系数取值决定风险调整贴现率期限结构.当风险溢价系数大于某确定阈值时,风险调整贴现率表现为递增结构.反之则递减.以碳减排项目为例,风险溢价系数的大小受到宏观经济产出与气候变化的影响,表现为不确定宏观经济产出增大风险溢价系数,而气候变化不确定性减小风险溢价系数,这两种不确定性的相对权重决定风险溢价参数大小. Gollier^[27-28] 等持递增风险调整贴现率观点的学者认为未来不确定性主要来自不确定的宏观经济增长,相应风险溢价系数较大.而 Weitzman^[24] 等持递减风险调整贴现率观点的学者则重视气候变化的影响,相应风险溢价系数较小.不难看出,风险调整贴现率期限结构争议并非数值增减性争议,而是不同风险权重认定的争议.

本文基于一些假设条件,仅从理论上探讨了风险调整贴现率期限结构问题,并以碳减排项目为案例支撑相关结论.这在贴现理论研究中仅为冰山一角,同时碳减排投资项目本身还有很多问题值得深究.接下来的研究可以从以下两个角度展开.一方面是通过实证研究,并借助风险度量工具探讨风险投资项目系统风险与非系统风险分布权重.另一个是以碳减排项目为研究对象,融合贴现相关理论,挖掘更多现实有价值的研究.

- nomics ,1992 ,107(2) : 573 – 597.
- [4]Pollak R A. Habit formation and dynamic demand functions[J]. Journal of Political Economy ,1970 ,78(4) : 745 – 763.
- [5]Zou Z ,Chen S ,Wedge L. Finite horizon consumption and portfolio decisions with stochastic hyperbolic discounting [J]. Journal of Mathematical Economics ,2014 ,52(3) : 70 – 80.
- [6]Chen S ,Li Z ,Zeng Y. Optimal dividend strategies with time-inconsistent preferences [J]. Journal of Economic Dynamics and Control ,2014 ,46(3) : 150 – 172.
- [7]李仲飞 ,陈树敏 ,曾 燕. 基于时间不一致性偏好与扩散模型的最优分红策略[J]. 系统工程理论与实践 ,2015 ,35(7) : 1633 – 1645.
- Li Zhongfei ,Chen Shumin ,Zeng Yan. Optimal dividend strategy for a diffusion model with time inconsistent preferences [J]. Systems Engineering: Theory and Practice ,2015 ,35(7) : 1633 – 1645. (in Chinese)
- [8]邹自然 ,陈 收 ,杨 艳 ,等. 时间偏好不一致委托代理问题的优化与决策 [J]. 中国管理科学 ,2013 ,21(4) : 27 – 34.
- Zou Ziran ,Chen Shou ,Yang Yan , et al. The optimization and decision-making of principal-agent problem based on time-inconsistency preference [J]. Chinese Journal of Management Science ,2013 ,21(4) : 27 – 34. (in Chinese)
- [9]Weitzman M L. Why the far-distant future should be discounted at its lowest possible rate [J]. Journal of Environmental Economics and Management ,1998 ,36(3) : 201 – 208.
- [10]Ramsey F P. A mathematical theory of saving [J]. Economic Journal ,1928 ,38(152) : 543 – 559.
- [11]Bansal R ,Yaron A. Risks for the long run: A potential resolution of asset pricing puzzles [J]. Journal of Finance ,2004 ,59(4) : 1481 – 1509.
- [12]Gollier C. Discounting with fat-tailed economic growth [J]. Journal of Risk and Uncertainty ,2008 ,37(2 – 3) : 171 – 186.
- [13]Weitzman M L. The Ramsey discounting formula for a hidden-state stochastic growth process [J]. Environmental and Resource Economics ,2012 ,53(3) : 309 – 321.
- [14]Weitzman M L. Gamma discounting [J]. American Economic Review ,2001 ,91(1) : 260 – 271.
- [15]Gollier C. Maximizing the expected net future value as an alternative strategy to gamma discounting [J]. Finance Research Letters ,2004 ,1(2) : 85 – 89.
- [16]Gollier C ,Weitzman M L. How should the distant future be discounted when discount rates are uncertain? [J]. Economics Letters ,2010 ,107(3) : 350 – 353.
- [17]Gollier C ,Hammit J K. The long-run discount rate controversy [J]. Annual Review of Resource Economics ,2014 ,6(1) : 273 – 295.
- [18]Freeman M C ,Groom B. How certain are we about the certainty-equivalent long term social discount rate? [J]. Journal of Environmental Economics and Management ,2016 ,79: 152 – 168.
- [19]Newell R G ,Pizer W A. Discounting the distant future: How much do uncertain rates increase valuations? [J]. Journal of Environmental Economics and Management ,2003 ,46(1) : 52 – 71.
- [20]Freeman M C ,Groom B. Positively gamma discounting: Combining the opinions of experts on the social discount rate [J]. Economic Journal ,2015 ,125(585) : 1015 – 1024.
- [21]Arrow K J ,Cropper M L ,Gollier C , et al. Should a declining discount rate be used in project analysis? [J]. Review of Environmental Economics and Policy ,2014 ,8(2) : 145 – 163.
- [22]Arrow K J ,Cropper M L ,Gollier C , et al. Determining benefits and costs for future generations [J]. Science ,2013 ,341(6144) : 349 – 350.
- [23]Gollier C. Pricing the Planet’s Future: The Economics of Discounting in an Uncertain World [M]. Princeton: Princeton University Press ,2013.
- [24]Weitzman M L. Tail-hedge discounting and the social cost of carbon [J]. Journal of Economic Literature ,2013 ,51(3) : 873 – 882.
- [25]Sandsmark M ,Vennemo H. A portfolio approach to climate investments: CAPM and endogenous risk [J]. Environmental and Resource Economics ,2007 ,37(4) : 681 – 695.
- [26]Murphy K M ,Topel R H. Some basic economics of national security [J]. American Economic Review ,2013 ,103(3) :

508 – 511.

- [27] Gollier C. Evaluation of long-dated assets: The role of parameter uncertainty [J]. *Journal of Monetary Economics*, 2016, 84(1): 66 – 83.
- [28] Gollier C. Discounting and growth [J]. *American Economic Review*, 2014, 104(5): 534 – 537.
- [29] Lucas R. Asset prices in an exchange economy [J]. *Econometrica*, 1978, 46(6): 1429 – 1446.
- [30] Nordhaus W D. Estimates of the Social Cost of Carbon: Background and Results from the RICE-2011 Model [R]. National Bureau of Economic Research, 2011.
- [31] 王素凤, 杨善林, 彭张林. 面向多重不确定性的发电商碳减排投资研究 [J]. *管理科学学报*, 2016, 19(2): 31 – 41.
Wang Sufeng, Yang Shanlin, Peng Zhanglin. Research on the power producer's carbon abatement investment in view of multiple uncertainties [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2016, 19(2): 31 – 41. (in Chinese)
- [32] 王明喜, 鲍勤, 汤铃, 等. 碳排放约束下的企业最优减排投资行为 [J]. *管理科学学报*, 2015, 18(6): 41 – 57.
Wang Mingxi, Bao Qin, Tang Ling, et al. Enterprises' optimal abatement investment behavior with the carbon emission constraint [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2015, 18(6): 41 – 57. (in Chinese)
- [33] 崔百胜, 朱麟. 基于内生增长理论与 GVAR 模型的能效消费控制目标下经济增长与碳减排研究 [J]. *中国管理科学*, 2016, 24(1): 11 – 20.
Cui Baisheng, Zhu Lin. Research on economic growth and carbon abatement under the energy consumption controlling objective based on endogenous growth theory and GVAR model [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2016, 24(1): 11 – 20. (in Chinese)
- [34] 石敏俊, 袁永娜, 周晟吕, 等. 碳减排政策: 碳税、碳交易还是两者兼之? [J]. *管理科学学报*, 2013, 16(9): 9 – 18.
Shi Minjun, Yuan Yongna, Zhou Shengli, et al. Carbon tax, cap-and-trade or mixed policy: Which is better for carbon mitigation? [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2013, 16(9): 9 – 18. (in Chinese)
- [35] Johnson L T, Hope C. The social cost of carbon in US regulatory impact analyses: An introduction and critique [J]. *Journal of Environmental Studies and Sciences*, 2012, 2(3): 205 – 221.
- [36] Barro R J, Sala-i-Martin X. *Economic Growth* [M]. London: MIT Press, 2004.
- [37] Nordhaus W D. *A Question of Balance: Weighing the Options on Global Warming Policies* [M]. New Haven: Yale University Press, 2008.
- [38] Dietz S, Hope C, Patmore N. Some economics of 'dangerous' climate change: Reflections on the Stern Review [J]. *Global Environmental Change*, 2007, 17(3): 311 – 325.

Term structure of discount rates under uncertain payoff

LUO Lan-lan, CHEN Shou^{*}, ZOU Zi-ran

Business School of Hunan University, Changsha 410082, China

Abstract: At present, there are still considerable controversies about which term structure of risk-adjusted discount rate should be used in practice, and such controversies lead to different suggestions for similar investment projects. In order to solve this dispute, this article finds out the main factors affecting the structure of the discount rate from the perspective of the composition of capital productivity. By introducing the relative intensity of uncertainty from the future economy as well as from the project itself, the paper shows the relative intensity of uncertainty determines the coefficient of risk premium. It also shows that the coefficient of risk premium determines the term structure of risk-adjusted discount rate. The structure of the risk-adjusted discount rate is decreasing unless the coefficient of risk premium is greater than a threshold value.

Key words: risk-adjusted discount rate; term structure of discount rate; productivity; risk premium

附录:

命题 1 的证明 为了保证 $(1 - \gamma) \exp(-r_f t) + \gamma \exp(-r_e t) > 0$ 本文仅在 $t < \frac{\ln \frac{\gamma}{\gamma - 1}}{r_e - r_f}$ 的范围内讨论 (4) 所定义贴现率 r_t^* 的单调性. 对 r_t^* 关于 t 求导, 有

$$\frac{dr_t^*}{dt} = \frac{t [(1 - \gamma) r_f e^{-r_f t} + \gamma r_e e^{-r_e t}] + \ln(\exp(-r_t^* t)) \exp(-r_t^* t)}{\exp(-r_t^* t) t^2} \tag{A1}$$

由于 $\frac{dr_t^*}{dt}$ 分子的正负号决定 r_t^* 的单调性, 故令其为

$$h_t = t [(1 - \gamma) r_f e^{-r_f t} + \gamma r_e e^{-r_e t}] + \ln(\exp(-r_t^* t)) \exp(-r_t^* t) \tag{A2}$$

显然

$$h_0 = 0 \tag{A3}$$

且

$$\frac{dh_t}{dt} = -t [(1 - \gamma) r_f^2 e^{-r_f t} + \gamma r_e^2 e^{-r_e t}] - \ln [(1 - \gamma) e^{-r_f t} + \gamma e^{-r_e t}] [(1 - \gamma) r_f e^{-r_f t} + \gamma r_e e^{-r_e t}]$$

当 $\gamma > 1$ 时, 根据詹森不等式, 有

$$\frac{1}{\gamma} \ln [(1 - \gamma) e^{-r_f t} + \gamma e^{-r_e t}] + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \ln e^{-r_f t} \leq \ln e^{-r_e t}$$

从而

$$\frac{dh_t}{dt} \geq -t [(1 - \gamma) r_f^2 e^{-r_f t} + \gamma r_e^2 e^{-r_e t}] - [(1 - \gamma)(-r_f t) + \gamma(-r_e t)] [(1 - \gamma) r_f e^{-r_f t} + \gamma r_e e^{-r_e t}]$$

整理得

$$\frac{dh_t}{dt} \geq t(\gamma - 1)\gamma(r_e - r_f)(-r_f e^{-r_f t} + r_e e^{-r_e t}) \tag{A4}$$

在 (A4) 中, $t(\gamma - 1)\gamma(r_e - r_f) > 0$, 故 $r_f e^{-r_f t}$ 与 $r_e e^{-r_e t}$ 的相对大小决定 $\frac{dh_t}{dt}$ 的正负. 令 $f(r, t) = r e^{-rt}$, 则 $r_f e^{-r_f t}$ 与 $r_e e^{-r_e t}$ 的大小比较转化为 $f(r, t)$ 关于 r 的单调性讨论. 由于

$$\frac{\partial(r e^{-rt})}{\partial r} = (1 - rt) e^{-rt}$$

故当 $rt < 1$ 时, 可保证 $f(r, t)$ 关于 r 单调递增. 由于 $\min\{\frac{1}{r_e}, \frac{1}{r_f}\} = \frac{1}{r_e}$, 故有 $t < \frac{1}{r_e}$ 时, $\frac{\partial f(r, t)}{\partial r} > 0$, 相应地 $r_f e^{-r_f t} < r_e e^{-r_e t}$.

这表明当 $\gamma > 1$ 时, 在 $0 < t < \min\{\frac{1}{r_e}, \frac{\ln \frac{\gamma}{\gamma - 1}}{r_e - r_f}\}$ 的时间范围内, 有 $\frac{dh_t}{dt} > 0$. 进一步, 根据 $h_0 = 0, \frac{dh_t}{dt} > 0$ 可知在上述时间范围内 $\frac{dr_t^*}{dt} > 0$.

综上所述, 当 $\gamma > 1$ 时, r_t^* 在 $0 < t < \min\{\frac{1}{r_e}, \frac{\ln \frac{\gamma}{\gamma - 1}}{r_e - r_f}\}$ 的范围内关于时间单调递增.

命题 2 的证明 将 λ^* 的表达式代入式 (22) 可知, $\lambda > \lambda^*$ 即表明 $\beta > \frac{\eta}{2}$, 即在未来各阶段经济增长正序列条件下, 风险溢价效应强于预防性效应, 故相应风险调整贴现率随时间单调递增.